Zeitschrift: Ingénieurs et architectes suisses

Band: 110 (1984)

Heft: 3

Artikel: Quelques aspects pratiques du calcul probabiliste en géotechnique

Autor: Oboni, Franco / Martinenghi, Tullio DOI: https://doi.org/10.5169/seals-75270

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 25.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Quelques aspects pratiques du calcul probabiliste en géotechnique

par Franco Oboni et Tullio Martinenghi, Lausanne

Etant donné l'intérêt grandissant suscité par l'application des méthodes probabilistes en géotechnique, et le malaise qu'on peut ressentir vis-à-vis d'une approche nouvelle, il paraît important de montrer, à partir d'exemples simples, les avantages de ces méthodes. Le texte traite le cas d'un talus triangulaire glissant sur un plan; l'effet de la dispersion des paramètres de résistance c et φ et de leur corrélation ρ est montré. Un abaque permettant de comparer les résultats du calcul déterministe (Fs) et probabiliste (Ps) est fourni.

1. Les méthodes probabilistes

Les principales sources d'incertitude intervenant dans le choix et le dimensionnement des ouvrages relevant de la géotechnique sont dues:

- aux actions transmises par les structures (charges)
- à la résistance du sol (insuffisance des reconnaissances, imprécision des mesures, hétérogénéité, anisotropie...), et aux conditions hydrauliques.

Les méthodes probabilistes sont *les seules* à permettre de prendre en compte ces incertitudes et peuvent être classifiées en deux familles:

- les méthodes hybrides ou semi-probabilistes
- les méthodes purement probabilistes.

A la première appartiennent les méthodes classiques de la mécanique des sols, rendues probabilistes [1], [5]¹. Dans ces méthodes, après avoir introduit les paramètres de résistance mécanique des sols comme variables aléatoires, on cherche à définir la distribution du facteur de sécurité Fs et on définit la probabilité de rupture, pf, comme la probabilité pour que $Fs \le 1$ (fig. 1).

Une solution alternative [4], [8] consiste à définir pf comme la probabilité que les efforts ou sollicitations D dépassent les résistances C (fig. 2).

La deuxième famille regroupe les méthodes faisant intervenir le concept probabiliste au niveau de la mécanique [3], [6].

Dans les paragraphes qui suivent seront traités des exemples relatifs à la première famille qui, du point de vue pratique, présentent l'avantage de permettre l'utilisation des méthodes traditionnelles de l'ingénieur.

2. Prise en compte des incertitudes

Pour éviter de compliquer inutilement les calculs, il est intéressant de sélection-

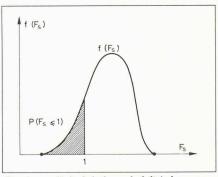


Fig. 1. — Calcul de la probabilité de rupture. $pf = p [Fs \le 1]$ (1)

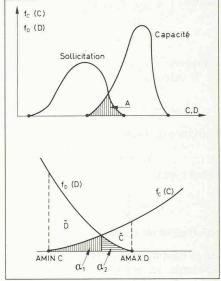


Fig. 2. — Modèle résistance-sollicitation (Capacity-Demand model) $pf = p [C \le D]$ $\alpha_1 \cdot \alpha_2 \le pf \le \alpha_1 + \alpha_2$

pour C et D indépendants

$$pf = \int_{-\infty}^{+\infty} F_C(C) f_D(D) dD \tag{4}$$

(2)

(3)

Freudenthal, Garrelts, Shinozuka, 1966.

ner les paramètres présentant les plus grosses incertitudes. Il est habituel, dans ce but, de négliger la variabilité des efforts transmis par les structures (p. ex. les réactions d'appui). On considère donc uniquement les paramètres géotechniques comme:

- la résistance à la compression simple q_u ,
- la cohésion c,
- le frottement φ ,
- le poids volumique apparent γ et
- la position de la nappe phréatique.

Des études statistiques menées sur des massifs de sols considérés comme homogènes, permettent d'éliminer γ , vu sa faible variabilité.

Dans le tableau 1 sont indiqués, pour quelques matériaux et selon différents auteurs, les coefficients de variation *Vx* [%] des paramètres mécaniques.

