Zeitschrift: Ingénieurs et architectes suisses

Band: 112 (1986)

Heft: 13

Artikel: Calcul plastique des profilés métalliques en double té comprimés et fléchis

Autor: Matthey, Pierre-Alain

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-75993

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Calcul plastique des profilés métalliques en double té comprimés et fléchis

par Pierre-Alain Matthey, Epalinges

Le but de la présente étude consiste en une évaluation des règles de dimensionnement plastique des poutres-colonnes. La démarche suivie pour atteindre cet objectif comprend les trois étapes suivantes:

1. **Recherche expérimentale: après avoir déterminé les caractéristiques mécaniques et géométriques des pièces d'essais, une vingtaine d'essais de poutres-colonnes ont été effectués. Les différences entre les caractéristiques de profilés redressés à froid et celles de profilés non redressés ont été mises en évidence.**
2. **Simulation numérique: les résultats expérimentaux ont permis une vérification approfondie du modèle numérique qui, vu son bon comportement, a alors été utilisé intensivement lors d'une étude paramétrique. En faisant varier l'élancement, l'intensité de la charge axiale et les moments de flexion aux extrémités de la poutre-colonne, plus de 2500 cas ont été calculés.**
3. **Règles de dimensionnement des poutres-colonnes en double té: les résultats théoriques acquis lors de la simulation numérique ont été comparés aux prédictions fournies par certaines formules d'interaction. Sur la base des expressions des efforts ultimes d'une section, de nouvelles formules d'interaction ont été développées.**

Il a été montré que les poutres-colonnes pouvaient être dimensionnées avec une bonne précision à l'aide de relations simples.

1. Introduction

Bien que la théorie de la plasticité et l'analyse limite soient relativement anciennes, il a fallu attendre 1979 pour que la norme SIA 161 «Constructions métalliques» [1][1] soit basée sur cette théorie. Les avantages d'un calcul en plasticité ne sont plus à démontrer [2]:

- calculs souvent plus simples;
- dimensionnement plus économique;
- sécurité plus homogène.

Le calcul plastique des barres simultanément comprimées et fléchies pose cependant un problème délicat en raison de la double non-linéarité (géométrique et matérielle) et des effets néfastes des diverses imperfections inhérentes aux barres industrielles.

La recherche entreprise par l'auteur, dans le cadre de l'ICOM – Construction métallique, avait pour but principal d'étudier les moyens actuels de dimensionnement d'éléments structuraux soumis à des efforts conjugués de compression et de flexion. Ces éléments, que nous désignerons par la suite sous le terme de «poutre-colonne», sont considérés ici sous forme de barres isostatiques sollicitées par une force axiale et des moments de flexion. Par rapport à une analyse rigoureuse qui considérerait la structure dans son ensemble, le fait d'isoler la poutre-colonne de la structure constitue une hypothèse simplificatrice qui implique une vérification obligatoire de la stabilité globale de la structure. Elle peut se faire en tenant compte des effets P-Δ lors du calcul des efforts. Plusieurs méthodes simples, permettant d'évaluer les effets P-Δ, sont décrites sommairement dans la référence [3]:

- méthode P-Δ;
- méthode des charges horizontales fictives;
- méthode P-Δ simplifiée (contreventement d'aire négative);
- méthode du facteur d'amplification.

La démarche suivie pour atteindre l'objectif cité précédemment comprend une recherche expérimentale, une étude paramétrique réalisée par simulation numérique sur ordinateur et une analyse de diverses procédures de dimensionnement.

[1] Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

2. Recherche expérimentale

Afin de pouvoir comparer valablement les résultats des essais de poutres-colonnes avec ceux dérivant d'un calcul numérique, il est indispensable de connaître précisément les caractéristiques et les imperfections des échantillons d'essais. La campagne expérimentale a donc comporté deux étapes distinctes:

- mesures et essais préliminaires;
- essais de poutres-colonnes.

2.1 *Mesures et essais préliminaires*

Nous pouvons distinguer deux natures d'imperfections:

1. Les imperfections structurales relatives au matériau, dont les plus importantes sont la dispersion de la valeur de la limite d'élasticité d'un profilé à l'autre, la dispersion de cette dernière sur la section transversale et les contraintes résiduelles.
2. Les imperfections géométriques relatives à la géométrie de la barre telles la déformée initiale de l'élément structural et les tolérances de laminage.

2.1.1 *Imperfections structurales*

a) *Caractéristiques mécaniques*

Les valeurs des grandeurs mécaniques ont une influence directe sur le comportement d'un élément structural. Elles ont été déterminées par des essais de traction sur des éprouvettes prélevées dans les ailes et l'âme selon le schéma de la figure 1 a).

En examinant les résultats représentés sur les figures 1 b) et c), nous pouvons dégager quelques propriétés intéressantes:

- les valeurs de $\sigma_{y,sta}$, $\sigma_{y,dyn}$ et σ_t dans l'âme sont toujours plus élevées que dans les ailes (fonction de l'épaisseur des parois);
- la limite élastique statique est inférieure d'environ 8% à la limite élastique dynamique;
- il est intéressant de noter que la dispersion des caractéristiques mécaniques sur la section transversale est beaucoup plus faible dans les ailes des profilés redressés que dans celles des profilés non redressés.

b) *Contraintes résiduelles*

On désigne par contraintes résiduelles σ_r, les efforts internes auto-équilibrés persistant après disparition des sollicitations extérieures. Chaque barre industrielle est le siège de contraintes internes. Ces contraintes dépendent des procédés technologiques utilisés lors de la fabrication des profilés (laminés, composés soudés, formés à froid). L'intensité et la distribution des contraintes résiduelles ont une influence déterminante sur la charge de ruine d'un élément structural sollicité en compression. Les processus qui sont à l'origine des contraintes résiduelles sont essentiellement de nature thermique ou de nature mécanique.

Les valeurs de σ_r ont été déterminées par la méthode du sectionnement. Cette méthode est basée sur le principe d'une détente purement élastique des contraintes internes, lors du découpage du tronçon d'essai longitudinalement en bandes de petite section transversale. L'essai consiste à mesurer, au moyen d'un extensomètre, la distance entre des paires de points répartis sur le pourtour du profilé avant et après découpage. La variation de longueur Δl qui en résulte permet de calculer la contrainte interne σ_r à l'aide de la loi de Hooke:

$$\sigma_r = E\,\varepsilon_r;$$

où ε_r est la déformation correspondante à la décharge élastique ($\varepsilon_r = \Delta l / l_0$), l_0 étant la longueur de la base de mesure après découpage. Le schéma du découpage et les positions des points de mesure sont donnés à la figure 2 a). Des figures 2 b) et 2 c), il ressort:

- les fortes contraintes résiduelles de compression aux extrémités des ailes des profilés non redressés (ces contraintes jouent un rôle particulièrement néfaste dans les problèmes de stabilité);
- l'effet très favorable du redressage à froid par train de galets sur ces contraintes résiduelles de compression.

2.1.2 *Imperfections géométriques*

a) *Caractéristiques géométriques*

L'impossibilité de laminer une poutrelle à des dimensions exactes, quant à la forme de sa section transversale, nous oblige à tenir compte des tolérances de laminage. La forme

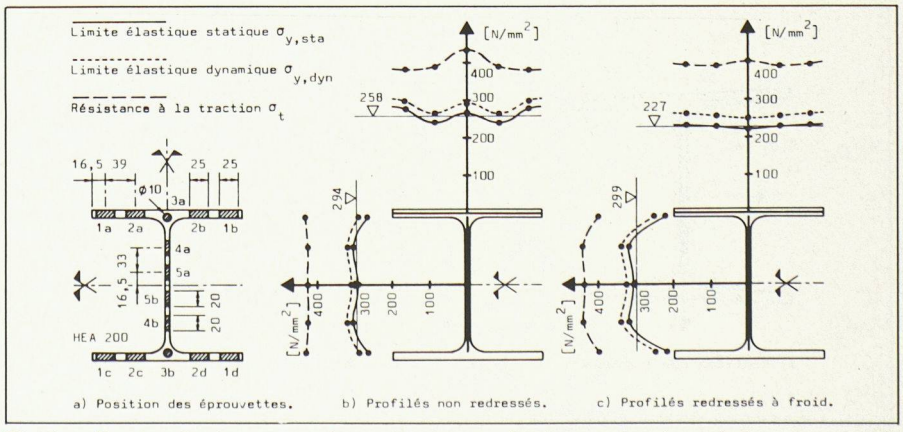


Fig. 1. – *Position des éprouvettes de traction et caractéristiques mécaniques (valeurs moyennes).*

