Zeitschrift: Ingénieurs et architectes suisses

Band: 109 (1983)

Heft: 4

Artikel: Une aile conique flexible à vitesse supersonique avec bords d'attaque subsoniques

Autor: Stoff, Horst

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-74925

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Une aile conique flexible à vitesse supersonique avec bords d'attaque subsoniques

par Horst Stoff, Baden

Résumé

Une aile triangulaire consiste en un entoilage flexible entre deux longerons. A vitesse de vol supersonique, les bords d'attaque se trouvent en régime subsonique. L'écoulement conique obéit aux conditions de l'équation linéarisée du potentiel de vitesse. Une équation pour le champ de vitesse est intégrée analytiquement par secteurs de l'aile. La somme des résultats partiels permet d'obtenir la vitesse verticale d'un système d'équations linéaires. Ensuite, le contour de l'aile et les coefficients pour la pression, la portance et la traînée induite sont calculés par intégration numérique. Le nombre de Mach de vol, l'angle d'ouverture de l'aile et la force de traction dans l'entoilage figurent comme valeurs d'entrée.

A flexible Conical Wing at Supersonic Speed with Subsonic Leading Edges

Abstract

A supersonic wing consists of a flexible skin panel between two rigid subsonic leading edges. The conical flow field is supposed to obey the linearized equation for the velocity potential. An integral equation derived from the kinematic flow condition and a velocity potential is solved analytically over sectors of the wing. By summing up the piecewise results it is possible to establish a system of linear equations for the vertical velocity component with, as input, the flow Mach number, the sweep-back angle of the wing and the normal stress in the skin panel. The contour of the wing is obtained from the vertical velocity by numerical integration. Finally the coefficients for pressure, lift and wave drag are computed from the contour.

1. Introduction

L'intérêt porté à l'aile flexible a son origine dans la combinaison des qualités d'un parachute, léger et pliable, avec l'avantage de la portance supérieure et de la manœuvrabilité d'une forme d'aile conventionnelle. Une utilisation dans les hautes altitudes de l'atmosphère, par exemple pour la rentrée des fusées météorologiques, entraînerait des vitesses supersoniques pour assurer une portance suffisante dans le milieu de faible densité.

L'aile triangulaire considérée dans ce travail porte un entoilage flexible entre deux longerons droits (fig. 1). La cambrure s'adapte à la répartition de pression. En absence de tensions de flexion et d'élasticité, l'équilibre des forces à l'entoilage est maintenu par la force de traction F_t dans le plan $y - z^+$ (fig. 2). A une vitesse de vol supersonique (nombre de Mach $Ma_\infty > 1$), l'écoulement autour de l'aile est considéré comme conique. Cela impose un état thermodynamique constant et une perturbation de vitesse (u, v, w) égale le long d'une raie traversant la pointe de l'aile. L'application de l'équation linéarisée du potentiel de vitesse φ restreint la validité du calcul aux angles d'attaque α petits et aux cambrures faibles:

$$(1 - Ma_\infty^2) \cdot \partial^2\varphi/\partial x^2 + \partial^2\varphi/\partial y^2 + \partial^2\varphi/\partial z^2 = 0.$$

2. Dépendance entre pression et contour de l'aile

En partant de la configuration géométrique dans le système des coordonnées x^+, y, z^+ lié à l'aile (fig. 1), le rayon de courbure R de l'entoilage peut être exprimé en fonction du contour z_c^+ de la surface [1, 2][1]. La relation $\Delta p \cdot dL = F_t \cdot d\varepsilon$ pour l'équilibre des forces est issue en analogie à l'expression géométrique $dL = R \cdot d\varepsilon$ (fig. 2). De ces deux équations et du rayon de courbure, on obtient la dépendance entre la pression Δp, la force F_t dans l'entoilage et du contour z_c^+ après transformation dans les coordonnées coniques x, $\bar{y}^+$, $\bar{z}^+$:

$$\frac{\Delta p}{F_t} = -\frac{d^2\bar{z}_c^+/d\bar{y}^2}{x[1+(d\bar{z}_c^+/d\bar{y})^2]^{3/2}} \approx -\frac{1}{x}\frac{d^2\bar{z}_c^+}{d\bar{y}^{+2}} \qquad (1)$$

