**Zeitschrift:** Ingénieurs et architectes suisses

**Band:** 111 (1985)

**Heft:** 12

**Artikel:** Flèches à long terme des dalles en béton à l'état fissuré

Autor: Tellenbach, André / Favre, Renaud DOI: https://doi.org/10.5169/seals-75632

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF: 26.11.2025** 

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

### Flèches à long terme des dalles en béton à l'état fissuré

par André Tellenbach et Renaud Favre, Lausanne

La vérification des déformations à long terme des structures en béton, en particulier des dalles, revêt une importance grandissante. Cela est souligné dans le projet de norme SIA 162 par l'exigence d'un contrôle des flèches nécessitant de la part de l'ingénieur un travail supplémentaire qu'il ne pourra mener à bien que s'il dispose de méthodes appropriées simples. Le présent article a pour but en les présentant d'étoffer la nouvelle norme, de montrer son application aux dalles et de mettre en évidence la grande influence de la fissuration, du fluage et du retrait.

#### Résumé

En concevant une structure en béton armé, une estimation ou un calcul de la flèche à long terme s'avère de plus en plus indispensable. Le choix approprié de l'épaisseur d'une dalle de bâtiment est souvent dicté par un critère de déformation sous charge permanente. Cet article a pour but de montrer comment ramener le calcul de la flèche d'une dalle à celui d'une poutre tout en considérant l'effet de la fissuration, du fluage et du retrait.

### 1. Introduction

Les normes et règlements en vigueur ne fournissent que peu d'information sur la manière d'effectuer la vérification de l'état-limite de déformation. Cela est particulièrement ressenti dans le cas des dalles en béton compte tenu de la fissuration et des effets différés.

La nécessité de mieux maîtriser les problèmes liés à l'aptitude au service des dalles se justifie par le fait que bien des dommages rencontrés dans les structures en béton sont dus aux déformations excessives des dalles [1]<sup>1</sup>. Ces dommages

<sup>1</sup>Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

### Notations

1/r: courbure

m: moment par unité de largeur de dalle

D: rigidité flexionnelle de dalle

w: déplacement transversal selon l'axe

ν: coefficient de contraction latérale (Poisson)

a: flèche tenant compte de la fissuration et des effets différés

a<sub>c</sub>: flèche de base calculée élastiquement en ne considérant que le béton
 a<sub>1</sub>: flèche en stade I compte tenu des

armatures et des effets différés a<sub>2</sub>: flèche en stade II<sub>o</sub>, sans participation du béton tendu, compte tenu

des armatures et des effets différés ζ: coefficient caractérisant la participation du béton tendu entre les fissures

q: taux d'armature tendue

q': taux d'armature comprimée

y<sub>m</sub>: angle moyen entre la direction des moments principaux et celle de l'armature s'accompagnent généralement de fissuration de cloisons non porteuses, de dégâts aux portes, fenêtres et façades, de décollement d'enduits et de crépis, de difficulté dans le fonctionnement de machines sensibles, d'entrave à l'écoulement de liquides, etc.

Il faut toutefois avoir à l'esprit que le problème de l'estimation des flèches à long terme des dalles en béton armé ou précontraint se révèle extrêmement complexe par suite des nombreux facteurs impliqués.

Dans les cas courants du bâtiment on peut cependant se limiter au calcul d'une flèche sous l'effet des charges permanentes en négligeant l'influence des charges mobiles.

### Zusammenfassung

Dem Nachweis der Verformungen, insbesondere von Massivplatten, wird in Zukunft vermehrte Bedeutung zukommen. Der Entwurf der neuen SIA Norm 162 fordert zum Beispiel die Begrenzung der Durchbiegungen unter Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung.

Die Wahl einer minimalen Plattenstärke ist meistens abhängig von den zulässigen Verformungen unter ständiger Last. Um diese Verformungen jedoch zuverlässig abschätzen zu können, sollte der Ingenieur über geeignete und einfach anwendbare Rechenmethoden verfügen. Das Ziel dieses Beitrags ist es, eine mögliche Methode im Rahmen der neuen Norm vorzustellen und ihre einfache Anwendung für Platten aufzuzeigen. Besonderer Wert wird auf den starken Einfluss der Rissbildung, des Kriechens und des Schwindens gelegt.

La part de flèche due à ces dernières, en particulier la part irréversible, est en général très faible. Bien que l'histoire de la mise en charge soit en réalité très compliquée et en général inconnue de l'ingénieur au moment du projet, il suffit d'admettre que toutes les charges permanentes agissent simultanément à partir d'un âge du béton moyen, par exemple 28 jours.

Une incertitude majeure provient de la grande différence de comportement entre le stade homogène non fissuré (stade I) et le stade fissuré (stade II).

