

**Zeitschrift:** Bauen + Wohnen = Construction + habitation = Building + home : internationale Zeitschrift

**Herausgeber:** Bauen + Wohnen

**Band:** 13 (1959)

**Heft:** 7: Kunststoff, Holz = Matière synthétique, bois = Synthetic material, wood

**Artikel:** Der Philips-Pavillon an der Brüsseler Weltausstellung. Teil II, Die Hyparschale und ihre mechanischen Eigenschaften

**Autor:** Vreedenburgh, C.G.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-330075>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

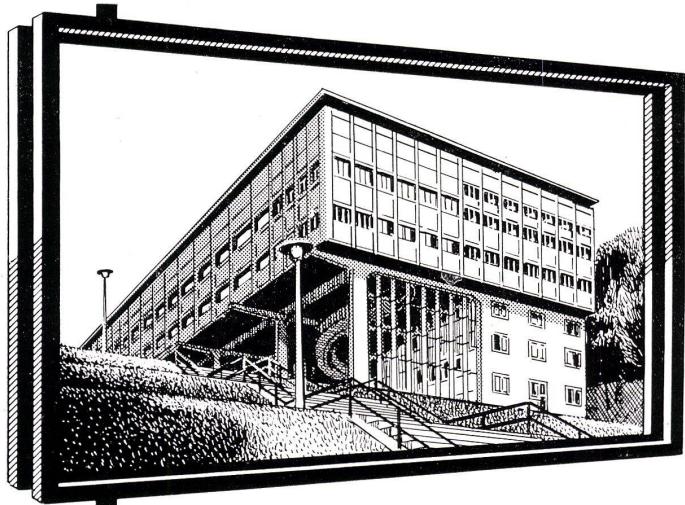
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**



**Brown-Boveri** entschied sich für  
isolierende Doppelverglasung

# **THERMOPANE**

auf Grund folgender Hauptvorteile: Wirksame Wärmeabschirmung im Sommer, ideale Wärme-Haltung im Winter. Starke Schall-Isolation. Kein Anlaufen der Scheiben. Viel weniger Reinigungskosten.

Hunderttausende von Fenstern in allen Ländern montiert.

GLAVER Belgien liefert ausserdem sämtliche Sorten von Spezialglas und Gussglas. Alle Auskünfte durch Ihren Grossisten oder die Generalvertretung

# JAC. HUBER & BÜHLER

mehr, die nicht einen Teil der Wandflächen bilden. Um die dritte Spitze, die sehr stark geneigt ist, besser zu unterstützen, wurde noch das Hyppar C an seiner Basis statt konkav konvex gestaltet, und schließlich wurden die beiden dreieckigen Öffnungen zum Teil durch neue Hypparflächen geschlossen, die sich an die bereits vorhandenen anschließen. In dieser Weise entstand die in den Konstruktionszeichnungen (Abb. 18 und 19) wiedergegebene endgültige Form des Pavillons. In dieser Form wurde der Pavillon vom Bauunternehmen «Strabed» errichtet.

Das in Abbildung 20 wiedergegebene Bild des Inneren wurde aufgenommen, bevor die Spannräthe des Betons durch die Auskleidung der Wände dem Anblick entzogen waren. Dieses Bild gibt eine gute Vorstellung von der eigenartigen Raumwirkung des Gebäudes.

Die Hyparschale hat somit ihren Platz in der Baukunst gefunden und wird bereits an vielen Stellen und für verschiedene Zwecke angewendet. Die Tatsache, daß diese Bauform verhältnismäßig neu ist, sowie die größere geometrische Kompliziertheit der Sattelflächen hat allerdings zur Folge, daß der Baufachmann sich bei der praktischen Ausführung oftmals nicht ausschließlich auf bereits gesammelte Erfahrungen und auf sein Fingerspitzengefühl verlassen kann, sondern sich auf eine wissenschaftliche Untersuchung des zu erwartenden mechanischen Verhaltens des Bauwerkes stützen möchte. So ersuchte uns die Firma «Strabed» Ende Januar 1957 um Beratung bezüglich der Errichtung des Philips Pavillons.

## **II. Die Hyparschale und ihre mechanischen Eigenschaften**

C. G. Vreedenburgh

Etwa im Jahre 1935 wurden von Laffaille und Almond die ersten Untersuchungen veröffentlicht über die Kraftverteilung in Hyparschalen – das sind gebogene, als hyperbolische Paraboloiden geformte Wände, deren Dicke bezogen auf die Flächenabmessungen sehr gering ist.<sup>1)</sup> Bis vor etwa einem Jahrzehnt zeigte man in der praktischen Bautechnik für diese neue Art von Schalen im Gegensatz zu kugelförmigen und zylindrischen Schalen wenig Interesse. Anscheinend konnte man sich an die Sattelform (entgegengesetzte Krümmungen in zwei zueinander-

gesetzte Rundungen in zwei zueinander senkrechten Richtungen) schwer gewöhnen, da diese Form mit der konventionellen Architektur unvereinbar erschien. Auch glaubte man, daß die praktische Ausführung sich teurer stellen würde als die der gebräuchlichen Schalen. Inzwischen hat sich in dieser Beziehung

Inzwischen hat sich in dieser Beziehung manches geändert. Unter anderem durch die bahnbrechenden Arbeiten von Canella in den USA<sup>3</sup> und Hruban in der Tschechoslowakei<sup>4</sup> erkannte man immer deutlicher, daß die Hypparschalen nicht nur eine hohe Festigkeit und Stabilität besitzen, sondern sich daneben hervorragend zur Komposition reizvoller architektonischer Formen eignen, die mit verschiedenen Tendenzen der modernen Kunst wunderbar im Einklang stehen. In dieser Beziehung hat der im vorigen Artikel beschriebene Entwurf von Le Corbusier und Xenakis für den Philips Pavillon in Brüssel, der ganz aus hyperbolischen Paraboloiden aufgebaut ist, eindeutig bewiesen, daß sich in den Hypparschalen die architektonische Phantasie in großartiger Weise entfalten kann. Außerdem ist man im Hinblick auf die praktische Ausführung im Laufe der letzten Jahrzehnte zu der Erkenntnis gelangt, daß das hyperbolische Paraboloid sich sowohl in Holz wie in bewehrtem und in vorgespanntem Beton gerade besonders gut verwirklichen läßt, dank den beiden Geradscharen (Erzeugenden), die auf dieser Fläche angegeben werden können.<sup>5</sup>

## Die Geometrie der Hyparschale

Zum Verständnis der auftretenden Kräfteverteilung in einer Hyparschale ist es notwendig, zunächst einiges über deren Geometrie zu rekapitulieren.

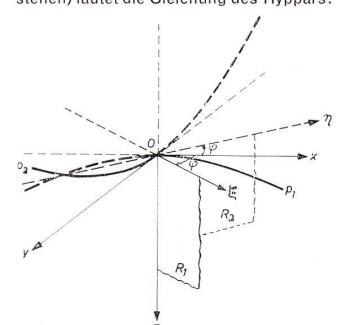
Bezogen auf ein rechtwinkliges Achsenkreuz  $Oxyz$  (siehe Abb. 1) kann man die Gleichung des hyperbolischen Paraboloids am besten in folgender Form schreiben:

$$z = \frac{x^2}{2r_1} - \frac{y^2}{2r_2} \quad (1)$$

*O* ist dann der Scheitel (oder Mittelpunkt) der Fläche,  $Oz$  die Achse, während  $xOz$  und  $yOz$  Symmetrieebenen sind, welche das Hyperparaboloid in den Parabeln  $p_1$  bzw.  $p_2$  schneiden. Die in (1) vorkommenden Größen  $r_1$  und  $r_2$  sind die Krümmungsradien der Parabeln  $p_1$  und  $p_2$  im Scheitel  $O$ .

