Poutres et dalles en béton armé: calcul avec effets différés selon le CEB

Autor(en): **Frei, François / Fuchs, Hans / Eperon, Pierre-Alain**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Ingénieurs et architectes suisses**

Band (Jahr): **120 (1994)**

Heft 24

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-78354

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Poutres et dalles en béton armé

Calcul avec effets différés selon le CEB

Par François Frey
professeur, Dr en sc. appl., ing. EPFL
LSC – EPFL,
1015 Lausanne;
Hans Fuchs,
Ing. ETS
Monod Ingénieurs Conseils S.A.
1066 Epalinges;
Pierre-Alain Eperon
Dr ès sc. tech., ing. EPFL-ETS-SIA
Eperon Informatique Technique S.A.
1066 Epalinges

1. Introduction

L'analyse non linéaire des poutres continues, grilles de poutres et dalles (nervurées ou non) en béton armé jusqu'à ruine est exposée dans [1] à [5][1]. Le calcul prend en compte la résistance à la traction, la fissuration, la plastification et l'écrasement progressif en compression du béton, ainsi que la plastification par traction des aciers. L'algorithmique numérique est codée dans le programme *FELINA* [10].

La base essentielle de cette analyse est la loi moment-courbure rappelée ci-après. Cette loi, multilinéaire, est obtenue par la recherche des points caractéristiques, et non en appliquant les règles du CEB [6] [7], ce qui fournit une loi voisine de celle du CEB (voir chiffre 6 ci-après). Dès lors, on peut lui appliquer les relations recommandées par le CEB pour tenir compte des effets différés (fluage, retrait).

Cette extension est l'objet premier du présent article. On montre que les résultats numériques sont en très bon accord avec les valeurs théoriques et expérimentales.

Actuellement, l'analyse est limitée aux cas des poutres et dalles présentant une section rectangulaire.

2. Loi moment-courbure sans effets différés

La figure 1 présente l'ensemble des lois moment-courbure. *FELINA* utilise la loi quadrilinéaire OA'BCD. Cette loi est définie par le calcul des coordonnées des points A', B et C. Le point A' se trouve sur la droite du stade 1 d'équation

$$M_1 = E_c I_c \psi_1 \qquad (2.1)$$

où E_c est le module d'élasticité du béton à l'origine et I_c le moment d'inertie de la section de béton (seul). Le point B se situe à l'extrémité de la droite du stade 2-nu, d'équation

$$M_2 = (M_y / \psi_y)\, \psi_2 \qquad (2.2)$$

si ψ_y et M_y sont les coordonnées de B. Les points A', B, C et D sont définis comme suit:

- A' donne le moment M'_{cr} et la courbure ψ'_{cr} de *fissuration;* ces valeurs sont simplement obtenues en *réduisant* la résistance à la traction f_{ct} du béton pour tenir compte (a) du coefficient β [6] [7] (qui définit le moment réduit de Rüsch $\sqrt{\beta}\, M_{cr}$) ou/et (b) de la résistance effective ou apparente du béton à la traction dans une construction [8] [9] (par exemple ηf_{ct} avec $\eta = 0{,}7$).
  S'il n'y a aucune réduction, on obtient le point A de coordonnées

$$\psi_{cr} = \frac{\varepsilon_{cr}}{(h/2)} = \frac{2\, f_{ct}}{E_c\, h}$$
$$M_{cr} = E_c I_c \psi_{cr} = W_c f_{ct} \qquad (2.3)$$

  où $\varepsilon_{cr} = f_{ct}/E_c$ (fig. 1c, loi du béton), h = hauteur et W_c = module de flexion de la section de béton.
  S'il y a réduction, par exemple $f'_{ct} = k\, f_{ct}$, on a simplement $\psi'_{cr} = k\, \psi_{cr}$ et $M'_{cr} = k\, M_{cr}$.
  Le programme *FELINA* accepte $0 \le f'_{ct} \le f_{ct}$, c'est-à-dire que le point A' peut être situé en tout point du segment OA caractérisant le stade 1. Si A' ≡ O, la loi devient trilinéaire (OBCD), débutant directement par le stade 2-nu.
- B correspond à la *plastification* des aciers *tendus* (les aciers comprimés sont négligés). Le calcul de ψ_y et M_y est donné dans [11].
- La droite A'B passe dans un domaine un peu «flou» de la loi moment-courbure, dans lequel se développe le *tension stiffening*. Les essais de laboratoire montrent que ce phénomène est souvent prononcé, de sorte que les lois moment-courbure correspondantes se situent nettement au-dessus de la droite du stade 2-nu. L'hyperbole du CEB résulte de l'observation de nombreux essais. Néanmoins ce domaine reste quelque peu controversé et une droite semble raisonnable, d'autant plus qu'en modifiant la position du point A', on peut toujours se rapprocher d'une courbe quelconque (voir chiffre 6 ci-après).
- C correspond à *l'écrasement ultime du béton* (ε_{ccu} sur la loi du béton de la fig. 1 c). Le calcul de ψ_u et M_u est donné dans [11]. Normalement, on a toujours $M_u > M_y$ (éviter la rupture «fragile»).
  Au-delà de C on admet un palier (CD horizontal) qui correspond d'ailleurs à une rigidité nulle.