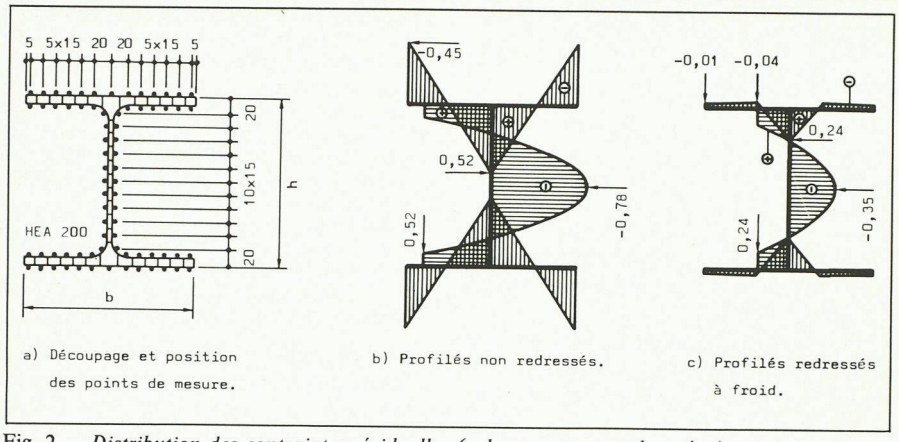


Fig. 2. – *Distribution des contraintes résiduelles (valeurs moyennes de σ_r / σ_y).*

de la section et les caractéristiques géométriques ont été déterminées à l'aide d'une vingtaine de mesures prises sur le pourtour du profilé. Des mesures géométriques effectuées se dégage une forme générale qui ne diffère d'une section à l'autre qu'en fonction du processus de fabrication. Ainsi, on note une différence entre profilés non redressés et redressés à froid surtout au niveau de la géométrie des ailes. Si les premiers nommés (fig. 3 a) possèdent une forme trapézoïdale marquée des demi-ailes, les seconds (fig. 3 b) ont une épaisseur d'aile pratiquement constante. Par contre, l'inclinaison de l'aile des profilés non redressés est environ deux fois plus faible que celle des profilés redressés.

b) *Déformée initiale*

Parmi les imperfections géométriques, les défauts de rectitude d'une barre industrielle jouent un rôle important dans les problèmes géométriquement non linéaires. Ces défauts de rectitude sont avant tout imputables aux conditions de refroidissement du profilé. Si le refroidissement n'est pas homogène sur le pourtour du profilé, les déformations qui en résultent ne peuvent être équilibrées que par un changement de forme de la barre. Le redressage à froid, comme son nom l'indique, a pour but d'atténuer ces défauts de rectitude. La détermination des déformées initiales s'est faite alternativement par trois méthodes différentes :

- *méthode 1*: système de triangulation et nivellement géométrique de précision permettant de déterminer la position initiale de la pièce d'essai une fois installée dans la presse ;
- *méthode 2*: nivellement géométrique de précision dont résultait la détermination de la déformée de la poutre-colonne compte tenu de l'influence de son poids propre ;
- *méthode 3*: mesure des quatre faces du profilé à l'aide de comparateurs fixés sur un repère permettant, par différence des mesures sur les faces opposées, d'en déduire les imperfections initiales de la barre (défauts de rectitude).

En rapportant les défauts mesurés en $l/2$ à la valeur de $l/1000$ (l étant la longueur de la poutre-colonne d'essai), nous trouvons un coefficient qui prend les valeurs moyennes suivantes (m: moyenne, s: déviation standard) :

- profilés non redressés :
  axe faible : $m = 0{,}73$; $s = 0{,}13$; max $= 0{,}91$;
  axe fort : $m = 0{,}21$; $s = 0{,}21$; max $= 0{,}54$;
- profilés redressés :
  axe faible : $m = 0{,}11$; $s = 0{,}06$; max $= 0{,}18$;
  axe fort : $m = 0{,}20$; $s = 0{,}07$; max $= 0{,}33$.

En admettant une imperfection médiane égale à $(m + 2\,s) \cdot l/1000$, nous obtenons pour les profilés non redressés une valeur selon l'axe de faible inertie de $0{,}99 \cdot l/1000$, ce qui confirme la valeur généralement admise de $l/1000$. On remarquera par ailleurs l'efficacité du redressage à froid par train de galets pour la déformée initiale selon l'axe de faible inertie. Selon le même calcul que ci-dessus, nous obtenons une valeur $0{,}23 \cdot l/1000$.

2.1.3 *Résistance globale à la compression*

La résistance globale à la compression a été déterminée à l'aide d'essais de compression centrée sur colonnes courtes. Le but de ces essais est d'obtenir un diagramme contrainte-déformation moyen pour la section totale, compte tenu des imperfections structurales. Pour cela, il est important que le tronçon d'essai soit suffisamment long pour qu'il conserve dans sa partie centrale la valeur originale des contraintes résiduelles. D'autre part, son élancement ne doit pas être trop élevé afin d'éviter toute instabilité latérale prématurée, c'est-à-dire pouvant survenir avant d'atteindre la limite d'élasticité. Ces essais de colonnes courtes nous ont avant tout permis de jauger la précision des mesures effectuées précédemment.

2.2 *Essais de poutres-colonnes*

Nous avions à disposition, dans un premier temps, une presse horizontale d'une capacité de 2000 kN sur laquelle la majorité des essais ont été entrepris (fig. 4 a). Quatre essais complémentaires ont été réalisés sur une presse verticale d'une capacité de 10 000 kN (fig. 4 b). Le système de commande de l'installation a été conçu pour permettre l'étude du comportement des poutres-colonnes jusque dans le domaine post-critique. Cela impliquait l'acquisition d'une machine électrohydraulique à servocommande. Grâce à un circuit d'asservissement à boucle fermée, il était possible de contrôler différents paramètres de l'essai (forces ou déplacements). Le fluide hydraulique alimentant le vérin est modulé en pression et en débit par une servovalve. Cette servovalve réagit à un signal d'erreur, détecté par le servoamplificateur, qui est en fait la différence entre la valeur de commande (valeur désirée) et la valeur effective (valeur mesurée). Autrement dit, la servovalve alimentant le vérin provoque le déplacement du piston et modifie ainsi l'état de l'éprouvette. Ce nouvel état est transmis au servoamplificateur par l'intermédiaire d'un capteur de force ou de déplacement. Si la valeur mesurée est différente de la valeur de commande fournie par le générateur de fonction, un signal d'erreur est émis par le système de contrôle qui l'amplifie et le transmet à la servovalve pour correction. Cette séquence d'opération s'effectue en un temps très court, si bien que la valeur de commande est pratiquement identique à la valeur mesurée.

Le mouvement de la poutre-colonne pendant la mise en charge était mesuré par des capteurs inductifs de déplacement fixés sur un cadre rigide indépendant du bâti de charge. Les déplacements transversaux étaient mesurés en cinq points de l'axe longitudinal, soit en o, 1/4, 1/2, 3/4 et 1. Les déplacements longitudinaux étaient mesurés aux deux extrémités (o et 1). L'histoire du chargement pour la quasi-totalité des poutres-colonnes d'essais s'est faite par l'application des moments d'extrémités puis par l'application de la charge axiale de compression. Pendant l'application de cette dernière, les moments d'extrémités étaient maintenus constants. Pour les essais 4E, 4H et 5E, les moments de flexion provenaient d'une excentricité de la colonne par rapport à la ligne d'action de la force axiale. Dans le tableau 1 sont regroupés les principaux résultats. Nous avons utilisé les notations suivantes :

L: distance entre rotules d'extrémité ;

λ_y: élancement ($\lambda_y = L/i_y$) ;

$\bar{\lambda}_y$: élancement réduit ($\bar{\lambda}_y = \sqrt{N_{pl}/N_{cry}}$) ;

$$n_{max} = \frac{N_{max}}{N_{pl}};\ m = \frac{M_{max}}{M_{pl}};\ \psi = -\frac{M_{min}}{M_{max}};$$

avec M_{min} et M_{max} les moments d'extrémités.

Avec les conventions de signes données à la figure 5, ψ est positif si la poutre est fléchie en simple courbure et ψ est négatif si la poutre est fléchie en double courbure.

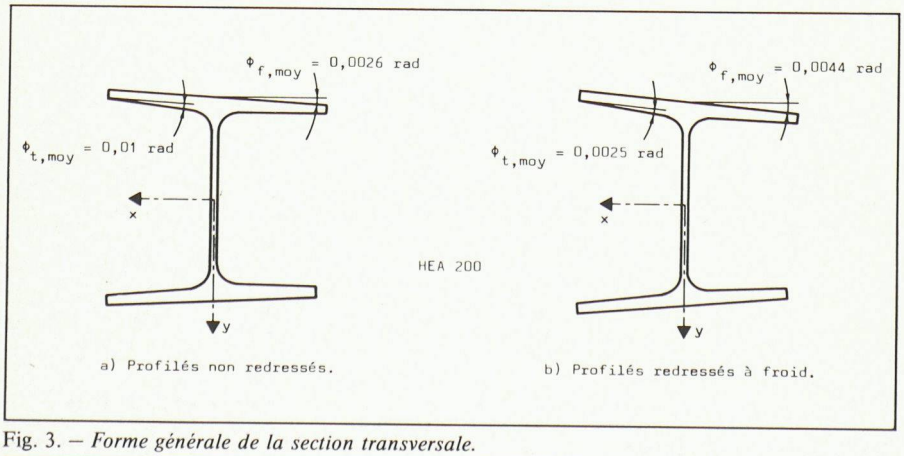


Fig. 3. – *Forme générale de la section transversale.*

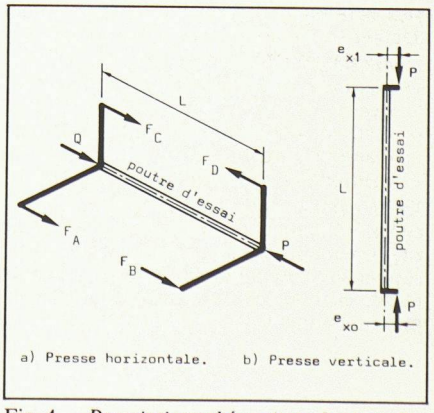


Fig. 4. – *Description schématique des installations d'essais.*

TABLEAU 1. *Longueurs, élancements et efforts ultimes des essais de poutres-colonnes.*