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{r_2}}{\sqrt{r_1}} \quad (2)$$

Bezogen auf das Achsensystem  $O\xi\eta\zeta$  (wobei die Achsen  $O\xi$  und  $O\eta$  im allgemeinen nicht senkrecht aufeinander stehen) lautet die Gleichung des Hypnara:



<sup>1</sup> B. Laffaille, Mémoire sur l'étude générale des surfaces gauches, Mém. Assoc. Int. Ponts et Charpentes 3, 295-332, 1935.

<sup>2</sup> F. Almond, Etude statique des voiles minces en paraboloïde hyperbolique, Mém. Assoc. Int. Ponts et Charpentes 4, 1-112, 1936.

<sup>3</sup> F. Handela, Structural applications of hyperbolic paraboloidal shells, J. Amer. Concrete Inst., Title Nr. 51-20, January 1955, 397-415.

<sup>4</sup> K. Uruban, Obecné resení zlabových skorupin (Die allgemeine Theorie sattelförmiger Schalen), Technische Hochschule Brno, 1953.

<sup>5</sup> Ein neueres Beispiel für eine große, aus geleimtem Holz bestehende Hypparschale ist die Dachkonstruktion des Informationszentrums auf dem Place de Brouckère in Brüssel.

**z**

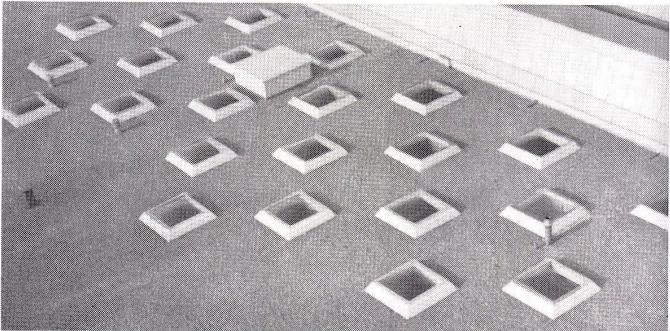
1 Zur Beschreibung des hyperbolischen Paraboloids.  $O$  = Scheitel,  $Oz$  = Achse;  $xOz$  und  $yOz$  sind die Symmetrieebenen;  $\xi Oz$  und  $\eta Oz$  sind die Richtebenen ( $R_1$  und  $R_2$ ), zu denen die beiden Scharen Erzeugender der Fläche parallel verlaufen.

<b>Aarau</b>	Schweizerische Rentenanstalt
<b>Altdorf</b>	Dätwyler AG., Schweizerische Draht-, Kabel- und Gummiwerke
<b>Arbon</b>	AG. Adolf Saurer
<b>Baden</b>	Brown, Boveri & Co. AG. (Gemeinschaftshaus Martinsberg)
<b>Basel</b>	Sandoz S.A., Chemische Fabrik (div. Neubauten) Ciba AG., Chemische Fabrik (div. Neubauten) Bürohochhaus der J.R. Geigy AG. und diverse Neubauten Laborgebäude der F. Hoffmann-La Roche & Cie. AG.
<b>Bern</b>	Neubau Tobler AG. Neubau Dr. Wander AG.
<b>Boncourt</b>	F.J. Burrus & Co.
<b>Dulliken</b>	Schuhfabrik HUG
<b>Frauenfeld</b>	Schweizerische Bankgesellschaft
<b>Gelterkinden</b>	C.F. Bally AG., Schuhfabrik
<b>Genève</b>	Tavaro S.A., 1-5 Avenue Châtelaine Centre Européen de Recherches Nucléaires «CERN» B.I.T., Bureau International du Travail
<b>Grenchen</b>	Parktheater
<b>Kloten</b>	Flughafen, Anbau an Hangar I
<b>Lausanne</b>	Assurance «La Suisse» Hôpital de Cery Aluminium AG.
<b>Menziken AG</b>	Suchard S.A., bâtiment «Sugus»
<b>Neuchâtel</b>	Kantonsspital
<b>Olten</b>	IWC, Uhrenfabrik
<b>Schaffhausen</b>	Gebr. Sulzer AG.
<b>Winterthur</b>	Atomreaktor AG.
<b>Würenlingen</b>	Kinderspital
<b>Zürich</b>	Aluminium-Industrie AG., Chippis (AIAG) Neubau Waltisbühl, Bahnhofstraße

**CUPOLUX**



**CUPOLUX bewährt** in Industriebauten (IMAGO, Tages-Anz. Zürich)  
— ermöglicht individuelle Lichtverteilung



**CUPOLUX geschätzt im Schulhausbau (Neues Technikum Luzern)**  
— vermittelt ein angenehmes Freiluft-Gefühl



**CUPOLUX** beliebt in repräsentativen Räumen (Universität Zürich)  
— Akryl-Glas istwitterungsbeständig, vergilbt nicht



CUPOLUX wird in 12 Standardgrößen und -Formen von 40 bis 220 cm vorgefertigt, technisch ausgereifte Konstruktion, absolut dicht, niedrige Wärmeleitwerte

Verlangen Sie unverbindlich Offerte, Referenzliste, Beratung, individuelle Lichtberechnungen, Prospekte und Preisliste

# JAKOB SCHERRER SÖHNE

Allmendstraße 7 Zürich 2 Telefon 051 / 25 79 80

$$z = k\xi\eta \sin 2\varphi, \quad (3)$$

wenn

$$k = \frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}} \quad (4)$$

Die beiden durch die Achse  $Oz$  und durch die Richtlinien  $O\xi$  bzw.  $O\eta$  gehenden Ebenen nennt man die Richtenebenen  $R_1$  und  $R_2$  des Hypbars. Aus Gleichung (3) ist ersichtlich, daß alle parallel zu  $R_1$  verlaufenden Ebenen das Hypbar in geraden Linien schneiden; das gleiche gilt für alle parallel zu  $R_2$  liegenden Ebenen. Das hyperbolische Paraboloid enthält somit zwei Scharen von Erzeugenden. Die Geraden jeder dieser Scharen laufen sämtlich parallel zu der zugehörigen Richtebene, aber ihre Neigung ändert sich mit der Entfernung von dieser Ebene (siehe Abb. 2a).

Schließlich kann das hyperbolische Paraboloid noch als eine Schiebungsfäche betrachtet werden. Kehren wir hierzu nach Abb. 1 zurück. Alle parallel zur Symmetrieebene  $xOz$  verlaufenden Ebenen schneiden die Fläche nach Gleichung (1) in Parabeln, die mit  $p_1$  kongruent sind, während alle parallel zur Symmetrieebene  $yOz$  verlaufenden Ebenen Schnittkurven ergeben, die mit der Parabel  $p_2$  kongruent sind. Man kann sich das Hyppar somit auch in der Weise entstanden denken, daß man die Parabel  $p_2$  parallel zu sich selbst verschiebt, wobei ihr Scheitel entlang  $p_1$  gleitet, oder indem man die Parabel  $p_1$  parallel zu sich selbst verschiebt, wobei ihr Scheitel entlang  $p_2$  gleitet.

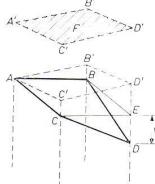
Läßt man eine Ebene  $z = +c$  das Hyppar schneiden, so erhält man gemäß Gleichung (1) als Schnittkurve eine Hyperbel. Projiziert man diese auf  $xOy$ , so sind  $O\xi$  und  $O\eta$  die Asymptoten und  $Oy$  die imaginäre Achse. Läßt man eine Ebene  $z = -c$  das Hyppar schneiden, so ist die projizierte Schnittkurve wieder eine Hyperbel mit den Asymptoten  $O\xi$  und  $O\eta$ , jedoch mit  $Ox$  als imaginäre Achse.

Im Sonderfall  $\varphi = 45^\circ$  ( $O\xi$  und  $O\eta$  stehen in diesem Fall senkrecht aufeinander) werden diese Hyperbeln gleichseitig. Man nennt das Hyperbel dann gleichseitig.

