Les critères de rupture en analyse des contraintes, 3e partie: sollicitations variables

Autor(en): **Xenophontidis, Nicolas**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Ingénieurs et architectes suisses**

Band (Jahr): **106 (1980)**

Heft 14

PDF erstellt am: **28.03.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-73965

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Les critères de rupture en analyse des contraintes

3e partie: Sollicitations variables

par Nicolas Xenophontidis, Lausanne

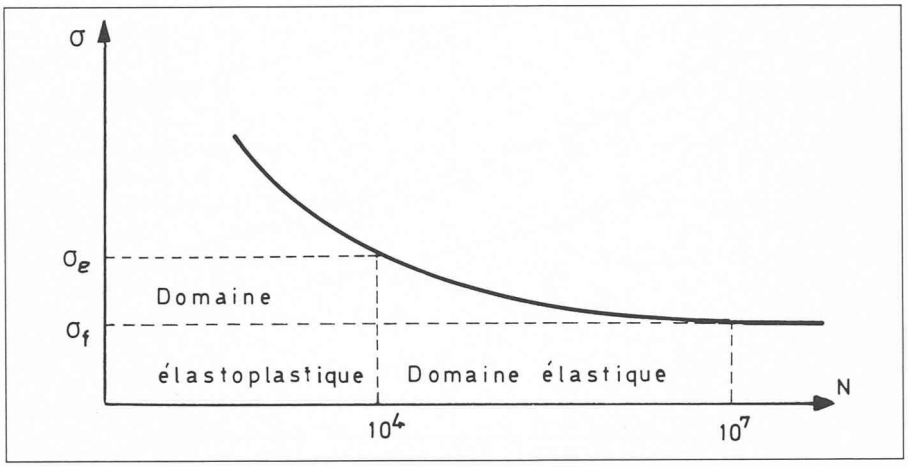


Fig. 7.1. — Domaine élastique et élastoplastique de la courbe de fatigue.
σ_e : limite d'élasticité
σ_f : limite de fatigue
N : nombre de cycles

7. Fatigue oligocyclique

7.1 *Généralités*

On a représenté à la figure 7.1 la courbe de fatigue donnant les amplitudes admissibles des contraintes alternées ; dans le cas où le nombre de cycles est élevé, les déformations admissibles restent en général dans le domaine élastique et les contraintes sont donc proportionnelles aux déformations.

Lorsque le nombre de cycles est faible, l'amplitude des déformations nécessaire pour provoquer la rupture est beaucoup plus élevée et entre largement dans le domaine plastique ; les contraintes ne sont donc plus proportionnelles aux déformations. Le paramètre qui intervient dans le tracé d'une courbe expérimentale à faible nombre de cycles devient ainsi l'amplitude de déformation et c'est celle-ci qui devrait être portée en ordonnée. Cependant, pour rendre les résultats obtenus ainsi que les déterminations effectuées sur la courbe directement comparables aux contraintes calculées, on utilise une contrainte fictive égale au produit de l'amplitude de déformation par le module d'élasticité, conformément à la figure 7.2.

7.2 *Critère de Coffin*

La fatigue à faible nombre de cycles, dite encore fatigue oligocyclique, est un phénomène d'aspect très différent de la fatigue classique. Par exemple, les aciers se comportant bien vis-à-vis d'un des deux types se comportent souvent mal vis-à-vis de l'autre. Ainsi, pour la fatigue oligocyclique, les aciers à faible limite d'élasticité, mais à fort exposant d'écrouissage (voir relation (6.11)), sont préférables aux autres aciers, étant donné que la limite d'endurance ne peut intervenir et que la tenue dépend du nombre de sollicitations subi durant la vie de la structure.

De façon générale, pour les métaux utilisés dans les constructions, il n'apparaît de fissuration par fatigue qu'aux endroits où le métal est déformé plastiquement à chaque cycle. D'importantes conséquences découlent de cette constatation : Les contraintes moyennes existant dans la structure ne pourront intervenir, car le premier cycle entraînera leur relaxation. D'autre part, en plasticité cyclique, c'est la déformation cyclique qui caractérise l'action locale entraînant la fissuration par fatigue, la notion de contrainte devenant donc fictive.

