Zeitschrift: Bauen + Wohnen = Construction + habitation = Building + home : internationale Zeitschrift

Herausgeber: Bauen + Wohnen

Band: 13 (1959)

Heft: 7: Kunststoff, Holz = Matière synthétique, bois = Synthetic material, wood

Artikel: Der Philips-Pavillon an der Brüsseler Weltausstellung. Teil II, Die Hypparschale und ihre mechanischen Eigenschaften

Autor: Vreedenburgh, C.G.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-330075

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

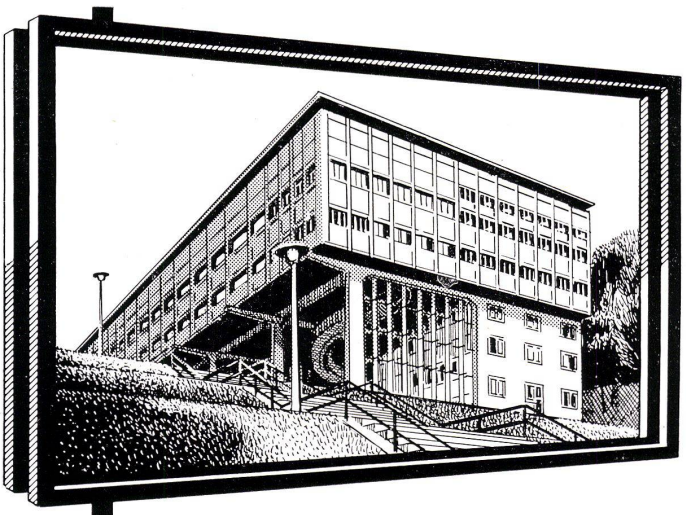
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch



Brown-Boveri entschied sich für

isolierende Doppelverglasung

THERMOPANE

auf Grund folgender Hauptvorteile: Wirksame Wärmeabschirmung im Sommer, ideale Wärme-Haltung im Winter. Starke Schall-Isolation. Kein Anlaufen der Scheiben. Viel weniger Reinigungskosten.

Hunderttausende von Fenstern in allen Ländern montiert.

GLAVER Belgien liefert ausserdem sämtliche Sorten von Spezialglas und Gussglas. Alle Auskünfte durch Ihren Grossisten oder die Generalvertretung

JAC. HUBER & BÜHLER

Biel 3, Mattenstr. 137, Telephon 032 . 38833

15

Referenzliste

Aarau	Schweizerische Rentenanstalt
Altdorf	Dätwyler AG., Schweizerische Draht-, Kabel- und Gummiwerke
Arbon	AG. Adolf Saurer
Baden	Brown, Boveri & Co. AG. (Gemeinschaftshaus Martinsberg)
Basel	Sandoz S.A., Chemische Fabrik (div. Neubauten)
	Ciba AG., Chemische Fabrik (div. Neubauten)
	Bürohochhaus der J.R.Geigy AG. und diverse Neubauten
	Laborgebäude der F. Hoffmann-La Roche & Cie. AG.
Bern	Neubau Tobler AG.
	Neubau Dr. Wander AG.
Boncourt	F. J. Burrus & Co.
Dulliken	Schuhfabrik HUG
Frauenfeld	Schweizerische Bankgesellschaft
Gelterkinden	C. F. Bally AG., Schuhfabrik
Genève	Tavaro S.A., 1–5 Avenue Châtelaine
	Centre Européen de Recherches Nucléaires «CERN»
	B.I.T., Bureau International du Travail
Grenchen	Parktheater
Kloten	Flughafen, Anbau an Hangar I
Lausanne	Assurance «La Suisse»
	Hôpital de Cery
Menziken AG	Aluminium AG.
Neuchâtel	Suchard S.A., bâtiment «Sugus»
Olten	Kantonsspital
Schaffhausen	IWC, Uhrenfabrik
Winterthur	Gebr. Sulzer AG.
Würenlingen	Atomreaktor AG.
Zürich	Kinderspital
	Aluminium-Industrie AG., Chippis (AIAG)
	Neubau Waltisbühl, Bahnhofstraße

mehr, die nicht einen Teil der Wandflächen bilden. Um die dritte Spitze, die sehr stark geneigt ist, besser zu unterstützen, wurde noch das Hyppar C an seiner Basis statt konkav konvex gestaltet, und schließlich wurden die beiden dreieckigen Öffnungen zum Teil durch neue Hypparflächen geschlossen, die sich an die bereits vorhandenen anschließen. In dieser Weise entstand die in den Konstruktionszeichnungen (Abb. 18 und 19) wiedergegebene endgültige Form des Pavillons. In dieser Form wurde der Pavillon vom Bauunternehmen «Strabed» errichtet.

Das in Abbildung 20 wiedergegebene Bild des Inneren wurde aufgenommen, bevor die Spanndrähte des Betons durch die Auskleidung der Wände dem Anblick entzogen waren. Dieses Bild gibt eine gute Vorstellung von der eigenartigen Raumwirkung des Gebäudes.

II. Die Hypparschale und ihre mechanischen Eigenschaften

C. G. Vreedenburgh

Etwa im Jahre 1935 wurden von Laffaille und Aimond die ersten Untersuchungen veröffentlicht über die Kraftverteilung in Hypparschalen – das sind gebogene, als hyperbolische Paraboloide geformte Wände, deren Dicke bezogen auf die Flächenabmessungen sehr gering ist.[1] [2])

Bis vor etwa einem Jahrzehnt zeigte man in der praktischen Bautechnik für diese neue Art von Schalen im Gegensatz zu kugelförmigen und zylindrischen Schalen wenig Interesse. Anscheinend konnte man sich an die Sattelform (entgegengesetzte Krümmungen in zwei zueinander senkrechten Richtungen) schwer gewöhnen, da diese Form mit der konventionellen Architektur unvereinbar erschien. Auch glaubte man, daß die praktische Ausführung sich teurer stellen würde als die der gebräuchlichen Schalen.

Inzwischen hat sich in dieser Beziehung manches geändert. Unter anderm durch die bahnbrechenden Arbeiten von Candela in den USA[3] und Hruban in der Tschechoslowakei[4] erkannte man immer deutlicher, daß die Hypparschalen nicht nur eine hohe Festigkeit und Stabilität besitzen, sondern sich daneben hervorragend zur Komposition reizvoller architektonischer Formen eignen, die mit verschiedenen Tendenzen der modernen Kunst wunderbar im Einklang stehen. In dieser Beziehung hat der im vorigen Artikel beschriebene Entwurf von Le Corbusier und Xenakis für den Philips Pavillon in Brüssel, der ganz aus hyperbolischen Paraboloiden aufgebaut ist, eindeutig bewiesen, daß sich in den Hypparschalen die architektonische Phantasie in großartiger Weise entfalten kann. Außerdem ist man im Hinblick auf die praktische Ausführung im Laufe der letzten Jahrzehnte zu der Erkenntnis gelangt, daß das hyperbolische Paraboloid sich sowohl in Holz wie in bewehrtem und in vorgespanntem Beton gerade besonders gut verwirklichen läßt, dank den beiden Geradenscharen (Erzeugenden), die auf dieser Fläche angegeben werden können.[5]

[1] B. Laffaille, Mémoire sur l'étude générale des surfaces gauches, Mém. Assoc. Int. Ponts et Charpentes 3, 295–332, 1935.

[2] F. Aimond, Etude statique des voiles minces en paraboloïde hyperbolique, Mém. Assoc. Int. Ponts et Charpentes 4, 1–112, 1936.

[3] F. Handela, Structural applications of hyperbolic paraboloidical shells, J. Amer. Concrete Inst., Title Nr. 51–20, Januar 1955, 397–415.

[4] K. Uruban, Obecné reseni zlabovych skorepin (Die allgemeine Theorie sattelförmiger Schalen), Technische Hochschule Brno, 1953.