Projiziert man von einem beliebigen Hypopar eine Anzahl Hyperbeln (Höhenlinien) und eine Anzahl Erzeugende auf die Ebene  $xOy$ , so erhält man ein Bild wie in Abb. 3. Vollständigkeitshalber sei hier noch das einschalige Hyperboloid erwähnt, auf dessen Fläche ebenfalls zwei Scharen von Erzeugenden vorkommen. Diese Geraden verlaufen jedoch nicht parallel zu zwei Richtebenen, sondern parallel zu den Erzeugenden einer Kegelfläche, dem sogenannten Asymptotenkegel des Hyperboloids. Hierdurch wird die Berechnung der Kraftverteilung in der hyperboloidischen Schale viel komplizierter als für die Hyparschale.

## Die Membrantheorie der Hyparschale

Kräfte, die in der Mittelebene einer Platte oder Schale gelegen sind, nennt man Membrankräfte. (Unter Mittelebene versteht man den geometrischen Ort der Mitte der Dicke einer Streckung in allen Punkten der Platte oder Schale). Im Gegensatz zu ebenen Platten, die keine senkrechte Last auf der Plattenebene gerichtete Belastung in der Form von Membrankräften aufnehmen kann, ist dies bei einer gekrümmten Schale möglich. In solchen Fällen, in denen die

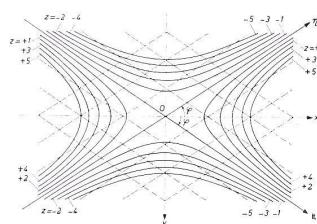


2 b  
 Teil eines hyperbolischen Paraboloids, begrenzt durch die vier Erzeugenden  $AB$ ,  $CD$ ,  $AC$ ,  $BD$ . Die lineare Verzerrung ist  $v$ , die spezifische Verzerrung  $v/F = k =$   
 $1/r_1 r_2$ .

Betrachtet man einen Teil der Fläche einer Hyparschale, begrenzt durch zwei Erzeugenden  $AB$  und  $CD$  der einen Schar und zwei Erzeugenden  $AC$  und  $BC$  der anderen Schar (siehe Abb. 2b), so ist sofort einzusehen, daß ein hyperbolisches Paraboloid auch dann erhalten wird, wenn eine Gerade (z. B.  $AC$ ), welche zwei windschiefe Geraden schneidet ( $AB$  und  $CD$ ), an diesen beiden Geraden entlang gleitend sich verlagert und dabei parallel zu einer gegebenen Ebene bleibt (im vorliegenden Fall zu der Richtebene, zu der  $AC$  und  $BD$  parallel sind).

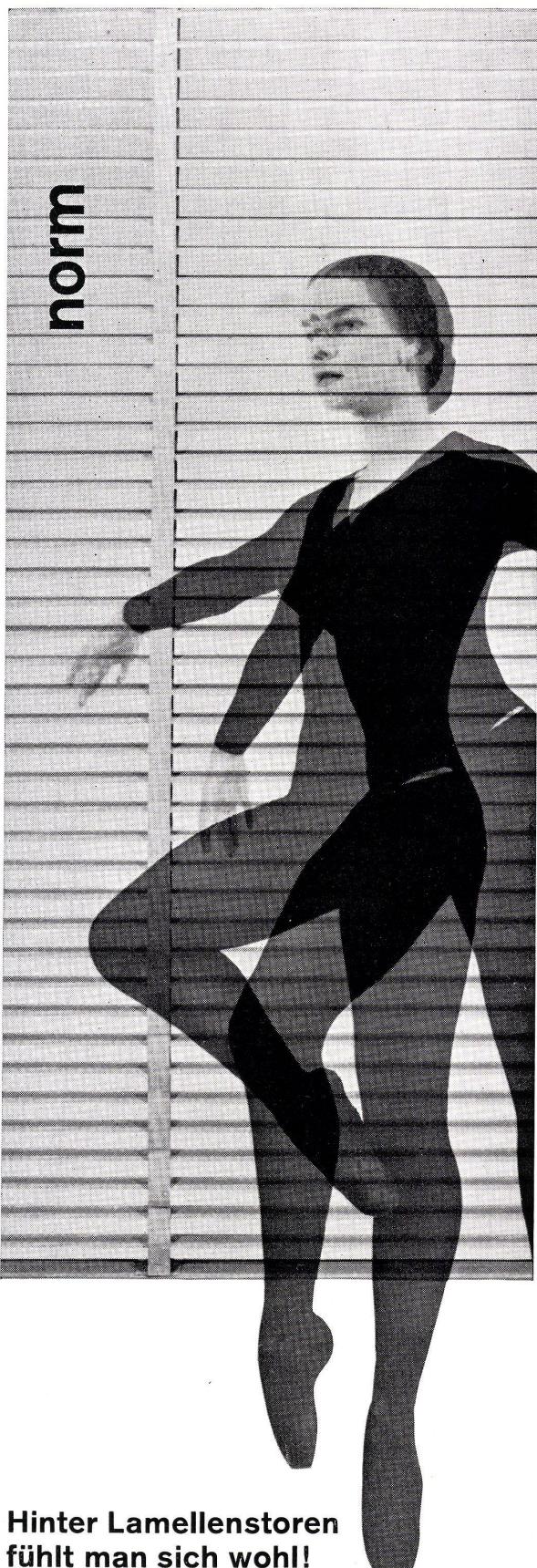
Konstruiert man auf zwei aneinanderstoßenden Seiten (z. B.  $AB$  und  $AC$ ) ein Parallelogramm, dessen vierter Eckpunkt mit  $E$  bezeichnet sei, so nennt man das Stück  $DE$  die lineare Verzerrung  $v$  der Hyparfläche  $ABCD$ ; die Verbindungsgerade  $DE$  ist parallel zur Achse des hyperbolischen Paraboloids.

Projiziert man die Fläche  $ABDC$  auf eine senkrecht zur Achsrichtung  $DE$  stehende Ebene und ist  $d$  der Flächenhöhen dieser Projektion (Parallelogramm  $A'B'D'C = F$ ), so nennt man das Verhältnis  $v/F$  die spezifische Verzerrung; diese Größe ist identisch mit der durch (4) definierten Größe  $k$  und konstant für jeden von vier Erzeugenden begrenzten Ausschnitt der Hyparschale. In der Praxis wird  $k$  gewöhnlich durch Berechnung der spezifischen Verzerrung bestimmt.



3 Hyperbolisches Paraboloid mit Höhenlinien (Hyperbeln) und Erzeugenden (gestrichelt), projiziert auf die Ebene  $xOy$ .

zugehörigen Formänderungen der Schale ungestört vorstatten gehen können, ist eine ausschließlich durch Membrankräfte erfolgende Kraftübertragung eine gute Näherung der wirklichen Kraftverteilung. Eine statisch mögliche Spannungsverteilung, bei der Biegung und Torsion vermieden werden (d. h. eine quasi-zwei-dimensionale Spannungsverteilung), ergibt nämlich in guter Näherung die kleinste Formänderungsarbeit in der Konstruktion. Man geht daher auch gewöhnlich so vor, daß man zunächst die Kraftverteilung in der Hyparschale nach der Membrantheorie berechnet. Anschließend wird man dann im allgemeinen, so gut es geht, Korrekturen vornehmen müssen wegen der Begrenzungen (Ränder) der Schale, wo die Formänderungen, die dem Membranspannungszustand entsprechen, nicht unbehindert auftreten können. Beim



**Hinter Lamellenstoren  
fühlt man sich wohl!**

**Welches System und welche Einbauart Ihren Ansprüchen genügt,  
beurteilt am sichersten ein Fachmann der**

**Metallbau AG Zürich 9/47**

Anemonenstrasse 40, Telefon 051/52 13 00

Philips Pavillon ist die Situation derart, daß an der Durchdringung jedes Paares von Hyparschalen diese starr mit einer Rippe verbunden sind. Die Randbedingung ist hier die, daß die Formänderungen der Rippe die gleichen sein müssen wie die der anschließenden Schalenränder. Hierdurch entstehen sogenannte Randstörungen, die weiter unten betrachtet werden.