A partir d'essais sur éprouvettes, Coffin [13] a trouvé en 1954 la relation suivante pour une grande variété de métaux ductiles à une température inférieure à la température critique de fluage pour la durée de l'essai :

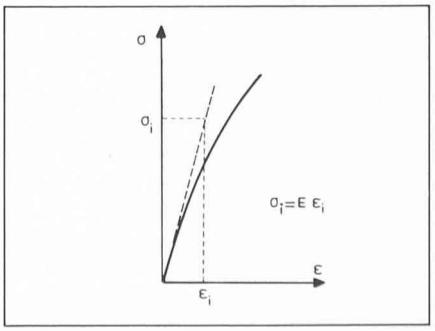


Fig. 7.2. — Détermination de la contrainte fictive.

$$\sqrt{N}\,\varepsilon_p = C \qquad (7.1)$$

avec

N : nombre de cycles à la rupture
ε_p : déformation plastique par cycle
C : constante du matériau

Plus récemment Coffin [14], a trouvé que

$$C = \frac{1}{2}\,l_n\,\frac{100}{100-\varepsilon} \qquad (7.2)$$

où ε représente la striction lors de la rupture statique. A partir de la relation (7.1), Langer [15] a obtenu l'équation (7.3), exprimant la courbe de fatigue :

$$\varepsilon_p = \frac{C}{\sqrt{N}} \qquad (7.3)$$

$$\varepsilon_p + \frac{2\sigma_f}{E} = \varepsilon_t = \frac{C}{\sqrt{N}} + \frac{2\sigma_f}{E} \qquad (7.4)$$

La relation (7.4) peut également s'écrire

$$\frac{\varepsilon_t}{2}\,E = \frac{EC}{2\sqrt{N}} + \sigma_f \qquad (7.5)$$

Finalement, on trouve donc

$$\sigma = \frac{EC}{2\sqrt{N}} + \sigma_f \qquad (7.6)$$

σ_f : contrainte d'endurance
σ : amplitude de la contrainte alternée fictive conduisant à la rupture
ε_t : déformation totale

L'expression (7.6) montre que, pour N infini, la contrainte alternée admissible tend vers la limite d'endurance σ_f.

Par contre, pour N fini, la comparaison avec les courbes expérimentales correspondant à un grand nombre de matériaux indique que la courbe déduite de l'équation est plus conservatrice en tout point et que l'écart maximum entre les deux courbes se situe aux environs de $N = 1000$ tout en ne dépassant pas 16 %.

Lors de concentrations de contraintes dans la fatigue oligocyclique, il est habituel d'utiliser de faibles facteurs de concentration lorsque le nombre de cycles n'est pas élevé et des valeurs plus importantes quand le nombre de cycles augmente. Selon Langer [15], nous devons utiliser un facteur de concentration indépendant du nombre de cycles.

8. Critères de rupture en fatigue classique

8.1 *Généralités*

Les critères exposés ci-après sont basés sur les hypothèses suivantes :

a) Les directions des contraintes principales ne varient pas pendant la sollicitation.

b) Les contraintes principales atteignent leurs valeurs extrema au même moment.

c) Les valeurs extrema des contraintes principales ne varient pas en fonction du temps.

d) Pour l'état monoaxial, la relation de Goodman est valable.

e) La condition limite définissant la rupture est soit la contrainte normale maximum, soit la contrainte de cisaillement maximum, soit encore la contrainte de cisaillement octaédrale.

f) Le matériau est isotrope et homogène. Cette dernière hypothèse indique que dans l'exposé qui suit nous ne traiterons pas de ce que l'on appelle la mécanique de rupture.