Si la dalle travaille à l'état fissuré, les flèches à long terme sont deux à trois fois

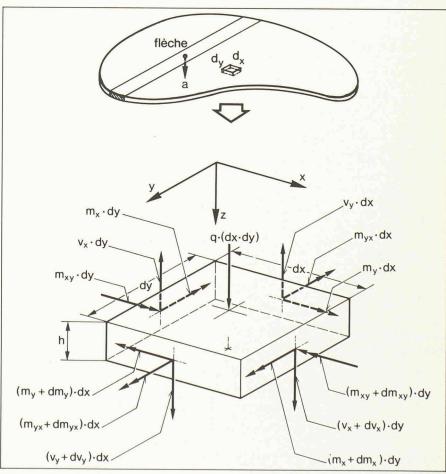


Fig. 1. – Elément infinitésimal et bande d'une dalle.

plus grandes que celles d'une dalle non fissurée, entre autres à cause du retrait. Le manuel CEB «Fissuration et Déformations» paru récemment [2] traite des problèmes de fissuration et d'effets différés concernant essentiellement les structures linéaires. Le cas particulier des déformations à long terme des dalles bidirectionnelles a été étudié aussi bien théoriquement qu'expérimentalement dans [3]. Le but de cet article est précisément d'en tirer la quintessence et de montrer à l'ingénieur de la pratique comment procéder pour calculer ou estimer aisément une flèche.

## 2. Courbure et flèche d'une dalle élastique

Nous allons montrer comment calculer simplement dans une dalle la courbure et la flèche qui en découle à partir des moments fléchissants  $m_x$  et  $m_y$  le long d'une bande sans qu'intervienne le moment torsionnel  $m_{xy}$  (fig. 1).

Rappelons, en guise de préambule, ce qu'est la courbure dans une poutre:

$$1/r_x = \frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

Il en va tout autrement dans une dalle car il y a interaction entre la courbure dans un sens et celle dans le sens perpendiculaire. La courbure réelle peut s'obtenir à partir de l'expression du moment fléchissant

$$m_{x} = -D\left(\frac{\delta^{2}w}{\delta x^{2}} + v \cdot \frac{\delta^{2}w}{\delta y^{2}}\right)$$

avec 
$$D = \frac{Eh^3}{12 \cdot (1 - v^2)}$$

ce qui permet d'écrire

$$1/r_x = \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} = -\left(\frac{m_x}{D} + v \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta y^2}\right)$$
$$1/r_x = -\left(\frac{m_x}{D} + v \cdot 1/r_y\right)$$

influence de la courbure transversale

$$1/r_x = -\frac{m_x}{D} + \nu \cdot \left( \frac{m_y}{D} + \nu \cdot 1/r_x \right)$$

provient de l'expression de  $m_y$  analogue à celle de  $m_x$ 

$$(1 - v^2) \cdot 1/r_x = -\frac{m_x - v \cdot m_y}{D}$$

La courbure réelle selon *x* s'écrit finalement pour une dalle :

$$1/r_x = -\frac{1}{EI} \cdot (m_x - \nu \cdot m_y)$$

$$où I = \frac{h^3}{12}$$

d'où l'influence non négligeable du coefficient de Poisson ( $\nu=1/6$ ). La flèche peut s'obtenir par intégration de la cour-

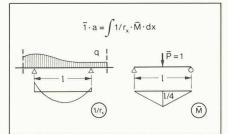


Fig. 2. – Courbure réelle et moment virtuel.

bure en se basant sur le principe des travaux virtuels. Etant donné la validité générale de ce principe, son application aux dalles ne pose que peu de problèmes. Il suffit en effet de découper une bande de dalle de largeur unitaire le long de laquelle on détermine la courbure  $1/r_x$ . Les travaux virtuels s'effectuent aisément si l'on considère les courbures précédentes comme étant celles d'une poutre isostatique sollicitée par une charge virtuelle  $\overline{P}=1$ .

Nous utilisons pour la flèche le symbole a adopté par le CEB en lieu et place de w retenu dans [7] qui représente normalement le déplacement transversal variable selon l'axe z ou une ouverture de fissure. La flèche vaut donc (fig. 2):

$$\overline{1} \cdot a = 1/r_x \cdot \overline{M} \cdot d_x \tag{2}$$

Cette façon de procéder permet de calculer simplement la flèche élastique d'une dalle dont les moments sont connus.

## 3. Méthode des bandes croisées pour le calcul de la flèche

### 3.1 Courbure moyenne

Le calcul de la flèche à long terme d'une dalle en béton armé à l'état fissuré peut s'effectuer avantageusement en ramenant ce problème à celui d'une poutre et en utilisant le modèle de la figure 3.