L'expérimentation numérique a prouvé la valeur de cette loi [4]. On peut suivre toute la courbe flèche-charge d'un essai et on obtient la charge de ruine avec une bonne précision (voisine d'ailleurs de celle obtenue par la méthode des lignes de rupture). De plus, on obtient une vue réaliste de la fissuration [1].

3. Loi moment-courbure avec effets différés

Sous l'impulsion des travaux de l'IBAP [7], le CEB, la FIP, l'Eurocode 2 et certaines normes (SIA 162, par exemple) préconisent l'emploi des lois moment-courbure pour calculer les déplacements des structures en béton en tenant compte des effets différés. La méthode est simple: il suffit de décaler vers la droite (parallèlement à l'axe des courbures) les lois moment-courbure sans effets différés, à l'aide du coefficient de fluage φ, du retrait spécifique ε_{cs} et des coefficients de correction κ.

La même technique peut donc être appliquée à la loi moment-courbure OA'BCD décrite ci-dessus. La figure 2 illustre les courbes obtenues.

[1] Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

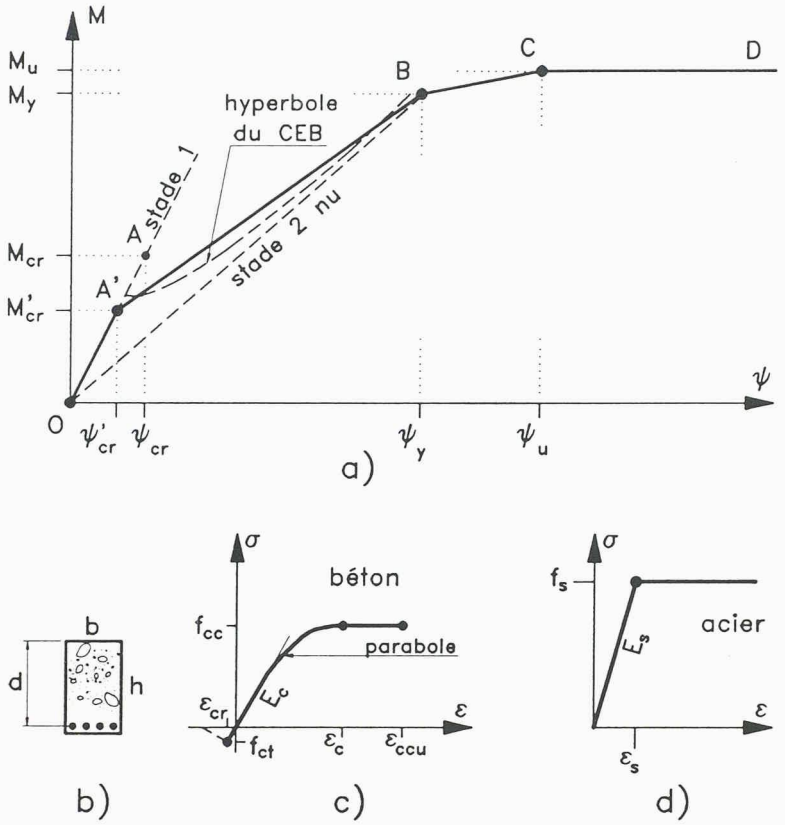


Fig. 1.- Lois moment-courbure d'une section en béton armé

La courbure en stade 1 devient

$$\psi_{1dif} = \kappa_{s1}(1+ \kappa_{\varphi 1}\varphi)\ \psi_1 + \kappa_{cs1}\ \varepsilon_{cs}/d \qquad (3.1)$$

où φ est le coefficient de fluage,
ε_{cs} est la déformation du retrait (prise en valeur absolue),
d est la hauteur utile de la section,
κ_{s1}, $\kappa_{\varphi 1}$, κ_{cs1} sont les coefficients de correction relatifs à l'armature, au fluage et au retrait,
ψ_1 est donné par (2.1).

La formule (3.1) est employée pour calculer la nouvelle abscisse du point A'_{dif} (fig. 2). Ce point se situe dans le segment $O_1\ A_{dif}$ de la droite (3.1) du stade 1.
La courbure en stade 2-nu est donnée par

$$\psi_{2dif} = \kappa_{s2}\ (1+ \kappa_{\varphi 2}\ \varphi)\ \psi_1 + \kappa_{cs2}\ \varepsilon_{cs}/d \qquad (3.2)$$

où les coefficients de correction κ_{s2}, $\kappa_{\varphi 2}$ et κ_{cs} sont au stade 2-nu ce que κ_{s1}, $\kappa_{\varphi 1}$ et κ_{cs1} sont au stade 1. En principe, on doit avoir, au niveau des points B (plastification des aciers) $\kappa_{s2}\ \psi_1 \equiv \psi_y$.