8.2 *Critère de la contrainte normale maximum*

Nous adoptons les symboles suivants :

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: contraintes principales

$\sigma_{1\max}, \sigma_{2\max}, \sigma_{3\max}$: valeurs maxima des σ_i

$\sigma_{1m}, \sigma_{2m}, \sigma_{3m}$: valeurs moyennes des σ_i

$\sigma_{1a}, \sigma_{2a}, \sigma_{3a}$: valeurs alternées des σ_i

La condition de Goodman est exprimée par la relation

$$\frac{\sigma_{1a}}{\sigma_f} + \frac{\sigma_{1m}}{\sigma_u} = 1 \qquad (8.1)$$

avec

σ_f : contrainte d'endurance

σ_u : contrainte de rupture

En remplaçant σ_{1a} par $\sigma_{1\max} - \sigma_{1m}$ et $\frac{\sigma_f}{\sigma_u}$ par p, nous obtenons :

$$\sigma_{1\max} = (1-p)\,\sigma_{1m} + \sigma_f \qquad (8.2)$$

La relation (8.2) donne la contrainte de rupture en supposant que σ_1 est la contrainte principale critique.

De même, au cas où σ_2 et σ_3 sont les contraintes critiques, il vient :

$$\sigma_{2\max} = (1-p)\,\sigma_{2m} + \sigma_f \qquad (8.3)$$

$$\sigma_{3\max} = (1-p)\,\sigma_{3m} + \sigma_f \qquad (8.4)$$

Souvent, nous ne disposons pas des résultats expérimentaux pour définir la contrainte d'endurance σ_f. Juvinall [9] propose alors l'utilisation de la relation suivante :

$$\sigma_f = \frac{\sigma_u}{2}\, C_S \cdot C_L \cdot C_D \qquad (8.5)$$

avec

C_S : coefficient de l'état de surface

C_L : coefficient de charge

C_D : coefficient de dimension

Les coefficients C_S et C_D peuvent être obtenus par les figures 8.1 et 8.2, tandis que le coefficient C_L dépend du mode de sollicitations selon le tableau I.

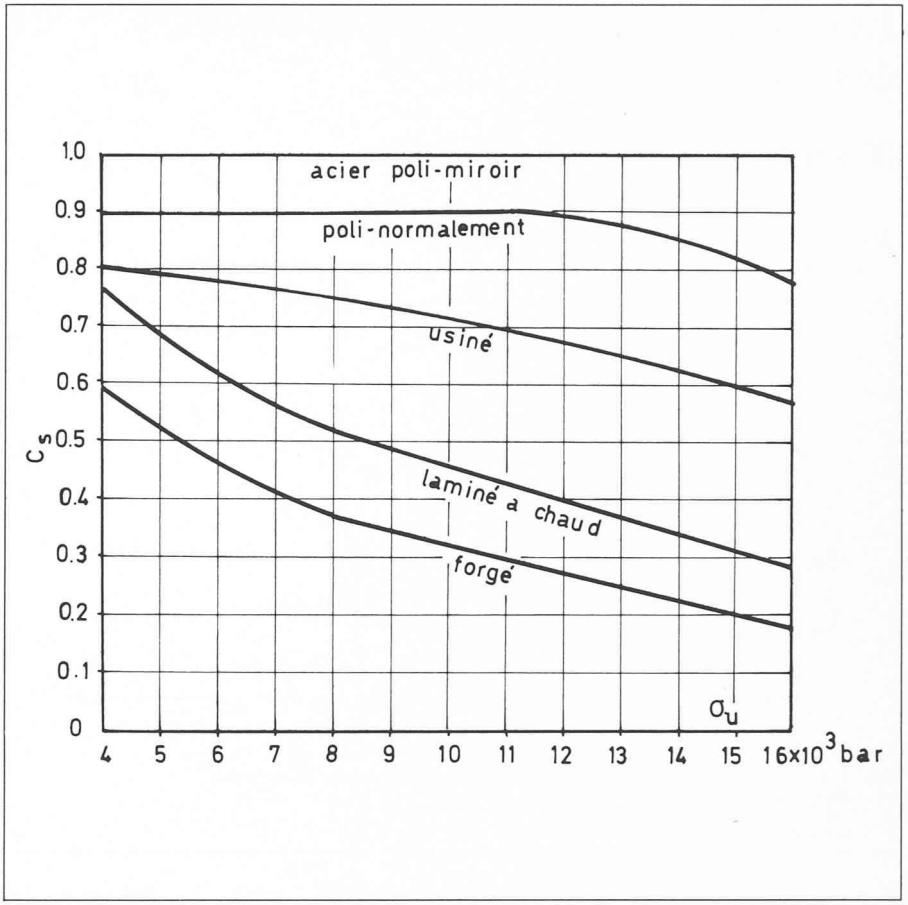


Fig. 8.1. — Coefficient C_S en fonction de la contrainte de traction.