La condition cinématique de l'écoulement exige un passage tangentiel de l'écoulement à la surface $\underline{A}(x, y, z) = 0$ de l'aile: $\underline{V} \cdot \text{grad}\,\underline{A} = 0$, le vecteur vitesse étant

$$\underline{V} = (U_\infty + u)\,\underline{i} + v\,\underline{j} + w\,\underline{k}$$

et

$$\text{grad}\,\underline{A} = (\partial A/\partial x)\,\underline{i} + (\partial A/\partial y)\,\underline{j} + (\partial A/\partial z)\,\underline{k}.$$

[1] Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

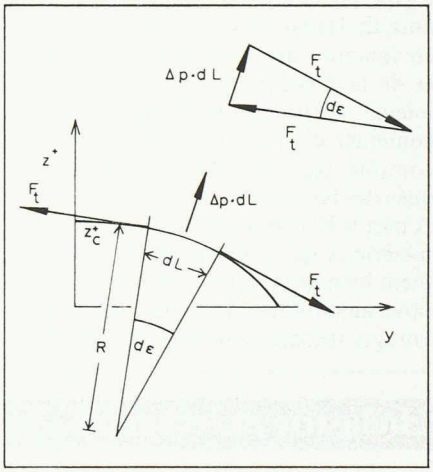

Fig. 2. — Relation entre la pression p, la force de traction F_t, le rayon de courbure R et le contour z_c^+.

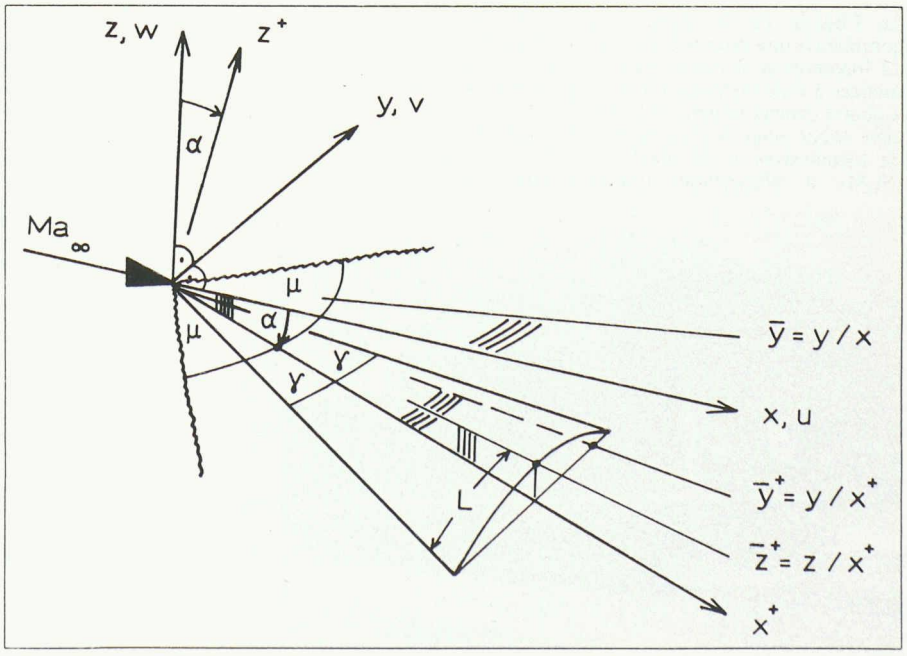

Fig. 1. — Position de l'aile avec les axes x, y, z liés au vent, avec x^+, y, z^+ liés à l'aile et les coordonnées coniques x^+, $\bar{y}^+$, $\bar{z}^+$.

En raison de $U_\infty + u \approx U_\infty$ pour $U_\infty \gg u$, on obtient comme condition du contour avec la dérivée totale de $\underline{A}$:

$$\underline{V} \cdot \text{grad}\, \underline{A} = \frac{U_\infty}{w} \frac{\partial z_c}{\partial x} + \underbrace{\frac{v}{w} \frac{\partial z_c}{\partial y}}_{=0} = 0.$$

Cette équation devient indépendante de x après des transformations d'abord en coordonnées cartésiennes (x, y, z^+), ensuite en coordonnées coniques liées à l'aile (x, $\bar{y}$, $\bar{z}^+$, voir tableau 1):

$$\bar{z}_c^+ - \bar{y} \frac{d\bar{z}_c^+}{d\bar{y}} = \frac{w}{U_\infty} + \alpha. \qquad (2)$$