Die Differentialgleichungen für den Membranspannungszustand kann man am besten aufstellen durch Gleichgewichtsbetrachtung eines belasteten Elementes in den Richtungen  $\xi$ ,  $\eta$  und  $z$ . Wir betrachten dazu ein Schalenelement, das von vier benachbarten Erzeugenden begrenzt ist; ihre Projektionen auf die (horizontale) Ebene  $\xi\eta$  bilden ein Elementar-Parallelogramm mit den Seiten  $d\xi$  und  $d\eta$  (siehe Abb. 4). Die Belastungskomponenten je horizontale Flächeneinheit der Schale in den Richtungen  $O\xi$ ,  $O\eta$  und  $Oz$  sind  $p\xi$ ,  $p\eta$  und  $p_z$ . Die schiefe Membrankräfte, das Analogon zu den Spannungen in der Lehre von den Spannungszuständen im Schalenelement sind  $n\xi$ ,  $n\eta$  und  $\vartheta$ . Man führt ferner die projizierten Schnittkräfte ein:

$$\left. \begin{aligned} \bar{n}\xi &= n\xi \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \\ \bar{n}\eta &= n\eta \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \\ \bar{\vartheta} &= \vartheta \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Die Gleichgewichtsbedingungen in der  $\xi$ -,  $\eta$ - bzw.  $z$ -Richtung liefern dann folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{n}\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial \eta} p\xi \sin 2\varphi &= 0, \\ \frac{\partial \bar{n}\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial \xi} p\eta \sin 2\varphi &= 0, \\ 2\bar{\vartheta} \frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta} + \left( p_z - p\xi \frac{\partial z}{\partial \xi} - p\eta \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \sin 2\varphi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Der in Klammern stehende Ausdruck ist die Komponente  $\bar{p}_z$  der Belastung, wenn man diese nach der  $z$ -Richtung und der Tangentialebene im betrachteten Schalenpunkt zerlegt; man kann somit die dritte Gleichung von (6) auch wie folgt schreiben:

$$2\bar{\vartheta} \frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta} + \bar{p}_z \sin 2\varphi = 0 \quad (7)$$

Eine sehr einfache Lösung bekommt man, wenn die Belastung in der  $z$ -Richtung je horizontale Flächeneinheit der Hyparschale in allen Punkten konstant ist,  $= g$ , während  $p\xi = p\eta = 0$ . Aus Gleichung (3) folgt die rein geometrische Beziehung:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta} = k \sin 2\varphi$$

Gleichung (7) liefert somit für den Fall  $\bar{p}_z = g$ :

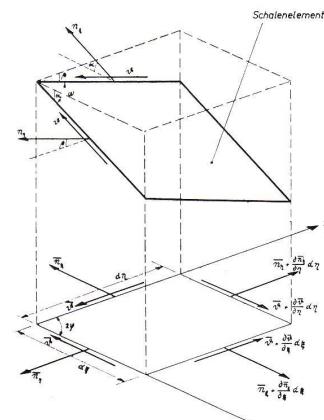
$$\bar{\vartheta} = -\frac{g}{2k} = \text{konstant} \quad (8)$$

Man ersieht aus dieser Formel, daß die Schnittkraft  $\bar{\vartheta}$  umgekehrt proportional  $k$  ist. Nach Gleichung (4) ist es somit günstig, die Krümmungsradien  $r_1$  und  $r_2$  möglichst klein zu wählen. Je stärker die Schalenkrümmung, um so günstiger ist die Spannungsverteilung.

Wenn die Schale von Erzeugenden begrenzt wird, und außerdem die Membrankräfte  $n\xi$  und  $n\eta$  hier gleich Null gesetzt werden dürfen (nachgiebige Randglieder), folgt ferner aus den ersten beiden Gleichungen (6), daß in allen Punkten der Schale diese Kräfte Null sind.

Eine konstante Belastung je horizontale Flächeneinheit wird durch eine Hyparschale mit vertikaler Achse und konstanter Dicke somit in der Form von konstanten Schubspannungen entlang den Erzeugenden auf die Randglieder übertragen. Die Schale ist dann nahezu eine Schale gleichen Widerstands; dies be-

deutet, daß, wenn in einem Punkt der Schale die Spannung den maximal zulässigen Wert erreicht, dies in sämtlichen Punkten der Fall ist. Da die Festigkeit des Materials dann überall voll ausgenutzt wird, leuchtet es ein, daß eine Konstruktion gleichen Widerstands einem Minimum an Materialverbrauch entspricht.



4

Gleichgewicht eines Schalenelements, unter Einführung von schießen projizierten Schnittkräften. Schnittkräfte sind Kräfte je Längeneinheit der Schale; die Komponenten der parallel zur Mittelebene der Schale wirkenden Schnittkräfte (Membranschnittkräfte) werden gewöhnlich mit  $n$  und  $\vartheta$  bezeichnet. Dividiert man eine Schnittkraft durch die Dicke der Schale, so erhält man offenbar eine Spannung (Kraft je Flächeneinheit).

Obiges kann noch anhand von Abbildung 5 erläutert werden. In ihr ist eine einfache Schalenform abgebildet, bestehend aus vier Quadranten, die jeweils einen Teil eines gleichseitigen Hypars bilden, mit Rippen als Randgliedern. Wie in einem der Quadranten mit gestrichelten Linien angegeben, befinden sich auf der Fläche Parabeln, die nach oben konvex sind, und solche, die nach oben konkav sind. Die ersten sind Druckparabeln, die letzteren Zugparabeln. Die Belastung der Schale wird nun zur Hälfte von den Druckparabeln und zur Hälfte von den Zugparabeln aufgenommen. Betrachtet man einen Punkt eines Randgliedes, in dem eine Zugparabel und eine Druckparabel zusammenkommen, so ergeben die Reaktionskräfte von beiden zusammen eine Schubkraft längs des Randgliedes, so daß die Rippen nicht senkrecht zu ihrer Längsrichtung belastet werden. Diese Art der Kraftübertragung findet auch dann statt, wenn die Hyparschalen nicht gleichseitig sind. Dadurch wird begreiflich, daß beim Philips Pavillon die Belastung größtenteils in Form von Druckkräften entlang den Rippen auf die Fußpunkte übertragen wird, und daß daher die ursprünglich notwendig erachteten vertikalen Unterstützungen der Spitzen zugunsten entbehrlich werden konnten.

Die hier beschriebene einfache Kraftverteilung gilt nur für eine gleichmäßig verteilte Belastung je horizontale Flächeneinheit, wie zum Beispiel eine Schneebelastung von konstanter Dicke in vertikaler Richtung.