Tableau 1: Variabilité des caractéristiques géotechniques pour différents sols

Matériaux	Poids volumique apparent	Angle de frottement interne	Cohésion	Résistance à la compression simple	Sources
	$V\gamma$	$V\varphi$	Vc	Vq_u	
Sable lâche Sable dense Sable graveleux Gravier		14% 18% 5,3% 6%			Singh (1972) Singh (1972) Schultze (1972) Harr (1977)
plasticité faible Argile plasticité moyenne plasticité élevée Argile Argile	1,9 % 6,8 % 2,5 %			37 = 51% 30 = 40%	Hammitt (1966) Hammitt (1966) Hammitt (1966) Lumb (1972) Ladd et al. (1972)
Argile limoneuse molle naturellement consolidée	1,8%	13,6%	114%	57,3%	Recordon (1977)
Argile limoneuse et graveleuse compacte (moraine de fond)	3,1%	13%	77%	a straightful fail	Recordon (1977)

¹ Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

Rappel:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} X_i \tag{5}$$

(moyenne ou espérance mathématique de N valeurs).

$$S_x^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2$$
 (6)

(variance de l'échantillon de taille N).

$$S_x = \sqrt{S_x^2} \tag{7}$$

(écart type)

$$V_x = \frac{S_x}{\bar{X}} \cdot 100 \tag{8}$$

(coefficient de variation).

En se basant sur la littérature, on pourra admettre, en première approximation, $V\varphi = 10\%$ et Vc = 50% pour évaluer les performances d'une structure au stade d'avant-projet.

Le calcul probabiliste peut donc être appliqué même si une analyse statistique des caractéristiques du massif n'est pas économiquement possible.

3. Application aux calculs de stabilité d'un massif homogène limité par un plan de glissement

Cet exemple d'application, volontairement simple (fig. 3), se prête bien à montrer l'influence des incertitudes sur les différents paramètres de la stabilité. Données géométriques:

H [m], α , β [°]

Données géotechniques:

$$c [kN \cdot m^{-2}], Vc [\%]$$

 φ [°], $V\varphi$ [%]

 $\gamma [kN \cdot m^{-3}]$

Données hydrauliques: pas de nappe phréatique.

Calcul déterministe

$$Fs = \frac{c \cdot L}{W \cdot \sin \alpha} + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \alpha} \tag{9}$$

$$W = \frac{\gamma \cdot H^2}{2} \left(\frac{1}{\lg \alpha} - \frac{1}{\lg \beta} \right) \tag{10}$$

$$L = \frac{H}{\sin \alpha} \tag{11}$$

en posant:

$$a = \frac{L}{W \cdot \sin \alpha} \tag{12}$$

$$b = \frac{1}{\lg \alpha} \tag{13}$$

$$p = \operatorname{tg} \varphi \tag{14}$$

on trouve:

$$Fs = a \cdot c + b \cdot p \tag{15}$$

3.2 Calcul probabiliste

Les variables aléatoires sont:

$$c$$
 et $p = \operatorname{tg} \varphi$.

Dans le cas d'une relation du type

$$y = \alpha_1 \cdot x_1 + \alpha_2 \cdot x_2 \tag{16}$$

on trouve:

$$\overline{y} = \alpha_1 \cdot \overline{x_1} + \alpha_2 \cdot \overline{x_2} \tag{17}$$

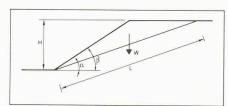


Fig. 3. — Géométrie de l'exemple.

$$S_{y}^{2} = \alpha_{1}^{2} \cdot S_{x_{1}}^{2} + \alpha_{2}^{2} \cdot S_{x_{2}}^{2} + 2 \cdot \alpha_{1} \cdot \alpha_{2} \cdot \rho_{x_{1},x_{2}} \cdot S_{x_{1}} \cdot S_{x_{2}}$$

$$(18)$$

 ρ_{x_1,x_2} = corrélation entre x_1, x_2

en appliquant (17) on trouve

$$\overline{Fs} = a \cdot \bar{c} + b \cdot \bar{p} \tag{19}$$

$$S_{Fs}^2 = a^2 \cdot S_c^2 + b^2 \cdot S_p^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \rho_{cp} \cdot S_c \cdot S_p$$
(20)

$$S_{F_S} = \sqrt{S_{F_S}^2} \tag{21}$$

En connaissant la moyenne et l'écart type du facteur de sécurité Fs, et en admettant qu'il suive une distribution normale (ou de Gauss), on peut calculer $pf = p [Fs \le 1]$ à l'aide du tableau 2 (tiré de Harr, 1977). L'hypothèse concernant la distribution de Fs n'est acceptable que si

$$\overline{Fs} - 3 \cdot S_{Fs} > 0 \tag{22}$$

Dans tous les autres cas l'utilisation d'une distribution empirique (p. ex. Bêta [4]) est recommandée.