[5] Ein neueres Beispiel für eine große, aus geleimtem Holz bestehende Hypparschale ist die Dachkonstruktion des Informationszentrums auf dem Place de Brouckère in Brüssel.

Die Hypparschale hat somit ihren Platz in der Baukunst gefunden und wird bereits an vielen Stellen und für verschiedene Zwecke angewendet. Die Tatsache, daß diese Bauform verhältnismäßig neu ist, sowie die größere geometrische Kompliziertheit der Sattelflächen hat allerdings zur Folge, daß der Baufachmann sich bei der praktischen Ausführung oftmals nicht ausschließlich auf bereits gesammelte Erfahrungen und auf sein Fingerspitzengefühl verlassen kann, sondern sich auf eine wissenschaftliche Untersuchung des zu erwartenden mechanischen Verhaltens des Bauwerkes stützen möchte. So ersuchte uns die Firma «Strabed» Ende Januar 1957 um Beratung bezüglich der Errichtung des Philips Pavillons.

Die Spannungszustände, die in einer derart komplizierten Kombination von Schalen und Rippen (angebracht in den Durchdringungen der Schalen) auftreten können, sind einer exakten Berechnung ganz und gar unzugänglich. Wir konnten daher der «Strabed» auf Grund theoretischer Erkenntnisse nur ganz im allgemeinen die Auskunft geben, daß der Entwurf uns realisierbar und die geplante Bauweise ausführbar erschien; für die zuverlässige Beantwortung einer Anzahl Fragen war jedoch – unter anderm auch wegen der kurzen verfügbaren Zeit – eine Modelluntersuchung das ausgewiesene Hilfsmittel. Diese Modelluntersuchung, ausgeführt in Rijswijk und in Delft von A. L. Bouma und F. K. Ligtenberg, wird im dritten Artikel dieser Serie beschrieben. Dennoch mag es für den interessierten Leser vielleicht erwünscht sein, auch zu zeigen, wie weit man mit einer Berechnung der allgemeinen Spannungszustände in Hypparschalen kommen kann und welcher Art die Schwierigkeiten sind, die in komplizierten Fällen zur Durchführung einer ergänzenden Modelluntersuchung zwingen.

Die Geometrie der Hypparschale

Zum Verständnis der auftretenden Kräfteverteilung in einer Hypparschale ist es notwendig, zunächst einiges über deren Geometrie zu rekapitulieren.

Bezogen auf ein rechtwinkliges Achsenkreuz $Oxyz$ (siehe Abb. 1) kann man die Gleichung des hyperbolischen Paraboloids am besten in folgender Form schreiben:

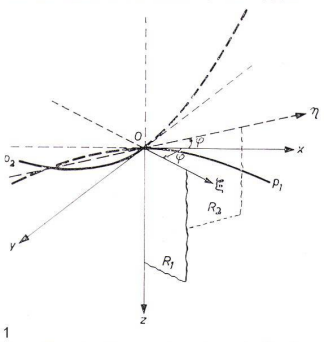
$$z = \frac{x^2}{2r_1} - \frac{y^2}{2r_2} \qquad (1)$$

O ist dann der Scheitel (oder Mittelpunkt) der Fläche, Oz die Achse, während xOz und yOz Symmetrieebenen sind, welche das Hyppar in den Parabeln p_1 bzw. p_2 schneiden. Die in (1) vorkommenden Größen r_1 und r_2 sind die Krümmungsradien der Parabeln p_1 und p_2 im Scheitel O.

Die Ebene xOy schneidet die Fläche in den Geraden $O\xi$ und $O\eta$, die man Richtlinien nennt. Die Achse Ox ist die Winkelhalbierende des Winkels 2φ zwischen diesen Richtlinien. Es gilt:

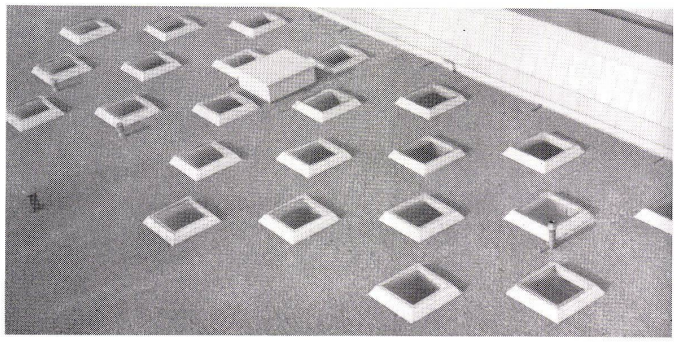
$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{r_2}}{\sqrt{r_1}} \qquad (2)$$

Bezogen auf das Achsensystem $O\xi\eta z$ (wobei die Achsen $O\xi$ und $O\eta$ im allgemeinen nicht senkrecht aufeinander stehen) lautet die Gleichung des Hyppars:

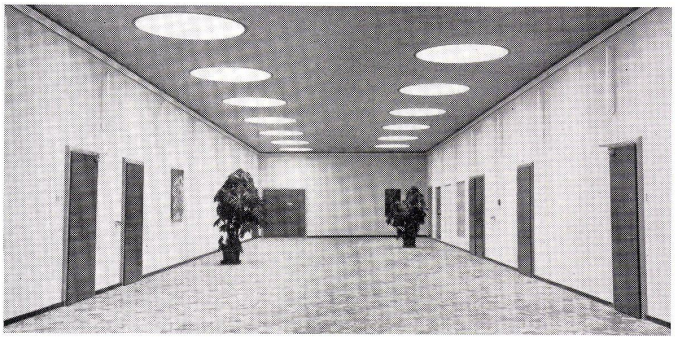


1
Zur Beschreibung des hyperbolischen Paraboloids. O = Scheitel, Oz = Achse; xOz und yOz sind die Symmetrieebenen; ξOz und ηOz sind die Richtebenen (R_1 und R_2), zu denen die beiden Scharen Erzeugenden der Fläche parallel verlaufen.

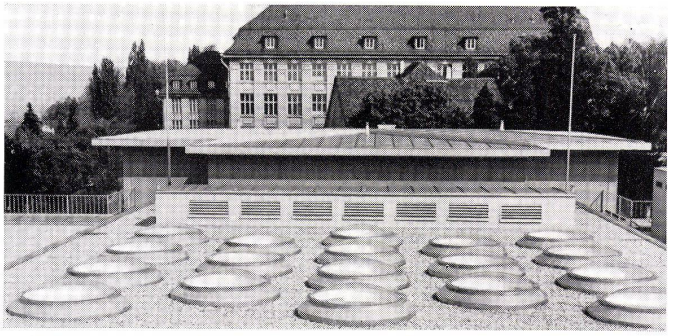
CUPOLUX **bewährt** in Industriebauten (IMAGO, Tages-Anz. Zürich)
— ermöglicht individuelle Lichtverteilung



CUPOLUX **geschätzt** im Schulhausbau (Neues Technikum Luzern)
— vermittelt ein angenehmes Freiluft-Gefühl



CUPOLUX **beliebt** in repräsentativen Räumen (Universität Zürich)
— Akryl-Glas ist witterungsbeständig, vergilbt nicht



CUPOLUX wird in 12 Standardgrößen und -Formen von 40 bis 220 cm vorfabriziert, technisch ausgereifte Konstruktion, absolut dicht, niedrige Wärmeleitwerte

Verlangen Sie unverbindlich Offerte, Referenzliste, Beratung, individuelle Lichtberechnungen, Prospekte und Preisliste

