

**Zeitschrift:** Ingénieurs et architectes suisses

**Band:** 120 (1994)

**Heft:** 10

**Artikel:** Traînée aérodynamique d'un métro à grande vitesse dans un tunnel étroit

**Autor:** Flatt, René

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-78316>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Traînée aérodynamique d'un métro à grande vitesse dans un tunnel étroit<sup>1</sup>

Par René Flatt,  
ing. dipl. EPFL-SIA  
EPFL – DGM  
1015 Lausanne

## 5. Calcul de l'écoulement de ③ à ④

Dans ce paragraphe nous considérons l'écoulement *relatif* au référentiel métro (que nous indiquerons selon le besoin par  $\dots^{(m)}$ , respectivement  $\dots^{(mm)}$ ).

Commençons par déterminer le *nombre de Mach relatif* en ③ (fig. 10),  $Mw_3^{(m)} = \frac{w_3^{(m)}}{a_3}$

en remarquant qu'il est identique à celui en ②, car nous avons postulé un écoulement sans frottement, de ② à ③ (cf. aussi fig. 5). Par la composition des vitesses, avec ici  $u_m$  comme *vitesse d'entraînement* (et non pas  $u_s$ , comme au §4!), on a

$$w_3^{(m)} = w_2^{(m)} = c_2 - u_m (<0) \text{ ou} \\ |w_3^{(m)}| = u_m - c_2$$

N. B.: Comme nous considérerons l'écoulement *relatif*, avec l'axe relatif  $y$  (orienté dans le même sens que l'écoulement relatif), nous laisserons tomber le signe *valeur absolue* pour  $Mw^{(m)}$  et  $Lw^{(m)}$ , selon la procédure déjà utilisée à la fin du §4).

$$Mw_3^{(m)} = Mw_2^{(m)} = \frac{u_m - c_2}{a_2} = \frac{u_m - c_2}{a_1 \sqrt{T_2/T_1}} = \\ = \frac{Mu_1^{(m)} - \gamma}{\sqrt{\tau_s}} \quad \text{où } Mu_1^{(m)} = \frac{u_m}{a_1} \quad (23)$$

(16) et (23) donnent  $Lw_3^{(mm)} = \dots$

Cette grandeur nous permet de déterminer  $\chi_3^{(m)} = \dots$  (à l'aide de (19)), ainsi que la FDG  $\theta_3^{(m)}$  correspondante, appelée *débit-masse*

<sup>1</sup> Voir IAS N° 9  
du 13 avril 1994

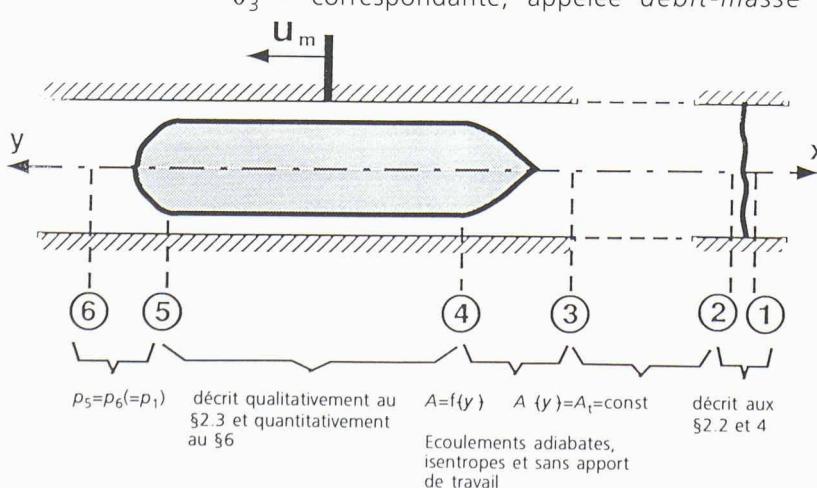


Fig. 10. – Schéma d'ensemble montrant les stations ① à ⑥

adimensionnel de 1<sup>ère</sup> espèce [5], et définie ci-après

$$\theta = \frac{\dot{M}}{K_\theta \left( \frac{A p_w}{\sqrt{RT_w}} \right)} = \\ = \left( \frac{\alpha+1}{2} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \cdot \left( 1 - \frac{\alpha-1}{\alpha+1} Lw^2 \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \cdot Lw \quad (24)$$

avec  $K_\theta$  comme dans (4)

Pour le passage de l'état ③ à l'état ④ (fig. 10), nous faisons l'hypothèse d'un écoulement (relatif) stationnaire, adiabate, sans dissipation (donc aussi isentrope) ni transfert de travail.

L'équation de continuité adimensionnelle de 1<sup>ère</sup> espèce [5] s'écrit

$$\theta_4^{(m)} = \left( \frac{\sqrt{T_{4w}^{(m)}/T_{3w}^{(m)}}}{\varepsilon \cdot \frac{p_{4w}^{(m)}}{p_{3w}^{(m)}}} \right) \theta_3^{(m)} \quad (25)$$

$$\text{avec } \varepsilon = \frac{A_4}{A_3} = \frac{A_a}{A_t} = 1 - \left( \frac{D_m}{D_t} \right)^2$$

N. B.: Pour l'une des variantes (provisoires) du Swissmetro on a, selon [2],  $\varepsilon=0,19$  (cf. §2.3).

Cela conduit à

$$\theta_4^{(m)} = \left( \frac{\sqrt{1}}{\varepsilon \cdot 1} \right) \cdot \theta_3^{(m)} = \frac{\theta_3^{(m)}}{\varepsilon} = \dots \quad (26)$$

L'algorithme  $Lw = f(\theta)$  décrit dans [5] permet de déterminer  $Lw_4^{(mm)} = \dots$  (27)

La FDG  $\chi^{(m)} \leftarrow Lw^{(mm)}$  (cf. (19)) donne ensuite

$$\chi_4^{(m)} = \dots \quad (28)$$

(20) appliqué à la transformation ③ à ④ donne

$$\chi_4^{(m)} = \left( \frac{\sqrt{1}}{\varepsilon \cdot \frac{p_4}{p_3}} \right) \cdot \chi_3^{(m)}$$

$$\text{d'où l'on tire } \pi_m = \frac{p_4}{p_3} = \frac{\chi_3^{(m)}}{\varepsilon \cdot \chi_4^{(m)}} \quad (29)$$