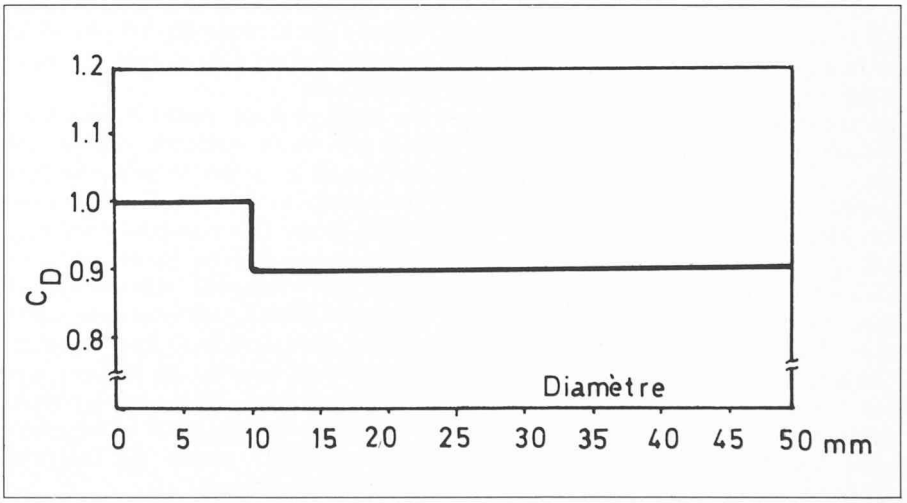


Fig. 8.2. — Coefficient C_D en fonction du diamètre.

8.3 *Critère du cisaillement maximum*

Ce critère, proposé par Soderberg, est basé sur la relation (8.2) avec

$p = \frac{\sigma_f}{\sigma_{yp}}$ (σ_{yp} : contrainte d'écoulement).

Selon cette théorie, la contrainte définissant la rupture est la contrainte de cisaillement maximum.

Exprimons les contraintes maximales et moyennes de cisaillement.

$$\left.\begin{aligned}
\tau_{1\max} &= \frac{\sigma_{1\max} - \sigma_{2\max}}{2} \\
\tau_{2\max} &= \frac{\sigma_{2\max} - \sigma_{3\max}}{2} \\
\tau_{3\max} &= \frac{\sigma_{3\max} - \sigma_{1\max}}{2} \\
\tau_{1m} &= \frac{\sigma_{1m} - \sigma_{2m}}{2} \\
\tau_{2m} &= \frac{\sigma_{2m} - \sigma_{3m}}{2} \\
\tau_{3m} &= \frac{\sigma_{3m} - \sigma_{1m}}{2}
\end{aligned}\right\} \qquad (8.6)$$

TABLEAU I

Coefficient	Sollicitations			
	Flexion	Torsion	Traction	Traction + flexion
C_L	1,0	0,58	0,9	0,6 à 0,85

Dans le cas où

$$\sigma_{2\max} = \sigma_{3\max} = \sigma_{2m} = \sigma_{3m} = 0,$$

nous obtenons

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{2} \qquad \tau_m = \frac{\sigma_m}{2}$$

L'équation (8.2) devient donc

$$\tau_{\max} = (1-p)\,\tau_m + \sigma_{f/2} \qquad (8.7)$$

A l'aide des expressions (8.6), on obtient les relations qui définissent la rupture selon cette théorie.

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_{1\max} &= \sigma_{2\max} + (1-p)\,(\sigma_{1m}-\sigma_{2m}) + \sigma_f \\
\sigma_{2\max} &= \sigma_{3\max} + (1-p)\,(\sigma_{2m}-\sigma_{3m}) + \sigma_f \\
\sigma_{3\max} &= \sigma_{2\max} + (1-p)\,(\sigma_{3m}-\sigma_{1m}) + \sigma_f
\end{aligned}\right\} \qquad (8.8)$$

L'équation qui définit la rupture dépend des valeurs relatives des six contraintes principales, de sorte que nous sommes obligés de considérer les trois équations lors de notre investigation.