La courbure moyenne peut donc s'écrire:

$$1/r_m = \frac{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}}{d} =$$

$$= (1 - \zeta_f) \cdot 1/r_1 + \zeta_r \cdot 1/r_2$$
(3)

où  $1/r_1$  et  $1/r_2$  sont respectivement les courbures en stade I et en stade II<sub>o</sub>. Précisons que le stade II<sub>o</sub> ne considère que la zone comprimée du béton et l'armature tendue. La contribution du béton tendu entre les fissures est caractérisée par le coefficient  $\zeta_r$ .

Les courbures extrêmes  $1/r_1$  et  $1/r_2$  se composent chacune d'une courbure instantanée et d'une courbure différée due au fluage et au retrait.

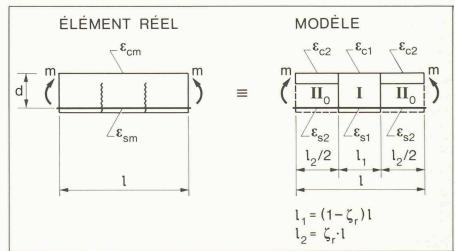


Fig. 3. — Modèle pour le calcul de la courbure.

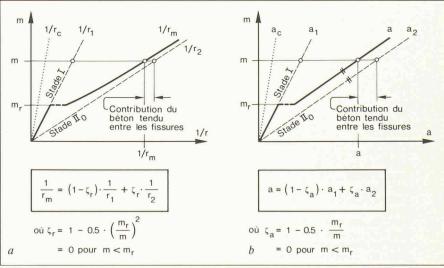


Fig. 4. - Relations moment-courbure (à gauche) et moment-flèche (à droite).

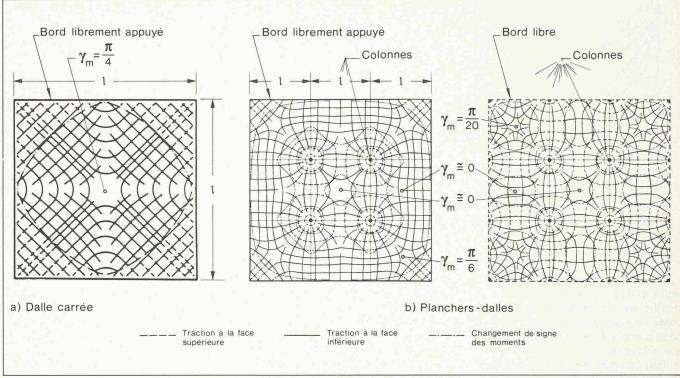


Fig. 5. — Trajectoires des moments principaux. Valeurs de  $\gamma_m$  pour une armature parallèle aux bords.

$$1/r = 1/r_o + 1/r_o + 1/r_{cs} \tag{4}$$

La relation moment-courbure représentée graphiquement à la fig.re 4a découle du modèle présenté à la figure 3 (voir [4] et [5]).

 $\zeta_r$  est admis égal à  $1 - 0.5 \cdot \left(\frac{m_r}{m}\right)^2$  pour des barres à haute adhérence et pour une charge de longue durée.

### 3.2 Flèche

La flèche a est donnée par l'expression générale (2) en introduisant pour  $1/r_x$  la courbure moyenne  $1/r_m$ :

$$\overline{1} \cdot a = 1/r_m \cdot \overline{M} \cdot dx$$

Nous allons déduire une participation du béton tendu  $\zeta_a$  valable pour la flèche. A cet effet, le terme  $\zeta$  qui caractérise cette participation, est sorti de l'intégrale. Il s'ensuit une relation bilinéaire entre moment et flèche selon [2] (fig. 4b) où  $\zeta_a$  représente une participation moyenne,  $\zeta_r$  par contre la participation en chaque section.

$$a = \int (1 - \zeta_r) \cdot 1/r_1 \cdot \overline{M} \cdot dx +$$

$$+ \int \zeta_r \cdot 1/r_2 \cdot \overline{M} \cdot dx$$

$$= (1 - \zeta_a) \cdot \int 1/r_1 \cdot \overline{M} \cdot dx +$$

$$+ \zeta_a \cdot \int 1/r_2 \cdot \overline{M} \cdot dx$$

$$a = (1 - \zeta_a) \cdot a_1 + \zeta_a \cdot a_2$$
 (5)

Les flèches extrêmes  $a_1$  et  $a_2$  découlent de la flèche de base  $a_c$  qui représente la flèche élastique (sans fissuration ni effets différés) de la dalle composée de béton sans armatures.