Application numérique sans corrélation

Données:

$$H = 5 \text{ m}$$

$$\alpha = 21.8^{\circ} (2/5)$$

$$\beta = 33,7^{\circ} (2/3)$$

 $\gamma = 20,0 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$

$$\bar{\phi} = 15^{\circ}, V_{\varphi} = 10\%,$$

$$\bar{p} = \tan \varphi = 0.268$$

$$p = \tan \varphi = 0,268$$

$$\bar{p} = \tan \varphi = 0.268$$

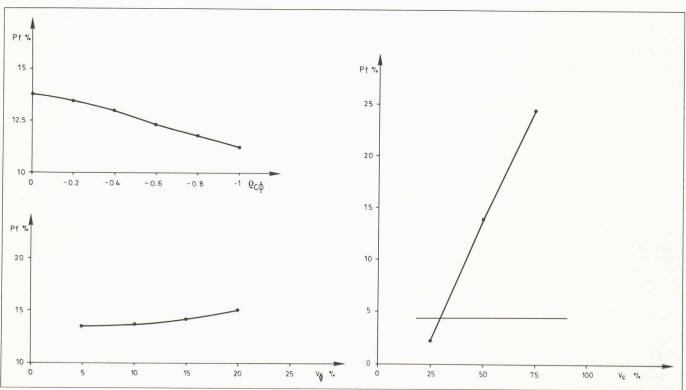
 $\bar{c} = 5 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2}, V_c = 50\%, \rho_{c\varphi} = 0$

$$L = 13,46 \text{ m}$$

$$W = 250 \text{ kN}$$

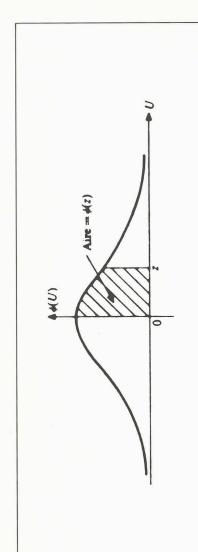
$$a = 0.144$$

$$b = 2.5$$



Variation de pf en fonction de la corrélation ρ entre c et φ ; (a), en fonction de Vc% (b) et en fonction de $V\phi\%$ (c).