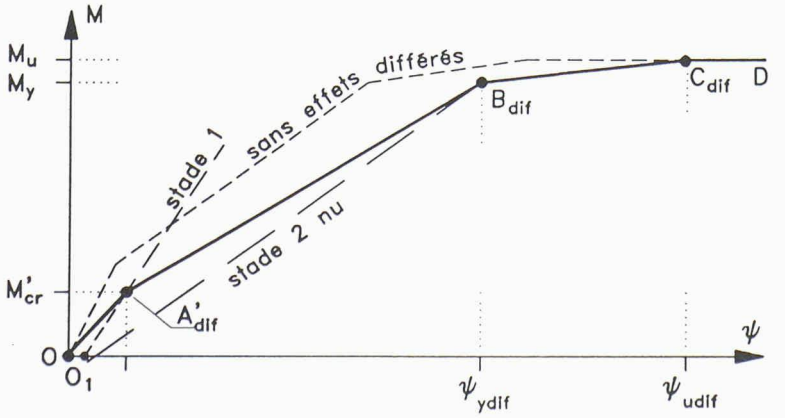


Fig. 2. – Lois moment-courbure avec effets différés

Tableau 1 – Données du programme *FELINA* pour la loi moment-courbure multilinéaire

E_c	=	module d'élasticité du béton à l'origine
(ν_c)	=	coefficient de Poisson (le calcul non linéaire est fait avec $\nu_c = 0$)
f_{cc}	=	résistance à la compression (sur prismes)
f'_{ct}	=	résistance à la traction, éventuellement réduite (coefficient β, etc.)
E_s	=	module d'élasticité de l'acier (barres d'armature)
f_s	=	limite élastique de l'acier
(G_c)	=	module de glissement du béton (calculé par $G_c = \frac{E_c}{2\ (1 + \nu_c)}$)
(ε_{ccu})	=	dilatation limite d'écrasement du béton (si non donné, $\varepsilon_{ccu} = 3{,}5\ 10^{-3}$; on doit avoir $\varepsilon_{ccu} > \varepsilon_c = 2\ f_{cc}/E_c$)
φ	=	coefficient de fluage
ε_{cs}	=	dilatation de retrait
d/t	=	hauteur utile (d) sur épaisseur (t)
κ_{s1}, … κ_{cs2}	=	coefficients de correction pour effets différés

Le programme *FELINA* calcule ψ_y, ce qui évite l'usage de κ_{s2} et permet d'écrire

$$\psi_{2dif} = (1+ \kappa_{\varphi 2}\ \varphi)\ \psi_2 + \kappa_{cs2}\ \varepsilon_{cs}/d \qquad (3.3)$$

où ψ_2 est donné par (2.2). La formule (3.3) est utilisée pour calculer la nouvelle abscisse du point B_{dif}.
Au-delà du stade 2-nu, Favre et al. [7], le CEB, etc., ne donnent plus guère d'information. D'après Carbajal [12], la courbure ultime peut s'écrire

$$\psi_{u\ dif} = (1 + \varphi)\ \psi_u + \varepsilon_{cs}/d \qquad (3.4)$$

et cette relation définit le point C_{dif}.
Pour effectuer une analyse en tenant compte des effets différés, le programme *FELINA* utilise la loi constitutive moment-courbure définie par la ligne brisée $OA'_{dif}\ B_{dif}\ C_{dif}\ D$.
Les coefficients de correction κ sont définis dans [9] et [13]. Des abaques permettent d'en trouver la valeur numérique aisément.

4. Algorithmique numérique

Les coefficients φ, ε_{cs}, κ_{s1}, d/h, $\kappa_{\varphi 1}$, $\kappa_{\varphi 2}$, κ_{cs1} et κ_{cs2} sont introduits comme *données* du programme *FELINA* (voir tableau 1). La cohérence de ces données est vérifiée à l'aide des valeurs limites du tableau 2. Des valeurs par défaut (voir tableau 3) peuvent être attribuées à ces coefficients, à l'exclusion des deux premiers, soit φ et ε_{cs}.
Lors de l'analyse, le programme ne peut accepter que le point A'_{dif} soit situé en O_1, car alors la rigidité initiale serait nulle. Ce cas se produit si la valeur donnée de f'_{ct} est nulle. Pour parer à cette difficulté, le calcul est alors effectué avec f'_{ct} =

Tableau 2 – Limites des coefficients pour les effets différés

$0 \leq \varphi \leq 8$	$1 \geq \kappa_{\varphi 1} \geq 0{,}2$
$0 \leq \varepsilon_{cs} \leq 6 \cdot 10^{-4}$	$0 \leq \kappa_{\varphi 2} \leq 0{,}3$
$0{,}5 \leq d/t \leq 1$	$-0{,}1 \leq \kappa_{cs1} \leq 1$
$1 \geq \kappa_{s1} \geq 0{,}5$	$0{,}3 \leq \kappa_{cs2} \leq 1{,}2$

0,08 f_c. Remarquons ici que la valeur 0,08 f_c est une bonne approximation de la formule $f_{ct} = 0{,}25\ f_c^{2/8}$ (où f_c est la résistance sur prisme) retenue par le CEB.

On peut alors calculer un module d'élasticité différé $E_{c\,dif}$ en faisant appel à la formule (3.1). En effet, la pente de OA'_{dif} s'écrit $E_{c\,dif}\ I_c = M_1 / \psi_{1dif}$, de sorte que le module d'élasticité différé prend la valeur

$$E_{c\,dif} = E_c / [\kappa_{s1}(1 + \kappa_{\varphi 1}\ \varphi) + \kappa_{cs1}\ \varepsilon_{cs}\ (h/d)\ (E_c / f'_{ct})\ /2] \qquad (4.1)$$

Cette valeur est employée par le programme *FELINA* à la première itération (calcul élastique linéaire). Dès la deuxième itération, on utilise la loi $OA'_{dif}\ B_{dif}\ C_{dif}\ D$ et f'_{ct} peut être nul.