8.4 *Critère du cisaillement octaédral*

Selon cette théorie, la rupture par fatigue survient quand la contrainte octaédrale du cisaillement maximum sous une sollicitation variable combinée est égale, au moment de la rupture, à la contrainte de cisaillement octaédral maximale lors d'une sollicitation monoaxiale variable. On suppose d'autre part que la contrainte octaédrale moyenne de cisaillement pour les cas de contraintes combinées est la même pour les cas de contraintes monoaxiales.

Nous remarquons qu'en utilisant le critère de la contrainte octaédrale plutôt que le critère du travail maximum de distorsion la théorie n'est plus limitée au domaine élastique, mais est encore applicable lorsque la limite d'écoulement est dépassée.

Pour l'application de cette théorie, il est nécessaire de déterminer les valeurs maximale et moyenne de la contrainte de cisaillement octaédrale.

Nous avons vu (voir relation (2.27)) que la contrainte de cisaillement est donnée par la relation :

$$\tau_0 = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}$$

Il vient ainsi

$$\left.\begin{aligned}
(\tau_0)_{\max} &= \frac{1}{3}\sqrt{\begin{matrix}(\sigma_{1\max}-\sigma_{2\max})^2 + \\ (\sigma_{2\max}-\sigma_{3\max})^2 + \\ (\sigma_{3\max}-\sigma_{1\max})^2\end{matrix}} \\
(\tau_0)_m &= \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\begin{matrix}(\sigma_{1m}-\sigma_{2m})^2 + \\ (\sigma_{2m}-\sigma_{3m})^2 + \\ (\sigma_{3m}-\sigma_{1m})^2\end{matrix}}
\end{aligned}\right\} \qquad (8.9)$$

Pour une sollicitation monoaxiale, nous obtenons

$$(\tau_0)'_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{3}\,\sigma_{\max}$$

$$(\tau_0)'_m = \frac{\sqrt{2}}{3}\,\sigma_m$$

et la relation (8.1) devient

$$(\tau_0)'_{\max} = (1-p)\,(\tau_0)'_m + \frac{\sqrt{2}}{3}\,\sigma_f \qquad (8.10)$$

avec $p = \dfrac{\sigma_f}{\sigma_u}$

Dans l'hypothèse plus conservatrice de Soderberg, on avait

$$p = \frac{\sigma_f}{\sigma_{yt}}$$

La rupture par fatigue lors d'une sollicitation combinée ayant lieu quand :

$$(\tau_0)'_{\max} = (\tau_0)_{\max}$$

avec la supposition que

$$(\tau_0)'_{\text{moy}} = (\tau_0)_{\text{moy}},$$

les relations (8.9) et (8.10) deviennent

$$\sqrt{\begin{matrix}(\sigma_{1\max}-\sigma_{2\max})^2 + (\sigma_{2\max}-\sigma_{3\max})^2 + \\ (\sigma_{3\max}-\sigma_{1\max})^2\end{matrix}} - (1-p)\sqrt{\begin{matrix}(\sigma_{1m}-\sigma_{2m})^2 + \\ (\sigma_{2m}-\sigma_{3m})^2 + \\ (\sigma_{3m}-\sigma_{1m})^2\end{matrix}} = \sqrt{2}\sigma_f \qquad (8.11)$$