N°	L [mm]	λ_y	$\bar{\lambda}_y$	n_{max}	m_x	ψ_x	m_y	ψ_y
3E	4982	102	1,19	0,361	0,224	0,993	0,0804	1,000
3H	4609	94	1,11	0,674	0,000	1,000	0,0000	1,000
3L	3983	82	0,96	0,424	0,321	0,999	0,0853	1,000
4A	4981	102	1,22	0,396	0,242	−0,534	0,0764	1,000
4E[1]	4612	94	1,12	0,220	0,000	1,000	0,4840	1,000
4H[1]	4608	94	1,13	0,335	0,000	1,000	0,2810	0,977
4L	3984	82	0,98	0,527	0,317	0,000	0,0418	1,000
5A	4984	102	1,21	0,339	0,239	0,000	0,0854	1,000
5E[1]	4605	94	1,11	0,477	0,000	1,000	0,1160	0,920
5H	3983	82	0,95	0,482	0,330	−0,497	0,1330	1,000
5L	3984	82	0,96	0,484	0,333	−0,498	0,1320	1,000
6A	4980	101	1,15	0,425	0,353	0,499	0,0488	1,000
6E	4981	101	1,15	0,335	0,351	0,999	0,0947	1,000
6H	3984	81	0,92	0,412	0,355	0,998	0,0945	1,000
6L	3983	81	0,91	0,576	0,356	0,000	0,0942	1,000
7A	4979	101	1,16	0,485	0,339	−0,505	0,0929	1,000
7E	4979	101	1,17	0,574	0,134	1,000	0,2680	−0,995
7H	3984	81	0,93	0,565	0,133	1,000	0,3560	−0,501
7L	3983	81	0,93	0,671	0,133	1,000	0,2680	−0,995

[1] Chargement radial.

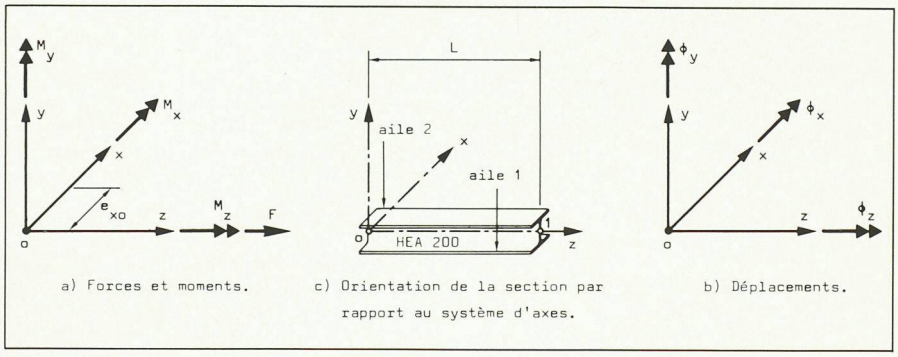


Fig. 5. — *Conventions de signes.*

Remarque : pour des raisons de simplification, un effort normal positif désignera toujours un effort de compression.

Le nombre restreint des essais de poutres-colonnes ne permet pas, bien évidemment, de procéder à une exploitation statistique des résultats. Nous pensons toutefois qu'il est plus efficace de considérer la recherche expérimentale comme le moyen de tester un programme de calcul et d'utiliser ensuite celui-ci comme outil pour le calcul intensif et systématique des poutres-colonnes. Si, pour le problème du flambement centrique plan des barres industrielles, il était justifié de recourir à une étude expérimentale de grande envergure [4, 5], la situation est autre pour le problème de la stabilité de barres comprimées et fléchies où le nombre de cas à étudier est beaucoup plus élevé. Il s'est d'ailleurs avéré que même pour le problème du flambement, les essais seuls ne pouvaient pas constituer une base suffisante pour déterminer de nouvelles courbes de flambement [6, 7, 8]. Il serait donc utopique et disproportionné au niveau du coût de donner au problème du dimensionnement des poutres-colonnes un fondement expérimental trop important.

3. Calcul numérique

Après avoir vérifié le bon comportement du modèle théorique à l'aide des résultats de la recherche expérimentale (fig. 6), nous avons établi un plan de simulation numérique pour l'étude des poutres-colonnes. L'objectif de cette étude était de déterminer la capacité portante d'une poutre-colonne en fonction de son élancement et des forces et moments la sollicitant. Un programme de différents cas à étudier a été proposé par les professeurs Schulz et Nethercot, tous deux membres du groupe de travail 8.1 «Components» de la CECM (Convention européenne de la construction métallique). Nous avons partiellement pris en compte leurs suggestions et, à l'aide d'une étude préliminaire, nous avons défini un plan de simulation définitif où intervenaient les paramètres suivants :

- 1 type de section transversale ;
- 1 modèle d'imperfections ;
- 4 élancements : $\bar{\lambda}_y = 0{,}5$; 1,0 ; 1,5 ; 2,0 ;
- 4 niveaux d'intensité de la force axiale de compression : $N/N_{uy} = 0{,}2$; 0,4 ; 0,6 ; 0,8 ;
- 4 rapports : $M_{y,min}/M_{y,max} = 1{,}0$; 0,5 ; 0,0 ; −0,5 ;
- 4 rapports : $M_{x,min}/M_{x,max} = 1{,}0$; 0,5 ; 0,0 ; −0,5 ;
- 8 rapports : $M_{x,max}/M_{y,max}$, y compris les cas de flexion monoaxiale.

En combinant ces paramètres, nous trouvons un total de 2528 cas différents à calculer. Les travaux de création des fichiers de données et de dépouillement des résultats ont été effectués par un pré- et un post-processeur développés spécialement à cet effet.
Les hypothèses principales du modèle théorique développé par Opperman [9, 10] sont rappelées ci-dessous :

- section transversale composée de deux ou trois parois minces perpendiculaires les unes aux autres ;
- angles entre les parois conservés pendant les déplacements ;
- risques d'instabilité locale exclus ;
- déformations constantes sur l'épaisseur des parois hormis celles dues à la torsion uniforme ;
- loi constitutive élasto-plastique uniaxiale ;
- effets dynamiques et fluage ignorés ;
- charges conservatrices.

Tous les résultats ont été donnés dans un rapport intermédiaire [11]. Ils permettent de tracer des surfaces d'interaction N–M_x–M_y pour les différents cas étudiés, telle celle présentée sur la figure 7.

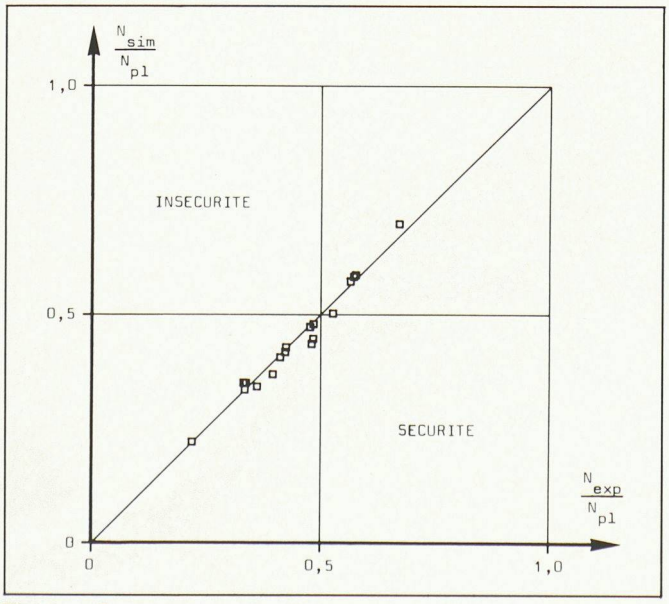


Fig. 6. — *Comparaison entre efforts normaux ultimes expérimentaux et théoriques.*