Dans le programme, les variables clefs M'_{cr} et ψ'_{cr} de la loi moment-courbure sont calculées directement, tandis que les variables M_y, ψ_y, M_u et ψ_u sont constamment calculées selon l'orientation des courbures principales.

5. Applications

5.1 Poutres expérimentales FRFC 547/II

Ces poutres sont empruntées à une importante campagne d'essais belge (on trouvera les informations utiles dans [14]). Les quatre poutres retenues ici – qui se distinguent par le niveau de charge – présentent deux particularités intéressantes: d'une part, on dispose des mesures de flèche après 4 ans, et d'autre part, le pourcentage d'armatures est fort élevé ($\rho \cong 2{,}22\%$).

La figure 3 fixe les données. Il s'agit de poutres simples avec deux charges concentrées P (la figure n'en montre que la moitié).

Le tableau 4 donne la flèche au centre obtenue expérimentalement et par *FELINA*. La concordance est très bonne; on constate que la résistance à la traction du béton ne joue pas ici un rôle très important.

Tableau 3 – Règles et valeurs moyennes relatives aux données pour les effets différés

sans fluage: $\varphi = 0$:	$\Rightarrow \kappa_{s1} = 1$ et $\kappa_{\varphi 1} = \kappa_{\varphi 2} = 0$
avec fluage: $\varphi \neq 0$:	$\kappa_{s1} = 0 \Rightarrow$ valeurs moyennes par défaut: $\kappa_{s1} = 0{,}85$, $\kappa_{\varphi 1} = 0{,}5$, $\kappa_{\varphi 2} = 0{,}125$; $\kappa_{s1} \neq 0 \Rightarrow$ on doit donner $\kappa_{\varphi 1}$ et $\kappa_{\varphi 2}$
sans retrait: $\varepsilon_{cs} = 0$:	$\Rightarrow \kappa_{cs1} = \kappa_{cs2} = 0$ et $d/t = 0$
avec retrait: $\varepsilon_{cs} = 0$:	$\kappa_{cs2} = 0 \Rightarrow$ valeurs moyennes par défaut: $\kappa_{cs1} = 0{,}2$, $\kappa_{cs2} = 0{,}7$; $\kappa_{cs2} \neq 0 \Rightarrow$ on doit donner κ_{cs1} et κ_{cs2}
	$d/t = 0 \Rightarrow$ valeur moyenne par défaut: $d/t = 0{,}875$; $d/t \neq 0$

5.2 Dalle expérimentale D3

Tellenbach a étudié le fluage de dalles expérimentales [15]; Charif en a entrepris l'étude numérique sur la base des lois moment-courbure du CEB [16]. On a retenu la dalle D3, décrite à la figure 4. D'après les recommandations du CEB, on doit calculer les flèches «courte durée, premier chargement» avec $\beta = 0{,}8$ et celle de «longue durée, cycle de charges» avec $\beta = 0{,}5$, soit:

courte durée $\quad f'_{ct} = \sqrt{\beta}\ f_{ct} \cong 2{,}6$ N/mm²,

longue durée $\quad f'_{ct} = \sqrt{\beta}\ f_{ct} \cong 2{,}0$ N/mm².

L'analyse non linéaire a été effectuée avec f'_{ct} = 1,0; 2,0; 2,6 et 2,92 N/mm2, pour un quart de dalle, discrétisé en 4 x 4 éléments carrés (un maillage 8 x 8 donne des résultats identiques).

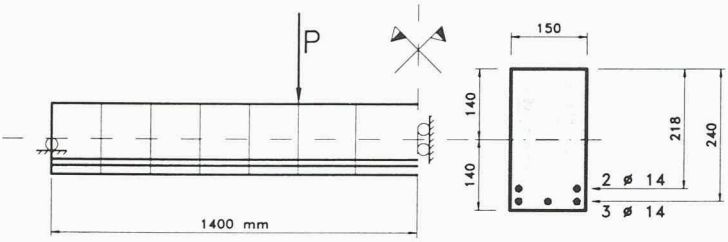
La figure 5 montre l'évolution de la flèche w au centre en fonction du temps. On observe une bonne concordance de la flèche calculée avec celle mesurée, au temps $t = 0$ (f'_{ct} = 2,6 N/mm²) d'une part, et aux temps $t > 28\ j$ (f'_{ct} = 2,0 N/mm²) d'autre part.

Dans sa thèse, Charif [16] estime qu'il faut calculer cette dalle avec les valeurs

$$E_c = 27770 \text{ N/mm}^2 \text{ et } f'_{ct} = 1{,}77 \text{ N/mm}^2.$$

Tableau 4 – Flèche à mi-portée [mm]

	Flèche sans fluage, retrait 28 jours (ε_{cs} =0,0001)				*Flèche avec fluage et retrait (4 ans)*			
Poutre Fig. 3	*Expérience*	FELINA *avec* f'_{ct} =			*Expérience*	FELINA *avec* f'_{ct} =		
		3,1	4,6	10,0		3,1	4,6	10,0
A	7,27	7,89	7,53	6,05	13,49	13,49	13,07	11,36
B	7,69		8,69	7,34	14,10		14,91	13,34
C	9,36		10,70	9,57	17,56		18,10	16,79
D	10,72		12,41	11,50	20,24		20,81	19,75