Rappelons que

$$a_c = \int \frac{1}{r_c} \cdot \overline{M} \cdot dx$$
$$= \int \frac{12}{Eh^3} \cdot (m_x - v \cdot m_y) \cdot \overline{M} \cdot dx$$

La participation moyenne du béton tendu pour les flèches peut être décrite par la relation

$$\zeta_a = 1 - 0.5 \cdot \frac{m_r}{m} \tag{6}$$

Comme des raisonnements théoriques et l'observation d'essais l'ont montré, il paraît prudent de diminuer la contribution du béton tendu au cas où la direction des armatures diffère notablement de celle des moments principaux. Si l'angle moyen entre ces directions est désigné par  $\gamma_m$ , nous proposons d'en tenir compte de la manière suivante:

$$\zeta_a = 1 - 0.5 \cdot (1 - \gamma_m^2) \cdot \frac{m_r}{m}$$
 (6a)

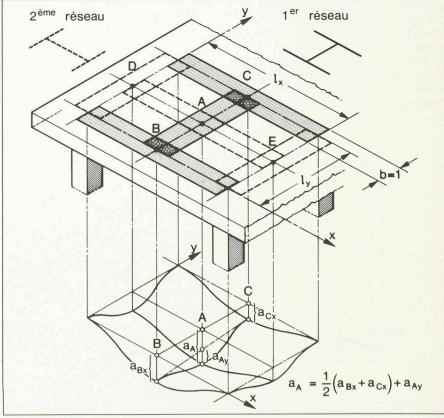


Fig. 6. - Bandes croisées et flèches.

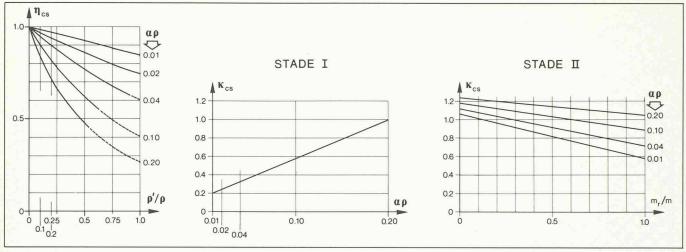


Fig. 7. - Coefficients pour le calcul de la flèche due au retrait.

 $\gamma_m$  est à prendre en radian et peut au plus valoir  $\pi/4$ ;  $1-\gamma_m^2$  vaut alors 0,38 ce qui signifie que la contribution du béton tendu ne vaut que le 38% de celle d'une poutre, d'une dalle unidirectionnelle ou d'une dalle où  $\gamma_m=0$ .

Notons que dans bien des cas pratiques, en particulier des planchers-dalles ou dalles-champignons,  $\gamma_m$  est suffisamment petit pour que  $1 - \gamma_m^2$  puisse être admis égal à 1. Mais pour une dalle carrée librement appuyée sur son pourtour et armée parallèlement aux bords libres,  $\gamma_m = \pi/4$  (fig. 5).

## 3.3 Découpage de la dalle en bandes assimilées à des poutres

Si l'ingénieur veut calculer la flèche probable d'une dalle en tenant mieux compte de son comportement complexe, il pourra utiliser la méthode suivante qui nécessite évidemment plus de calculs que celle que nous avons développée pour [7] et que nous rappelons ci-dessous au § 6.

On découpe dans la dalle des bandes de largeur unitaire disposées autant que possible selon la direction des moments principaux. Ces bandes rectilignes constituent un réseau à partir duquel la déformée de la dalle peut être estimée. Si l'armature est fortement orthotrope, il est avantageux de considérer un second réseau de bandes croisées. A la figure 6 le premier réseau est constitué de bandes colonnes passant par les points B et C ainsi que de la bande médiane passant par A.

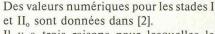
La flèche probable de la dalle s'obtient en effectuant la moyenne des flèches des deux réseaux, alors que la flèche d'un réseau se compose des flèches de ses bandes.

Le calcul de la flèche probable nécessite, dans chaque bande, la connaissance de la flèche élastique relative  $a_c$  et du moment fléchissant à mi-portée  $m^+$  dus aux charges permanentes.

# 4. Prise en compte du retrait dans une dalle fissurée

Le retrait peut influencer la courbure, donc la flèche, d'une façon non négligeable.

$$1/r_{cs} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{cs}}{d}$$



Il y a trois raisons pour lesquelles le retrait joue un rôle plus important dans une dalle que dans une poutre:

- étant donné sa faible épaisseur la courbure due au retrait uniforme est relativement importante dans une dalle fissurée;
- l'apparition d'un retrait différentiel ou non uniforme par suite de la ségrégation des gros granulats et de la ressuée, peut augmenter sensiblement la courbure due au retrait uniforme.
   Ce retrait différentiel étant généralement négligé, on a avantage à surestimer quelque peu le retrait uniforme;
- le retrait uniforme mesuré est très souvent plus important dans les dalles que celui indiqué par les normes.
   La flèche due au retrait peut s'obtenir selon [2] de manière approchée en admettant la courbure constante mais de signe opposé dans le champ et sur appui intermédicire.

$$a_{cs} = \int 1/r_{cs} \cdot \overline{M} \cdot dx \approx 1/r_{cs} \cdot \int \overline{M} \cdot dx$$
$$= 1/r_{cs} \cdot \delta \cdot l^{2}$$

où  $\delta = 1/2$  pour une bande de dalle en porte à faux



= 1/8 pour une bande de dalle librement appuyée



≈ 1/12 pour une bande de dalle encastrée d'un côté et librement appuyée de l'autre



≈ 1/16 pour une bande de dalle encastrée aux deux extrémités.