Finalement, en combinant (21) et (29), on obtient

$$\pi_a = \frac{p_4}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_3}{p_2} \cdot \frac{p_4}{p_3} = \pi_s \cdot 1 \cdot \pi_m = \dots \quad (30)$$

En vue du §6 nous déterminons encore la température totale-relative  $T_{4w}^{(m)}$ , ainsi que  $Lw_4^{(mm)}$

$$T_{4w}^{(m)} = T_{3w}^{(m)} = \frac{T_{3w}^{(m)}}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot T_1 = \\ = \frac{T_{3w}^{(m)}}{T_3} \cdot 1 \cdot \tau_s \cdot T_1$$

En tenant compte de (9) transposé au référentiel métro, cela donne

$$\frac{T_{4w}^{(m)}}{T_1} = \left( 1 + \frac{\alpha-1}{2} M w_3^{(m)2} \right) \cdot \tau_s \quad (31)$$

$$\text{et } L u_4^{(mm)} = \frac{u_m}{a_{4L}^{(m)}} = \frac{u_m}{a_1} \cdot \frac{a_1}{a_{4L}^{(m)}} =$$

$$= M u_1^{(m)} \frac{\sqrt{\alpha R T_1}}{\sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha+1} R T_{4w}^{(m)}}} = \\ = \sqrt{\frac{\frac{\alpha+1}{2}}{\left( 1 + \frac{\alpha-1}{2} M w_3^{(m)2} \right) \tau_s}} \cdot M u_1^{(m)} \quad (32)$$

## 6. Calcul de l'écoulement pariétal ④ à ⑤

Comme au §5 nous analyserons l'écoulement *relatif* au référentiel métro, (...)<sup>(m)</sup>. Précisons d'emblée la condition-limite en ⑤: l'écoulement relatif qui débouche de la petite section annulaire  $A_a$  se comporte vraisemblablement de manière analogue à un jet débouchant sur un élargissement brusque de la section (fig. 11).

Un tel écoulement (qu'il soit incompressible ou compressible) fonctionne globalement comme un *mauvais diffuseur*, c'est-à-dire qu'il ne "récupère" (sous la forme d'un gain relatif de pression statique  $(p_6 - p_5)/p_6 > 0$ ), qu'une très faible partie de l'énergie cinétique présente dans le jet,  $p_{5w}^{(m)2}/2$  (ceci d'autant plus que

$\epsilon = A_5/A_6 = A_a/A_t$  est petit).

Or nos calculs montreront que cette énergie cinétique elle-même n'est que peu importante: en effet elle correspond à  $L w_5^{(mm)} = 0,267$ , ce qui donne

$$\frac{p_{5w}^{(m)} - p_5}{p_{5w}^{(m)}} = 1 - \left( 1 - \frac{\alpha-1}{\alpha+1} L w_5^{(mm)2} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \approx \\ \approx 0,041$$

Par conséquent nous postulons tout simplement

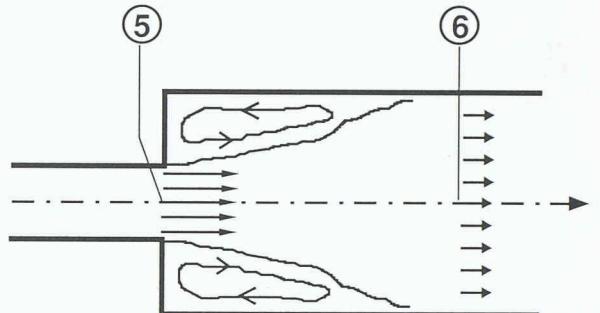


Fig. 11. – Ecoulement de Borda-Carnot à travers un élargissement brusque de la section

$$p_5 = p_6 (= p_1) \quad (33)$$

( $p_1$  = pression de service du tunnel)

Nous postulerons un écoulement (relatif) stationnaire, adiabate, avec dissipation (par frottement) et *apport de travail*, à travers un conduit à section constante ( $A_a \leftarrow y \rightleftharpoons \text{const}$ ).

Le frottement sera pris en compte d'une part par la loi empirique

$$f_m \leftarrow y \rightleftharpoons \frac{\tau_{0m}}{\rho w^2/2} = \text{const}, \quad (34)$$

avec  $\tau_{0m}$  = contrainte tangentielle le long de la paroi latérale du métro,

et d'autre part en exprimant la force de frottement sur l'ensemble des deux parois (celle du métro et celle du tunnel)

$$dF_0 = dF_{0m} + dF_{0t} \quad (35)$$

par le biais du facteur empirique  $\varphi$ , que nous postulons indépendant de  $y$ :

$$\varphi \leftarrow y \rightleftharpoons \frac{dF_{0m}}{dF_0} = \text{const} \quad (36)$$

Cette astuce nous permettra d'alléger l'analyse. En effet nous pourrons nous passer du facteur  $f_t$ , qui conduirait à des expressions plus lourdes (et dont la définition, analogue à (34), mais basée sur la vitesse absolue  $c$ , serait d'ailleurs discutable [3]).

(34) à (36) donnent

$$\frac{dF_{0t}}{dF_{0m}} = \frac{\tau_{0t}}{\tau_{0m}} \cdot \frac{dA_{0t}}{A_{0m}} = \frac{\tau_{0t}}{\tau_{0m}} \cdot \frac{\pi D_t dy}{\pi D_m dy} = \varphi^{-1} - 1$$

$$\text{d'où } \varphi = \left( 1 + \frac{\tau_{0t}}{\tau_{0m}} \cdot \frac{D_t}{D_m} \right)^{-1}$$

A cause de l'orientation du gradient de pression dans l'espace annulaire, on a vraisemblablement  $\tau_{0t}/\tau_{0m} < 1$ , d'où

$$\varphi > \frac{D_m}{D_t + D_m} \quad (37)$$

La valeur  $\varphi=1$  correspond au cas  $dF_{0t}=0$ . Pour  $D_m=3,6$  m et  $D_t=4$  m, cela donnerait  $\varphi>0,47$ .

*Remarque:* Pour des valeurs de  $\pi_s$  peu supérieures à 1 et de  $E/L$  relativement petites, il est concevable que  $F_{0t}$  soit de signe opposé à celui de  $F_{0m}$ . On a alors  $\varphi>1$ .