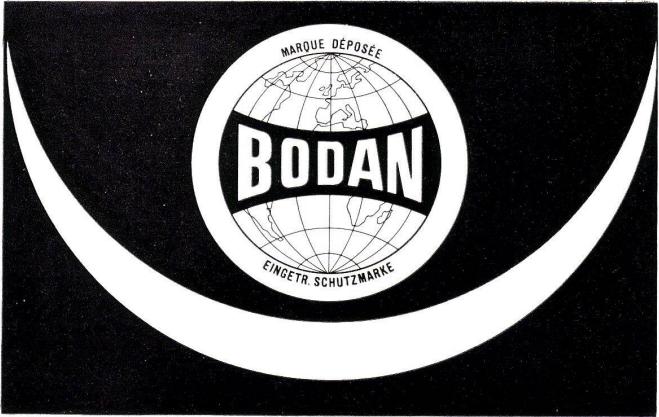
Für das Eigengewicht der Schale gilt die einfache Kraftverteilung nur näherungsweise. Beträgt dieses Gewicht je Flächeneinheit der Schale  $g$ , so wird die Schnittkraft  $\bar{\vartheta}$ , für eine Schale mit vertikaler Achse:

$$\bar{\vartheta} = -\frac{g}{2k} \sqrt{F} \quad (9)$$

wo

$$F = 1 + k^2 (\xi^2 + \eta^2 - 2\xi\eta \cos 2\varphi) \quad (10)$$

Bilden die Normalen der Schalenfläche keinen allzu großen Winkel mit der Achse ( $\leq 15^\circ$ ), so kann  $\bar{\vartheta} = 1$  gesetzt werden. Ferner findet man:



## Warum wurden BODAN-Lichtpausmaschinen und -apparate zu einem weltweiten Begriff?

- weil** erfahrene Fachleute sie nach dem letzten Stand der Technik aus der Praxis heraus für die Praxis entwickelten
- weil** sie dank einfacher Konstruktion störungsfrei arbeiten
- weil** sie durch geräuschlosen Gang und geruchlose Entwicklung überraschen
- weil** sie mit automatischer Entwicklernachfüllung, endlos gewobenen Transportbändern und rotierenden Glaszylin dern ausgerüstet sind
- weil** die neue automatische Bänderspannung jedes Verschieben des Pausgutes verunmöglicht. Resultat: wie gestochen scharfe Kopien
- weil** sie dank Gleichstrommotor mit konstantem Drehmoment belastungsunabhängig arbeiten
- weil** sie von 0 an stufenlos zu regulieren sind
- weil** die BODAN-Reihe für jedes Unternehmen, selbst den kleinsten Betrieb, die zweckdienlichste und damit rationellste Maschine bereit hat
- und nicht zuletzt
- weil** sie sich als schweizerische Qualitätserzeugnisse ausnehmend preisgünstig halten
- 10 verschiedene Modelle mit einer Leistung von 55–450 cm pro Minute

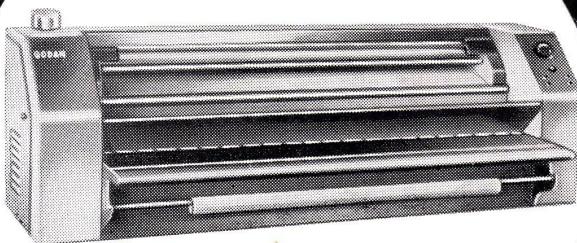
Verlangen Sie bitte unverbindlich eine Gratis-Probestellung in Ihren Betriebsräumen

### BODAN-Erzeugnisse bereichern Ihren Betrieb!

Fabrik für Lichtpausmaschinen und Fotokopierapparate

**Karl Müller AG Roggwil TG / Schweiz Tel. 071/4 83 77**

### BODAN-Rapid 1



Papierdurchlaß 110 cm, Leistung pro Min. 40–130 cm, Max. Geschwindigkeit pro Min. 0–180 cm, Lichtquelle 4 x 65 Watt mit Reflektor, Anschluß 220 Volt, 2 Ampère, Stromverbrauch 300 Watt, Länge 170 cm, Tiefe 50 cm, Höhe 54 cm, Gewicht 137 kg.

$$\left. \begin{aligned} n\xi &= -\frac{g}{2k} \cos 2\varphi \sqrt{\Phi} + \\ &+ \frac{1}{2} g \eta \sin^2 2\varphi \ln [\sqrt{\Phi} + k\xi - k\eta \cos 2\varphi] + \\ &+ f_1(\eta), \\ n\eta &= -\frac{g}{2k} \cos 2\varphi \sqrt{\Phi} + \\ &+ \frac{1}{2} g \xi \sin^2 2\varphi \ln [\sqrt{\Phi} + k\eta - k\xi \cos 2\varphi] + \\ &+ f_2(\xi). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

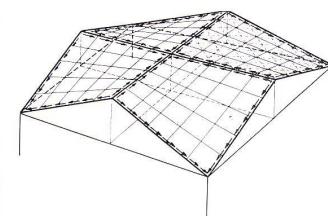
Die Integrationsfunktionen  $f_1(\eta)$  und  $f_2(\xi)$  müssen aus den Randbedingungen bestimmt werden.

In dieser Weise kann man auch die Membrankräfte für eine konstante Belastung  $w$  je Flächeneinheit der Schale berechnen, die in jedem Punkte senkrecht zur Schale gerichtet ist. Eine derartige Belastung wird nämlich häufig als Windbelastung angenommen.

Man findet dann:

$$\vartheta = -\frac{w\Phi}{2k} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} n\xi &= wk(2\xi\eta - \xi^2 \cos 2\varphi) + f_3(\eta), \\ n\eta &= wk(2\xi\eta - \eta^2 \cos 2\varphi) + f_4(\xi), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$



5 System von vier gleichseitigen Hyparschalen bei voller Belastung, die gleichförmig je horizontale Flächeneinheit verteilt ist. Die Pfeile geben die Schubkräfte an, wie sie auf die steifen Randglieder übertragen werden.

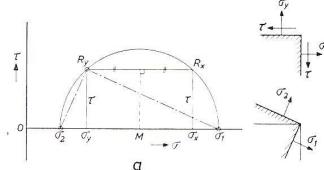
Aus den obigen Formeln sieht man, daß, im Gegensatz zu einer Schneebelastung, sowohl bei Belastung durch Eigengewicht als auch durch Wind, die Schnittkräfte  $d$  nicht mehr konstant sind, und daß jetzt auch die Schnittkräfte  $n$  eine Rolle zu spielen beginnen.

Hat man die projizierten Schnittkräfte  $\bar{n}\xi$  und  $\bar{n}\eta$  berechnet, so sind durch die Beziehungen (5) auch die wirklichen Schnittkräfte  $n\xi$  und  $n\eta$  bekannt. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß (siehe Abb. 4):

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\partial z / \partial \xi)^2}} \\ \cos \beta &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\partial z / \partial \eta)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

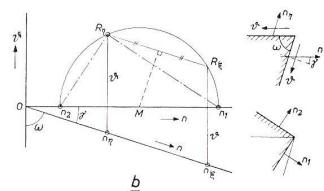
Die minimal erforderliche Vorspannung findet man, wenn der Kreis die  $\delta$ -Achse berührt und wenn man gleichzeitig die neuen Punkte  $R\xi''$  und  $R\eta''$  die auf der gleichen schießen Geraden wie  $R\xi$  und  $R\eta$  liegen, zusammenfallen läßt; der Kreis berührt dann auch diese schieße Gerade (im Punkt  $R'$ ). Der Mittelpunkt  $M'$  des Kreises wird daher auf der Winkelhalbierenden dieser schießen Geraden und der  $\delta$ -Achse gefunden. Man ersieht aus der

Abbildung, daß die Vorspannung die Druckschnittkräfte  $n\xi + \delta$  und  $n\eta + \delta$  verursachen muß, und daß der Spannungszustand dann umgewandelt wird in eine einachsige Druckspannung (eine der Hauptspannungen ist Null), mit einer Hauptschnittkraft  $On_3$ , die in der Richtung  $R'n_3$  wirkt, das heißt in Richtung der genannten Winkelhalbierenden.



6 a

Konstruktion des Mohrschen Spannungskreises für einen ebenen Spannungszustand, zur Ermittlung der Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  in einem bestimmten Punkt aus den Normalspannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  und aus der Schubspannung  $\tau$  in zwei zueinander senkrechten Flächenelementen in diesem Punkt. Man trägt  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  auf der  $\sigma$ -Achse auf und senktreht dazu  $\tau$ , was die Punkte  $R_x$  und  $R_y$  ergibt. Der durch  $R_x$  und  $R_y$  gehende Kreis, dessen Mittelpunkt  $M$  auf der  $\sigma$ -Achse liegt, liefert die Punkte  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ . Die Abstände  $O\sigma_1$  und  $O\sigma_2$  stellen die Größe der Hauptspannungen dar, die in den Richtungen  $R_x\sigma_1$  bzw.  $R_y\sigma_2$  wirken.