JAKOB SCHERRER SÖHNE

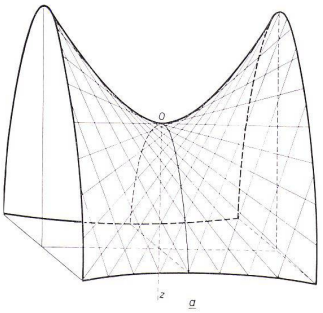
Allmendstraße 7 Zürich 2 Telefon 051 / 25 79 80

$$z = k\xi\eta \sin 2\varphi, \qquad (3)$$

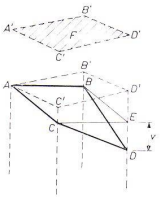
wenn

$$k = \frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}} \qquad (4)$$

Die beiden durch die Achse Oz und durch die Richtlinien $O\xi$ bzw. $O\eta$ gehenden Ebenen nennt man die Richtebenen R_1 und R_2 des Hyppars. Aus Gleichung (3) ist ersichtlich, daß alle parallel zu R_1 verlaufenden Ebenen das Hyppar in geraden Linien schneiden; das gleiche gilt für alle parallel zu R_2 liegenden Ebenen. Das hyperbolische Paraboloid enthält somit zwei Scharen von Erzeugenden. Die Geraden jeder dieser Scharen laufen sämtlich parallel zu der zugehörigen Richtebene, aber ihre Neigung ändert sich mit der Entfernung von dieser Ebene (siehe Abb. 2a).



2 a
Hyperbolisches Paraboloid mit den beiden Scharen Erzeugenden. O = Scheitel, Oz = Achse.



2 b
Teil eines hyperbolischen Paraboloids, begrenzt durch die vier Erzeugenden AB, CD, AC, BD. Die lineare Verzerrung ist v, die spezifische Verzerrung $v/F = k = 1/\sqrt{r_1 r_2}$.

Betrachtet man einen Teil der Fläche einer Hypparschale, begrenzt durch zwei Erzeugenden AB und CD der einen Schar und zwei Erzeugenden AC und BC der anderen Schar (siehe Abb. 2b), so ist sofort einzusehen, daß ein hyperbolisches Paraboloid auch dann erhalten wird, wenn eine Gerade (z. B. AC), welche zwei windschiefe Geraden schneidet (AB und CD), an diesen beiden Geraden entlang gleitend sich verlagert und dabei parallel zu einer gegebenen Ebene bleibt (im vorliegenden Fall zu der Richtebene, zu der AC und BD parallel sind).

Konstruiert man auf zwei aneinanderstoßenden Seiten (z. B. AB und AC) ein Parallelogramm, dessen vierter Eckpunkt mit E bezeichnet sei, so nennt man das Stück DE die lineare Verzerrung v der Hypparfläche $ABDC$; die Verbindungsgerade DE ist parallel zur Achse des hyperbolischen Paraboloids.

Projiziert man die Fläche $ABDC$ auf eine senkrecht zur Achsrichtung DE stehende Ebene und ist der Flächeninhalt dieser Projektion (Parallelogramm $A'B'D'C'$) = F, so nennt man das Verhältnis v/F die spezifische Verzerrung; diese Größe ist identisch mit der durch (4) definierten Größe k und konstant für jeden von vier Erzeugenden begrenzten Ausschnitt der Hypparschale. In der Praxis wird k gewöhnlich durch Berechnung der spezifischen Verzerrung bestimmt.

Schließlich kann das hyperbolische Paraboloid noch als eine Schiebungsfläche betrachtet werden. Kehren wir hierzu nach Abb. 1 zurück. Alle parallel zur Symmetrieebene xOz verlaufenden Ebenen schneiden die Fläche nach Gleichung (1) in Parabeln, die mit p_1 kongruent sind, während alle parallel zur Symmetrieebene yOz verlaufenden Ebenen Schnittkurven ergeben, die mit der Parabel p_2 kongruent sind. Man kann sich das Hyppar somit auch in der Weise entstanden denken, daß man die Parabel p_2 parallel zu sich selbst verschiebt, wobei ihr Scheitel entlang p_1 gleitet, oder indem man die Parabel p_1 parallel zu sich selbst verschiebt, wobei ihr Scheitel entlang p_2 gleitet.

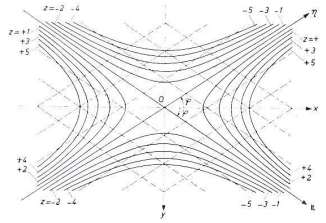
Läßt man eine Ebene $z = +c$ das Hyppar schneiden, so erhält man gemäß Gleichung (1) als Schnittkurve eine Hyperbel. Projiziert man diese auf xOy, so sind $O\xi$ und $O\eta$ die Asymptoten und Oy die imaginäre Achse. Läßt man eine Ebene $z = -c$ das Hyppar schneiden, so ist die projizierte Schnittkurve wieder eine Hyperbel mit den Asymptoten $O\xi$ und $O\eta$, jedoch mit Ox als imaginäre Achse.

Im Sonderfall $\varphi = 45°$ ($O\xi$ und $O\eta$ stehen in diesem Fall senkrecht aufeinander) werden diese Hyperbeln gleichseitig. Man nennt das Hyppar dann gleichseitig.

Projiziert man von einem beliebigen Hyppar eine Anzahl Hyperbeln (Höhenlinien) und eine Anzahl Erzeugende auf die Ebene xOy, so erhält man ein Bild wie in Abb. 3. Vollständigkeitshalber sei hier noch das einschalige Hyperboloid erwähnt, auf dessen Fläche ebenfalls zwei Scharen von Erzeugenden vorkommen. Diese Geraden verlaufen jedoch nicht parallel zu zwei Richtebenen, sondern parallel zu den Erzeugenden einer Kegelfläche, dem sogenannten Asymptotenkegel des Hyperboloids. Hierdurch wird die Berechnung der Kraftverteilung in der hyperboloidischen Schale viel komplizierter als für die Hypparschale.