En analogie au concept du *diamètre hydraulique* (communément défini par  $D_H = \frac{4A}{P_H}$  avec  $P_H$  = périmètre mouillé), il convient ici de définir un *diamètre équivalent*

$$D^* = \frac{4A_a}{dA_{0m}/dy} = \frac{\pi(D_t^2 - D_m^2)}{\pi D_m} = \left[ \left( \frac{D_t}{D_m} \right)^2 - 1 \right] D_m \quad (38)$$

où  $dA_{0m}$  représente l'élément de surface pariétale du métro.

Pour l'analyse proprement dite, nous appliquons au *volume de contrôle infinitésimal* (représenté sur la fig. 12) les *lois de conservation*:

Equation de l'énergie:

$$\begin{aligned} \dot{M}_a^{(m)} dh_w &= \dot{M}_a^{(m)} \frac{\alpha}{\alpha-1} R dT_w^{(m)} = \\ &= dF_{0t} u_m = (\varphi^{-1}-1) dF_{0m} u_m = \\ &= (\varphi^{-1}-1) \left( f_m \frac{\rho w^{(m)2}}{2} \right) dA_{0m} u_m = \\ &= (\varphi^{-1}-1) (4f_m dy) (A_a \rho w^{(m)}) \left( \frac{dA_{0m}/dy}{4A_a} \right) \frac{u_m w^{(m)}}{2} \end{aligned}$$

En considérant (comme aux §4 et 5)  $w^{(m)}$  et  $\dot{M}_a^{(m)}$  comme positifs, et en divisant membre à membre par  $\frac{\alpha+1}{2(\alpha-1)} \dot{M}_a^{(m)}$  on obtient

$$\frac{2\alpha}{\alpha+1} R dT_w^{(m)} = B w^{(m)} dy \quad (39)$$

où l'on a posé  $\frac{\varphi^{-1}-1}{(\alpha+1)} \cdot \left( \frac{4f_m}{D^*} \right) \cdot u_m = B$

En approximant la variation de  $w(y)$  de ④ à ⑤ par une relation linéaire, on peut intégrer (39)

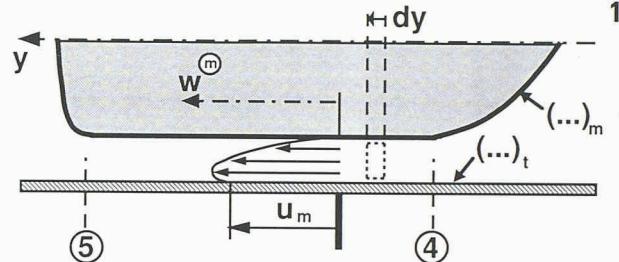


Fig. 12. – Schéma de l'écoulement relatif entre la paroi "fixe" (le métro) et la paroi "mobile" (le tunnel). Cette dernière se déplace à la vitesse  $u_m$  ( $>0$ ), dans la même direction ( $y$ ) que l'écoulement moyen

$$\frac{2\alpha}{\alpha+1} R (T_{5w}^{(m)} - T_{4w}^{(m)}) = B \frac{w_4^{(m)} + w_5^{(m)}}{2} L \quad (40)$$

avec  $L = y_5 - y_4$

Introduisons les nombres de Laval

$$\begin{aligned} Lw_4^{(mm)} &= \frac{w_4^{(m)}}{a_{4L}^{(m)}} & Lw_5^{(mm)} &= \frac{w_5^{(m)}}{a_{5L}^{(m)}} = \\ &= \left( \frac{T_{5w}^{(m)}}{T_{4w}^{(m)}} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{w_5^{(m)}}{a_{4L}^{(m)}} & \text{et} & \quad Lu_4^{(mm)} = \frac{u_m}{a_{4L}^{(m)}} \end{aligned}$$

Cela donne, en posant  $\sqrt{\frac{T_{5w}^{(m)}}{T_{4w}^{(m)}}} = z$  et en divisant (40) membre à membre par

$$a_{4L}^{(m)2} \left( = \frac{2\alpha}{\alpha+1} RT_{4w}^{(m)} \right) :$$

$$z^2 - 1 = 2E (Lw_4^{(mm)} + Lw_5^{(mm)} z)$$

$$\text{où l'on a posé } \frac{\varphi^{-1}-1}{(\alpha+1)} \cdot \frac{f_m L}{D^*} \cdot Lu_4^{(mm)} = E \quad (41)$$

En réarrangeant:

$$z^2 - 2(E Lw_5^{(mm)}) z - (1 + 2E Lw_4^{(mm)}) = 0$$

Des deux solutions mathématiques

$$z = E Lw_5^{(mm)} \pm \sqrt{(E Lw_5^{(mm)})^2 + 1 + 2E Lw_4^{(mm)}}$$

on peut immédiatement éliminer la solution "inférieure", puisqu'elle donnerait une valeur négative de  $z$ . La solution physique est donc

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{\frac{T_{5w}^{(m)}}{T_{4w}^{(m)}}} = \\ &= E Lw_5^{(mm)} + \sqrt{(E Lw_5^{(mm)})^2 + 1 + 2E Lw_4^{(mm)}} \quad (42) \end{aligned}$$

Dérivons encore une autre relation, utile pour la suite, en divisant (39) membre à membre par  $a_L^{(m)2}$ :

$$\frac{dT_w^{(m)}}{T_w^{(m)}} = (B \ dy) \frac{w^{(m)}}{a_L^{(m)2}} = (B \ dy) \frac{Lw^{(m)}}{a_L^{(m)}} \quad (43)$$

Equation de la quantité de mouvement:

$$pA - [pA + d(pA)] - \varphi^{-1} dF_{0m} = \\ = \dot{M}_a^{(m)} (w^{(m)} + dw^{(m)}) - \dot{M}_a^{(m)} w^{(m)} \quad (44)$$

Soit la *dynalpie relative* (cf. [5])

$$I^{(m)} = p A + \dot{M}_a^{(m)} w^{(m)}$$

ou sous forme différentielle

$$dI^{(m)} = d(pA + \dot{M}_a^{(m)} w^{(m)}) \quad (45)$$

$$(44) \text{ et } (45) \text{ donnent } dI^{(m)} = -\varphi^{-1} dF_{0m} \quad (46)$$