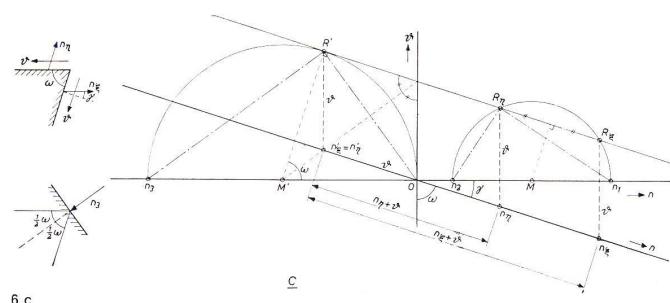


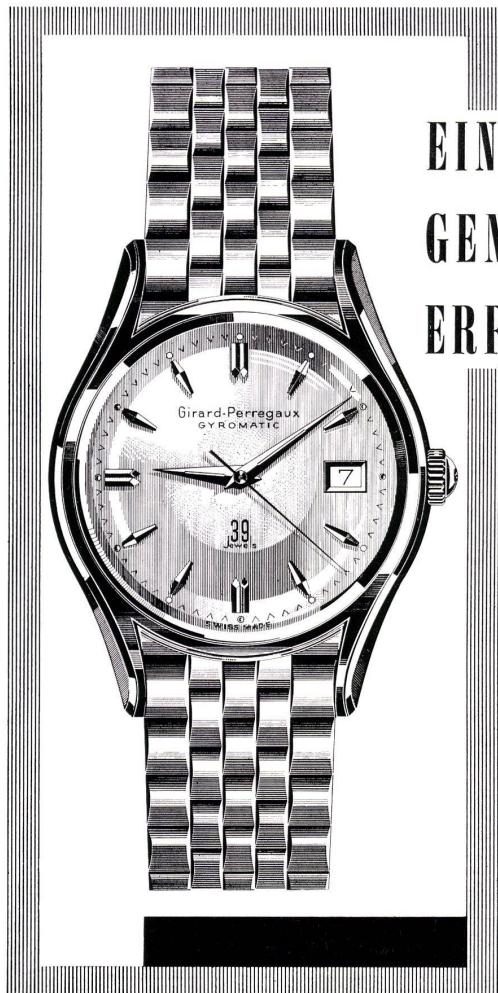
b

Änderung der Mohrschen Konstruktion, um von den Spannungen (oder, da es sich hier um einen Membranspannungszustand handelt: von den Schnittkräften  $n\xi$  und  $n\eta$ ; siehe Abbildung 4) ausgehen zu können, die nach den beiden durch einen Punkt des Hypars gehenden Erzeugenden gerichtet sind. Die Flächenelemente, in denen diese Spannungen wirksam sind, stehen also nicht senkrecht aufeinander, sondern bilden einen Winkel  $w$ . Man trägt  $n\xi$  und  $n\eta$  auf einer Achse auf, die einen Winkel  $w$  mit der  $\delta$ -Achse bildet, und zeichnet in den gefundenen Punkten  $\vartheta$  parallel zur  $\delta$ -Achse, was die Punkte  $R\xi$  und  $R\eta$  liefert. Der durch  $R\xi$  und  $R\eta$  gehende Kreis, dessen Mittelpunkt  $M$  auf der  $n$ -Achse liegt, liefert die Punkte  $n_1$  und  $n_2$ . Die Abstände  $On_1$  und  $On_2$  geben die Größe der Hauptschnittkräfte an, die in den Richtungen  $R\xi n_1$  bzw.  $R\eta n_2$  wirksam sind.

6 c

Wünscht man einen Spannungszustand zu erhalten, in dem keine Zugspannungen auftreten, so muß man durch äußere Kräfte den Mohrschen Spannungskreis derart verschieben, daß er ganz links von der  $\delta$ -Achse zu liegen kommt. Man kann dies mit Vorspannungskabeln bewirken, die man gemäß den Erzeugenden des Hypars verlegt, und muß dann die gemäß  $n\xi$  und  $n\eta$  gerichteten Vorspannungsschnittkräfte (Druckkräfte) von den Punkten  $n\xi$  bzw.  $n\eta$  auf der gleichen schießen Achse nach links auftragen.





## EINE GENIALE ERFINDUNG

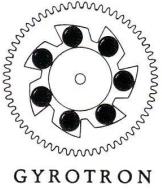
Automatisch  
Wasserdicht  
Stoßgesichert  
  
Mit Datum  
Edelstahl 255,-  
Gold 18 Kt. 685,-  
Mit Goldband 2090,-  
  
Ohne Datum  
Edelstahl 237,-  
Gold 18 Kt. 665,-

**GIRARD-PERREGAUX**  
Uhren von Weltruf seit 1791

## 39 Rubine

das ist die exklusive Bezeichnung für die erste automatische Uhr mit Gyrotron-Funktion. Die Gyrotronen (Rubinen-Rollager) reagieren auf die kleinste Armbewegung. Deshalb weist die neue Girard-Perregaux «39 Rubine» eine unerwartet hohe Gangreserve auf.

Das Gyrotron arbeitet ohne Stöße, ohne Reibung, ohne Verschleiss. Sein Rubinen-Rollager ersetzt auf geniale Weise die früheren, eher komplizierten automatischen Aufzugsysteme.



Lassen Sie sich diese interessante Neuheit beim offiziellen Girard-Perregaux Vertreter unverbindlich zeigen:

**BARTH**

Bahnhofstrasse 94

Zürich

Zur Beurteilung der Festigkeit einer Konstruktion müssen schließlich aus den wirklichen Schnittkräften für eine Anzahl hervorstechende Punkte der Schale die Haupt schnittkräfte<sup>6</sup> nach Größe und Richtung bestimmt werden. Hierzu ist es noch erforderlich, im betrachteten Punkt den Winkel  $\omega$  zwischen den Erzeugenden (siehe Abb. 4) zu kennen. Dieser kann mit Hilfe nachstehender Formel berechnet werden:

$$\cos \omega = \frac{(\delta z / \delta \xi)(\delta z / \delta \eta) + \cos 2\varphi}{\sqrt{[1 + (\delta z / \delta \xi)^2][1 + (\delta z / \delta \eta)^2]}} \quad (15)$$

Da man es hier mit schiefen Schnittkräften bzw. Spannungen zu tun hat, muß die gebräuchliche Kreiskonstruktion nach Mohr etwas geändert werden. In Abbildung 6a ist die gewöhnliche Konstruktion nach Mohr für einen ebenen Spannungszustand gegeben; mit ihr bestimmt man aus den Normalspannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  und der Schubspannung  $\tau$  – wirksam in zwei zueinander senkrechten Flächenelementen, beide senkrecht zur spannungslosen Ebene – die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  nach Richtung und Größe. Abbildung 6b zeigt die geänderte Konstruktion, um aus den schiefen Schnittkräften  $n_x$ ,  $n_y$  und  $\theta$  – wirksam in zwei Flächenelementen, die einen spitzen Winkel  $\omega$  miteinander bilden – die Haupt schnittkräfte  $n_1$  und  $n_2$  nach Richtung und Größe zu bestimmen.<sup>7</sup>

Weiterhin kann man dann in der Mittel ebene der Schale zwei Kurvenscharen zeichnen, welche die Eigenschaft besitzen, daß in jedem Schnittpunkt die beiden Tangenten an die betreffenden Kurven die Richtungen der Haupt schnittkräfte  $n_1$  und  $n_2$  in jenem Punkt angeben. Diese Kurven sind die Haupt schnittkrafttrajektorien; man nennt sie auch Hauptspannungstrajektorien, da ja die Schnittkraft geteilt durch die Dicke der Schale die Spannung ergibt.