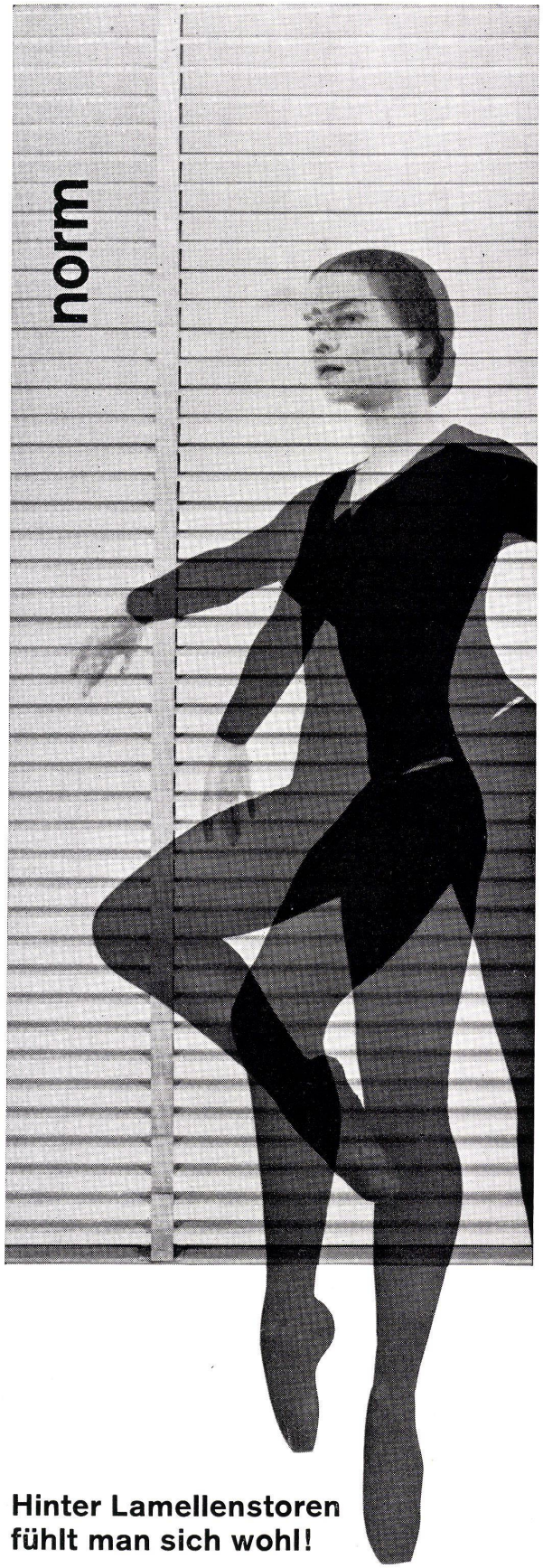
Die Membrantheorie der Hypparschale

Kräfte, die in der Mittelebene einer Platte oder Schale gelegen sind, nennt man Membrankräfte. (Unter Mittelebene versteht man den geometrischen Ort der Mitte der Dickenerstreckung in allen Punkten der Platte oder Schale). Im Gegensatz zur ebenen Platte, die keine senkrecht zur Plattenebene gerichtete Belastung in der Form von Membrankräften aufnehmen kann, ist dies bei einer gekrümmten Schale möglich. In solchen Fällen, in denen die



3
Hyperbolisches Paraboloid mit Höhenlinien (Hyperbeln) und Erzeugenden (gestrichelt), projiziert auf die Ebene xOy.

zugehörigen Formänderungen der Schale ungestört vonstatten gehen können, ist eine ausschließlich durch Membrankräfte erfolgende Kraftübertragung eine gute Näherung der wirklichen Kraftverteilung. Eine statisch mögliche Spannungsverteilung, bei der Biegung und Torsion vermieden werden (d. h. eine quasi-zweidimensionale Spannungsverteilung), ergibt nämlich in guter Näherung die kleinste Formänderungsarbeit in der Konstruktion. Man geht daher auch gewöhnlich so vor, daß man zunächst die Kraftverteilung in der Hypparschale nach der Membrantheorie berechnet. Anschließend wird man dann im allgemeinen, so gut es geht, Korrektionen vornehmen müssen wegen der Begrenzungen (Ränder) der Schale, wo die Formänderungen, die dem Membranspannungszustand entsprechen, nicht unbehindert auftreten können. Beim



Hinter Lamellenstoren fühlt man sich wohl!

Welches System und welche Einbauart Ihren Ansprüchen genügt, beurteilt am sichersten ein Fachmann der

Metallbau AG Zürich 9/47
Anemonenstrasse 40, Telefon 051/52 13 00

Philips Pavillon ist die Situation derart, daß an der Durchdringung jedes Paares von Hyppar flächen diese starr mit einer Rippe verbunden sind. Die Randbedingung ist hier die, daß die Formänderungen der Rippe die gleichen sein müssen wie die der anschließenden Schalenränder. Hierdurch entstehen sogenannte Randstörungen, die weiter unten betrachtet werden.

Die Differentialgleichungen für den Membranspannungszustand kann man am besten aufstellen durch Gleichgewichtsbetrachtung eines belasteten Elementes in den Richtungen ξ, η und z. Wir betrachten dazu ein Schalenelement, das von vier benachbarten Erzeugenden begrenzt ist; ihre Projektionen auf die (horizontale) Ebene $\xi O\eta$ bilden ein Elementar-Parallelogramm mit den Seiten $d\xi$ und $d\eta$ (siehe Abb. 4). Die Belastungskomponenten je horizontale Flächeneinheit der Schale in den Richtungen $O\xi$, $O\eta$ und Oz sind $p\xi$, $p\eta$ und pz. Die schiefen Membrankräfte je Längeneinheit (sog. Schnittkräfte, das Analogon zu den Spannungen in der Lehre von den Spannungszuständen) im Schalenelement sind $n\xi$, $n\eta$ und ϑ. Man führt ferner die projizierten Schnittkräfte ein:

$$\left.\begin{aligned} \overline{n\xi} &= n\xi \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \\ \overline{n\eta} &= n\eta \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \\ \overline{\vartheta} &= \vartheta \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Die Gleichgewichtsbedingungen in der ξ-, η- bzw. z-Richtung liefern dann folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\delta\overline{n\xi}}{\delta\xi} + \frac{\delta\vartheta}{\delta\eta} p\xi \sin 2\varphi = 0, \\ &\frac{\delta\overline{n\eta}}{\delta\eta} + \frac{\delta\vartheta}{\delta\xi} p\eta \sin 2\varphi = 0, \\ &2\delta \frac{\delta^2 z}{\delta\xi\delta\eta} + \left(pz - p\xi\frac{\delta z}{\delta\xi} - p\eta\frac{\delta z}{\delta\eta}\right) \\ &\sin 2\varphi = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Der in Klammern stehende Ausdruck ist die Komponente $\overline{p_z}$ der Belastung, wenn man diese nach der z-Richtung und der Tangentialebene im betrachteten Schalenpunkt zerlegt; man kann somit die dritte Gleichung von (6) auch wie folgt schreiben:

$$2\vartheta \frac{\delta^2 z}{\delta\xi\delta\eta} + \overline{p_z} \sin 2\varphi = 0 \qquad (7)$$

Eine sehr einfache Lösung bekommt man, wenn die Belastung in der z-Richtung je horizontale Flächeneinheit der Hyppar-schale in allen Punkten konstant ist, $= \overline{g}$, während $p\xi = p\eta = 0$. Aus Gleichung (3) folgt die rein geometrische Beziehung:

$$\frac{\delta^2 z}{\delta\xi\delta\eta} = k \sin 2\varphi$$

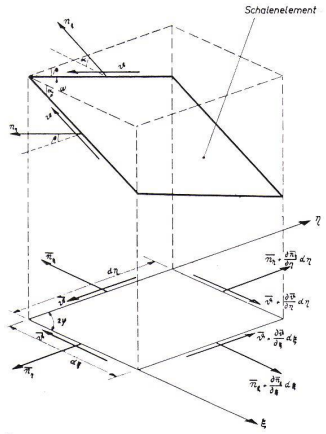
Gleichung (7) liefert somit für den Fall $\overline{p_z} = \overline{g}$:

$$\vartheta = -\frac{\overline{g}}{2k} = \text{konstant} \qquad (8)$$

Man ersieht aus dieser Formel, daß die Schnittkraft ϑ umgekehrt proportional k ist. Nach Gleichung (4) ist es somit günstig, die Krümmungsradien r_1 und r_2 möglichst klein zu wählen. Je stärker die Schalenkrümmung, um so günstiger ist die Spannungsverteilung.

Wenn die Schale von Erzeugenden begrenzt wird, und außerdem die Membrankräfte $n\xi$ und $n\eta$ hier gleich Null gesetzt werden dürfen (nachgiebige Randglieder), folgt ferner aus den ersten beiden Gleichungen (6), daß in allen Punkten der Schale diese Kräfte Null sind.

Eine konstante Belastung je horizontale Flächeneinheit wird durch eine Hyppar-schale mit vertikaler Achse und konstanter Dicke somit in der Form von konstanten Schubspannungen entlang den Erzeugenden auf die Randglieder übertragen. Die Schale ist dann nahezu eine Schale gleichen Widerstands; dies bedeutet, daß, wenn in einem Punkt der Schale die Spannung den maximal zulässigen Wert erreicht, dies in sämtlichen Punkten der Fall ist. Da die Festigkeit des Materials dann überall voll ausgenutzt wird, leuchtet es ein, daß eine Konstruktion gleichen Widerstands einem Minimum an Materialverbrauch entspricht.