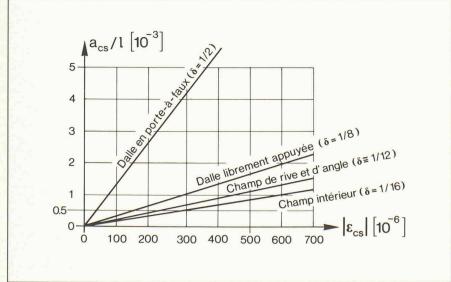


Fig. 8. — Flèche a<sub>cs</sub> due au retrait pour une dalle fissurée, approximativement valable pour des planchers sur appuis linéaires ou sur colonnes.

La courbure  $1/r_{cs}$  peut être estimée en se basant sur le modèle de calcul défini précédemment et mise sous la forme

$$1/r_{cs} = \eta_{cs} \cdot K_{cs} \cdot \frac{\varepsilon_{cs}}{d}$$
 (11)

La flèche due au retrait uniforme s'écrit donc:

$$a_{cs} = \eta_{cs} \cdot K_{cs} \cdot \varepsilon_{cs} \cdot \delta \cdot \frac{l^2}{d} \qquad (12)$$

où  $-\eta_{cs}$  est un coefficient caractérisant l'effet d'une armature de compression  $\varrho'$ ;

-  $K_{cs}$  est le coefficient de correction global pour le retrait quand  $\varrho'/\varrho = 0$ ;

 $-\varepsilon_{cs}$  est le retrait uniforme.

Il est dès lors possible de calculer la part de flèche provenant du retrait uniforme à l'aide des coefficients de la figure 7.

Pour faciliter ce travail, nous avons développé le diagramme de la figure 8 en admettant un élancement h/l=1/30, un rapport  $m_r/m=0.5$  ( $\zeta_a=0.75$ ) ainsi que  $\varrho'/\varrho=0.2$ . Une étude paramétrique nous a en effet permis de constater que pour des valeurs de  $\varrho'/\varrho$  voisines de 0.2 le produit  $\eta_{cs} \cdot K_{cs}$  est pratiquement indépendant de  $\alpha \varrho$  ( $\alpha = E_s/E_c \cong 7$ ).

Le diagramme de la figure 8 fournit des résultats suffisamment précis pour la plupart des cas rencontrés dans la pratique. Il ressort de ce diagramme que pour des valeurs de retrait souvent constatées sur un béton normal après une année ( $\varepsilon_{cs} \cong 400 \cdot 10^{-6}$ ) la flèche due au retrait ne peut pas être négligée dans une dalle fissurée!

### 5. Etude expérimentale

### 5.1 Dispositif des essais

Les essais de dalles effectués à l'IBAP de l'EPFL ont eu pour but premier de mieux

cerner le comportement des dalles bidirectionnelles sous charge permanente de service. La série d'essais décrite ici se compose de trois dalles carrées en béton armé nommées D1, D2 et D3 ayant 3 m de côté et 0,11 m d'épaisseur. D1 et D2 sont librement appuyées sur leur pourtour tandis que D3 repose sur ses angles (fig. 9). Ils font suite aux essais dont les résultats ont été publiés dans [6].

Comme la portée est de 2,7 m, l'élancement h/l vaut 1/25. L'armature inférieure, formée de deux lits orthogonaux, est constituée de barres à haute adhérence de diamètre 10 mm espacées de 150 mm, soit un taux d'armature moyen  $\varrho$  de 0,58%. Une armature semblable est disposée à la face supérieure des angles des dalles D1 et D2.

Le même béton correspondant à la classe C20 selon le CEB ou B30/20 selon la SIA a été coulé pour les trois dalles et a subi la même cure pendant une semaine.

Les dalles ont été mises en charge à l'âge  $t_o = 21$  jours. La surcharge appliquée à ce moment-là peut-être considérée comme uniformément répartie bien qu'elle soit transmise à la dalle par un système de répartition en 16 points. Elle s'élevait compte tenu du poids propre à 40% de la charge de ruine théorique.