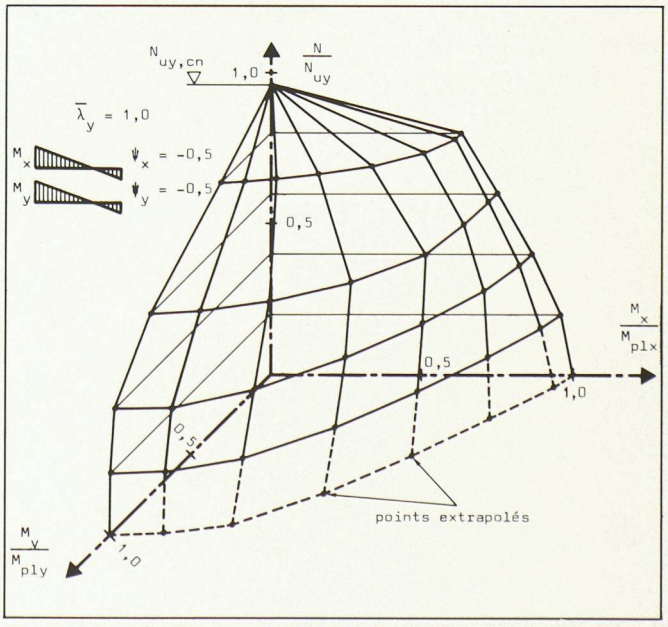
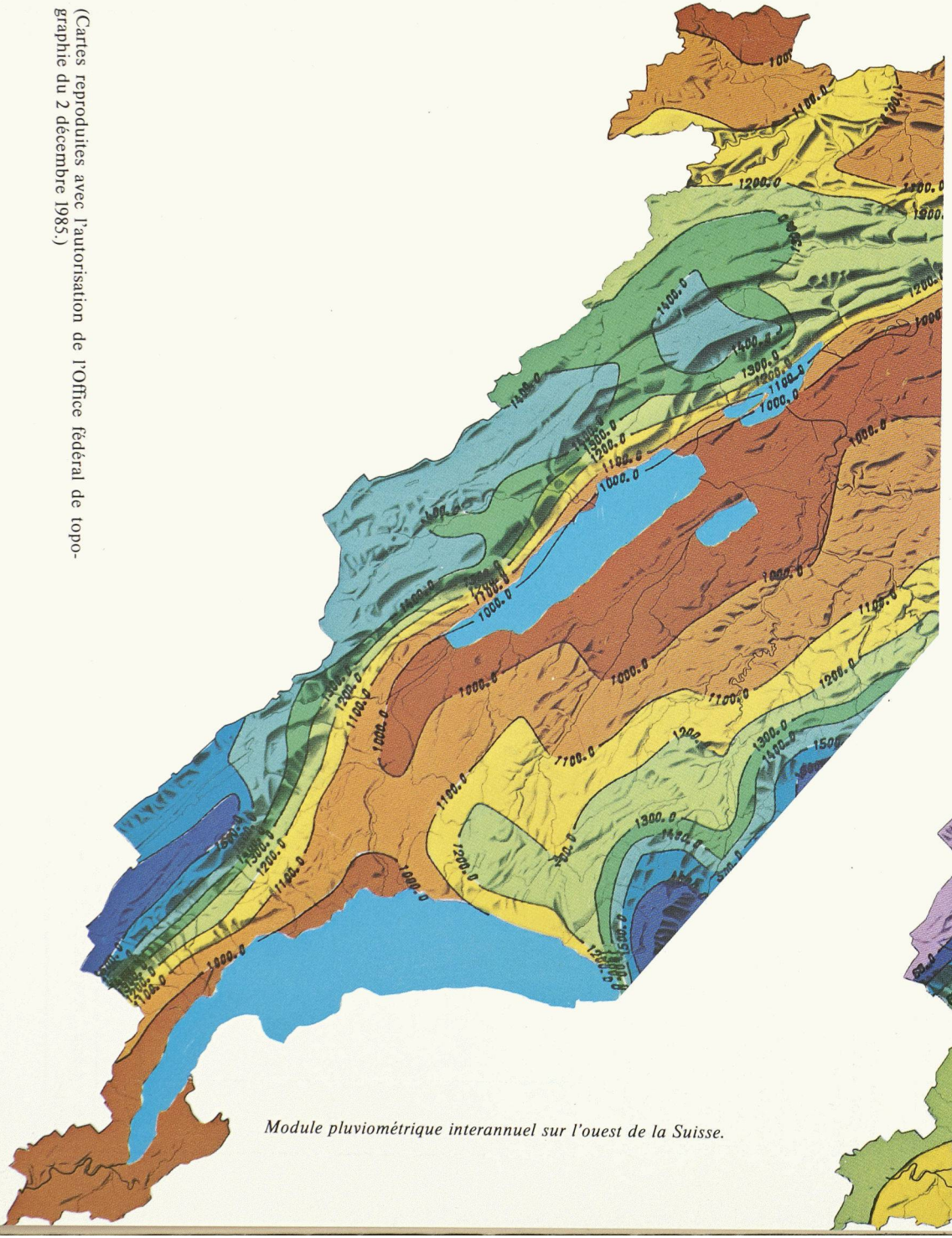
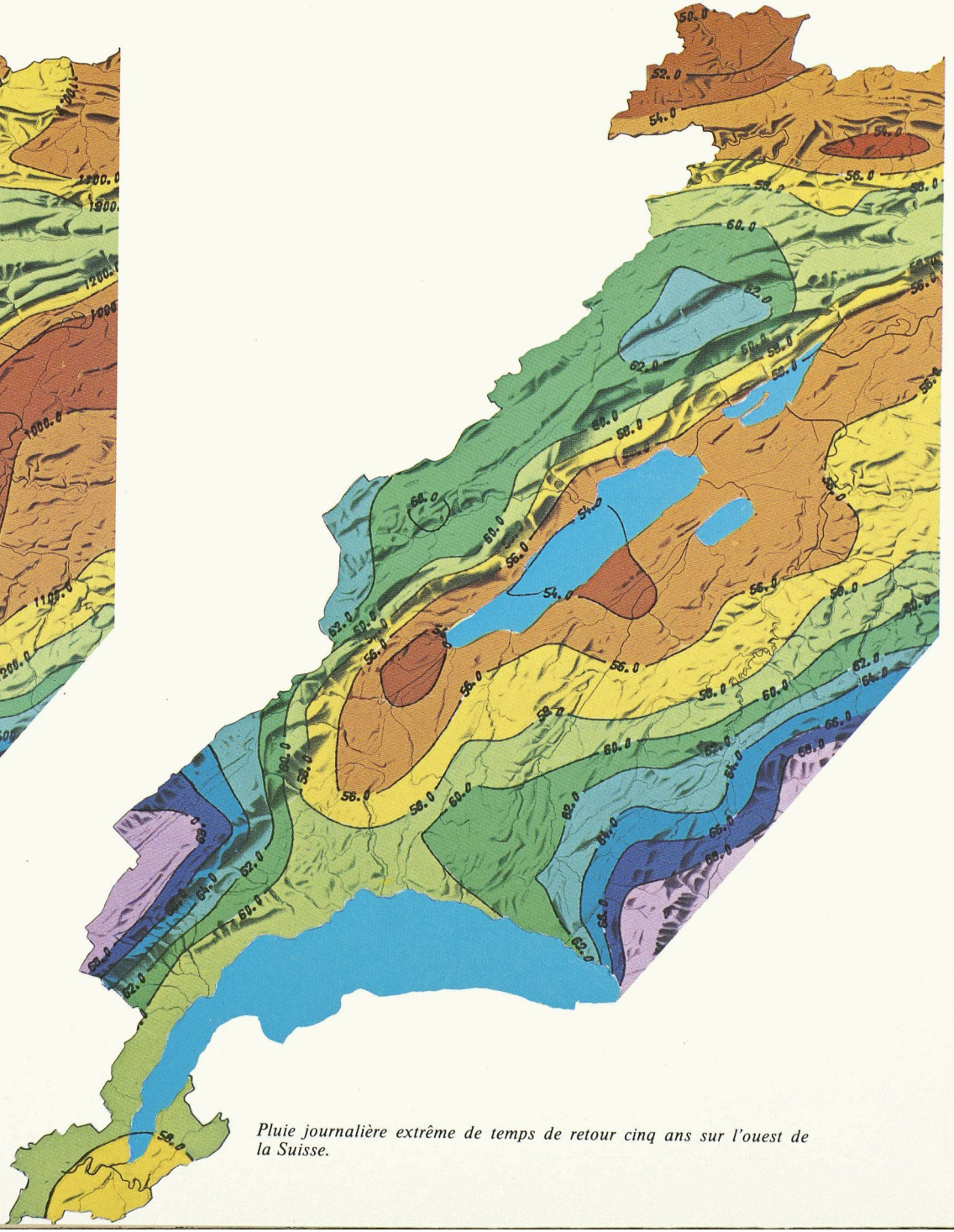


Fig. 7. — *Surface d'interaction* N-M_x-M_y.