Charge

Poutre	A	B	C	D
P [kN]	36.35	41.00	49.09	55.95

Acier $E_s = 200000\ N/mm^2$ $f_s = 460\ N/mm^2$

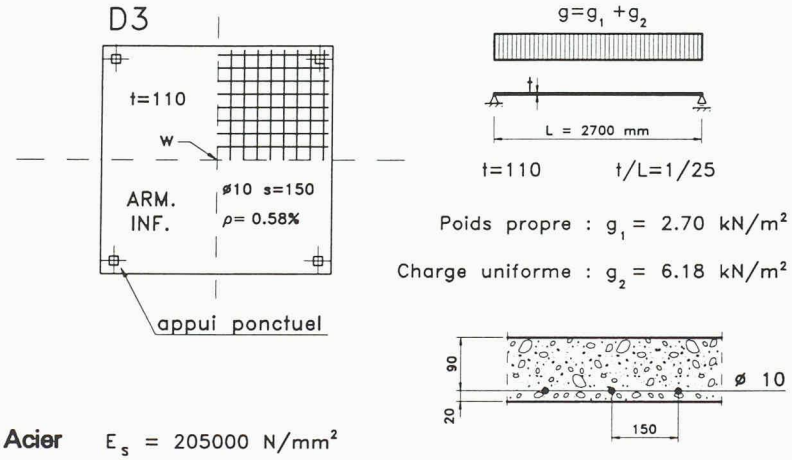
Béton $E_c = 31100\ N/mm^2$ $f_{cc} = 30\ N/mm^2$

$f_{ct} = f'_{ct} = 3.1$ (poutre A) et 4.6 (poutres B,C,D) N/mm^2

$\varphi \cong 2$ $\varepsilon_{cs} \cong 0.0003$

$\kappa_{s1} = 0.9$ $\kappa_{\varphi 1} = 0.8$ $\kappa_{\varphi 2} = 0.3$ $\kappa_{cs1} = 0.55$ $\kappa_{cs2} = 1.2$

Fig. 3. – Poutre FRFC 547/II (d'après [14])



Acier $E_s = 205000\ N/mm^2$

$f_s = 460\ N/mm^2$

Béton $E_c = 30970\ N/mm^2$

$f_c = 29.5\ N/mm^2$

$f_{ct} = 2.92\ N/mm^2$

$\kappa_{s1} = 0.96$ $\kappa_{\varphi 1} \cong 0.93$

$\kappa_{\varphi 2} = 0.16$ $\kappa_{cs1} = 0.28$

$\kappa_{cs2} = 1.12$

$t-t_0$	φ	ε_{cs} [‰]
0	0	0
1 jour	0.38	0.011
7 jours	0.76	0.043
28 jours	1.23	0.111
84 jours	1.74	0.213
6 mois	2.11	0.317
1 an	2.37	0.381
2 ans	2.58	0.406

Fig. 4. – Dalle d'essai D3 (d'après [15])

Il est intéressant de comparer les flèches de Charif avec celles de *FELINA* (fig 6). On constate que celles de *FELINA* sont légèrement inférieures à celles de Charif.

5.3 Cas pratique d'une dalle de parking

Dans [5], on a calculé une dalle réelle (projet du bureau Monod Ingénieurs Conseils S.A. à Epalinges) jusqu'à la ruine, sans tenir compte des effets différés. Cette analyse a montré que la ruine se produisait par formation d'un mécanisme dans la zone ouest de la dalle. La figure 7 montre le réseau d'éléments finis de cette zone, à laquelle on a appliqué des conditions aux limites de symétrie sur l'axe C.

Dans ce type de structure, c'est la flèche à long terme qui est déterminante; le bureau Monod a fait les calculs suivants:

- flèche élastique instantanée sous les actions g et q_∞: $w_C = 3{,}8$ mm
- flèche à long terme selon la norme SIA 162:
  $w_\infty = \kappa w_C$
  $\kappa = (h/d)^3\ \eta\ (1\text{-}20\ \rho')$ avec $h/d = 1/0{,}88$ ($h \equiv t$)
  $\rho_m = 0{,}417\% \Rightarrow \eta = 4{,}83$, $\rho' = 0$ $w_\infty = 26{,}7$ mm

Si l'on tient compte de l'armature comprimée, on a, avec $\rho'_m = 0{,}45\%$, $w_\infty = 24{,}3$ mm.

Note: $L/300 \cong 24$ mm

Une analyse non linéaire de la dalle de la figure 7 a également été effectuée avec le programme *FELINA*. Pour les effets différés, on a pris $\varphi = 2{,}5$ (fluage) et $\varepsilon_{cs} = 0{,}0002$ (retrait). Quant aux coefficients de correction κ, variables d'une zone à l'autre de la dalle, ils sont donnés dans le tableau 5.

La zone intermédiaire est une zone de transition entre «champ» et «sur colonne»; elle entoure les colonnes (une telle zone intermédiaire est ombrée sur la figure 7).

Le tableau 6 donne les valeurs des flèches maximales (aux noeuds marqués d'un petit cercle noir dans la figure 7) calculées à l'aide du programme *FELINA*.

La flèche maximale calculée numériquement, *de l'ordre de 15 mm,* est donc inférieure à l'estimation (~ 25 mm) obtenue par la norme SIA 162.

5.4 Estimation des flèches par la méthode simplifiée SIA-CEB-FIP

La flèche à long terme se calcule par la formule simplifiée [7]

$$w_\infty = (h/d)^3\ \eta\ (1 - 20\ \rho')\ w_C = \kappa\ w_C \qquad (5.1)$$

où w_C est la flèche élastique calculée avec $E_C\ I_C$ et où le coefficient η est donné par une table ($10 \geq \eta \geq 2$).