La fabrication des dalles ainsi que le déroulement complet des essais ont eu lieu dans le laboratoire climatisé de l'IBAP ( $T=19\pm1^{\circ}$ C et  $HR=65\pm10^{\circ}$ ). Les paramètres variables sont les conditions d'appui et l'orientation de l'armature.

Les dalles D1 et D2, appuyées linéairement sur leur pourtour, ont leurs angles ancrés et ne diffèrent l'une de l'autre que par la direction de leurs armatures, celle de D1 étant parallèle aux bords alors que celle de D2 est parallèle aux diagonales. Les dalles D3 et D1 possèdent la même

armature parallèle aux bords et ne diffèrent l'une de l'autre que par la grandeur de leur surcharge et par leurs conditions d'appui. La dalle D1 est soumise à une charge trois fois supérieure à celle de D3, afin de conserver le même niveau de sollicitation ( $g = 0.4 \cdot q_u$ ).

Des mesures ont été effectuées durant près de deux ans pour suivre le comportement de ces trois dalles sous charge permanente constante.

Différentes étapes du montage de l'essai de la dalle *D*2 sont représentées à la figure 10.

Le béton réalisé en laboratoire était composé d'agrégats roulés de diamètres max. 15 mm. Le rapport eau/ciment (w/c) était de 0,67 et la consistance du béton frais pouvait être qualifiée de plastique. Les dalles avaient subi dès la fin du bétonnage une cure de sept jours sous nattes isolantes, ce qui a provoqué un échauffement du béton jusqu'à ~ 35°C et empêché l'eau de s'évaporer.

### 5.2 Résultats expérimentaux

Les caractéristiques mécaniques et rhéologiques du béton, mesurées sur éprouvettes prismatiques ( $120 \times 120 \times 360$  mm) et cylindriques ( $\phi/h = 150/300$  mm), ont comme valeurs moyennes pour le béton des trois dalles:

$$f_{cm} = 30,3 \ MPa$$
  $f_{ctm} (t_o) = 2,7 \ MPa$   
 $E_{cm} (t_o) = 30,8 \ GPa$   $\varphi_m (1 \text{ an, } t_o) = 2,3$   
 $\varepsilon_{cs} (1 \text{ an, } t_o) = 410 \cdot 10^{-6}$ 

Les flèches ont été mesurées au centre de chaque dalle dès le moment de la mise en charge ( $t_o = 21$  jours) jusqu'à celui du déchargement ( $t - t_o \approx 2$  ans). Les flèches d'essai représentées graphiquement à la figure 11 ont été obtenues en déduisant de la flèche mesurée brute, les tassements d'appuis et en y ajoutant la flèche

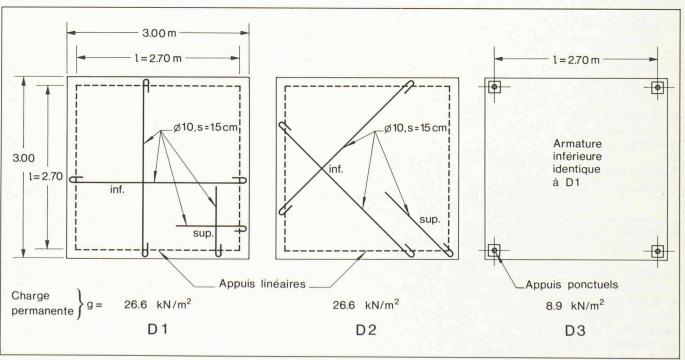
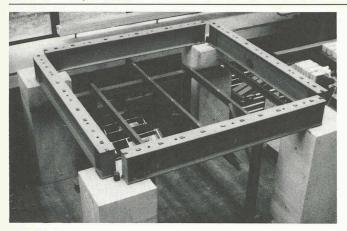
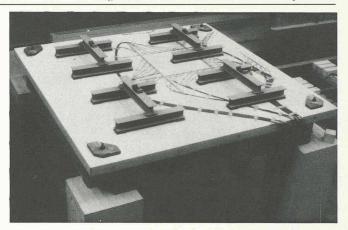
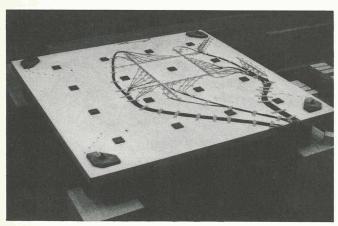


Fig. 9. - Dalles d'essai D1, D2 et D3, épaisseur 11 cm.







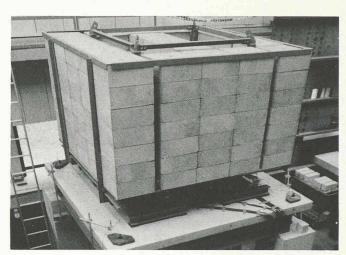


Fig. 10. – Etapes du montage de l'essai de dalle D2.

instantanée due au poids propre. Cette dernière n'ayant pu être mesurée a été calculée élastiquement.