4
Gleichgewicht eines Schalenelementes, unter Einführung von schiefen projizierten Schnittkräften. Schnittkräfte sind Kräfte je Längeneinheit der Schale; die Komponenten der parallel zur Mittelebene der Schale wirkenden Schnittkräfte (Membranschnittkräfte) werden gewöhnlich mit n und δ bezeichnet. Dividiert man eine Schnittkraft durch die Dicke der Schale, so erhält man offenbar eine Spannung (Kraft je Flächeneinheit).

Obiges kann noch anhand von Abbildung 5 erläutert werden. In ihr ist eine einfache Schalenform abgebildet, bestehend aus vier Quadranten, die jeweils einen Teil eines gleichseitigen Hyppars bilden, mit Rippen als Randgliedern. Wie in einem der Quadranten mit gestrichelten Linien angegeben, befinden sich auf der Fläche Parabeln, die nach oben konvex sind, und solche, die nach oben konkav sind. Die ersteren sind Druckparabeln, die letzteren Zugparabeln. Die Belastung der Schale wird nun zur Hälfte von den Druckparabeln und zur Hälfte von den Zugparabeln aufgenommen. Betrachtet man einen Punkt eines Randgliedes, in dem eine Zugparabel und eine Druckparabel zusammenkommen, so ergeben die Reaktionskräfte von beiden zusammen eine Schubkraft längs des Randgliedes, so daß die Rippen nicht senkrecht zu ihrer Längsrichtung belastet werden. Diese Art der Kraftübertragung findet auch dann statt, wenn die Hypparschalen nicht gleichseitig sind. Dadurch wird begreiflich, daß beim Philips Pavillon die Belastung größtenteils in Form von Druckkräften entlang den Rippen auf die Fußpunkte übertragen wird, und daß daher die ursprünglich notwendig erachteten vertikalen Unterstützungen der Spitzen zuguterletzt entbehrt werden konnten.

Die hier beschriebene einfache Kraftverteilung gilt nur für eine gleichmäßig verteilte Belastung je horizontale Flächeneinheit, wie zum Beispiel eine Schneebelastung von konstanter Dicke in vertikaler Richtung.

Für das Eigengewicht der Schale gilt die einfache Kraftverteilung nur näherungsweise. Beträgt dieses Gewicht je Flächeneinheit der Schale g, so wird die Schnittkraft ϑ, für eine Schale mit vertikaler Achse:

$$\vartheta = -\frac{g}{2k}\sqrt{\Phi} \qquad (9)$$

wo

$$\Phi = 1 + k^2(\xi^2 + \eta^2 - 2\xi\eta\cos 2\varphi) \qquad (10)$$

Bilden die Normalen der Schalenfläche keinen allzugroßen Winkel mit der Achse ($\leqq 15°$), so kann $\Phi = 1$ gesetzt werden. Ferner findet man:

MARQUE DÉPOSÉE
BODAN
EINGETR. SCHUTZMARKE

Warum wurden BODAN-Lichtpausmaschinen und -apparate zu einem weltweiten Begriff?

weil erfahrene Fachleute sie nach dem letzten Stand der Technik aus der Praxis heraus für die Praxis entwickelten

weil sie dank einfachster Konstruktion störungsfrei arbeiten

weil sie durch geräuschlosen Gang und geruchlose Entwicklung überraschen

weil sie mit automatischer Entwicklernachfüllung, endlos gewobenen Transportbändern und rotierenden Glaszylindern ausgerüstet sind

weil die neue automatische Bänderspannung jedes Verschieben des Pausgutes verunmöglicht. Resultat: wie gestochen scharfe Kopien

weil sie dank Gleichstrommotor mit konstantem Drehmoment belastungsunabhängig arbeiten

weil sie von 0 an stufenlos zu regulieren sind

weil die BODAN-Reihe für jedes Unternehmen, selbst den kleinsten Betrieb, die zweckdienlichste und damit rationellste Maschine bereit hat

und nicht zuletzt

weil sie sich als schweizerische Qualitätserzeugnisse ausnehmend preisgünstig halten

10 verschiedene Modelle mit einer Leistung von 55–450 cm pro Minute

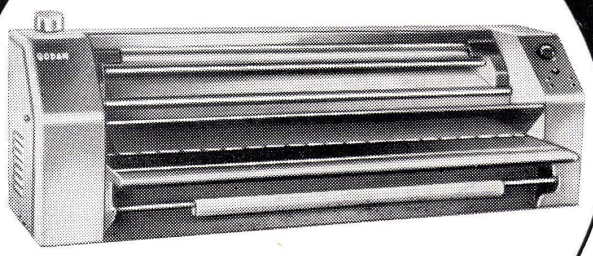
Verlangen Sie bitte unverbindlich eine Gratis-Probestellung in Ihren Betriebsräumen

BODAN-Erzeugnisse bereichern Ihren Betrieb!

Fabrik für Lichtpausmaschinen und Fotokopierapparate

Karl Müller AG Roggwil TG / Schweiz Tel. 071/4 83 77

BODAN-Rapid 1



Papierdurchlaß 110 cm, Leistung pro Min. 40-130 cm, Max. Geschwindigkeit pro Min. 0-180 cm, Lichtquelle 4 x 65 Watt mit Reflektor, Anschluß 220 Volt, 2 Ampère, Stromverbrauch 300 Watt, Länge 170 cm, Tiefe 50 cm, Höhe 54 cm, Gewicht 137 kg.

$$\left.\begin{aligned}\overline{n\xi} &= -\frac{g}{2k}\cos 2\varphi\ \sqrt{\Phi} + \\ &+ {}^1/_2 g\eta \sin^2 2\varphi \ln[\sqrt{\Phi} + k\xi - k\eta\cos 2\varphi] + \\ &+ f_1(\eta),\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}\overline{n\eta} &= -\frac{g}{2k}\cos 2\varphi\ \sqrt{\Phi} + \\ &+ {}^1/_2 g\xi \sin^2 2\varphi \ln[\sqrt{\Phi} + k\eta - k\xi\cos 2\varphi] + \\ &+ f_2(\xi).\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

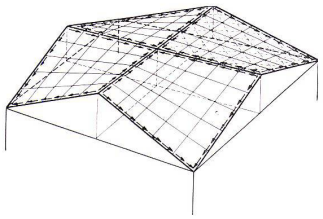
Die Integrationsfunktionen $f_1(\eta)$ und $f_2(\xi)$ müssen aus den Randbedingungen bestimmt werden.

In dieser Weise kann man auch die Membrankräfte für eine konstante Belastung w je Flächeneinheit der Schale berechnen, die in jedem Punkte senkrecht zur Schale gerichtet ist. Eine derartige Belastung wird nämlich häufig als Windbelastung angenommen.

Man findet dann:

$$\vartheta = -\frac{w\Phi}{2k} \quad (12)$$

$$\left.\begin{aligned}\overline{n\xi} &= wk\,(2\xi\eta - \xi^2\cos 2\varphi) + f_3(\eta), \\ \overline{n\eta} &= wk\,(2\xi\eta - \eta^2\cos 2\varphi) + f_4(\xi),\end{aligned}\right\} \quad (13)$$



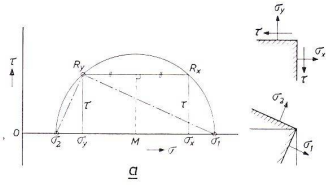
5
System von vier gleichseitigen Hyppar-schalen bei voller Belastung, die gleichförmig je horizontale Flächeneinheit verteilt ist. Die Pfeile geben die Schubkräfte an, wie sie auf die steifen Randglieder übertragen werden.

Aus den obigen Formeln sieht man, daß, im Gegensatz zu einer Schneebelastung, sowohl bei Belastung durch Eigengewicht als auch durch Wind, die Schnittkräfte d nicht mehr konstant sind, und daß jetzt auch die Schnittkräfte n eine Rolle zu spielen beginnen.