TABLEAU 2: Table d'intégrales de la distribution normale



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	.003 969	1007 978	.011 966	.015953	.019939	.023 922	.027903	.031 881	.035 856
.1	.039 828	.043 795	.047 758	.051717	.055670	.059618	.063 559	.067495	.071 424	.075 345
.2	.079 260	.083 166	.087 064	.090,954	.094 835	.098 706	.102 568	.106 420	.110 251	.114 092
.3	.117911	.121 720	.125 516	.129 300	.133072	.136 831	.140 576	.144 309	.148 027	.151 732
.4	.155 422	.159 097	.162 757	.166 402	.170 031	.173 645	.177 242	.180 822	.184 386	.187933
.5	.191 462	.194 974	.198 466	.201 944	.205 401	.208 840	.212 260	.215661	.219 043	.222 405
.6	.225 747	.229 069	.232 371	.235 653	.234914	.242 154	.245 373	.248 571	.251 748	.254 903
.7	.258 036	.261 148	264 238	.257 305	.270 350	.273 373	.276 373	.279 350	.282 305	.285 236
.8	.288 145	.291 030	.293 892	.296 731	.299 546	.302 337	.305 105	307 850	.310 570	.313 267
.9	.315 940	.318 589	.321 214	.323 814	.326 391	.328 944	.331 472	.333977	.336 457	.338 91
1.0	.341 345	.343 752	.346 136	.348 495	.350 830	.353 141	355 428	.357690	.359 929	362 143
1.1	.364 334	.366 500	.368 643	.370 762	.372 857	374 928	.376 976	.379 000	.381 000	.382 97
1.2	.384 930	386 861	.388 768	.390 651	.392 512	.394 350	.396 165	.397958	.399 727	.401 475
1.3	.403 200	404 902	.406 582	.408 241	.409 877	.41! 492	.413 085	.414657	.416 207	.417736
1.4	.419 243	420 730	.422 196	.423 641	.425 066	.426 471	.427855	.429 219	.430 563	.431 888
1.5	.433 193	.434 476	.435 745	.436 992	.438 220	.439 429	440 620	441 792	.442 947	.444 08
1.6	445 201	.446 301	.447 384	448 449	449 497	450 529	451 543	452 540	453 521	.454 486
1.7	455 435	456 367	.457 284	.458 185	459 070	.459 941	460 796	461 636	.462 462	463 27
1.8	464 070	464 852	465 620	.466 375	.467 116	.467 843	468 557	469 258	469 946	470 62
1.9	.471 283	.471 933	472 571	.473 197	.473610	.474 412	.475 002	475 581	476 148	476 70
2.0	.477 250	.477 784	.478 308	.478 822	.479 325	479 818	480 301	480 774	.481 237	.481 69
2.1	.482 136	:482 571	.482 997	.483 414	.483 823	.484 222	484614	484 997	.485 371	.485 73
2.2	486 097	486 447	.486 791	.487 126	.487455	.487 776	.488 089	.488 396	.488 696	.488 989
2.3	.489 276	489 556	.489 830	490 097	.490 358	.490613	.490 863	491 106	.491 344	.491 570
2.4	.491 802	.492 024	.492 240	.492 451	.492656	.492 857	.493 053	.493 244	.493 431	.49361
2.5	493 790	.493 963	.494 132	.494 297	494 457	.494 614	494 766	.494 915	.495 060	.495 20
2.6	.495 339	.495 473	495 604	.495 731	.495 855	.495 975	496 093	.496 207	.496 319	.496 42
2.7	496 533	.496 636	496 736	.496 833	496 928	497020	497110	497 197	497 282	.497 36
2.8	497 445	.497 523	497 599	497 673	.497 744	497814	497 882	497948	498012	498 074
2.9	498 134	.498 193	498 250	.498 305	.498 359	.498 411	.498 462	498 511	498 559	498 60
3.0	498650	498 694	.498 736	.498 777	498817	.498 856	498 893	498 930	498 965	498 999
3.1	499 032	499 065	499 096	499 126	499 155	499 184	499 211	499 238	499 264	.499 289
3.2	.499 313	499 336	499 359	499 381	499 402	499 423	499 443	499 462	499 481	499 49
3.3	.499 517	499 534	499 550	499 566	.499 581	.499 596	499610	499 624	499638	499 65
3.4	.499 663	.499 675	499 687	499 698	499 709	499 720	.499 730	499 740	499 749	499 75
3.5	499 767	499 776	499 784	.499 792	499 800	499 807	499 815	.499 822	499 828	499 83
3.6	499 841	.499 847	.499 853	.499 858	499 864	499 869	499 874	499 879	499 883	.499 88
3.7	499 892	499 896	499 900	499 904	499 908	499 912	499 915	499 918	499 922	499 92
3.8	499 928	.499931	499 933	499 936	499 938	499 941	499 943	499 946	499 948	499 95
. 39	499 952	499 954	499 956	499 958	499 959	499 961	499 963	499 964	499 966	499 96

donc:

$$\overline{Fs} = 0.144 \cdot 5 + 2.5 \ 0.268 = 1.39$$

 $S_{Fs}^2 = 0.128$
 $S_{Fs} = 0.358$

en utilisant le tableau 2:

$$z = \frac{\overline{Fs} - 1}{S_{Fs}} = \frac{1,39 - 1}{0,358} \approx 1,09$$

$$\psi_{(z)} \approx 0,362$$

$$pf = 0,5 - 0,362 = 0,138$$

$$pf\% = 13,8\%.$$

3.4 Etude paramétrique

En utilisant les données de base de l'exemple précédent, il est possible d'étudier la variation de pf en fonction de la corrélation ρ ($c\phi$) (fig. 4a) et des dispersions sur la cohésion (fig. 4b) et le frottement (fig. 4c). L'influence de chaque paramètre est étudiée en gardant les deux autres constants, ainsi:

4a:
$$\rho$$
 ($c\varphi$) varie $Vc = 50\%$ $V\varphi = 10\%$
4b: ρ ($c\varphi$) = 0 Vc varie $V\varphi = 10\%$
4c: ρ ($c\varphi$) = 0 $Vc = 50\%$ $V\varphi$ varie

4. Construction d'un abaque Fs-pf

Pour des cas simples comme celui présenté au paragraphe précédent il est possible de compiler des abaques utiles pour le dimensionnement (fig. 5). L'intérêt de ce type d'abaque réside en outre dans le fait de permettre une comparaison aisée entre un indicateur de sécurité classique, Fs, et un nouveau, beaucoup plus sensible, la probabilité de rupture pf.