Maintenant, on prend la dérivée par rapport à $\bar{y}$ et on introduit le résultat dans l'équation 1 de Δp. Ainsi la dépendance entre la répartition de la pression, la force de l'entoilage F_t et la vitesse verticale w devient

$$x \cdot \bar{y} \cdot \frac{\Delta p}{F_t} = \frac{d\,(w/U_\infty)}{d\bar{y}}. \qquad (3)$$

Le remplacement de la pression par la vitesse rend la forme de l'équation plus pratique pour les manipulations dans la suite. Les définitions $\Delta p = p_{\text{intrados}} - p_{\text{extrados}} = 2\rho_\infty U_\infty \cdot \partial\varphi/\partial x$; $q_\infty = \frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2$ pour la pression dynamique et φ comme potentiel de vitesse, remplacent Δp dans l'équation (3):

$$4 q_\infty / F_t \times \bar{y} \cdot \partial\varphi/\partial x = \partial w/\partial \bar{y}. \qquad (4)$$

Cette forme de l'équation dérivée de la condition du contour est la base pour le développement d'une solution établie dans les chapitres suivants.

3. Potentiel de perturbation

La perturbation de vitesse u le long de l'aile est exprimée par le potentiel φ qui a été choisi comme

$$\varphi(x, y) = -\frac{1}{\pi} \int_\xi \int_\eta \frac{w(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \beta^2 (y-\eta)^2}}$$

avec les coordonnées du point de calcul x, y, z, les coordonnées des singularités ξ, η et $\beta^2 = Ma^2 - 1$. Les singularités sont placées dans le plan $z = 0$. De ce fait, les limites d'intégration se simplifient. En tenant compte des lois de transformation pour les intégrales doubles (Jacobien), le potentiel de perturbation φ est écrit en coordonnées coniques, dans lesquelles la vitesse verticale w est fonction de $\bar{\eta}$ seulement. Si on exprime le dénominateur sous forme de polynôme quadratique, l'utilisation d'un tableau d'intégrales est facilitée [3]:

$$\varphi(x, \bar{y}) = -\frac{1}{\pi} \int_{\bar{\eta}} w(\bar{\eta}) \int_\xi \frac{\xi\, d\xi\, d\bar{\eta}}{\sqrt{X}}$$

$$X = a\xi^2 + b\xi + c$$
$$= (x-\xi)^2 - \beta^2 (x\bar{y} - \xi\bar{\eta})^2.$$

La solution de l'intégrale intérieure est de la forme

$$\int_\xi \frac{\xi\, d\xi}{\sqrt{X}} = \frac{\sqrt{X}}{a} - \frac{b}{2a} \int_\xi \frac{\xi\, d\xi\, d\bar{\eta}}{\sqrt{X}},$$

$a = (1 - \beta^2 \bar{\eta}^2)$, $b = 2x(\beta^2 \bar{y}\bar{\eta} - 1)$,
$c = x^2 (1 - \beta^2 \bar{y}^2)$.

A l'aide d'un complément quadratique et suite à de nombreux changements, on peut intégrer par substitution

$$\int_\xi \frac{\xi\, d\xi}{\sqrt{X}} = \frac{1}{1-\beta^2\bar{\eta}^2} \cdot \left\{ \sqrt{(x-\xi)^2 - \beta^2 (x\bar{y} - \xi\bar{\eta})^2} + \frac{x(\beta^2 \bar{y}\bar{\eta} - 1)}{\sqrt{1-\beta^2\bar{\eta}^2}} [\text{Arcosh}\, T] \right\}$$

$$T = \frac{x(1 - \beta^2 \bar{y}\bar{\eta}) - \xi(1 - \beta^2 \bar{\eta}^2)}{x\beta \cdot |\bar{y} - \bar{\eta}|}.$$

Il faut assurer que la fonction Area-cosinus-hyperbolicus est définie ($1 < T$). Le changement de signe de l'argument T dans la future intégration de $-\tan\gamma$ à $+\tan\gamma$ est tenu en compte par le module dans le dénominateur.