En calculant κ non pas par la formule (5.1), mais par la relation

$$\kappa = (\kappa_2 - (\kappa_2 - \kappa_1)\ \beta\ M_r/M)\ (1\text{-}20\ \rho') \qquad (5.2)$$

on obtient une estimation plus précise de la flèche (voir [7]).

En appliquant ces formules aux cas précédents, on trouve les résultats du tableau 7.

Tableau 5 – Coefficients de correction

Zone	κ_{s1}	$\kappa_{\varphi 1}$	$\kappa_{\varphi 2}$	κ_{cs1}	κ_{cs2}
Champ	0,94	0,84	0,10	0,05	0,90
Intermédiaire	0,90	0,75	0,10	0,02	0,87
Sur colonne	0,85	0,66	0,10	0	0,84

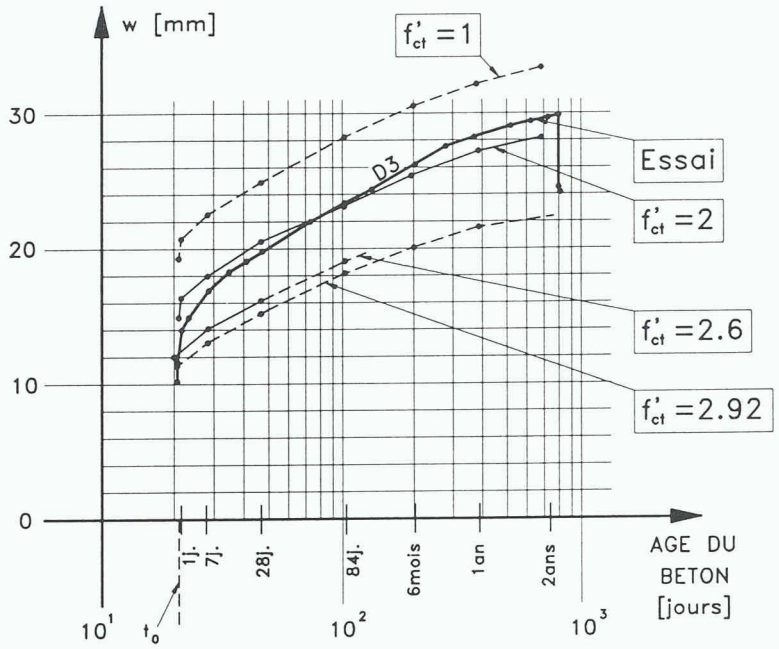


Fig. 5. – Flèches mesurées (essai) et calculées (pour diverses valeurs de f'_{ct})

En consultant le tableau 7, on est contraint de conclure que *la formule approchée* (5.1) *des normes donne des résultats quelque peu imprécis et dispersés.* En particulier, l'approximation peut sous-estimer fortement la flèche à long terme (cas des poutres FRFC à fort pourcentage d'armature). Quant à la formule (5.2), plus précise, son usage est délicat car tant les coefficients de correction que les moments sont très variables dans l'ensemble d'une dalle (dernier cas par exemple).

6. Loi moment-courbure

Il est intéressant de comparer quelques lois moment-courbure avec et sans effets différés.

6.1 Essais de Charif

Dans le cadre d'essais en laboratoire, Charif a testé plusieurs «bandes de dalle» [16] dont les caractéristiques sont rappelées à la figure 8.

Pour ces «bandes de dalle», les résultats de la comparaison des lois moment-courbure

- expérimentales
- hyperboliques du CEB
- multi-linéaires de *FELINA*

sont représentés aux figures 9 (sans effets différés) et 10 (avec effets différés). Dans l'ensemble, on observe une bonne concordance.

6.2 Commentaires

Les comparaisons précédentes permettent de tirer les conclusions suivantes:

- dans le domaine des états d'utilisation ($M/M_u \cong 0{,}5$), les lois moment-courbure du CEB et de *FELINA* sont très voisines et en bon accord avec les résultats d'essai. La loi hyperbolique du CEB est certainement plus précise; mais d'un point de vue pratique, et vu les incertitudes attachées au problème, une loi linéaire est suffisante;
- il n'y a pas de règle quant à la position de la loi du CEB par rapport à la droite du programme *FELINA*;
- il n'y aurait pas de difficulté de principe à introduire la loi hyperbolique du CEB dans le programme *FELINA*.

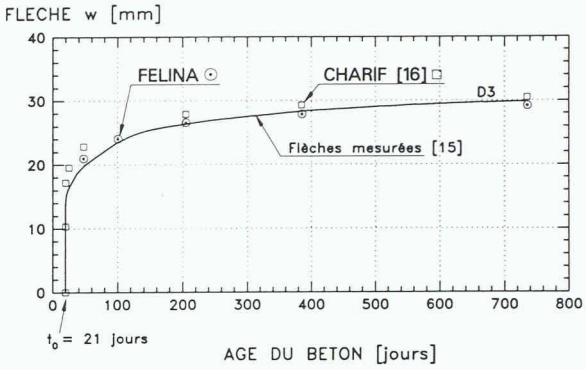
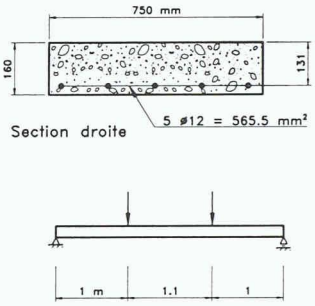