Les flèches probables de chaque dalle ont été calculées avec les caractéristiques effectives du béton de chaque dalle par la méthode des bandes croisées décrite au chapitre 3. La comparaison entre valeurs théoriques et expérimentales est montrée graphiquement à la figure 11.

Deux constatations s'imposent immédiatement :

- 1) la flèche d'essai à  $t t_o = 1$  an vaut 8 à 10 fois la flèche de base élastique  $(a_{\text{essai}} = (8 \div 10) \cdot a_c)$ ;
- les flèches probables calculées concordent de façon très satisfaisante avec les flèches d'essai mesurées.

Il est à noter que dans les calculs de la flèche de D1,  $1 - \gamma_m^2 = 1 - (\pi/4)^2 = 0.38$  alors que  $1 - \gamma_m^2 = 1$  dans ceux de D2 et D3.

Pour plus de détails sur la partie expérimentale, se référer à [3].

### Méthode simplifiée du calcul des flèches

La méthode des bandes croisées décrite précédemment nécessite la connaissance de la déformation et des moments fléchissants élastiques en un certain nombre de points de la dalle. Elle donne des résultats relativement précis en tenant compte de nombreux paramètres telle la vraie disposition de l'armature même si elle s'écarte de celle qui découle d'un calcul élastique.

Afin de rendre cette approche plus aisée, une méthode simplifiée a été développée dans [2] et reprise dans le projet de norme SIA 162 à l'article 3.3.54 [7] (voir fig. 12). Pour obtenir le coefficient de correction global  $\eta$ , on a avantage à introduire un taux d'armature moyen. Celuici correspond au taux moyen des armatu-

res tendues disposées dans le champ et sur appuis. Il peut être facilement estimé à partir du poids de l'armature tendue du champ considéré.

Si la direction de l'armature diffère sensiblement de celle des moments principaux, on peut en tenir compte en multipliant le rapport  $m_r/m$  par  $(1 - \gamma_m^2)$  avant d'entrer dans le diagramme. En simplifiant encore davantage, au risque de

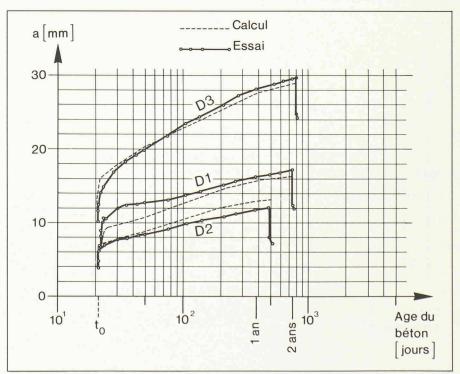


Fig. 11. - Flèches mesurées et calculées des dalles série D.

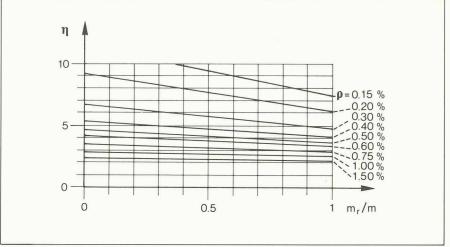


Fig. 12. - Coefficient de correction global.

surestimer la flèche, on peut admettre  $m_r/m = 0$ .

Quand  $m_r \le m$  la flèche probable due à la fissuration et au fluage peut s'écrire:

$$a = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot \eta \cdot (1 - 20 \ \varrho') \cdot a_c \quad (13)$$

Si l'on veut mieux cerner la flèche probable de la dalle, il faut ajouter à cette flèche celle due au retrait. Cette dernière peut, en cas de fissuration, être importante, c'est-à-dire du même ordre de grandeur que celle due au fluage.

La flèche due au retrait uniforme peut s'obtenir simplement à partir du diagramme de la figure 8.

### 7. Conclusion

Comme la flèche à long terme d'une dalle fissurée peut atteindre dix fois la valeur de la flèche de base  $a_c$ , il importe de four-

nir à l'ingénieur les moyens adéquats pour l'estimer.

La méthode des bandes croisées considérant la direction des moments principaux pour le choix des bandes du réseau ainsi que l'orientation moyenne  $(\gamma_m)$  des armatures par rapport aux directions de ces moments principaux, permet de calculer la flèche probable de toute dalle en béton armé de façon cohérente et précise. Cette méthode tient compte de la fissuration et des effets différés (fluage et retrait) ainsi que d'une redistribution éventuelle. Dans les cas courants du bâtiment le procédé peut être simplifié comme indiqué dans le projet de norme SIA 162, tout en gardant à l'esprit que le retrait peut, le cas échéant, jouer un rôle non négligeable qu'on estime à l'aide du diagramme de la figure 8.