5. Conclusions

Après une brève présentation des méthodes probabilistes et des incertitudes intervenant dans les calculs géotechniques, une application au calcul de stabilité d'un massif homogène, limité par un

Bibliographie

- [1] Alonso, E. E., Risk analysis of slopes and its application to slopes in canadian sensitive clays. Géotechnique 26, n° 3, 453-472, 1976.
- [2] BOURDEAU, P. L., RECORDON, E., Dimensionnement des chaussées souples. Séminaire sur les méthodes probabilistes en géotechnique, EPFL-Ecublens, 1983.
- [3] CHOWDHURY, R. N., ATHANASIOU-GRIVAS, D., *Probabilistic model of progressive failure of slopes.* J. of Geotechnical Eng. Div. ASCE, Vol. 108, no GT6, pp. 803-819, June, 1982.
- [4] HARR, M. E., Mécanique des milieux formés de particules. Presses polytechniques romandes, 1977.
- [5] LOCHER, H. G., Probabilistische Methoden bei Stabilitätsproblemen in der

- Geotechnik, Schweizer Ing. und Architekt, no 16, 429-434, 1983.
- [6] OBONI, F., BOURDEAU, P. L., Determination of the critical slip surface in stability problems. Proc. ICASP-4, Vol. 2, Florence, Italy, 1983.
- [7] RECORDON, E., DESPOND, J. M., Dispersion des caractéristiques des sols considérés comme homogènes. IX ICSMFE, Session spéciale nº 6, Tokyo, 1977.
- [8] RECORDON, E., Dimensionnement des fondations superficielles. Séminaire sur les méthodes probabilistes en géotechnique, EPFL-Ecublens, 1983.
- [9] SHULTZE, E., Frequency distributions and correlation of soil properties. Proc. ICASP 1, Hong-Kong University Press, Hong-Kong, 1972.

plan de glissement et sans nappe phréatique, a été présentée.

En gardant les caractéristiques moyennes c, φ constantes une analyse paramétrique a été effectuée sur:

- la corrélation ρ ($c\varphi$)
- le coefficient de variation *Vc* de la cohésion
- le coefficient de variation $V\varphi$ du frottement.

Enfin, à titre d'exemple, un abaque de dimensionnement a été présenté.

L'étude paramétrique a mis en évidence la faible influence sur la probabilité de rupture, pour l'exemple considéré, de la variation de ρ ($c\varphi$) et de $V\varphi$ en opposition avec les gros changements de pf en fonction de Vc. Ces résultats montrent que la pente d'un talus dans un massif cohésif devrait être dimensionnée, du point de vue déterministe, avec un coefficient de sécurité plus grand que celui utilisé pour un massif granulaire. Le facteur de sécurité a été admis distribué normalement pour des raisons pratiques de calcul. Tous les calculs, à l'exception de l'abaque, ont été exécutés à l'aide d'une machine à calculer de poche.



Franco Oboni, ing. civ. dipl. EPFL Tullio Martinenghi, ing. civ. dipl. EPFL EPFL-Laboratoire de mécanique des sols 1015 Lausanne-Ecublens

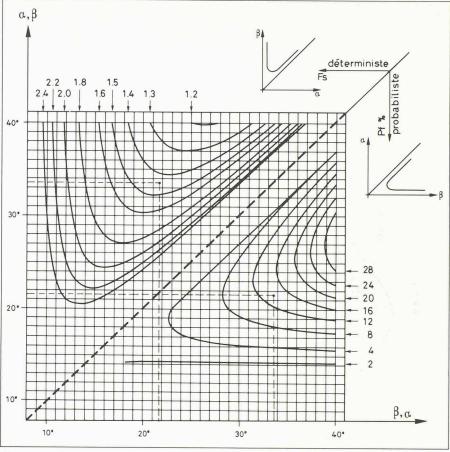


Fig. 5. — Abaque pour la comparaison entre Fs et pf pour le cas étudié $(\rho (c\varphi) = 0)$

En pointillé: solution pour le cas $\alpha = 21.8^{\circ}$, $\beta = 33.7^{\circ}$

Fs = 1.42 (erreur = +2.15% par rapport à 1.39)

pf = 14% (erreur = +1,45% par rapport à 13,8%).