On montre [5] que l'on peut aussi exprimer la dynalpie sous la forme

$$I^{(m)} = \left( \frac{\alpha+1}{\alpha} \dot{M}_a^{(m)} a_L^{(m)} \right) \cdot \sigma^{(m)} \quad (47)$$

$$\text{où } \sigma^{(m)} = \frac{1}{2} (Lw^{(mm)} + Lw^{(mm)-1}) \quad (48)$$

est la *dynalpie adimensionnelle*.

$$\text{Différencions (47)} \quad dI^{(m)} = \\ = \left( \frac{\alpha+1}{\alpha} \dot{M}_a^{(m)} a_L^{(m)} \right) \left( d\sigma^{(m)} + \sigma^{(m)} \frac{da_L^{(m)}}{a_L^{(m)}} \right) \quad (49)$$

puis (48)

$$d\sigma^{(m)} = \frac{1}{2} (1 - Lw^{(mm)-2}) d(Lw^{(mm)}) \quad (50)$$

Par ailleurs ( cf. (10) et (43) ), on a

$$\frac{da_L^{(m)}}{a_L^{(m)}} = \frac{1}{2} \frac{dT_w^{(m)}}{T_w^{(m)}} = \frac{1}{2} B dy \frac{Lw^{(mm)}}{a_L^{(m)}} \quad (51)$$

(46) à (51) donnent

$$\left( \frac{\alpha+1}{\alpha} \dot{M}_a^{(m)} a_L^{(m)} \right) \cdot \left[ \frac{1 - Lw^{(mm)-2}}{2} d(Lw^{(mm)}) + \right. \\ \left. + \frac{\sigma^{(m)}}{2} B dy \frac{Lw^{(mm)}}{a_L^{(m)}} \right] = -\varphi^{-1} \frac{4f_m dy}{D^*} \dot{M}_a^{(m)} \frac{w^{(m)}}{2}$$

En introduisant les grandeurs posées égales à  $B$  (cf. (39) ), et en divisant membre à membre par

$$\left( \frac{\alpha+1}{2\alpha} \dot{M}_a^{(m)} a_L^{(m)} \right), \text{ on obtient}$$

$$(1 - Lw^{(mm)-2}) d(Lw^{(mm)}) + \frac{\varphi^{-1}-1}{\left( \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \right)} \cdot \frac{4f_m dy}{D^*} \cdot \frac{u_m}{a_L^{(m)}} \cdot \\ \cdot (\sigma^{(m)} Lw^{(mm)}) = -\frac{\alpha}{\alpha+1} \varphi^{-1} \frac{4f_m dy}{D^*} Lw^{(mm)}$$

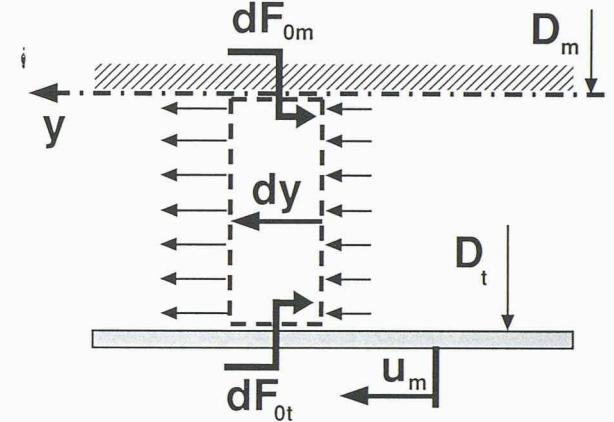


Fig. 13 – Esquisse du volume de contrôle infini-

tésimal

Divisons membre à membre par  $(-Lw^{(mm)})$  et passons le 2<sup>e</sup> terme à droite

$$Lw^{(mm)-3} dLw^{(mm)} - \frac{dLw^{(mm)}}{Lw^{(mm)}} = \left[ \frac{\alpha}{\alpha+1} \varphi^{-1} + \right. \\ \left. + \frac{\varphi^{-1}-1}{\left( \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \right)} \cdot \frac{u_m}{a_{4L}^{(m)}} \cdot \left( \frac{1}{2} (Lw^{(mm)} + Lw^{(mm)-1}) \right) \right] \cdot \\ \cdot \frac{4f_m dy}{D^*}$$

Multiplions membre à membre par 2 et intégrons de ④ à ⑤

$$(Lw_4^{(mm)-2} - Lw_5^{(mm)-2}) - \ln \left( \frac{Lw_5^{(mm)2}}{Lw_4^{(mm)2}} \right) = \\ = \left[ \frac{2\alpha}{\alpha+1} \varphi^{-1} + \frac{\varphi^{-1}-1}{\left( \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \right)} \cdot Lu_4^{(mm)} \right. \\ \left. \cdot \frac{(Lw^{(mm)} + Lw^{(mm)-1})}{\sqrt{T_w^{(m)}/T_{4w}^{(m)}}} \right] \cdot \frac{4 f_m}{D^*} (y_5 - y_4)$$

Approximons la valeur moyenne  $\bar{(...)}$

$$\left( \frac{Lw^{(mm)} + Lw^{(mm)-1}}{\sqrt{T_w^{(m)}/T_{4w}^{(m)}}} \right) \equiv \\ \equiv \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{Lw_4^{(mm)} + Lw_4^{(mm)-1}}{1} + \frac{Lw_5^{(mm)} + Lw_5^{(mm)-1}}{\sqrt{T_{5w}^{(m)}/T_{4w}^{(m)}}} \right)$$

Cela donne finalement, en tenant compte de (42)

$$\begin{aligned}
 & \left( Lw_4^{(mm)-2} - Lw_5^{(mm)-2} \right) - \ln \left( \frac{Lw_5^{(mm)2}}{Lw_4^{(mm)2}} \right) - \\
 & - \left\{ \frac{2\alpha}{\alpha+1} \varphi^{-1} + \frac{(\varphi^{-1}-1)Lw_4^{(mm)}}{2 \left( \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \right)} \right. \\
 & \cdot \left[ Lw_4^{(mm)} + Lw_4^{(mm)-1} + \right. \\
 & \left. \left. + \frac{Lw_5^{(mm)} + Lw_5^{(mm)-1}}{E Lw_5^{(mm)} + \sqrt{(E Lw_5^{(mm)})^2 + 1 + 2E Lw_4^{(mm)}}} \right] \right\} \\
 & \cdot \frac{4f_m L}{D^*} = 0 \quad (52)
 \end{aligned}$$

En admettant  $Lw_4^{(mm)}$  comme connu, (52) représente une équation implicite en  $Lw_5^{(mm)}$ , qu'il s'agit de résoudre par une procédure itérative appropriée.