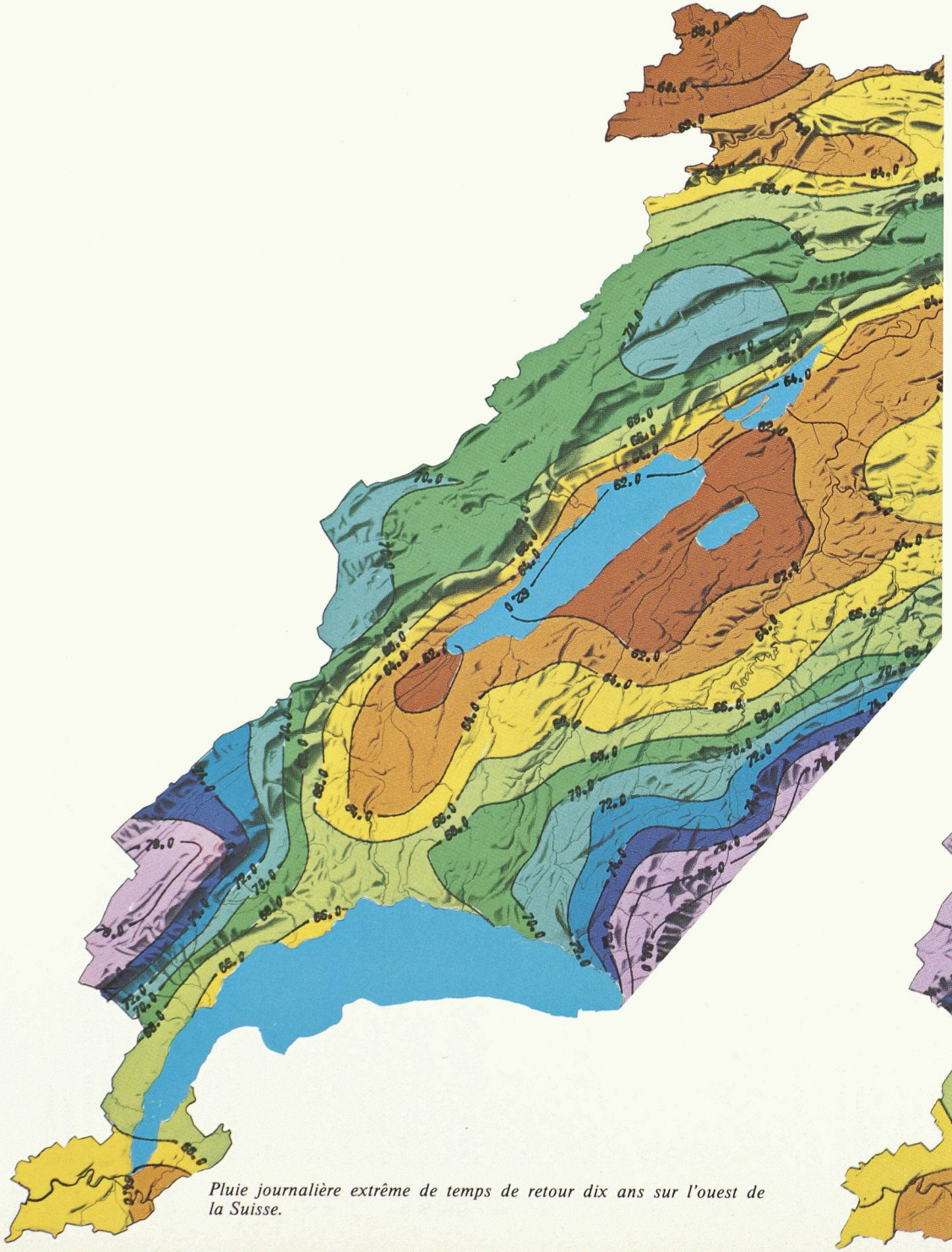
(Cartes reproduites avec l'autorisation de l'Office fédéral de topographie du 2 décembre 1985.)



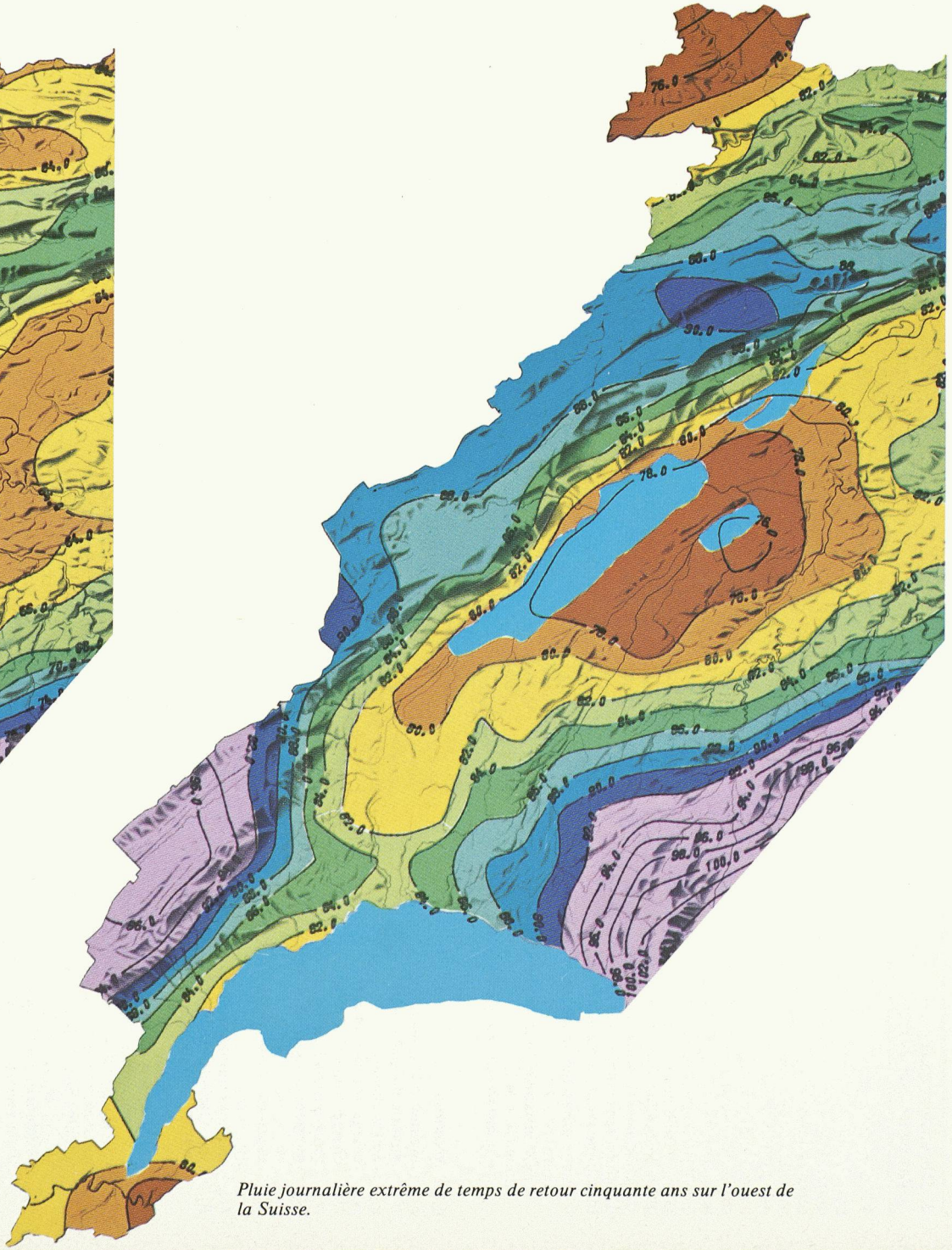
Module pluviométrique interannuel sur l'ouest de la Suisse.



Pluie journalière extrême de temps de retour cinq ans sur l'ouest de la Suisse.



Pluie journalière extrême de temps de retour dix ans sur l'ouest de la Suisse.



Pluie journalière extrême de temps de retour cinquante ans sur l'ouest de la Suisse.

4. Dimensionnement des poutres-colonnes

4.1 *Généralités*

Les résultats acquis lors de l'étude paramétrique nous ont permis d'évaluer diverses procédures de dimensionnement. Nous ne parlerons dans ce paragraphe que de l'évaluation des formules d'interaction contenues dans les recommandations européennes pour les structures métalliques [12], dont sont issues les formules de la norme SIA 161 (article 3.064) [1]. Il faut remarquer que la norme SIA 161 ne donne des indications que pour le cas d'une instabilité survenant dans le plan des sollicitations. Il nous a semblé important d'inclure dans notre étude les 3 cas d'instabilité qui peuvent se présenter, soit :

- cas 1 : instabilité dans le plan des sollicitations $(N + M)$;
- cas 2 : instabilité hors du plan des sollicitations $(N + M_x)$;
- cas 3 : instabilité spatiale $(N + M_x + M_y)$.

4.1.1 *Notations*

E : module d'élasticité ;
G : module de glissement ;
σ_y : limite élastique ;
N_{cr} : charge critique d'Euler ;
$N_{cr\varphi}$: charge critique de Wagner ;
N_u : force portante de flambement centré ;
M_{crx} : moment critique de déversement $(\psi_x = 1)$;
M_{ux} : moment ultime de déversement $(\psi_x = 1)$;
$M_{\text{équ}}$: moment uniforme équivalent ;
R_{cn} : sollicitations ultimes résultant du calcul numérique $(N_{cn}, M_{x,cn,\max}, M_{y,cn,\max})$;
R_{di} : sollicitations ultimes prédites par une procédure de dimensionnement $(N, M_{x,\max}, M_{y,\max})$;
$R_{pl,cn}$: résistance plastique de la section adoptée pour la simulation numérique $(N_{pl,cn}, M_{plx,cn}, M_{ply,cn})$;
$R_{pl,di}$: résistance plastique conventionnelle de la section $(N_{pl}, M_{plx}, M_{ply})$;

$f = \dfrac{1}{1 - \dfrac{N}{N_{cr}}}$: facteur d'amplification ;

$n_{uy} = \dfrac{N}{N_{uy}}$;

$m_{ux} = \dfrac{M_x}{M_{ux}}$;

$r_{cn} = \dfrac{R_{cn}}{R_{pl,cn}}$ $(n_{cn}, m_{x,cn}, m_{y,cn})$;

$r_{di} = \dfrac{R_{di}}{R_{pl,di}}$ (n, m_x, m_y) ;

β : coefficient d'uniformisation des moments ;
λ : élancement ;
$\bar{\lambda}$: élancement réduit $(\bar{\lambda} = \sqrt{N_{pl}/N_{cr}})$;
Φ : courbure ;
ψ : rapport des moments d'extrémités minimum et maximum $(M_{\min}/M_{\max})$ (+ : simple courbure, − : double courbure) ;
A : aire totale de la section ;
A_w : aire de l'âme ;

$a_w = \dfrac{A_w}{A}$;

e_o : excentricité équivalente ;
γ'' : facteur de performance (voir § 4.1.3).