Hat man die projizierten Schnittkräfte $\overline{n\xi}$ und $\overline{n\eta}$ berechnet, so sind durch die Beziehungen (5) auch die wirklichen Schnittkräfte $n\xi$ und $n\eta$ bekannt. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß (siehe Abb. 4):

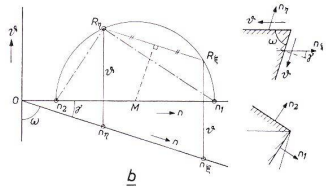
$$\left.\begin{aligned}\cos\alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\delta z/\delta\xi)^2}} \\ \cos\beta &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\delta z/\delta\eta)^2}}\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Die minimal erforderliche Vorspannung findet man, wenn der Kreis die δ-Achse berührt und wenn man gleichzeitig die neuen Punkte $R\xi''$ und $R\eta''$ die auf der gleichen schiefen Geraden wie $R\xi$ und $R\eta$ liegen, zusammenfallen läßt; der Kreis berührt dann auch diese schiefe Gerade (im Punkt R'). Der Mittelpunkt M' des Kreises wird daher auf der Winkelhalbierenden dieser schiefen Geraden und der ϑ-Achse gefunden. Man ersieht aus der Abbildung, daß die Vorspannung die Druckschnittkräfte $n\xi + \delta$ und $n\eta + \delta$ verursachen muß, und daß der Spannungszustand dann umgewandelt wird in eine einachsige Druckspannung (eine der Hauptspannungen ist Null), mit einer Hauptschnittkraft On_3, die in der Richtung $R'n_3$ wirkt, das heißt in Richtung der genannten Winkelhalbierenden.



a

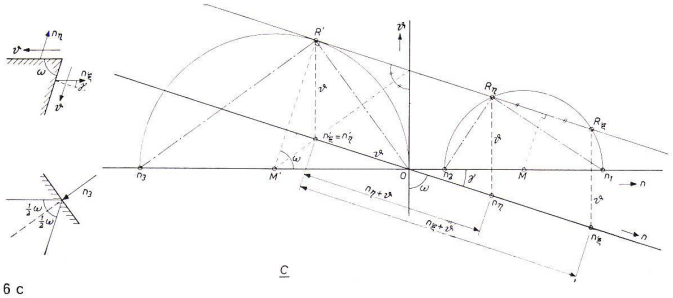
6 a
Konstruktion des Mohrschen Spannungskreises für einen ebenen Spannungszustand, zur Ermittlung der Hauptspannungen σ_1 und σ_2 in einem bestimmten Punkt aus den Normalspannungen σ_x und σ_y und aus der Schubspannung τ in zwei zueinander senkrechten Flächenelementen in diesem Punkt. Man trägt σ_x und σ_y auf der σ-Achse auf und senkrecht dazu τ, was die Punkte R_x und R_y ergibt. Der durch R_x und R_y gehende Kreis, dessen Mittelpunkt M auf der σ-Achse liegt, liefert die Punkte σ_1 und σ_2. Die Abstände $O\sigma_1$ und $O\sigma_2$ stellen die Größe der Hauptspannungen dar, die in den Richtungen $Rx\sigma_1$ bzw. $Ry\sigma_2$ wirken.



b

6 b
Änderung der Mohrschen Konstruktion, um von den Spannungen (oder, da es sich hier um einen Membranspannungszustand handelt: von den Schnittkräften $n\xi$ und $n\eta$; siehe Abbildung 4) ausgehen zu können, die nach den beiden durch einen Punkt des Hyppars gehenden Erzeugenden gerichtet sind. Die Flächenelemente, in denen diese Spannungen wirksam sind, stehen also nicht senkrecht aufeinander, sondern bilden einen Winkel w. Man trägt $n\xi$ und $n\eta$ auf einer Achse auf, die einen Winkel w mit der ϑ-Achse bildet, und zeichnet in den gefundenen Punkten ϑ parallel zur ϑ-Achse, was die Punkte $R\xi$ und $R\eta$ liefert. Der durch $R\xi$ und $R\eta$ gehende Kreis, dessen Mittelpunkt M auf der n-Achse liegt, liefert die Punkte n_1 und n_2. Die Abstände On_1 und On_2 geben die Größe der Hauptschnittkräfte an, die in den Richtungen $R\eta n_1$ bzw. $R\eta n_2$ wirksam sind.

6 c
Wünscht man einen Spannungszustand zu erhalten, in dem keine Zugspannungen auftreten, so muß man durch äußere Kräfte den Mohrschen Spannungskreis derart verschieben, daß er ganz links von der ϑ-Achse zu liegen kommt. Man kann dies mit Vorspannungskabeln bewirken, die man gemäß den Erzeugenden des Hyppars verlegt, und muß dann die gemäß $n\xi$ und $n\eta$ gerichteten Vorspannungsschnittkräfte (Druckkräfte) von den Punkten $n\xi$ bzw. $n\eta$ aus auf der gleichen schiefen Achse nach links auftragen.



c

6 c

EINE GENIALE ERFINDUNG

Automatisch
Wasserdicht
Stossgesichert

Mit Datum
Edelstahl 255.–
Gold 18 Kt. 685.–
Mit Goldband 2090.–

Ohne Datum
Edelstahl 237.–
Gold 18 Kt. 665.–

GIRARD-PERREGAUX
Uhren von Weltruf seit 1791

39 Rubine

das ist die exklusive Bezeichnung für die erste automatische Uhr mit Gyrotron-Funktion. Die Gyrotronen (Rubinen-Rollager) reagieren auf die kleinste Armbewegung. Deshalb weist die neue Girard-Perregaux « 39 Rubine » eine unerwartet hohe Gangreserve auf.
Das Gyrotron arbeitet ohne Stösse, ohne Reibung, ohne Verschleiss. Sein Rubinen-Rollager ersetzt auf geniale Weise die früheren, eher komplizierten automatischen Aufzugsysteme.

GYROTRON

Lassen Sie sich diese interessante Neuheit beim offiziellen Girard-Perregaux Vertreter unverbindlich zeigen:

BARTH

Bahnhofstrasse 94 Zürich

Zur Beurteilung der Festigkeit einer Konstruktion müssen schließlich aus den wirklichen Schnittkräften für eine Anzahl hervorstechende Punkte der Schale die Hauptschnittkräfte[6] nach Größe und Richtung bestimmt werden. Hierzu ist es noch erforderlich, im betrachteten Punkt den Winkel ω zwischen den Erzeugenden (siehe Abb. 4) zu kennen. Dieser kann mit Hilfe nachstehender Formel berechnet werden:

$$\cos\omega = \frac{(\delta z/\delta\xi)\,(\delta z/\delta\eta) + \cos 2\varphi}{\sqrt{[1+(\delta z/\delta\xi)^2]\,[1+(\delta z/\delta\eta)^2]}} \qquad (15)$$

Da man es hier mit schiefen Schnittkräften bzw. Spannungen zu tun hat, muß die gebräuchliche Kreiskonstruktion nach Mohr etwas geändert werden. In Abbildung 6a ist die gewöhnliche Konstruktion nach Mohr für einen ebenen Spannungszustand gegeben; mit ihr bestimmt man aus den Normalspannungen σ_x und σ_y und der Schubspannung τ – wirksam in zwei zueinander senkrechten Flächenelementen, beide senkrecht zur spannungslosen Ebene – die Hauptspannungen σ_1 und σ_2 nach Richtung und Größe. Abbildung 6b zeigt die geänderte Konstruktion, um aus den schiefen Schnittkräften $n\xi$, $n\eta$ und ϑ – wirksam in zwei Flächenelementen, die einen spitzen Winkel ω miteinander bilden – die Hauptschnittkräfte n_1 und n_2 nach Richtung und Größe zu bestimmen.[7]

Weiterhin kann man dann in der Mittelebene der Schale zwei Kurvenscharen zeichnen, welche die Eigenschaft besitzen, daß in jedem Schnittpunkt die beiden Tangenten an die betreffenden Kurven die Richtungen der Hauptschnittkräfte n_1 und n_2 in jenem Punkt angeben. Diese Kurven sind die Hauptschnittkrafttrajektorien; man nennt sie auch Hauptspannungstrajektorien, da ja die Schnittkraft geteilt durch die Dicke der Schale die Spannung ergibt.