Équation de continuité:

(20) transposée au cas traité ici s'écrit

$$\chi_5^{(m)} = \left( \frac{\sqrt{T_{5w}^{(m)}/T_{4w}^{(m)}}}{A_5 \cdot \frac{p_5}{p_4}} \right) \cdot \chi_4^{(m)}$$

où  $\chi_4^{(m)}$  et  $\chi_5^{(m)}$  sont des FDG (cf. (19)) obtenues à partir de  $Lw_4^{(mm)}$  et  $Lw_5^{(mm)}$ .

Comme  $A_5/A_4=1$ , on en tire (en vertu de (33))

$$\pi_b = \frac{p_4}{p_1} = \frac{p_4}{p_5} = \frac{\chi_5^{(m)}}{z \chi_4^{(m)}} \quad (53)$$

L'étape suivante consiste à comparer ce  $\pi_b$  avec le  $\pi_a$  de (30).

Rappelons que pour obtenir  $\pi_s = f(Mw_1^{(s)})$  (cf. (15) à (21)), nous avions dû admettre une valeur de  $\gamma (= c_2/a_1)$ . Si donc  $|\pi_b - \pi_a|$  dépasse une certaine limite (de convergence) que l'on s'impose, on recommence le calcul au §4, avec une valeur améliorée de  $\gamma$ .

## 7. Application numérique: cas du Swiss-metro

*Avertissement:* Comme aux §4 à 6, nous considérerons  $w$ ,  $Mw$  et  $Lw$  par rapport à l'axe  $y$ , c'est-à-dire comme des grandeurs positives. De même nous considérerons aussi  $u_m$  et  $\dot{M}_a^{(m)}$  comme positifs.

Soient les données numériques tirées en partie de [2]

$$\alpha = 1,4 \quad R = 287 \frac{m^2}{s^2 K}$$

$$T_1 = 288 \text{ K} \quad p_1 = 5000 \text{ Pa} \quad u_m = 103 \text{ m/s}$$

$$D_m = 3,6 \text{ m} \quad D_t = 4 \text{ m} \quad L = 200 \text{ m}$$

On en déduit:

$$a_1 = \sqrt{\alpha R T_1} = 340,174 \text{ m/s}$$

$$Mu_1^{(m)} = \frac{u_m}{a_1} = 0,302 \ 786$$

$$A_m = \frac{\pi}{4} D_m^2 = 10,179 \text{ m}^2$$

$$A_t = \frac{\pi}{4} D_t^2 = 12,566 \text{ m}^2$$

$$\varepsilon = 1 - \left( \frac{D_m}{D_t} \right)^2 = 0,19$$

$$D^* = \left[ \left( \frac{D_t}{D_m} \right)^2 - 1 \right] D_m = 0,844 \ 444$$

Estimations:  $\varphi = \frac{2}{3}$  et  $f_m = 0,008$

Résultats du calcul:

Pour  $\gamma = 0,269 \ 244$  on obtient (pour la

$$\text{convergence: } \left| \frac{\pi_b}{\pi_a} - 1 \right| = 0,000 \ 004,$$

valeur considérée comme suffisamment petite.

Voici quelques grandeurs calculées avec

$$\gamma = 0,269 \ 244:$$

$$(15) \rightarrow C_2 = \gamma a_1 = 91,59 \text{ m/s}$$

$$(17) \rightarrow Mw_1^{(s)} = 1,174 \ 511$$

$$(18) \rightarrow Lw_1^{(ss)} = 1,139 \ 043$$

$$(21) \rightarrow \pi_s = 1,442 \ 722$$

$$(22) \rightarrow \tau_s = 1,111 \ 994$$

$$(23) \rightarrow Mw_3^{(m)} = 0,031 \ 808$$

$$(16) \rightarrow Lw_3^{(mm)} = 0,034 \ 841$$

$$(27) \rightarrow Lw_4^{(mm)} = 0,185 \ 946$$

$$(29) \rightarrow \pi_m = 0,980 \ 668$$

$$(30) \rightarrow \pi_a = 1,414 \ 831$$

$$(32) \rightarrow Lu_4^{(mm)} = 0,314 \ 508$$

$$(42) \rightarrow z = 1,022 \ 555$$

$$(52) \rightarrow Lw_5^{(mm)} = 0,267 \ 351$$

$$(53) \rightarrow \pi_b = 1,414 \ 826$$

### Calcul de la traînée $F$ :

Pour faire ce calcul, nous considérons l'écoulement relatif au référentiel métro. Déterminons d'abord l'état thermodynamique total-relatif décrit par les grandeurs  $T_{3w}^{(m)}$  et  $p_{3w}^{(m)}$ :

$$\begin{aligned} T_{3w}^{(m)} &= \frac{T_{3w}^{(m)}}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot T_1 = \\ &= \left(1 - \frac{\alpha-1}{\alpha+1} L w_3^{(mm)2}\right)^{-1} \cdot 1 \cdot \tau_s \cdot T_1 = \\ &= 320,32 \text{ K } (= T_{4w}^{(m)}) \end{aligned} \quad (54)$$

$$a_{3L}^{(m)} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha+1} R T_{3w}^{(m)}} = 320,50 \frac{\text{m}}{\text{s}} (= a_{4L}^{(m)}) \quad (55)$$

$$\begin{aligned} p_{3w}^{(m)} &= \frac{p_{3w}^{(m)}}{p_3} \cdot \frac{p_3}{p_2} \cdot \frac{p_2}{p_1} \cdot p_1 = \\ &= \left(1 - \frac{\alpha-1}{\alpha+1} L w_3^{(mm)2}\right)^{-\frac{\alpha}{\alpha-1}} \cdot 1 \cdot \pi_s \cdot p_1 = \\ &= 7218,7 \text{ Pa} \end{aligned} \quad (56)$$

Déterminons le débit-masse adimensionnel  $\theta_3^{(m)}$   
(24)  $\rightarrow \theta_3^{(m)} = \theta \{L w_3^{(mm)}\} = 0,054\ 931\ 8$  (57)

Cela nous permet de calculer le débit-masse annulaire  $\dot{M}_a^{(m)}$

$$(24) \rightarrow \dot{M}_a^{(m)} = K_\theta \left( \frac{A_t p_{3w}^{(m)}}{\sqrt{R T_{3w}^{(m)}}} \right) \theta_3^{(m)} = \\ = 11,253 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad (58)$$

#### a) Traînée de pression $F_p$ :

a1) Soit  $F_p' (> 0)$  la force de pression exercée par l'air sur l'avant du métro. Le théorème de la quantité de mouvement, appliqué au volume de contrôle représenté sur la fig. 14, s'écrit

$$p_3 A_3 - p_4 A_4 - F_p' = \dot{M}_a^{(m)} (w_4^{(m)} - w_3^{(m)})$$

N. B.: Conformément aux hypothèses faites au §5 (écoulement isentrope de ③ à ④), nous négligeons la force de frottement le long de la paroi du tunnel.