N. B. — Pour des raisons d'économie, les courbes d'isovaleurs ont été obtenues par interpolation à partir d'un semis de points. L'erreur pouvant en résulter ne dépasse pas 5% de la valeur cherchée.

Industrie et technique

Comment en finir avec les barrières de vapeur et rester crédible ?

IAS, Nº 26/83 du 22 décembre 1983. Monsieur le Rédacteur en chef, En introduisant l'article susmentionné de M. Barde, vous incitez vos lecteurs à vous soumettre leur avis «divergent ou pas».

Ayant lu avec attention l'intéressante contribution de M. Barde, je me permets de vous livrer les remarques ci-dessous:

 Pour nous autres thermiciens, la barrière de vapeur a pour but essentiel la préservation des qualités thermiques de l'isolation, laquelle ne devrait pas être «mouillée» par des condensations, venant soit par migration de vapeur d'eau, soit par transfert de vapeur par l'air d'inétanchéité.

- Le «calcul» des barrières de vapeur, tel qu'il est généralement présenté, vérifie que l'eau «formée» en hiver dans les murs puisse être entièrement évacuée l'été. Cela est essentiellement un problème de bonne tenue ou de conservation des matériaux (physicien du bâtiment).
- Il ne faut pas perdre de vue cependant que la condition nécessaire, mais non suffisante, pour qu'une barrière de vapeur soit efficace, est qu'elle soit étanche à l'air.
- 4. Cette étanchéité doit être vérifiée dans les deux sens : vers l'extérieur, en

hiver (condensation dans l'isolation); vers l'intérieur, en hiver (infiltrations d'air) et en été (apport d'humidité de l'extérieur, avec même, dans certains cas, des condensations à l'intérieur).

5. En résumé, je donnerais la définition suivante pour la barrière de vapeur:

La barrière de vapeur a pour but d'empêcher la pénétration d'humidité, tant par diffusion de vapeur d'eau que par passage d'air. Elle doit donc être étanche aussi bien à l'air qu'à la vapeur d'eau.

En vous remerciant de votre attention, et souhaitant avoir répondu à votre appel, je vous prie de croire, Monsieur le Rédacteur en chef, à mes sentiments les plus cordiaux.

> Samuel Rieben Chemin Bord d'Aire, 1213 Onex

Surdimensionnons les chaudières

... mais pas les brûleurs

La plupart des gens s'accordent pour dire qu'il est nécessaire de dimensionner les chaudières au plus juste, d'éviter de les surdimensionner, si l'on tient à obtenir des installations à haut rendement. Or cette affirmation est parfaitement fausse.

Une chaudière n'est en effet rien d'autre qu'un échangeur de cha-

leur: elle permet de transférer la chaleur contenue dans les gaz de combustion à l'eau de chauffage; or chacun sait que plus un échangeur est surdimensionné, meilleur est son rendement. Contrairement à ce que pensent beaucoup de personnes, la chaudière ne produit pas de chaleur: elle ne fait que l'échanger, la production n'incombant qu'au brûleur qui, lui, devra être dimensionné et litré correctement.

Je connais plusieurs cas où le malheureux slogan «il faut dimensionner les chaudières au plus juste» a été appliqué. Quels ont été les résultats ? tout simplement l'impossibilité d'obtenir une température des gaz de fumée correcte, l'échangeur de chaleur se faisant par trop mal. Ainsi, par exemple, pour une chaudière basse température, destinée à fonctionner avec une température de fumée de 120 °C, on n'a pas réussi à descendre en dessous de 200 °C! Dans un tel cas il aurait été nécessaire de choisir le modèle de chaudière de taille

supérieure.

En résumé, pour obtenir de bons rendements dans une installation, il faudrait adopter le slogan suivant:

«Surdimensionnons les chaudières, dimensionnons correctement les brûleurs et sous-dimensionnons le litrage de ces derniers... autant que possible!»

Lucien Keller, Bureau d'études Keller-Burnier, 1171 Lavigny