Fig. 6. – Comparaison des flèches mesurées et calculées (d'après les données recommandées dans [16])



Béton	Ordinaire A1
E_c	26600 (N/mm²)
f_{ct}	2.52 (N/mm²) / 3.60
f_{cc}	28.0 (N/mm²)
$\varphi_{t=0}$	0
$\varepsilon_{cs,t=0}$	0
$\beta_{t=0}$	1
φ_{1an}	1.47
$\varepsilon_{cs,1an}$	$455 \cdot 10^{-6}$
β_{1an}	0.5

Aciers E_s = 205000 N/mm²
f_s = 460 N/mm²

Moment ultime de référence : M_u = 32 344 555 N·mm
Coefficients de correction κ selon [9].

Fig. 8. – Poutres de Charif

Remerciements

Cet article est basé sur le rapport [17] relatif à la recherche CERS «CAO du bâtiment» (subside N°109.1). Les auteurs remercient la Commission de son soutien financier. Ils remercient également Monod Ingenieurs Conseils S.A. à Epalinges, qui a permis l'application du programme *FELINA* au cas pratique de la dalle de parking et Eperon Informatique Technique S.A. à Epalinges, qui a mis les pré- et post-processeurs du progiciel *CANDIDE* à disposition. Enfin, ils remercient H. Charif avec lequel le premier auteur a eu d'intéressantes discussions.

Bibliographie

1] Ibrahimbegovic A. and Frey F.: «Stress resultant finite element analysis of reinforced concrete plates», *Engineering Computations*, Vol. 10, 1993 (aussi: LSC Internal Report 92/1, LSC, EPFL, January 1992)

[2] Ibrahimbegovic A., Frey F. and Sarf J.-L.: «Limit load analysis of plates with particular reference to steel and reinforced concrete plates», First European Conf. on Num. Methods in Eng., Proceedings, Brussels, Sept. 1992 (aussi: LSC Internal Report 92/11, LSC, EPFL, May 1992)

[3] Sarf J.-L., Ibrahimbegovic A., Frey F.: «Analyse par la méthode des éléments finis des grilles de poutres en béton armé», rapport interne 92/8, LSC, EPFL, décembre 1992

[4] Carbajal J.: «Analyse non linéaire matérielle des dalles en béton armé», rapport Interne 910402, IBAP, EPFL, juillet 1992

[5] Carbajal J.: «Vérification de la sécurité structurale d'une dalle de parking en béton armé au moyen

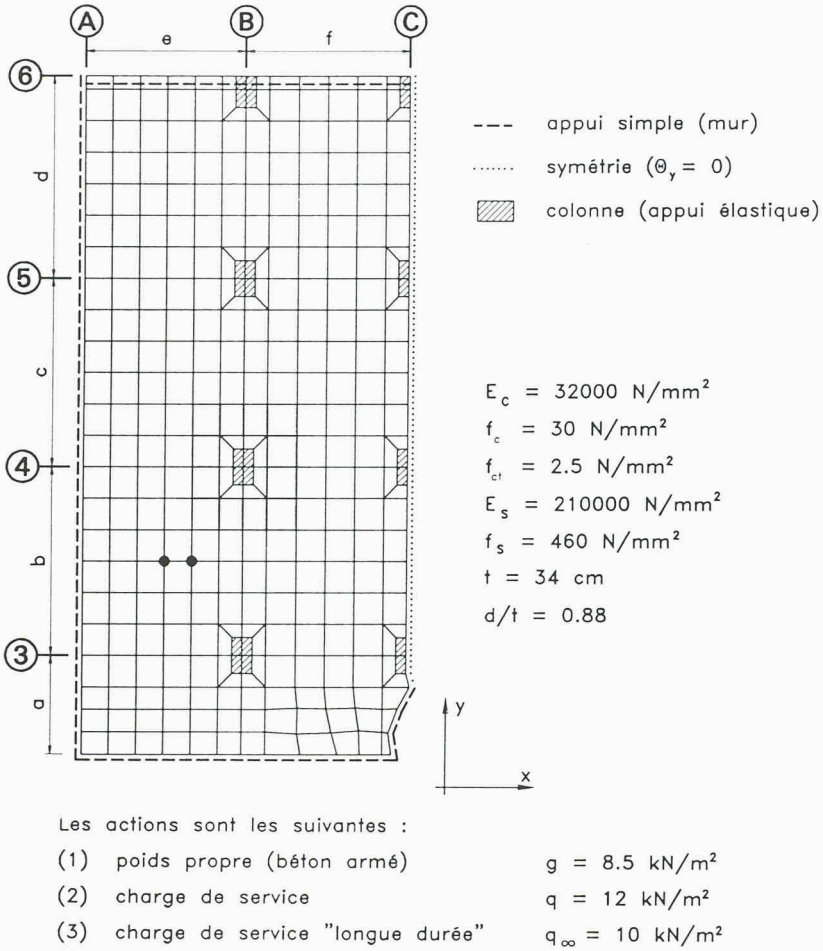


Fig. 7. – Zone ouest de la dalle de parking analysée dans [5]