Verwendet man vorgespannten Beton, so erhebt sich unter anderm die Frage, welche Spannkräfte man in den Kabeln (verlegt in Richtung der Erzeugenden) mindestens anzubringen hat; mit anderen Worten, welche Schnittdruckkräfte man in der ξ- bzw. in der η-Richtung dem Spannungszustand mindestens überlagern muß, damit in keinem einzigen durch den betrachteten Punkt gehenden Flächenelement noch eine Zugspannung auftritt. Die graphische Lösung dieses Problems ist in Abbildung 6c angegeben.

Randstörungen

Wie bereits oben erwähnt, kann die Schale in der Nähe der steifen Randglieder nicht ungestört die Formänderungen erfahren, welche dem Membranspannungszustand entsprechen. Denkt man sich nämlich das Randglied von der Schale gelöst, so daß diese Formänderungen ungehindert stattfinden können, so würden Schalenrand und Randglied sich nachher nicht mehr passend aneinanderfügen. Letzteres kann man nur erreichen, wenn das Randglied Kräfte (Normal-, Schub- und Querkräfte) und Momente (Biege- und Torsionsmomente) auf den Schalenrand ausübt, und umgekehrt die Schale entgegengesetzte Kräfte und Momente auf das Randglied derart, daß die damit einhergehenden zusätzlichen Formänderungen eine vollkommene Anpassung ermöglichen. Die Berechnung dieser Randstörungen, die dem Membranspannungszustand überlagert werden müssen, gehört zu den schwierigsten Problemen der Schalentheorie.
Ersetzt man die Hypparschale in einem kleinen Bereich durch eine Schiebungsfläche von Kreisen mit den Radien r_1 und r_2, so gilt bei schwachen Krümmungen für das Randstörungsproblem (näherungsweise) folgende Differentialgleichung:

$$\triangle\triangle\triangle\triangle w = -\frac{D}{K}(1-\nu^2)$$

$$\left[\frac{1}{r_2^2}\frac{\delta^4 w}{\delta x^4} - \frac{2}{r_1 r_2}\frac{\delta^4 w}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{1}{r_1^2}\frac{\delta^4 w}{\delta y^4}\right] \qquad (16)$$

Hierin ist:
w = Verlagerung eines Schalenpunktes in Richtung der Normalen,

$$\triangle = \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2}, \quad D = \frac{E\delta}{1-\nu^2}$$

$$K = \frac{E\delta^3}{12\,(1-\nu^2)}$$

ϑ = Schalendicke,
E = Elastizitätsmodul,
ν = Poissonsche Querzahl.

Die Größen D und K stellen die Dehnungssteifigkeit bzw. Biegungssteifigkeit der Schale dar.
Ist w bekannt, so kann die gesamte Kraftverteilung bestimmt werden. Man findet, daß die von den Randpunkten ausgehenden Störungen stets aus der Überlagerung zweier Wellen bestehen, die beide in vielen Fällen schnell abklingen, so daß in gewisser Entfernung von den Randgliedern kaum noch etwas von den Randstörungen zu bemerken ist.
Unter anderm wegen der Tatsache, daß eine Berechnung nach Gleichung (16) überaus schwierig ist und bei komplizierten Randbedingungen, wie sie beim Philips Pavillon herrschen, sogar undurchführbar, erscheint uns die folgende näherungsmäßige Berechnung zur Bestimmung der Größenordnung der Randstörungen in Hypparschalen für die Praxis durchaus genügend. Diese Rechenmethode basiert auf der Tatsache, daß eine Schale, was die Biegungserscheinungen betrifft, verglichen werden kann mit einer Platte auf elastischer Unterlage. Denkt man sich also einen Streifen der Hypparschale senkrecht zum Randglied, so verhält sich dieser Streifen annähernd wie ein Träger auf elastischer Unterlage. Sind die Hauptkrümmungen der Hypparschale im betrachteten Randpunkt k_1 bzw. k_2,[8] so beträgt die Bettungskonstante für den äquivalenten Träger auf elastischer Unterlage ungefähr:

$$c = E\delta\,(k_1^2 + k_2^2). \qquad (17)$$

(Unter der Bettungskonstante einer elastischen Unterlage versteht man den Gegendruck je Flächeneinheit, der je Einheit der Zusammenpressung entsteht. Je größer c, um so größer die Bettungssteifigkeit.)
Der Verlauf der Randstörung, nunmehr ausschließlich bestimmt durch das Biegemoment m und die Querkraft q (beide je Längeneinheit der Schale), kann nun in einfacher Weise berechnet werden. Es ergibt sich, daß man den Verlauf der Randstörungen durch eine «Wellenlänge» und eine «Dämpfung» beschreiben kann, die beide durch eine charakteristische Länge bestimmt werden:

$$\lambda = \frac{0{,}76\sqrt{\delta}}{\sqrt[4]{k_1^2 + k_2^2}} \qquad (18)$$

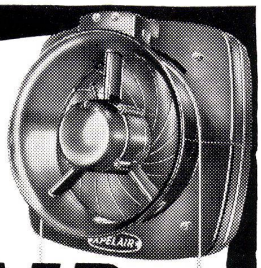
Man kann annehmen, daß in einer Entfernung von ungefähr $3{,}5\,\lambda$ vom Rand der Einfluß der Störung vernachlässigt werden kann. Aus (18) sieht man, daß die Störungsbereiche um so kleiner sind, je geringer die Schalendicke und je größer die Hauptkrümmungen (d. h. je kleiner die Hauptkrümmungsradien).
Kann die Befestigung der Schale im Randglied als völlig starre Einspannung angesehen werden, so verlaufen das Rand-

[6] Analog definiert als die Hauptspannungen in der zweidimensionalen Spannungslehre, nämlich als die Schnittkräfte in solchen Flächenelementen, in denen keine Schubkräfte, sondern nur Normalkräfte vorhanden sind (dies sind dann gleichzeitig die größten und kleinsten im betrachtenden Punkt auftretenden Schnittkräfte).

[7] C. G. J. Vreedenburgh, Hypparschalen, bearbeitet von W. Grijm, Centr. Comm. Studiebelangen, Delft 1954, Seite 17–26.

[8] Bei einem hyperbolischen Paraboloid fallen die Hauptkrümmungsrichtungen in einem bestimmten Punkt zusammen mit den beiden Winkelhalbierenden der beiden durch diesen Punkt gehenden Erzeugenden.

VON FACHLEUTEN
ALS FÜHREND
ANERKANNT!



XPELAIR

MIT IRIS-VERSCHLUSS

In den letzten Jahren weiter vervollkommnet . . . heute das Beste, was man sich denken kann:

▲ Dank Irisverschluss in Ruhestellung vollständige Abdichtung gegen aussen.

▲ Vibrationsfreier, ruhig laufender, vollständig gegen Oel- und Fettdämpfe abgedichteter Spezialmotor mit kleinstem Stromverbrauch.

Hauptverwendungszwecke:

● Bei bestehenden Bauten und wo der Platz fehlt einfachster Einbau in Fensterscheiben.

● Bei Neubauten leichte Montage in Fenster, dünne Wände oder dicke Mauern.

WICHTIG:

1. Im Preis inbegriffen sind eingebauter Schalter, Irisverschluss und Nylonkordeln zum Ein- und Ausschalten.
2. Drei formschöne Modelle für 210/310, 425 und 850 m³/h Förderleistung.