Vergewichtet man vorgespannten Beton, so erhebt sich unter andern die Frage, welche Spannkräfte man in den Kabeln (verlegt in Richtung der Erzeugenden) mindestens anzubringen hat; mit anderen Worten, welche Schnittdruckkräfte man in der  $\xi$ - bzw. in der  $\eta$ -Richtung dem Spannungszustand mindestens überlagern muß, damit in keinem einzigen durch den betrachteten Punkt gehenden Flächenelement noch eine Zugspannung auftritt. Die graphische Lösung dieses Problems ist in Abbildung 6c angegeben.

### Randstörungen

Wie bereits oben erwähnt, kann die Schale in der Nähe der steifen Randglieder nicht ungestört die Formänderungen erfahren, welche dem Membranspannungszustand entsprechen. Denkt man sich nämlich das Randglied von der Schale gelöst, so daß diese Formänderungen ungehindert stattfinden können, so würden Schalenrand und Randglied sich nachher nicht mehr passend aneinanderfügen. Letzteres kann man nur erreichen, wenn das Randglied Kräfte (Normal-, Schub- und Querkräfte) und Momente (Biege- und Torsionsmomente) auf dem Schalenrand ausübt, und umgekehrt die Schale entgegengesetzte Kräfte und Momente auf das Randglied derart, daß die damit einhergehenden zusätzlichen Formänderungen eine vollkommene Anpassung ermöglichen. Die Berechnung dieser Randstörungen, die dem Membranspannungszustand überlagert werden müssen, gehört zu den

<sup>6</sup> Analog definiert als die Hauptspannungen in der zweidimensionalen Spannungslehre, nämlich als die Schnittkräfte in solchen Flächenelementen, in denen keine Schubkräfte, sondern nur Normalkräfte vorhanden sind (dies sind dann gleichzeitig die größten und kleinsten im betrachtenden Punkt auftretenden Schnittkräfte).

<sup>7</sup> C. G. J. Vreedenburgh, Hyparschalen, bearbeitet von W. Grijm, Centr. Comm. Studiebelangen, Delft 1954, Seite 17-26.

schwierigsten Problemen der Schalentheorie.

Ersetzt man die Hyparschale in einem kleinen Bereich durch eine Schiebungsfläche von Kreisen mit den Radien  $r_1$  und  $r_2$ , so gilt bei schwachen Krümmungen für das Randstörungsproblem (näherungsweise) folgende Differentialgleichung:

$$\Delta \Delta \Delta \Delta w = -\frac{D}{K} (1 - v^2)$$

$$\left[ \frac{1}{r_2^2} \frac{\delta^4 w}{\delta x^4} - \frac{2}{r_1 r_2} \frac{\delta^4 w}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{1}{r_1^2} \frac{\delta^4 w}{\delta y^4} \right] \quad (16)$$

Hierin ist:

$w$  = Verlagerung eines Schalenpunktes in Richtung der Normalen,

$$\Delta = \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2}, \quad D = \frac{E \delta}{1 - v^2}$$

$$K = \frac{E \delta^3}{12(1 - v^2)}$$

$\delta$  = Schalendicke,  
 $E$  = Elastizitätsmodul,  
 $v$  = Poissonsche Querzahl.

Die Größen  $D$  und  $K$  stellen die Dehnungssteifigkeit bzw. Biegungssteifigkeit der Schale dar.

Ist  $w$  bekannt, so kann die gesamte Kraftverteilung bestimmt werden. Man findet, daß die von den Randpunkten ausgehenden Störungen stets aus der Überlagerung zweier Wellen bestehen, die beide in vielen Fällen schnell abklingen, so daß in gewisser Entfernung von den Randgliedern kaum noch etwas von den Randstörungen zu bemerken ist.

Unter anderm wegen der Tatsache, daß eine Berechnung nach Gleichung (16) überaus schwierig ist und bei komplizierteren Randbedingungen, wie sie beim Phillips Pavillon herrschen, sogar undurchführbar, erscheint uns die folgende näherungsweise Berechnung zur Bestimmung der Größenordnung der Randstörungen in Hyparschalen für die Praxis durchaus genügend. Diese Rechenmethode basiert auf der Tatsache, daß eine Schale, was die Biegungserscheinungen betrifft, verglichen werden kann mit einer Platte auf elastischer Unterlage. Denkt man sich also einen Streifen der Hyparschale senkrecht zum Randglied, so verhält sich dieser Streifen annähernd wie ein Träger auf elastischer Unterlage. Sind die Hauptkrümmungen der Hyparschale im betrachteten Randpunkt  $k_1$  bzw.  $k_2$ ,<sup>8</sup> so beträgt die Bettungskonstante für den äquivalenten Träger auf elastischer Unterlage ungefähr:

$$c = E \delta (k_1^2 + k_2^2). \quad (17)$$

(Unter der Bettungskonstante einer elastischen Unterlage versteht man den Gegendruck je Flächeneinheit, der je Einheit der Zusammensetzung entsteht. Je größer  $c$ , um so größer die Bettungssteifigkeit.) Der Verlauf der Randstörung, nunmehr ausschließlich bestimmt durch das Biegemoment  $m$  und die Querkraft  $q$  (beide je Längeneinheit der Schale), kann nun in einfacher Weise berechnet werden. Es ergibt sich, daß man den Verlauf der Randstörungen durch eine «Wellenlänge» und eine «Dämpfung» beschreiben kann, die beide durch eine charakteristische Länge bestimmt werden:

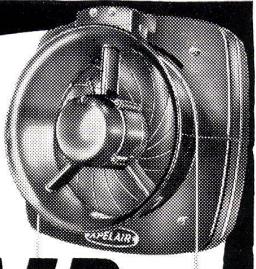
$$\lambda = \frac{0.76 \sqrt{\delta}}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} \quad (18)$$

Man kann annehmen, daß in einer Entfernung von ungefähr  $3.5\lambda$  vom Rand der Einfluß der Störung vernachlässigt werden kann. Aus (18) sieht man, daß die Störungsbereiche um so kleiner sind, je geringer die Schalendicke und je größer die Hauptkrümmungen (d. h. je kleiner die Hauptkrümmungsradien).

Kann die Befestigung der Schale im Randglied als völlig starre Einspannung angesehen werden, so verlaufen das Rand-

<sup>8</sup> Bei einem hyperbolischen Paraboloid fallen die Hauptkrümmungsrichtungen in einem bestimmten Punkt zusammen mit den beiden Winkelhalbierenden der bei den durch diesen Punkt gehenden Erzeugenden.

VON FACHLEUTEN  
ALS FÜHRENDE  
ANERKANNTE!



## XPELAIR MIT IRIS-VERSCHLUSS

In den letzten Jahren weiter vervollkommen . . . heute das Beste, was man sich denken kann:

- ▲ Dank Irisverschluss in Ruhestellung vollständige Abdichtung gegen aussen.
- ▲ Vibrationsfrei, ruhig laufender, vollständig gegen Oel- und Fett-dämpfe abgedichteter Spezialmotor mit kleinstem Stromverbrauch.

### Hauptverwendungszwecke:

- Bei bestehenden Bauten und wo der Platz fehlt einfacher Einbau in Fensterscheiben.
- Bei Neubauten leichte Montage in Fenster, dünne Wände oder dicke Mauern.

### WICHTIG:

1. Im Preis inbegripen sind eingebauter Schalter, Irisverschluss und Nylon-kordeln zum Ein- und Ausschalten.
2. Drei formschöne Modelle für 210, 310, 425 und 850 m³/h Förderleistung.