8.5 *Influence des concentrations de contraintes*

Le facteur de concentration en fatigue est défini par la relation de Peterson :

$$k_f = q\,(k_t-1) + 1 \qquad (8.12)$$

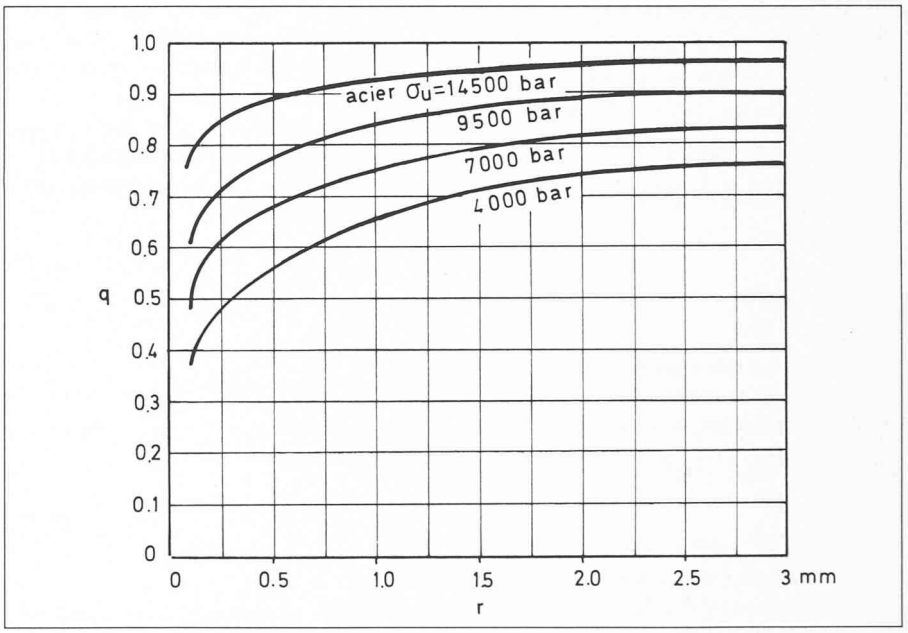


Fig. 8.3. — Coefficient q en fonction du rayon de l'entaille r.

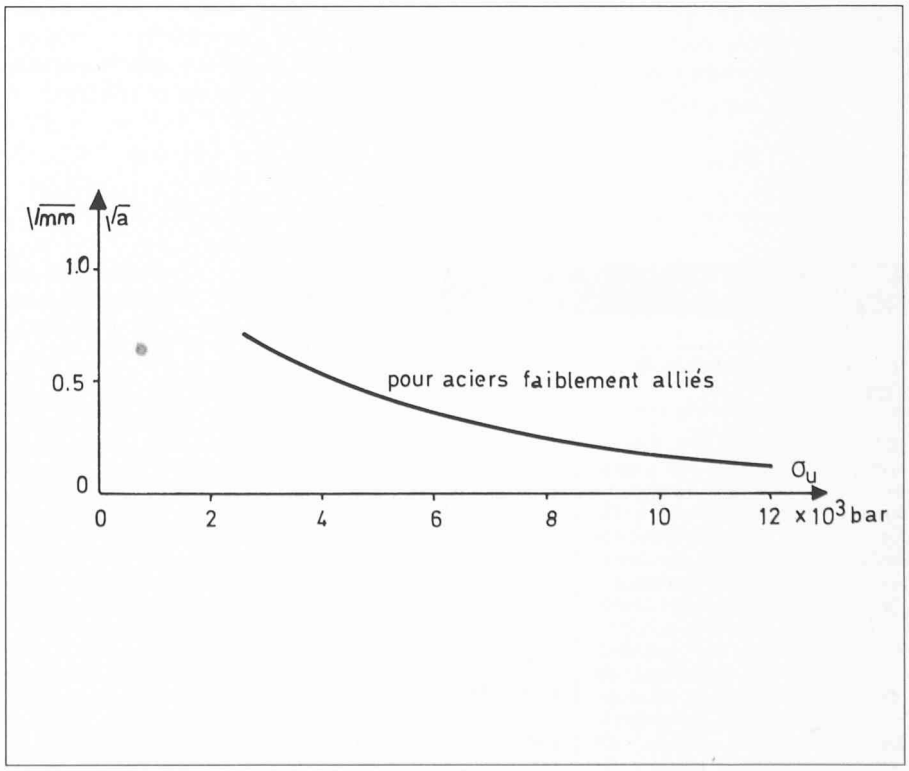


Fig. 8.4. — Valeurs du coefficient a en fonction de la contrainte de traction.

avec

q : facteur de sensibilité à l'entaille

k_t: facteur théorique de concentration

Le coefficient q est obtenu soit par la figure 8.3, soit par la relation

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{a}{r}}}$$

où le coefficient a est donné par la figure 8.4. Dans la relation (8.12), le facteur k_t est défini pour un état de contrainte monoaxial. Quant au facteur k_t' correspondant à une sollicitation combinée, il peut être défini au moyen de la théorie du cisaillement octaédrale en fatigue.