AWAG

SEV-geprüft

37

A. WIDMER AG., ZÜRICH 1 Talacker 35, Tel. (051) 23 03 11

störungsmoment m und die Randstörungsquerkraft q, beide je Längeneinheit der Schale, als Funktion der Entfernung x zum Rand gemäß den Kurven in Abbildung 7 (die Belastung der Schale senkrecht zu deren Fläche ist p). Man sieht aus den ins Diagramm eingeschriebenen Formeln, daß jede Störung jetzt als eine einzige gedämpfte Welle verläuft, die man als die Resultierende der beiden Wellen betrachten kann, die Gleichung (16) entsprechen. Die Dämpfung ist um so stärker, je kleiner die charakteristische Länge λ ist. In diesem Fall einer starren Einspannung am Rande wird das negative Einspannungs-Schnittmoment:

$$m_0 = \frac{1}{2} p\lambda^2, \qquad (19)$$

und die Auflagerreaktion je Längeneinheit (= die Schnittquerkraft an der Einspannstelle):

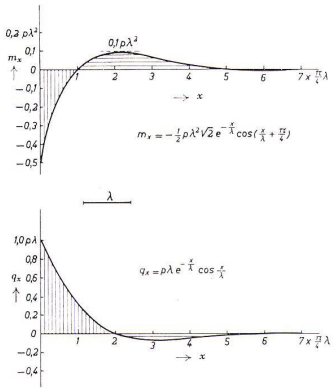
$$q_0 = p\lambda. \qquad (20)$$

Ist die Schale am Rande scharnierend gelagert, so wird die Auflagerreaktion:

$$q_0 = \frac{1}{2} p\lambda, \qquad (21)$$

und das maximale (positive) Schnittmoment, das in einer Entfernung $0{,}785\,\lambda$ vom Randglied auftritt:

$$m = 0{,}16\, p\lambda^2 \qquad (22)$$



7
Verlauf der Randstörungen m (Biegemoment je Längeneinheit der Schale) und q (Querkraft je Längeneinheit der Schale) bei Einspannung der Schale in einem völlig steifen Randglied. λ ist die charakteristische Länge. In einer Entfernung $x = 3{,}5\,\lambda = 4{,}5 \times (\pi/4)\,\lambda$ vom Rande ist die Störungswelle praktisch abgeklungen.

Kann das Randglied selbst noch eine Formänderung erfahren, so kann nötigenfalls deren Einfluß ebenfalls in der Rechnung berücksichtigt werden.

Mit Hilfe der Formeln (19) und (22) ist es möglich, für eine beliebige Schale die Größenordnung der Randstörungsmomente zu bestimmen. Werden diese Momente zu groß, so muß die Schale in den kritischen Punkten verstärkt werden. Bei Schalen aus bewehrtem Beton kann man sich in vielen Fällen mit der Einfügung zusätzlicher Bewehrungsstäbe begnügen. Reicht diese Maßnahme nicht aus, so ist auch die Schalendicke größer zu wählen. Mit Hilfe der Formeln (20) und (21) kann man berechnen, welcher Teil der Gesamtschalenbelastung durch Biegung auf die Randglieder übertragen wird. Offenbar wird dann der übrige Teil in Form von Membrankräften von der Schale aufgenommen.

Die hier angegebenen Formeln und insbesondere Formel (8) bildeten die Grundlage für die theoretische Analyse der Kraftverteilung, wie sie im Philips Pavillon ungefähr zu erwarten war, sowie für die vorläufige Dimensionierung der Rippen und Schalenwände, die auch für die Modelluntersuchung zugrunde zu legen war. Vollständigkeitshalber sei in diesem Zusammenhang noch erwähnt, daß vor kurzem im Stevin-Laboratorium in Delft die Brauchbarkeit von Formel (19) bei einem großen Modellversuch mit einer Hypparschale aus bewehrtem Beton gemäß Abbildung 5 experimentell nachgewiesen worden ist.

Stabilität gegen Beulung und Durchschlag

Es ist eine bekannte Tatsache, daß doppelt gekrümmte Schalen viel stabiler gegen Beulung sind als zylindrische Schalen. Zur Schätzung der Beulungsbelastung p_k (d. h. die senkrecht auf die Schalenoberfläche wirkende Belastung, bei der die Schalenwand gerade im Begriff steht, sich auszubeulen) einer Hypparschale kann man die Theorie von Wansleben[9] anwenden. Man findet dann:

$$p_k = \frac{2E\delta^2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}\, k_1 k_2 \qquad (23)$$

worin k_1 und k_2 die absoluten Werte der örtlichen Hauptkrümmungen darstellen. Wenn $k_1 = k_2$, geht (23) über in die Formel für die Kugelschale nach Zoelly. Bezüglich einer strengeren Berechnung der Beulungsbelastung einer gleichseitigen Hypparschale sei verwiesen auf eine Arbeit von Ralston.[10]

Aus Formel (23) ist ersichtlich, daß mit wachsenden Krümmungen die Beulungsbelastung zunimmt bzw. die Beulungsgefahr abnimmt. Beim Philips Pavillon mußte somit vor allem der Stabilität derjenigen Teile Aufmerksamkeit geschenkt werden, an denen die Krümmungen sehr gering waren. Wie jedoch auch aus Formel (23) hervorgeht, kann man die Beulungsgefahr einer Schale dadurch wesentlich vermindern, daß man die Schalendicke größer wählt. Jedenfalls aber wird man bei Anwendung dieser Formel einen erheblichen Sicherheitskoeffizienten einrechnen müssen; dies ist übrigens auch wegen dem möglichen Vorhandensein von Formfehlern der Schale notwendig.

Die theoretische Untersuchung der Stabilität von Schalen ist nicht einfach, vor allem dann nicht, wenn man neben der Beulung auch die Möglichkeit eines Durchschlags berücksichtigen möchte. Bei Durchschlag kann die Schale plötzlich eine neue Gleichgewichtslage einnehmen, wobei Verlagerungen von endlicher Größe auftreten. Die gebräuchliche Theorie, bei der nur unendlich kleine Formänderungen vorausgesetzt werden, ist dann nicht mehr anwendbar; man benutzt dann statt dessen die sogenannte Theorie zweiter Ordnung. Wir glauben, daß bezüglich der Durchschlagsgefahr, die naturgemäß ernster ist als die Beulungsgefahr, eine Hypparschale ihrer Sattelform wegen günstiger sein dürfte als die kugelförmige Schale. Obgleich dies theoretisch noch nicht bewiesen ist, findet unsere Vermutung eine gewisse Bestätigung in der besonders hohen Stabilität, die im Verlaufe der im dritten Artikel dieser Reihe beschriebenen Modellversuche beobachtet wurde.

Die Fortsetzung der beiden Beiträge: «Modelluntersuchung für den Bau des Pavillons» und «Konstruktion des Pavillons in vorgespanntem Beton» folgt in der nächsten Ausgabe Nr. 8, August 1959.

[9] K. Girkmann, Flächentragwerke, Springer Wien, 4. Auflage, 1956, S. 516–529.

[10] A. Ralston, On the problem of buckling of a hyperbolic paraboloidal shell loaded by its own weight, J. Math. Phys. **35**, 53–59, 1956.

Normen
vereinfachen und
verbilligen das Bauen

Göhner Normen

die beste
Garantie für Qualität

Ernst Göhner AG, Zürich
Hegibachstrasse 47
Telefon 051 / 24 17 80
Vertretungen in
Bern, Basel, St.Gallen, Zug
Biel, Genève, Lugano

Fenster 221 Norm-Typen,
Türen 326 Norm-Typen,
Luftschutzfenster + -Türen,
Garderoben-+Toilettenschränke,
Kombi-Einbauküchen,
Carda-Schwingflügelfenster.

Verlangen Sie unsere Masslisten
und Prospekte. Besuchen
Sie unsere Fabrikausstellung.

G1