Indices

cn : relatif aux résultats du calcul numérique ;
di : relatif aux résultats d'une procédure de dimensionnement ;
él : élastique ;
équ : équivalent ;
min : minimum ;
max : maximum ;
pl : plastique ;
réd : réduit (réduction de la capacité flexionnelle due à l'effort normal N) ;
u : ultime ;
x : selon l'axe fort ;
y : selon l'axe faible.

Remarque : les lettres N *et* M *désigneront indifféremment des efforts intérieurs ou des actions extérieures.* N *et* M *seront toujours donnés en valeur absolue.*

4.1.2 *Critère d'évaluation*

L'évaluation d'un concept de dimensionnement s'est faite sur la base des critères suivants :

- *précision* : la qualité d'un dimensionnement est, bien évidemment, directement liée à la précision des résultats obtenus à l'aide d'une formule d'interaction. C'est de la précision que dépend notamment l'économie et la sécurité du dimensionnement. Elle sera évaluée, à partir des résultats théoriques, à l'aide d'un facteur γ'' (« facteur de performance ») défini plus loin (§ 4.1.3) ;
- *sécurité* : une structure doit satisfaire la double exigence de sécurité et d'économie. Il est donc essentiel que le résultat du dimensionnement se situe du côté de la sécurité, sans pour autant entraîner un gaspillage d'acier. Compte tenu des hypothèses sévères admises lors de la simulation numérique, de légères surestimations des sollicitations ultimes ont toutefois été jugées admissibles. La sécurité qu'offre une méthode de dimensionnement sera estimée sur la base de la distribution statistique du facteur de performance γ'' ;
- *simplicité* : les possibilités, liées à l'utilisation de moyens informatiques raffinés pour le calcul des structures, nous amènent à penser qu'à l'avenir les moyens approchés de dimensionnement, tels que les formules d'interaction, ne seront utilisés que lors de la phase du prédimensionnement ou lors de vérifications rapides de résultats obtenus à l'aide d'un programme de calcul. La simplicité de la procédure de dimensionnement est donc importante. Elle s'obtient souvent malheureusement au détriment de la précision, la réciproque n'étant pas forcément vraie ;
- *transparence* : par transparence, nous entendons la qualité d'une formulation à laisser paraître la réalité physique. *Aucune méthode de dimensionnement ne satisfait ce critère, la réalité étant bien trop complexe pour qu'on puisse la mettre sous forme de quelques équations.* Cependant, il est possible à l'aide de considérations simples, souvent empruntées à la théorie de l'élasticité, de donner une certaine logique à une formule.

4.1.3 *Bases de comparaison entre résultats théoriques et approchés*

L'évaluation des prédictions d'une formule d'interaction est établie à l'aide des résultats théoriques au moyen du facteur γ'', dénommé ici « facteur de performance », et qui a pour définition :

$$\gamma'' = \frac{r_{cn}}{r_{di}}.$$

En admettant la relation d'interaction suivante :

$$f_1(n) + f_2(m_x) + f_3(m_y) \leq 1.$$

Alors γ'' est défini par la relation :

$$f_1(n_{cn}/\gamma'') + f_2(m_{x,cn}/\gamma'') + f_3(m_{y,cn}/\gamma'') = 1 \pm 0{,}0005.$$

Si $\gamma'' < 1$, le résultat du dimensionnement n'est pas du côté de la sécurité, si $\gamma'' > 1$, le résultat du dimensionnement est du côté de la sécurité.

Remarques : pour faciliter les comparaisons entre les différents concepts de dimensionnement, nous admettrons que la force portante de flambement centré N_{uy} *correspond à la valeur donnée par le calcul numérique* $N_{uy,cn}$. *Le calcul de* γ'' *se fera donc avec :*

$$n_{uy,di} = n_{uy,cn}.$$

Si la vérification de la résistance en section aux deux extrémités de la poutre-colonne est déterminante, la valeur du facteur de performance γ'' *sera écartée des comparaisons.*

4.2 *Cas 1 : instabilité dans le plan des sollicitations* (N + M)

Il y a risque d'instabilité dans le plan des sollicitations lorsqu'une barre est simultanément comprimée et fléchie, soit selon son axe de faible inertie $(N + M_y)$, soit selon son axe de forte inertie si la barre est suffisamment retenue latéralement $(N + M_x)$. Ce dernier cas ne sera pas considéré dans cet article.

4.2.1 *Formules d'interaction* $(N + M_y)$

a) *CECM [12, 13]*

$$n + f_y \frac{\beta_y M_y + N e_{oy}}{M_{ply}} \leq 1; \qquad (1)$$

avec :

$$\beta_y = 0{,}6 + 0{,}4\, \psi_y \geq 0{,}4.$$

L'excentricité équivalente e_o est déduite du cas où N agit seul. Dans ce cas, $N = N_{uy}$ et $M_y = 0$.

b) *Solution proposée [14]*

$$n_{uy}^{\alpha'} + f_y\, \beta_y\, m_y \leq 1; \qquad (2)$$

avec :

$$\alpha' = (2 + a_w)\,(1{,}2 - \bar{\lambda}_y) \geq 1$$
$$\beta_y = 0{,}6 + 0{,}4\, \psi_y \geq 0{,}4$$
$$(\text{pour } \bar{\lambda}_y \geq 0{,}2).$$

4.3 *Cas 2 : instabilité hors du plan des sollicitations* $(N + M_x)$

Le risque d'une instabilité latérale existe pour un élément structural fléchi selon son axe de forte inertie, comprimé ou non, libre ou partiellement libre de se déplacer latéralement et dont la section transversale présente un rapport I_x/I_y élevé. Lorsque la charge axiale N est nulle, nous parlons de déversement, dans le cas contraire de flambement par flexion et torsion.

4.3.1 *Formules d'interaction* $(N + M_x)$

a) *CECM [12, 13]*

La procédure de dimensionnement recommandée par la CECM impose la double vérification suivante :

$$n + f_x \left(\frac{\beta_x M_x}{M_{ux}} + \frac{N e_{ox}}{M_{plx}} \right) \leq 1; \qquad (3\,a)$$

$$n + f_x\, \beta_x\, m_{ux} + f_y \frac{N e_{oy}}{M_{ply}} \leq 1; \qquad (3\,b)$$

avec :

$$\beta_x = 0{,}6 + 0{,}4\, \psi_x \geq 0{,}4.$$

b) *Solution retenue [14]*

La solution retenue dérive d'une simplification de l'équation que proposent Vinnakota et Nethercot dans la référence [15] :

$$n_{uy} + \beta_x\, m_{ux} \leq 1; \qquad (4)$$

avec :

$$\beta_x = 0{,}6 + 0{,}4\, \psi_x \geq 0{,}4.$$

4.4 *Cas 3 : instabilité spatiale* $(N + M_x + M_y)$

Le cas 2 $(N + M_x)$ a été désigné sous les termes d'instabilité latérale ou hors plan. Par souci de clarté, nous parlerons ici d'instabilité spatiale,

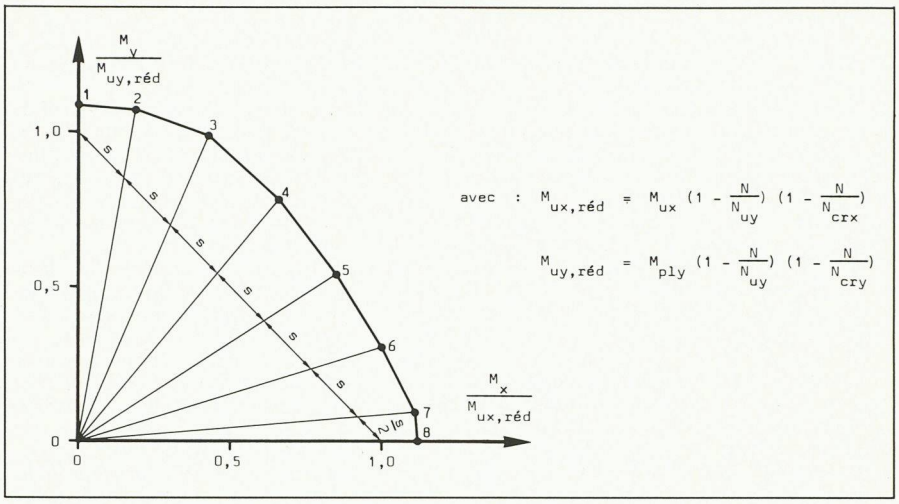


Fig. 8. — *Rapports des moments* M_x/M_y.

bien que ce terme puisse aussi s'appliquer au cas précédent. Ce type d'instabilité peut survenir lorsqu'une barre est sollicitée en flexion gauche, accompagnée ou non de compression. Le problème déjà fort complexe d'une instabilité hors plan est rendu ici encore plus ardu par la présence d'un moment de flexion selon l'axe de faible inertie M_y. La représentation rigoureuse du phénomène physique sous la forme d'une équation simple est donc utopique. Une manière de contourner la difficulté consiste à écrire l'interaction $N + M_x + M_y$ à partir des cas limites précédents (cas 1 et 2), soit :

$$f\left(\frac{M_{x,\text{équ}}}{M_{ux,\text{réd}}}, \frac{M_{y,\text{équ}}}{M_{uy,\text{réd}}}, \alpha_x, \alpha_y\right) \leq 1; \qquad (5)$$

$M_{\text{équ}}$: moments uniformes équivalents ($M_{\text{équ}} = \beta\, M$);

$M_{u,\text{réd}}$: moments ultimes de flexion monoaxiale ($\psi = 1$) pour une charge axiale donnée;

α: coefficients permettant de définir la forme de la courbe d'interaction M_x-M_y.