Considérons le cas de contraintes alternées suivant :

$$\sigma_{1a}^2 + \sigma_{2a}^2 + \sigma_{3a}^2 - \sigma_{1a}\,\sigma_{2a} - \sigma_{2a}\,\sigma_{3a} - \sigma_{3a}\cdot\sigma_{1a} = \sigma^2{}_f$$

Après transformations, nous trouvons :

$$\sigma_{1a}\sqrt{1 + \alpha^2 + \beta^2 - \alpha - \alpha\beta - \beta} = \sigma_f \qquad (8.13)$$

avec

$$\alpha = \frac{\sigma_{2a}}{\sigma_{1a}} \qquad \beta = \frac{\sigma_{3a}}{\sigma_{1a}}$$

En divisant les deux membres de l'équation (8.13) par la contrainte nominale σ_N de la pièce entaillée, il vient :

$$k_t' = k_t\sqrt{1 + \alpha^2 + \beta^2 - \alpha - \beta - \alpha\beta} \qquad (8.14)$$

Le facteur k_t', défini par (8.14), tient compte de l'effet de concentration sous l'influence des sollicitations combinées. La relation (8.12) devient alors

$$k_f' = q\,(k_t' - 1) + 1 \qquad (8.15)$$

8.5.1 *Critère de rupture pour des pièces entaillées soumises à des sollicitations monoaxiales alternées*

Dans ce cas, nous avons

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_f}{k_f}$$

ou

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_f}{q\,(k_t - 1) + 1} \qquad (8.16)$$

La relation ci-dessus est utilisée pour les matériaux ductiles soumis à des sollicitations monoaxiales alternées lorsque les sollicitations dans la section de l'entaille sont monoaxiales. Dans le cas où les pièces sont sollicitées biaxialement dans la section de l'entaille, le facteur k_f est remplacé par k_f' (8.15). Pour les matériaux fragiles, Peterson recommande l'utilisation de la relation (8.16) sans modification du facteur k_f. Timoshenko [3] propose l'utilisation de facteur k_t à la place de k_f.

8.5.2 *Critère de rupture pour des pièces entaillées soumises à des sollicitations monoaxiales (composantes statique et dynamique)*

Pour ce cas de charge, Peterson propose de modifier la relation de Goodman (8.1) par multiplication de la contrainte alternée par le facteur k_f :

$$k_f\frac{\sigma_a}{\sigma_f} + \frac{\sigma_m}{\sigma_n} = 1 \qquad (8.17)$$

avec

σ_a : contrainte alternée

σ_m : contrainte moyenne

Pour les matériaux fragiles, Marin [6] propose la relation :

$$\frac{k_f\,\sigma_a}{\sigma_f} + \frac{kp\sigma_m}{\sigma_n} = 1 \qquad (8.18)$$

avec

kp : facteur de concentration plastique.

Si le régime dans la section de l'entaille était triaxial, nous devrions remplacer k_f par k_f' dans les relations (8.17) et (8.18). Toujours pour les matériaux fragiles, Timoshenko [3], par manque de données expérimentales, propose la relation :

$$k_t\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_f} + \frac{\sigma_m}{\sigma_b}\right) = 1$$

8.5.3 *Critère de rupture pour des pièces entaillées soumises à des sollicitations combinées (composantes statique et dynamique)*

Pour ce cas de charge, Marin [6] propose l'utilisation de la théorie du cisaillement octaédral. Dans l'hypothèse où les contraintes moyennes sont nulles et pour une sollicitation biaxiale, nous obtenons :

$$(k_{1f}\cdot\sigma_{1a})^2 - k_{1f}\cdot k_{2f}\cdot\sigma_{1a}\cdot\sigma_{2a} + (k_{2f}\cdot\sigma_{2a})^2 = \sigma_f{}^2 \qquad (8.19)$$

avec

k_{1f}, k_{2f} facteurs de concentration définis par (8.12) et (8.15).