SEV-geprüft

37

A. WIDMER AG., ZÜRICH 1 Talacker 35, Tel. (051) 23 03 11

AWAG

störungsmoment  $m$  und die Randstörungsquerkraft  $q$ , beide je Längeneinheit der Schale, als Funktion der Entfernung  $x$  zum Rand gemäß den Kurven in Abbildung 7 (die Belastung der Schale senkrecht zu deren Fläche ist  $p$ ). Man sieht aus den ins Diagramm eingeschriebenen Formeln, daß jede Störung jetzt als eine einzige gedämpfte Welle verläuft, die man als die Resultierende der beiden Wellen betrachten kann, die Gleichung (16) entsprechen. Die Dämpfung ist um so stärker, je kleiner die charakteristische Länge  $\lambda$  ist. In diesem Fall einer starren Einspannung am Rande wird das negative Einspannungs-Schnittmoment:

$$m_0 = \frac{1}{2} p \lambda^2, \quad (19)$$

und die Auflagerreaktion je Längeneinheit (= die Schnittquerkraft an der Einspannstelle):

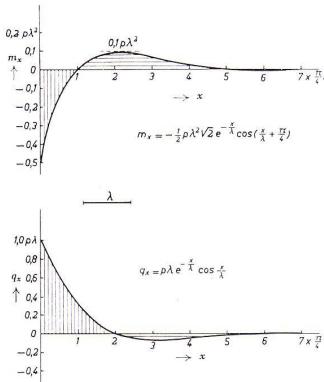
$$q_0 = p \lambda. \quad (20)$$

Ist die Schale am Rande scharnierend gelagert, so wird die Auflagerreaktion:

$$q_0 = \frac{1}{2} p \lambda, \quad (21)$$

und das maximale (positive) Schnittmoment, das in einer Entfernung 0,785  $\lambda$  vom Randglied auftritt:

$$m = 0,16 p \lambda^2 \quad (22)$$



Verlauf der Randstörungen  $m$  (Biegemoment je Längeneinheit der Schale) und  $q$  (Querkraft je Längeneinheit der Schale) bei Einspannung der Schale in einem völlig steifen Randglied.  $\lambda$  ist die charakteristische Länge. In einer Entfernung  $x = 3,5 \lambda = 4,5 \times (\pi/4) \lambda$  vom Rande ist die Störungswelle praktisch abgeklungen.

Kann das Randglied selbst noch eine Formänderung erfahren, so kann nötigenfalls deren Einfluß ebenfalls in der Rechnung berücksichtigt werden.

Mit Hilfe der Formeln (19) und (22) ist es möglich, für eine beliebige Schale die Größenordnung der Randstörungsmomente zu bestimmen. Werden diese Momente zu groß, so muß die Schale in den kritischen Punkten verstärkt werden. Bei Schalen aus bewehrtem Beton kann man sich in vielen Fällen mit der Einfügung zusätzlicher Bewehrungsstäbe begnügen. Reicht diese Maßnahme nicht aus, so ist auch die Schalendicke größer zu wählen. Mit Hilfe der Formeln (20) und (21) kann man berechnen, welcher Teil der Gesamtschalenbelastung durch Biegung auf die Randglieder übertragen wird. Offenbar wird dann der übrige Teil in Form von Membrankräften von der Schale aufgenommen.

Die hier angegebenen Formeln und insbesondere Formel (8) bildeten die Grundlage für die theoretische Analyse der Kraftverteilung, wie sie im Philips Pavillon ungefähr zu erwarten war, sowie für die vorläufige Dimensionierung der Rippen und Schalenwände, die auch für die Modelluntersuchung zugrunde zu legen war. Vollständigkeitshalber sei in diesem Zusammenhang noch erwähnt, daß vor kurzem im Stevin-Laboratorium in Delft die

Brauchbarkeit von Formel (19) bei einem großen Modellversuch mit einer Hyparschale aus bewehrtem Beton gemäß Abbildung 5 experimentell nachgewiesen worden ist.

### Stabilität gegen Beulung und Durchschlag

Es ist eine bekannte Tatsache, daß doppelt gekrümmte Schalen viel stabiler gegen Beulung sind als zylindrische Schalen. Zur Schätzung der Beulungsbelastung  $p_k$  (d. h. die senkrecht auf die Schalenoberfläche wirkende Belastung, bei der die Schalenwand gerade im Begriff steht, sich auszubiegen) einer Hyparschale kann man die Theorie von Wansleben<sup>9</sup> anwenden. Man findet dann:

$$p_k = \frac{2 E \delta^2}{\sqrt{3(1-v^2)}} k_1 k_2 \quad (23)$$

worin  $k_1$  und  $k_2$  die absoluten Werte der örtlichen Hauptkrümmungen darstellen. Wenn  $k_1 = k_2$ , geht (23) über in die Formel für die Kugelschale nach Zoelly. Bezuglich einer strengeren Berechnung der Beulungsbelastung einer gleichseitigen Hyparschale sei verwiesen auf eine Arbeit von Ralston.<sup>10</sup>

Aus Formel (23) ist ersichtlich, daß mit wachsenden Krümmungen die Beulungsbelastung zunimmt bzw. die Beulungsgefahr abnimmt. Beim Philips Pavillon mußte somit vor allem der Stabilität derjenigen Teile Aufmerksamkeit geschenkt werden, an denen die Krümmungen sehr gering waren. Wie jedoch auch aus Formel (23) hervorgeht, kann man die Beulungsgefahr einer Schale dadurch wesentlich vermindern, daß man die Schalendicke größer wählt. Jedenfalls aber wird man bei Anwendung dieser Formel einen erheblichen Sicherheitskoeffizienten einrechnen müssen; dies ist übrigens auch wegen dem möglichen Vorhandensein von Formfehlern der Schale notwendig. Die theoretische Untersuchung der Stabilität von Schalen ist nicht einfach, vor allem dann nicht, wenn man neben der Beulung auch die Möglichkeit eines Durchschlags berücksichtigen möchte. Bei Durchschlag kann die Schale plötzlich eine neue Gleichgewichtslage einnehmen, wobei Verlagerungen von endlicher Größe auftreten. Die gebräuchliche Theorie, bei der nur unendlich kleine Formänderungen vorausgesetzt werden, ist dann nicht mehr anwendbar; man benutzt dann statt dessen die sogenannte Theorie zweiter Ordnung. Wir glauben, daß bezüglich der Durchschlagsgefahr, die naturgemäß ernster ist als die Beulungsgefahr, eine Hyparschale ihrer Sattelform wegen günstiger sein dürfte als die kugelförmige Schale. Obgleich dies theoretisch noch nicht bewiesen ist, findet unsere Vermutung eine gewisse Bestätigung in der besonders hohen Stabilität, die im Verlaufe der im dritten Artikel dieser Reihe beschriebenen Modellversuche beobachtet wurde.

Die Fortsetzung der beiden Beiträge: «Modelluntersuchung für den Bau des Pavillons» und «Konstruktion des Pavillons in vorgespanntem Beton» folgt in der nächsten Ausgabe Nr. 8, August 1959.

## Normen vereinfachen und verbilligen das Bauen



# Göhner Normen

die beste  
Garantie für Qualität

Ernst Göhner AG, Zürich  
Hegibachstrasse 47  
Telefon 051 / 24 17 80  
Vertretungen in  
Bern, Basel, St.Gallen, Zug,  
Biel, Genève, Lugano

Fenster 221 Norm-Typen,  
Türen 326 Norm-Typen,  
Luftschutzfenster + -Türen,  
Garderoben-+ Toilettenschränke,  
Kombi-Einbauküchen,  
Carda-Schwingflügelfenster.

Verlangen Sie unsere Masslisten  
und Prospekte. Besuchen  
Sie unsere Fabrikausstellung.

G1

<sup>9</sup> K. Girkmann, Flächentragwerke, Springer Wien, 4. Auflage, 1956, S. 516-529.

<sup>10</sup> A. Ralston, On the problem of buckling of a hyperbolic paraboloidal shell loaded by its own weight, J. Math. Phys. 35, 53-59, 1956.