Cette façon de procéder peut s'avérer d'une précision convenable pour autant que les valeurs de $M_{ux,\text{réd}}$ et $M_{uy,\text{réd}}$ soient correctement évaluées.

4.4.1 *Formules d'interaction* ($N + M_x + M_y$)

L'expression de la fonction (5), la plus courante et certainement aussi la plus adéquate, a la forme suivante [16]:

$$\left(\frac{\beta_x M_x}{M_{ux,\text{réd}}}\right)^{\alpha_x} + \left(\frac{\beta_y M_y}{M_{uy,\text{réd}}}\right)^{\alpha_y} \leq 1. \qquad (6)$$

Les deux formules qui suivent seront exprimées sous la forme de l'équation (6). Remarquons que l'expression recommandée par la CECM s'écrit généralement sous une forme différente.

a) *CECM [12, 13]*

Equation (6) avec:

$$\left.\begin{aligned} &\alpha_x = \alpha_y = 1 \\ &\beta = 0{,}6 + 0{,}4\,\psi \geq 0{,}4 \\ &M_{ux,\text{réd}} = \frac{M_{ux}}{f_x}\left(1 - n - f_y \frac{N\, e_{oy}}{M_{ply}}\right) \\ &M_{uy,\text{réd}} = \frac{M_{ply}}{f_y}\left(1 - n - f_y \frac{N\, e_{oy}}{M_{ply}}\right) \\ &\text{ou :} \\ &M_{ux,\text{réd}} = \frac{M_{ux}}{f_x}\left(1 - n - f_x \frac{N\, e_{ox}}{M_{plx}}\right) \\ &M_{uy,\text{réd}} = \frac{M_{ply}}{f_y}\left(1 - n - f_x \frac{N\, e_{ox}}{M_{plx}}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

b) *Solution proposée [14]*

Equation (6) avec:

$$\left.\begin{aligned} &\left.\begin{aligned} \alpha_x &= 2 \\ \alpha_y &= 1 \end{aligned}\right\} \\ &\beta = 0{,}6 + 0{,}4\,\psi \geq 0{,}4 \\ &M_{ux,\text{réd}} = M_{ux}\,(1 - n_{uy}) \quad \text{(selon équation 4)} \\ &\left.M_{uy,\text{réd}} = \frac{M_{ply}}{f_y}\left(1 - n_{uy}^{\alpha'}\right)\right\} \text{(variante simplifiée de l'équation 2)} \\ &\alpha' = 2{,}0 - 1{,}2\,\bar{\lambda}_y \geq 1 \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

4.5 *Comparaison des procédures de dimensionnement*

Sur la base des distributions statistiques du facteur de performance γ'', obtenues pour certains des paramètres de l'étude du paragraphe 3, nous avons établi les figures 9 a) et b) pour les deux relations exposées précédemment. Cette forme de présentation permet de localiser les points faibles d'une expression. Les chiffres donnés sous la désignation «*Pt* (M_x / M_y)» se rapportent aux numéros des points définis à la figure 8. Les points 1 et 8 spécifient donc les cas de flexion monoaxiale (cas 1 et 2).

4.6 *Evaluation des procédures de dimensionnement*

4.6.1 *Relations recommandées par la CECM [12, 13] (fig. 9 a)*

a) *Cas 1:* $N + M_y$ *(équation 1)*

Dans le domaine des élancements couramment utilisés dans la construction, les résultats de l'équation (1) sont conservateurs. Pour des barres élancées, cette équation ne devrait pas être utilisée car elle entraîne un dimensionnement qui ne se situe pas du côté de la sécurité.

b) *Cas 2:* $N + M_x$ *(équations 3 a ou 3 b)*

Les mêmes remarques que pour le cas 1 peuvent être formulées pour le cas d'une instabilité hors plan. Pour une poutre-colonne de grand élancement, on peut montrer que les résultats des équations (3 a) ou (3 b) fournissent un moment ultime supérieur au moment critique de flambement par flexion et torsion ce qui est, bien évidemment, inadmissible. Pour rappel, le moment critique de flambement par flexion et torsion est exprimé par la relation suivante:

$$\frac{M_{crx,\text{réd}}}{M_{crx}} = \sqrt{\left(1 - \frac{N}{N_{cry}}\right)\left(1 - \frac{N}{N_{cr\varphi}}\right)}. \qquad (9)$$

Remarquons encore que le fait de nécessiter une double vérification rend la procédure de dimensionnement lourde pour un calcul manuel.

c) *Cas 3:* $N + M_x + M_y$ *(équations 7)*

La tendance non conservatrice des expressions de la CECM, pour des barres élancées comprimées et fléchies mono-axialement, est atténuée par l'utilisation d'une relation linéaire pour les cas de flexion biaxiale. L'ensemble des résultats reste cependant très dispersé et conduit à un dimensionnement peu économique ou au contraire peu conservateur:

- pour $\bar{\lambda}_y = 0{,}5$:
  $\gamma''_{moy} = 1{,}175$; $s = 0{,}092$; $\gamma''_{max} = 1{,}435$;
- pour $\bar{\lambda}_y = 2{,}0$:
  $\gamma''_{moy} = 0{,}976$; $s = 0{,}057$; $\gamma''_{min} = 0{,}846$.

Remarque: le facteur de performance ayant la même nature qu'un facteur de charge, nous pouvons définir par simple multiplication un facteur de sécurité englobant les imprécisions du dimensionnement. Ainsi en supposant une valeur de γ'' de 0,846, nous obtenons, pour un facteur de sécurité global de 1,6, un facteur de sécurité résiduel de 1,35.

4.6.2 *Solution retenue [14] (fig. 9 b)*

a) *Cas 1:* $N + M_y$ *(équation 2)*

L'équation proposée (2) est, parmi les différentes relations présentées dans la référence [14], celle qui remplit au mieux les critères d'évaluation que nous nous étions fixés dans le paragraphe 4.1.2. Les 68,7% des résultats sont situés du côté de la sécurité sans pour autant conduire à un dimensionnement conservateur (γ'': $m = 1{,}013$, $s = 0{,}029$). Les résultats situés du côté de l'insécurité (31,3%) sont obtenus pour de faibles efforts normaux ($N/N_{uy} = 0{,}2$) en raison de l'utilisation du concept de moment uniforme équivalent. Avec un γ''_{min} de 0,95, la surestimation des sollicitations ultimes reste cependant acceptable.

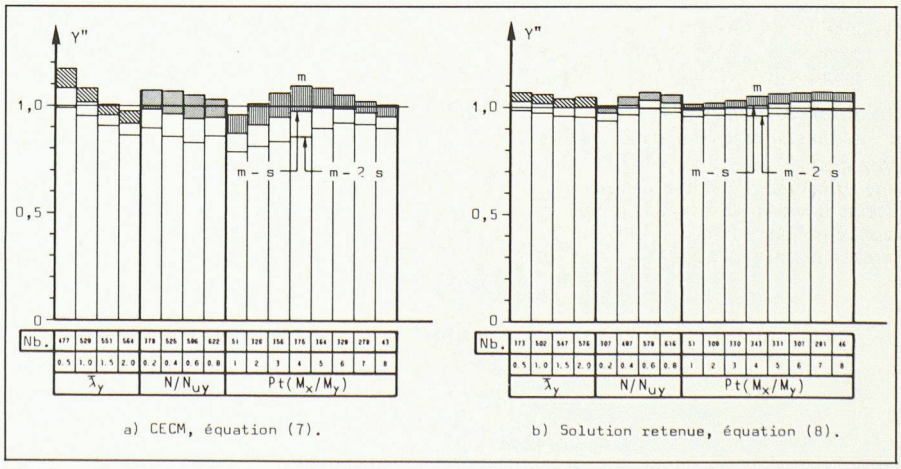


Fig. 9. — *Evaluation statistique des différentes procédures de dimensionnement (Nb.: nombre de résultats considérés).*

b) *Cas 2:* $N + M_x$ *(équation 4)*

Si la simplicité d'une équation entre souvent en conflit avec la précision de ses résultats, cette formule d'interaction fait exception ($\gamma''_{moy} = 1{,}066$). Avec seulement 7% des résultats situés du côté de l'insécurité, elle satisfait pleinement les critères d'évaluation fixés au paragraphe 4.1.2. Parmi toutes les procédures exposées dans la référence [14], c'est elle qui fournit les résultats les moins dispersés ($s = 0{,}043$).

c) *Cas 3:* $N + M_x + M_y$ *(équation 8)*

Sous une forme simple, l'expression (8) s'avère d'une très bonne précision. Il ressort de façon évidente de la figure 9 b) que la solution $\alpha_x = 2$ et $\alpha_y = 1$ peut être adoptée sans problème.