En admettant la présence de contraintes moyennes, Marin [6], pour un état biaxial, propose la relation

$$\{(k_{1a}\cdot\sigma_{1a} + k_{1m}\cdot\sigma_{1m})^2 - (k_{1a}\,\sigma_{1a} + k_{1m}\cdot\sigma_{1m})(k_{2a}\cdot\sigma_{2a} + k_{2m}\cdot\sigma_{2m}) + (k_{2a}\cdot\sigma_{2a} + k_{2m}\cdot\sigma_{2m})^2\}^{1/2}$$

$$-(1-p)\{k_{1m}^2\cdot\sigma_{1m}^2 - k_{1m}\,k_{2m}\cdot\sigma_{1m}\cdot\sigma_{2m} + k_{2m}^2\cdot\sigma_{2m}^2\}^{1/2} = \sigma_f \qquad (8.20)$$

Quant à Timoshenko [3], il propose l'utilisation de la relation (8.17) avec

$$\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{2}}\{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{3a} - \sigma_{1a})^2\}^{1/2}$$

$$\sigma_m = \frac{1}{\sqrt{2}}\{(\sigma_{1m} - \sigma_{2m})^2 + (\sigma_{2m} - \sigma_{3m})^2 + (\sigma_{3m} - \sigma_{1m})^2\}^{1/2}$$

(à suivre)

Adresse de l'auteur :
Nicolas Xenophontidis
Ingénieur EPFL
Institut des métaux et des machines de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne,
Chemin de Bellerive 34
1007 Lausanne

Bibliographie

Le pilotage économique de l'entreprise

par *Paul Jubin*. — Un volume broché, 16×24 cm, 237 pages, 54 figures. Editions Entreprise moderne d'édition, Paris, 1972. Après avoir occupé plusieurs postes de cadre dans des entreprises industrielles importantes, l'auteur est maintenant ingénieur conseil et anime de nombreux séminaires et journées d'étude sur les problèmes de management : plans de développement à cinq ans, structures, gestion financière, tableau de bord et contrôle de gestion. Le schéma du processus de pilotage économique décrit dans ce livre est une tentative pour mettre les notions de management modernes à la portée des chefs d'entreprises et en permettre l'application pratique. L'ouvrage se termine par un exemple de pilotage économique d'une entreprise de la banlieue de Nancy occupant une centaine de personnes.

PH

Procédés de fondations et d'infrastructure

Cette Note d'information technique a pour objet la description des procédés de fondations profondes et d'infrastructure :

— par pieux ou puits ;
— par soutènement ;
— par traitement du sol en profondeur.

Si la Note est volontairement limitée à la description des procédés mis en œuvre par les entreprises de construction spécialisées établies en Belgique et qui agissent habituellement au titre de sous-traitant d'entreprises générales, elle n'en présente pas moins un grand intérêt pour toutes les entreprises de fondations profondes et d'infrastructure d'autres pays.

Les textes de synthèse (introduction, tableaux, intercalaires) ont été rédigés par les membres d'un groupe de travail dont le rapporteur est M. C. Legrand, ingénieur au C.S.T.C.

Afin de rendre la consultation des 100 fiches plus claire et de mieux la structurer, chaque subdivision principale (il y en a 23) est précédée d'une synthèse intitulée « intercalaire » qui présente les caractéristiques communes essentielles des procédés décrits dans la subdivision correspondante ainsi que des remarques ou des notes commnnes à ces mêmes procédés.

On trouve encore dans la Note quatre tableaux synoptiques et récapitulatifs, la liste des entreprises de fondations spéciales consultées ainsi qu'une importante bibliographie.

La N.I.T. 129 (390 p. + 4 dépliants sous encartage, édition française ou édition néerlandaise) est vendue au prix de 400 FB. Les commandes sont à adresser à Documentation-Publications, C.S.T.C., rue du Lombard 41, B 1000 Bruxelles.