Selon une procédure analogue à celle du §6, sauf qu'ici elle sera *intégrale*, nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} F_p' = I_3 - I_4 &= \left( \frac{\alpha+1}{\alpha} \dot{M}_a^{(m)} a_{3L}^{(m)} \right) \cdot \\ &\cdot (\sigma_3^{(m)} - \sigma_4^{(m)}) = 73201,4 \text{ N} \end{aligned} \quad (59)$$

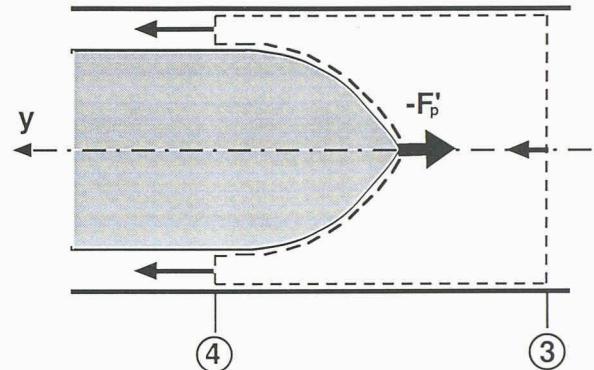


Fig. 14. – Esquisse du volume de contrôle (en traitillé) pour le calcul de  $F_p'$

a2) Force de pression sur l'arrière du métro

$$F_p'' = A_m \left( \frac{p_6}{p_1} p_1 \right) = A_m (1 \cdot p_1) = 50\ 893,8 \text{ N} \quad (60)$$

d'où la *traînée de pression*

$$F_p = F_p' - F_p'' = 22\ 307,6 \text{ N} \quad (61)$$

b) *Traînée de frottement (pariéctal)  $F_{0m}$*

Le théorème de la quantité de mouvement, appliqué au volume de contrôle annulaire, esquisssé sur la fig. 15, s'écrit

$$p_4 A_4 - p_5 A_5 - \varphi^{-1} F_{0m} = \dot{M}_a^{(m)} (w_5^{(m)} - w_4^{(m)})$$

d'où nous tirons, en utilisant les faits que

$$a_{4L}^{(m)} = a_{3L}^{(m)} \quad \text{et}$$

$$a_{5L}^{(m)} = \sqrt{\frac{T_{5w}^{(m)}}{T_{4w}^{(m)}}} a_{4L}^{(m)} = z a_{3L}^{(m)}$$

la *traînée de frottement*

$$\begin{aligned} F_{0m} &= \varphi (I_4 - I_5) = \varphi \left( \frac{\alpha+1}{\alpha} \dot{M}_a^{(m)} a_{3L}^{(m)} \right) \cdot \\ &\cdot (\sigma_4^{(m)} - z \sigma_5^{(m)}) = 3\ 086,7 \text{ N} \end{aligned} \quad (62)$$

c) Finalement, la *traînées totale* vaut

$$F_p + F_{0m} = F \cong 25\ 394 \text{ N} \quad (63)$$

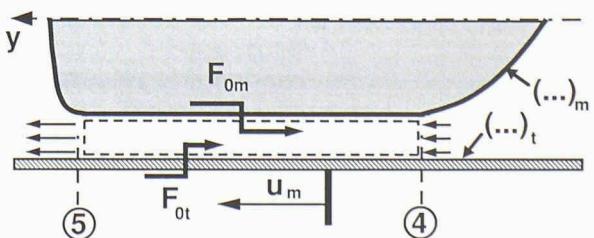


Fig. 15. – Esquisse du volume de contrôle (en traitillé) pour le calcul de  $F_{0m}$

*Remarque:* Il est intéressant de constater que  $F_{0m}/F$  ne vaut qu'environ 0,12.

A cette valeur de  $F$  correspond la puissance mécanique de propulsion

$$\dot{E} = F u_m = 25\,394 \text{ N} \cdot 103 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2,6156 \text{ MW} \cong 2,6 \text{ MW} \quad (64)$$

*N.B.:* Les grandeurs  $F$  et  $\dot{E}$  sont proportionnelles à la *pression de service*  $p_1$ , admise égale à 0,05 bar. Pour la 2<sup>e</sup> variante citée dans [2],  $p_1=0,02$  bar, il suffit donc de multiplier les valeurs ci-dessus par le facteur 0,4.

Etablissons encore l'indication (donnée à la fin du §2.3) d'une augmentation de la température totale-relative  $T_{5w}^{(m)} - T_{4w}^{(m)}$  d'environ 15 K:

$$\begin{aligned} T_{5w}^{(m)} - T_{4w}^{(m)} &= T_{4w}^{(m)} \left( \frac{T_{5w}^{(m)}}{T_{4w}^{(m)}} - 1 \right) = \\ &= T_{3w}^{(m)} (z^2 - 1) = 320,32 (1,022\,555^2 - 1) \text{ K} = \\ &= 14,613 \cong 15 \text{ K} \end{aligned}$$

## 8. Influence des paramètres $\varphi$ , $f_m$ et $\varepsilon$

Les paramètres  $\varphi$  et  $f_m$  agissent directement sur la traînée de frottement  $F_{0m}$  (cf. §6), et dans une moindre mesure sur la traînée de pression  $F_p$ . Comme  $F_{0m}/F$  (avec  $F = F_p + F_{0m}$ ) n'est que d'environ 12%, on voit que  $F$  ne dépend pas très fortement du choix (arbitraire) des valeurs données à  $\varphi$  et à  $f_m$ . Cela d'autant plus que l'on peut s'attendre à ce que  $\varphi$  reste compris entre 0,5 et 1. La diminution de  $F$  entraînerait une augmentation de l'espace annulaire relatif  $\varepsilon (=A_a/A_t)$ , est moins évidente. Seul le calcul complet en fournit une appréciation quantitative. Le tableau 1 donne un aperçu de l'influence des trois paramètres  $\varphi$ ,  $f_m$  et  $\varepsilon$  sur  $F_p$ ,  $F_{0m}$  et  $F$  (ainsi que sur quelques autres grandeurs d'intérêt secondaire). Le cas A est le cas

de base traité au §7, alors que les cas B à E comportent une autre valeur (arbitraire) de  $\varphi$ ,  $f_m$  ou  $\varepsilon$ , respectivement.