Tableau 6 – Flèches de la dalle de parking *(FELINA)*

Calcul	*Effets différés*	*Actions*	β	*Flèche [mm]*	*M/M$_{ultime}$ (%)* champ	sur colonne
Stade 1	aucun	g + q	0,8	4,1	—	—
Inélastique	aucun	*g* (seul)	0,8	1,8	0	25%
		g + q	0,8	9,3	40%	70%
	fluage (seul)	*g* (seul)	0,5	4,5	0	25%
		g + q$_\infty$	0,5	14,4	40%	70%
	fluage et retrait	*g* (seul)	0,5	4,6	0	25%
		g + q$_\infty$	0,5	14,9	40%	70%

Tableau 7 – Comparaison des flèches

Sous-chapitre	*Structure, référence*	*Flèches w_∞ [mm]*			
		Mesurées	*Calculées par* FELINA	*Selon formule approx. SIA-CEB-FIP* (5.1)	*Selon formule* (5.2)
5.1	Poutres FRFC 547/II [14] A	13,5	13,5	2,6	15,8
	B	14,1	14,9	2,9	15,8
	C	17,6	18,1	3,5	15,8
	D	20,2	20,8	3,9	15,8
5.2	Dalle D3 [15]	29,6	28,1	24,2	21,5
5.3	Dalle de parking [5]	–	14,9	~ 25	~ 15,2

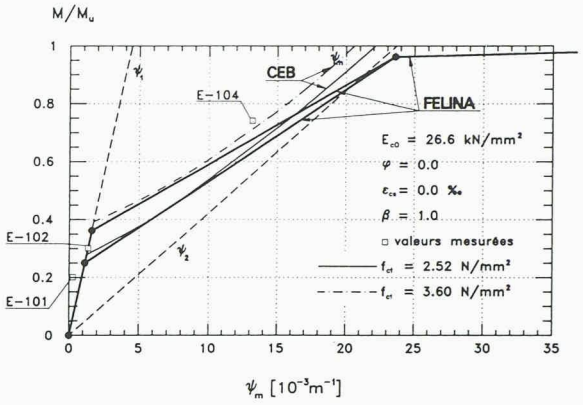


Fig. 9. – Béton A1, sans effets différés (essai à 28 jours)

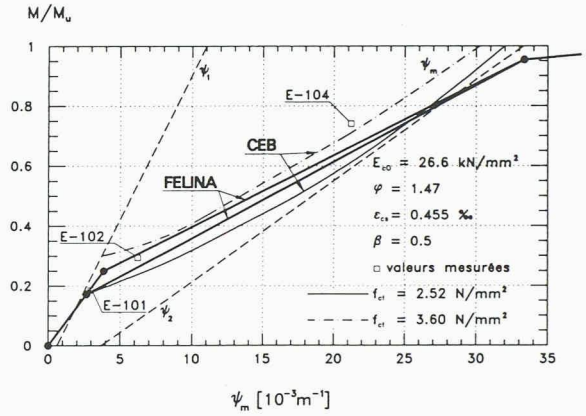


Fig. 10. – Béton A1, avec effets différés (essai à 28 jours + 1 an)

d'une analyse non linéaire matérielle», *Ing. et arch. suisses*, N° 8, mars 1993 (aussi: Rapport interne 910403, IBAP, EPFL, janvier 1993)

[6] «CEB-FIB Model Code 1990», Comité Euro-International du Béton et Fédération Internationale de la Précontrainte, Th. Telford ed., Londres, 1992

[7] Favre R., Charif H.: «Structures en béton. Modèle de base et méthodes simplifiées du calcul des déformations des structures en béton selon les codes européens», *IAS* N° 25, p. 492-498, nov. 1992

[8] Studer M.A.: «Modélisation du béton armé et non armé pour le calcul non linéaire des structures planes en poutres par éléments finis», rapport interne 85/2, LSC, EPFL, avril 1985

[9] Favre R., Jaccoud J.-P., Koprna M., Radojicic A.: « Dimensionnement des structures en béton (Dalles, murs, colonnes, fondations)», Traité de génie civil, Vol. 8, PPUR, 1990, Lausanne

[10] «FELINA: Finite Element Linear and Nonlinear Incremental Analysis; User's Manual (Version 6)», LSC Internal Report 92/19, LSC, EPFL, May 1992

[11] Frey F., Studer M.A.: «Lois constitutives dans FELINA – Extensions », rapport interne 92/9, LSC, EPFL, juin 1992

[12] Carbajal J., communication privée, 1992

[13] Manuel CEB «Fissuration et déformations» (Groupe de travail: Favre R., Beeby A.W., Falkner H.J., Koprna M., Schiessl P., Jaccoud J.-P.), EPFL, 1983

[14] Espion B.: «Contribution à l'analyse non linéaire des ossatures planes – application aux structures en béton armé», thèse de doctorat (Vol. 2, pp. 332 – 342), ULB, Faculté des Sciences Appliquées, 1985 – 1986

[15] Tellenbach A.: «Déformation à long terme des dalles en béton à l'état fissuré», thèse EPFL 544 IBAP, 1984

[16] Charif H.: «Réduction des déformations des structures en béton grâce à l'utilisation de bétons à hautes perfomances – étude numérique et expérimentale», thèse EPFL 844, IBAP, 1990

[17] Frey F.: «Calcul des poutres et dalles en béton armé avec effets différés selon le CEB», rapport interne 93/4, LSC, EPFL, mars 1993