### Remerciements

Les auteurs tiennent à exprimer leur reconnaissance à la Société suisse des fabricants Bibliographie

- [1] MATOUSEK M., SCHNEIDER J.: Untersuchungen zur Struktur des Sicherheitsproblems bei Bauwerken. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 59, 1976.
- [2] CEB: Manuel Fissuration et Déformations. Bulletin d'information n° 158, octobre 1983.
- [3] TELLENBACH A.: Déformation à long terme des dalles en béton à l'état fissuré. Thèse de doctorat n° 544, EPF Lausanne, 1985.
- [4] FAVRE R., KOPRNA M., PUTALLAZ J.-C.: Deformation of Concrete Structures, Theoretical Basis for the Calculation. IABSE Periodica, S-16, 1981.
- [5] FANRE R.: Verformungsberechnung von Tragwerken aus Stahl- und Spannbeton. Schweizer Ingenieur und Architekt, Heft 43, 1981. Version française: Evolution des déformations et calcul pratique des flèches. Documentation SIA 51, 1981.
- [6] JACCOUD J.-P., FAVRE R.: Flèches des structures en béton armé — vérification expérimentale d'une méthode de calcul. Annales de l'ITBTP, série Béton nº 208, 1982.
- [7] SIA, Société des ingénieurs et architectes suisses: Norme SIA 162 pour le béton, béton armé et précontraint Zurich, projet soumis en consultation, 1984.

de ciment, chaux et gypse, qui, par son soutien financier, a contribué à la réalisation de l'étude expérimentale.

Adresse des auteurs

André Tellenbach
Dr ès sc. techn.
Renaud Favre
Professeur EPFL
Institut de statique et structures
béton armé et précontraint — IBAP
EPFL
GCB — Ecublens
1015 Lausanne

### Industrie et technique

### Etat actuel du lac de Zoug

### 1. Morphologie

Le lac de Zoug, situé à une altitude de 414 m, a une surface d'environ 38 km<sup>2</sup>. Un resserrement, les «Chiemen», sépare le lac en deux parties : le lac inférieur et le lac supérieur (bassin de Walchwil). Dans la partie inférieure du lac, le fond descend en pente douce en partant de Zoug, pour atteindre une profondeur de 120 m à la hauteur du resserrement, alors que dans le bassin de Walchwil, en forme d'entonnoir, la plus grande profondeur mesurée est de 198 m. Bien que le resserrement freine le mélange des eaux des deux parties du lac, la période d'échange n'excède guère 30 jours, étant donné les seiches internes et la grande profondeur au niveau des «Chiemen» (175 m).

Le lac de Zoug, avec un temps de séjour moyen de 14 ans en théorie, compte parmi les lacs à renouvellement lent (lac de Sempach 17 ans, lac Léman 12 ans). L'affluent principal est la Lorze; elle fournit 38% des eaux du lac. La Rigiaa est le principal affluent du bassin de Walchwil.

### 2. Chimie du lac de Zoug

En 1981, H. Züllig a prélevé un certain nombre de carottes dans les sédiments du fond des lacs suisses. L'analyse de la teneur en pigments produits végétaux a permis de reconstituer l'évolution de la végétation lacustre au cours des années. Dans le lac de Zoug, les perturbations dues à l'activité humaine remontent au début du siècle. On trouve en 1915 déjà des zones momentanément privées d'oxygène. En 1950, la concentration en oxygène au fond du lac, soit à plus de 150 mètres de profondeur, est restée toute l'année inférieure à 1 mg/litre. On se rappellera que la teneur normale de l'eau aérée est de 10 mg/litre. Et si, dans la plupart des lacs suisses, la concentration en O<sub>3</sub> tombe en été à moins de 5 mg/litre; en

hiver, elle remonte toujours à sa valeur nominale de 10 mg/litre, à la faveur du grand brassage thermique qui se produit quand la température de l'eau tombe à 4°C.

Vers 1950, la teneur en oxygène au fond du lac tombe et reste inférieure à 2 mg/l, puis à 1 mg/litre en 1970. Et depuis 1980, elle est rigoureusement nulle pendant 10 mois de l'année. Le fond du lac de Zoug est donc mort.

Quelles en sont les causes et les conséquences?

L'une des causes est liée à la géographie: le lac de Zoug est l'un des rares lacs suisses où la principale rivière qui l'alimente, la Lorze, entre dans le lac très près de l'endroit où elle la quitte, à l'extrémité nord du lac. Le bassin sud, qui est le plus profond, est celui qui reçoit le moins d'eau. Il est le moins lavé, car il n'est alimenté que par la petite rivière Rigiaa. De plus, il est séparé du bassin nord par un étranglement appelé Chiemen.

Or, dans ce bassin, on constate que la densité de l'eau croît avec la profondeur.