Les valeurs du tableau 1 conduisent aux écarts relatifs suivants:

$$\begin{array}{ll} \frac{(F_C - F_A)/F_A}{(\varphi_C - \varphi_A)/\varphi_A} = 0,038 & \frac{(F_D - F_A)/F_A}{(f_{mD} - f_{mA})/f_{mA}} = - \\ 0,113 \quad \text{et} \quad \frac{(F_E - F_A)/F_A}{(\varepsilon_E - \varepsilon_A)/\varepsilon_A} = -0,145 & \end{array}$$

Comme on peut le constater, ces écarts relatifs (notamment celui concernant  $\varphi$ ) sont relativements petits. Le doublement de l'espace annulaire, soit  $\varepsilon=0,38$  (donnant un  $D_t = \frac{D_m}{\sqrt{1-\varepsilon}} =$

4,57 m) conduirait à une diminution de  $F$  d'environ 15% (pour une augmentation relative de la section du tunnel  $A_t$  de  $(4,57/4)^2 - 1 \cong 0,3$ , soit de 30%).

Relevons aussi que  $|Lw_4^{(mm)}| < |Lu_4^{(mm)}| = 0,314\,508$  (cf. §7), ce qui signifie que l'écoulement *absolu* dans l'espace annulaire est orienté dans le sens de l'axe  $x$ , c'est-à-dire dans le sens de marche du métro. (Pour un métro très court il pourrait en être autrement!).

## 9. Conclusions

- La préétude du Swissmetro [2] implique une interaction importante entre les divers groupes de travail d'orientations spécifiques différentes. Afin de pouvoir déterminer de manière *globalement optimale* certains paramètres principaux (tels que le diamètre du tunnel  $D_t$ ), des compromis devront être faits, notamment au vu de l'*analyse économique*. Or celle-ci doit se baser sur des données élaborées au *préalable* par les groupes de travail *techniques*. Une telle procédure ne peut être qu'*itérative*, de sorte que chaque groupe technique a intérêt à élaborer une structure de calcul comportant sous forme de paramètres les grandeurs

Tableau 1. – Quelques résultats numériques indiquant l'influence des paramètres  $\varphi$ ,  $f_m$  et  $\varepsilon$

Cas	$\varphi$	$f_m$	$\varepsilon$	$\gamma$	$Lw_4^{(mm)}$	$\pi_a$	$\dot{M}_a^{(m)}$	$F_p/\text{N}$	$F_{0m}/\text{N}$	$F/\text{N}$
A	2/3	0,008	0,19	0,26924	0,18595	1,4148	11,253	22307,6	3086,7	25394
B	0,5	0,008	0,19	0,27336	0,16245	1,4292	9,905	22759,7	2419,4	25179
C	1,0	0,008	0,19	0,26273	0,22372	1,3904	13,357	21583,2	4289,7	25873
D	2/3	0,005	0,19	0,26209	0,22749	1,3879	13,563	21511,2	2802,6	24314
E	2/3	0,008	0,38	0,21040	0,26170	1,2886	38,319	16377,0	5333,8	21711

principales, et pour laquelle la mise en oeuvre d'un nouveau calcul est relativement rapide.

- b) La présente étude est de ce type et décrit de manière détaillée une méthode de calcul de la traînée aérodynamique ("maximale") d'une rame de métro. L'étude comporte (à titre d'exemple, et sans la prétention d'un choix définitif des valeurs paramétriques !) une application numérique unique, basée sur les grandeurs indiquées dans [2]. L'étude est susceptible d'être utilisée pour une analyse systématique, dans laquelle on pourrait étudier l'influence de grandeurs telles que: les facteurs de frottement côté métro et côté tunnel (liés aux paramètres  $f_m$  et  $\varphi$ ), l'espace annulaire ( $\varepsilon$ ), la vitesse du train ( $u_m$ ) et la pression de service ( $p_1$ ) du tunnel.
- c) Les deux valeurs numériques (admisées empiriquement) les plus sujettes à caution sont  $\varphi$  et  $f_m$ . Des études du type de [3] devraient être consultées (respectivement entreprises), afin de mieux étayer la valeur à attribuer à  $\varphi$ . Pour  $\varphi=1$  (cas C du tableau 1) on a, en vertu de (35) et (36),  $dF_{0t}=0$ . Le profil de vitesse dans l'espace annulaire prendrait alors l'aspect indiqué sur la fig. 16, plutôt que celui de la fig. 7. Bien que  $\varphi$  semble plutôt se situer entre 0,5 et 1, le cas  $\varphi>1$  est également possible (cf. §6).

Pour  $f_m$ , seulement l'expérience (éventuellement effectuée à des valeurs de  $Mu_1^{(m)}$  inférieures à 0,3) semble pouvoir fournir des valeurs crédibles.

Les résultats de calculs (cf. §8, tableau 1) indiquent toutefois que  $\varphi$  et  $f_m$  n'ont qu'une faible influence sur la traînée (totale)  $F$ .

L'intérêt d'une augmentation de  $\varepsilon$  doit faire l'objet d'une analyse économique.