Conservatrice pour de faibles élancements, cette solution est quasiment «exacte» lorsque ceux-ci deviennent plus élevés. Elle fournit des résultats peu dispersés:

- pour $\bar{\lambda}_y = 0{,}5$:
  $\gamma''_{moy} = 1{,}071$; $s = 0{,}042$; $\gamma''_{max} = 1{,}171$;
- pour $\bar{\lambda}_y = 2{,}0$:
  $\gamma''_{moy} = 1{,}050$; $s = 0{,}047$; $\gamma''_{min} = 0{,}937$.

En posant conservativement $\alpha' = 1$ dans l'expression de $M_{uy,réd}$, la relation (8) perd de sa précision dans le domaine des faibles élancements. Nous obtenons pour $\bar{\lambda}_y = 0{,}5$: $\gamma''_{moy} = 1{,}107$; $s = 0{,}053$.

5. Conclusions

Un des buts importants de notre recherche était d'évaluer les formules d'interaction que l'on utilise couramment dans les bureaux d'études pour dimensionner les poutres-colonnes. La médiocre précision de ces dernières nous a amenés à formuler de nouvelles propositions. La démarche suivie pour atteindre ce but a nécessité la mise en œuvre d'une recherche expérimentale et l'étude d'un grand nombre de cas de poutres-colonnes.

Il est utile de rappeler ci-dessous les principales étapes de notre étude ainsi que les conclusions qui s'en dégagent.

a) *Essais préliminaires*

Les essais et mesures préliminaires nous ont permis de déterminer les caractéristiques mécaniques et géométriques des pièces d'essais. La connaissance précise de ces caractéristiques est indispensable pour que l'on puisse valablement comparer les résultats des essais de poutres-colonnes à ceux dérivant d'un calcul numérique.

Les essais préliminaires ont permis, en outre, de mettre en évidence les effets favorables du redressage à froid par train de galets:

- caractéristiques mécaniques plus homogènes;
- contraintes résiduelles de compression à l'extrémité des ailes fortement réduites;
- meilleur respect des tolérances de laminage;
- défauts de rectitude amoindris.

b) *Essais de poutres-colonnes et simulation numérique*

Au total, 20 essais de poutres-colonnes ont été effectués. Le nombre relativement restreint d'essais s'explique d'une part par le coût élevé de ceux-ci (matériel et main-d'œuvre) et, d'autre part, par le fait qu'il serait illusoire de donner au problème du flambement spatial des poutres-colonnes un fondement expérimental aussi important qu'au problème plus simple du flambement des colonnes. Le choix des paramètres d'essais a été fait pour permettre une vérification approfondie du programme de calcul sur ordinateur. En rapportant la charge de ruine expérimentale à la charge de ruine déduite de la simulation numérique, nous obtenons un rapport moyen de 1,01 et une déviation standard de 0,04. Il s'avère donc possible de remplacer avantageusement l'expérience par le calcul numérique.

c) *Etude paramétrique*

Après avoir vérifié le bon fonctionnement du programme de calcul, nous avons calculé plus de 2500 cas différents de poutres-colonnes. L'étude paramétrique a été effectuée pour une section du type HEA 200 avec un modèle unique d'imperfections. L'histoire du chargement était identique pour tous les cas: application de la charge axiale de compression puis des moments de flexion aux extrémités. Les paramètres variables de l'étude étaient les suivants:

- élancement;
- rapport N/N_{uy};
- rapport $\psi = M_{min}/M_{max}$;
- rapport $M_{x,max}/M_{y,max}$.

d) *Etudes comparatives*

A l'aide des résultats de la simulation numérique, plusieurs études comparatives ont été entreprises. Dans le paragraphe 4, nous avons montré que les relations recommandées par la CECM [12], dont dérivent celles de la norme SIA 161 [1], ne permettent pas de prédire les sollicitations ultimes d'une poutre-colonne avec une précision convenable. Leur inconvénient majeur est d'entraîner un dimensionnement, d'une part, très conservateur pour des barres peu élancées et, d'autre part, situé du côté de l'insécurité lorsque l'élancement devient plus élevé. Elles ne peuvent donc pas conduire à une sécurité homogène. Ce même paragraphe a montré qu'à l'aide des relations simples rappelées ci-dessous, les poutres-colonnes pouvaient être dimensionnées de manière sûre et économique.

$$\frac{N}{N_{uy}} + \frac{\beta_x M_x}{M_{ux}} \leq 1;$$

$$\left(\frac{N}{N_{uy}}\right)^{\alpha} + \frac{1}{1 - \dfrac{N}{N_{cry}}} \frac{\beta_y M_y}{M_{ply}} \leq 1$$

$$(\alpha = 2 - 1{,}2\,\bar{\lambda}_y \geq 1);$$

$$\left(\frac{\beta_x M_x}{M_{ux,réd}}\right)^2 + \frac{\beta_y M_y}{M_{uy,réd}} \leq 1.$$

Avec $\beta = 0{,}6 + 0{,}4\,\psi \geq 0{,}4$ et $M_{u,réd}$ déduit des deux premières relations ($\psi = 1$).

Les grandeurs N, M_x *et* M_y, *utilisées pour la vérification à la ruine, sont bien évidemment majorées par le facteur de sécurité* γ.

Remerciements

L'auteur tient à remercier toutes les personnes de l'ICOM qui ont collaboré à ce travail et qui ont aidé à une bonne mise en forme de cet article. Il remercie également le Fonds national suisse pour la recherche scientifique pour le soutien financier qu'il a accordé à cette recherche.

Bibliographie

[1] *Norme SIA 161*: Constructions métalliques. Zurich, SIA, 1979.

[2] Lescouarc'h, Y.: *Intérêt du calcul en plasticité.* Construction métallique, Puteaux, vol. 10, n° 3, 1973, pp. 5-10.

[3] Picard, A.; Beaulieu, D.: *Calcul aux états limites des charpentes d'acier.* Willowdale, Institut canadien de la construction en acier, 1981.

[4] Sfintesco, D.: *Fondement expérimental des courbes européennes de flambement.* Construction métallique, Puteaux, vol. 7, n° 3, 1970, pp. 5-12.

[5] Jacquet, J.: *Essais de flambement et exploitation statistique.* Construction métallique, Puteaux, vol. 7, n° 3, 1970, pp. 13-36.

[6] Beer, H.; Schulz, G.: *Bases théoriques des courbes européennes de flambement.* Construction métallique, Puteaux, vol. 7, n° 3, 1970, pp. 37-57.

[7] Frey, F.: *Calcul au flambement des barres industrielles.* Bulletin technique de la Suisse romande, Lausanne, vol. 97, n° 11, 1971, pp. 239-250.

[8] Strating, J.; Vos, H.: *Simulation sur ordinateur de la courbe CECM de flambement à l'aide de la méthode de Monte-Carlo.* Construction métallique, Puteaux, vol. 10, n° 2, 1973, pp. 23-39.

[9] Opperman, G. H. P.: *Comportement spatial des poutres-colonnes à section ouverte et parois minces.* Lausanne, EPFL, thèse n° 434, 1982.

[10] Opperman, G. H. P.; Matthey, P.-A.: *Flexion gauche des poutres-colonnes métalliques.* Construction métallique, Puteaux, vol. 20, n° 1, 1983, pp. 15-25.

[11] Matthey, P.-A.: *Simulation numérique du comportement des poutres-colonnes métalliques.* Lausanne, EPFL, ICOM 137, 1984.

[12] *European Recommendations for Steel Construction.* Rotterdam, European Convention for Constructional Steelwork, 1978.

[13] *Manual on the Stability of Steel Structures.* Second International Colloquium on Stability, Introductory report. Rotterdam, European Convention for Constructional Steelwork, 1976.

[14] Matthey, P.-A.: *Comportement des poutres-colonnes métalliques en double té.* Lausanne, EPFL, thèse n° 592, 1985.

[15] Nethercot, D. A.: *Evaluation of Interaction Equations for Use in Design Specifications in Western Europe.* Third International Colloquium on Stability of Metal Structures. Toronto, 1983, pp. 293-313.

[16] Chen, W. F.; Atsuta, T.: *Theory of Beam-Columns.* Vol. 2: *Space Behavior* and *Design.* New York, McGraw-Hill, 1977.

Adresse de l'auteur:
Pierre-Alain Matthey, Dr ès sc. techn.
Ing. civil dipl. EPFL/SIA
Croix-Blanche 6
1066 Epalinges