- d) La présente étude montre qu'environ 88% de la traînée est due à la traînée de pression. Ceci montre toute l'importance qu'il convient d'attribuer à des mesures tendant à diminuer l'effet cumulatif d'ondes réfléchies, telles que des tunnels de bypass aérodynamiques des gares (fig. 4).
- e) Une autre mesure ayant un effet bénéfique sur la traînée de pression  $F_p$  consisterait à

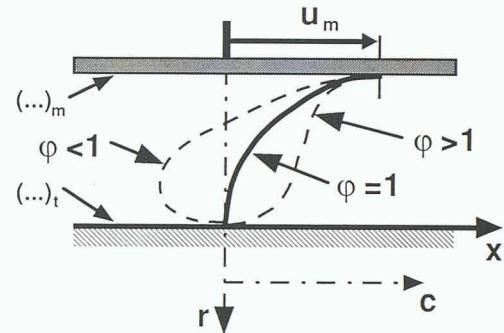


Fig. 16. – Allure présumée du profil de vitesse dans l'espace annulaire, pour  $\varphi<1$ ,  $\varphi=1$  et  $\varphi>1$

relier le tunnel d'aller avec celui de retour par de nombreux conduits d'égalisation des pressions (fig. 4). De tels conduits, appelés en anglais pressure relieve ducts, ont été prévus pour l'Eurotunnel sous la Manche, bien que les trains y circulent à des vitesses beaucoup plus modérées (environ 3 fois plus lentes), et avec des espaces annulaires beaucoup plus grands. La diminution de  $F_p$  (et par suite de  $F$ ) conduirait à une diminution correspondante de la puissance de propulsion  $\dot{E}$ . Les valeurs obtenues par la méthode de calcul présentée ne tiennent pas compte de cet effet favorable, découlant de la présence de ces conduits! C'est pour cette raison que nous avons parlé (au point b) de traînée aérodynamique maximale.

- f) Les jets d'air émergeant des conduits d'égalisation des pressions pouvant perturber la stabilité latérale du métro, une disposition verticale des deux tunnels apparaît comme préférable, du point de vue technique.
- g) Il convient de rappeler que la présente étude est basée d'une part sur l'absence de l'effet cumulatif d'ondes réfléchies (ce qui est outrageusement optimiste!), et d'autre part sur l'hypothèse d'un écoulement isentrope entre les sections ② et ③. Lorsque la distance entre ces deux sections est grande, il est clair que l'effet cumulé du frottement aura tendance à diminuer fortement l'intensité du choc (ce qui est à considérer comme une circonstance plutôt favorable, quant à l'effet cumulatif d'ondes réfléchies).

- h) Rappelons aussi l'hypothèse simplificatrice concernant la coupe transversale en forme de deux cercles concentriques (fig. 1), qui est à la base de l'étude analytique. En réalité la partie inférieure du métro présente une géométrie fort complexe, avec des espaces entre parties fixes (tunnel) et parties mobiles (métro) bien inférieures à l'espace annulaire admis ( $E \geq 0,2$  m). (Les entreferes au niveau des électro-aimants sont de l'ordre de grandeur du centimètre!).
- i) En ce qui concerne d'éventuels essais il faut relever une difficulté inhérente au type de problème d'écoulements *instationnaires* dont il est question ici, et qui est bien connue dans le monde des hydrauliciens s'occupant de *coups de bâliers* dans les installations hydro-électriques (un phénomène présentant d'ailleurs beaucoup d'analogies avec notre problème!). En effet, lorsque la nature du fluide impose la célérité d'onde (pour l'air on a  $a = \sqrt{\alpha R T}$ ), et que le chemin parcouru par l'onde est long (problèmes de gazoducs, et du Swissmetro), il devient souvent impossible de concevoir une expérience à échelle réduite, satisfaisant les critères principaux de la théorie de la similitude.

## Note de lecture

### A propos de qualité: un ouvrage qui vient à son heure

En ce moment, le problème de l'assurance de la qualité agite beaucoup les milieux de la SIA, en particulier les bureaux d'étude. Chacun se fait bien sûr une idée, plus ou moins juste, plus ou moins concrète, plus ou moins analytique, de ce que l'on entend par la qualité d'un produit, d'un ouvrage ou d'un système. Incontestablement, il règne une certaine confusion entre l'assurance de la qualité, telle qu'on semble vouloir l'exiger de prestataires de services, et celle qui doit accompagner un produit.

Y a-t-il une mesure de la qualité? Certainement pas une mesure applicable à l'ensemble des objets dont en entend garantir la qualité.

En revanche, il est indiqué d'examiner les critères fondamentaux liés à la qualité, applicables à la plus large gamme d'objets. On peut les résumer par la fiabilité, la capacité de subir un entretien (maintainability) et la sécurité.

Il y a belle lurette que l'industrie des machines voit une attention soutenue à ces facteurs et qu'elle a mis sur pied des systèmes de contrôle de

## Bibliographie

- [1] HAMMITT, A. G.: «The Aerodynamics of High Speed Ground Transportation», Western Periodicals Company, 434 pp., 1973
- [2] JUFER, M.: «Swissmetro - Synthèse de l'étude préliminaire», EPFL, jan. 1993
- [3] EDER, R. AND SOCKEL, H.: «Calculation of turbulent flow in the annular gap between the walls of train and tunnel», 5<sup>th</sup> Intern. Symposium on the Aerodynamics & Ventilation of Vehicle Tunnels, Lille, France, 20-22 May 1985, p. 259/84, sponsored by BHRA (U. K.)
- [4] SHAPIRO, A. H.: «The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow» Vol. I, The Ronald Press Company, New York, 1953
- [5] FLATT, R.: «Résolution sans itérations de problèmes d'écoulements unidimensionnels en dynamique des gaz», revue *Entropie* N° 170, p. 43/9, 1992

qualité propres à satisfaire au mieux à ces critères. Il faut en effet être conscient de ce que la perfection n'existe pas, donc que toute création humaine peut connaître des défaillances, d'où une approche probabiliste: il existe une chance non nulle que l'avion dans lequel vous montez connaisse une défaillance fatale, dans des circonstances précises. Au constructeur et à l'exploitant de prendre toute mesure nécessaire pour que la probabilité de cette catastrophe soit infinitésimale - ce qu'elle est réellement, lorsque sont appliquées les normes aéronautiques internationales.

Le professeur Alessandro Birolini, de l'EPFZ, vient de publier un ouvrage très fouillé sur l'analyse des facteurs liés à la qualité de systèmes techniques complexes. Il constitue néanmoins une excellente introduction pour le lecteur non familier avec les concepts de base de l'assurance de qualité. On ne saurait assez en recommander la consultation, ne serait-ce que pour la définition des notions fondamentales et pour la bibliographie très complète qu'il offre.

BIROLINI ALESSANDRO: «Quality and Reliability of Technical Systems», un vol. 16 x 24 cm, relié, 524 p. avec 92 illustrations. Ed. Springer-Verlag, Berlin, New York, 1994. Prix: DM 168.-