Le domaine d'influence du potentiel de vitesse φ sur le résultat au point P de l'aile est approché selon la méthode d'Evvard [4]. On obtient le champ hachuré, montré dans la figure 3, sous condition d'un écoulement symétrique avec des bords d'attaque subsoniques. D'autres parties du domaine en amont de ce champ peuvent être négligées [5]. Les points auxiliaires I_1, I_2, I_3 sont positionnés successivement par les droites b_1 et b_2 traversant P. Elles coupent le bord d'attaque dans I_1 respectivement I_2. Puis les droites b_3 et b_4 partent des points I_1, I_2 et se croisent au point I_3.

TABLEAU 1. — *Transformations des coordonnées*

Système de coordonnées lié au vent:
x, y, z

Système de coordonnées lié à l'aile:
$x^+ = x \cdot \cos\alpha - z \cdot \sin\alpha$
$z^+ = x \cdot \sin\alpha + z \cdot \cos\alpha$

Simplification pour α petit:
$\sin\alpha \approx \alpha$
$\cos\alpha \approx 1$

et pour $\alpha \cdot z \ll x$

donne la transformation
$x^+ = x$
$z^+ = \alpha \cdot x + z$

Système de coordonnées coniques lié à l'aile:
$\bar{x}^+ = x^+$
$\bar{y}^+ = y/x^+$
$\bar{z}^+ = z^+/x^+$

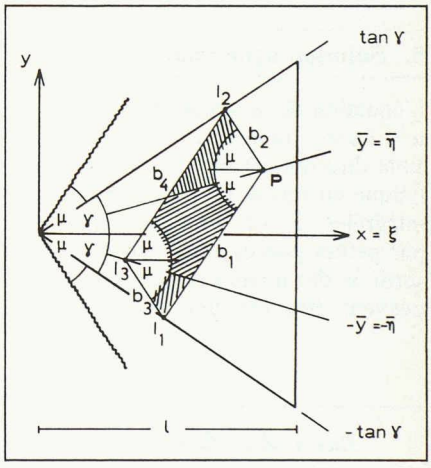

Fig. 3. — Limites d'intégration pour le premier terme de la série du potentiel d'après la méthode d'Evvard.

TABLEAU 2. — *Equation pour la vitesse de perturbation u en direction du vol*

$$u = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int_{-\bar{y}}^{\tan\gamma} \frac{w(\bar{\eta})}{1-\beta^2\bar{\eta}^2} \left\{ \sqrt{\frac{1+\beta\bar{y}}{m-\beta\bar{y}}} \sqrt{\frac{m-\beta\bar{\eta}}{1-\beta\bar{\eta}}} \left[\frac{2m}{1+m} - \beta\bar{y} - \bar{y}\frac{1-\beta\bar{y}}{\bar{y}-\bar{\eta}} \right] - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2\bar{\eta}^2}} \text{Arcosh} \frac{1-\beta^2\bar{y}\bar{\eta} - (1+\beta\bar{\eta})(1+\beta\bar{y})\frac{1-m}{1+m}}{\beta \cdot |\bar{y}-\bar{\eta}|} \right\} d\bar{\eta}$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_{-\tan\gamma}^{-\bar{y}} \frac{w(\bar{\eta})}{1-\beta^2\bar{\eta}^2} \left\{ \sqrt{\frac{1-\beta\bar{y}}{m+\beta\bar{y}}} \sqrt{\frac{m+\beta\bar{\eta}}{1+\beta\bar{\eta}}} \left[\frac{2m}{1+m} + \beta\bar{y} - \bar{y}\frac{1+\beta\bar{y}}{\bar{y}-\bar{\eta}} \right] - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2\bar{\eta}^2}} \text{Arcosh} \frac{1-\beta^2\bar{y}\bar{\eta} - (1-\beta\bar{\eta})(1-\beta\bar{y})\frac{1-m}{1+m}}{\beta(\bar{y}-\bar{\eta})} \right\} d\bar{\eta}$$

$$\beta = \text{cotan}\,\mu, \quad m = \tan\gamma \cdot \text{cotan}\,\mu$$

L'intégration du potentiel de perturbation sur le domaine d'influence a lieu en trois étapes: de $-\tan\gamma$ à $-\bar{y}$, de $-\bar{y}$ à $\bar{y}$ et de $\bar{y}$ à $\tan\gamma$. Une forme réduite dans laquelle les limites d'intégration sont introduites se présente après une longue suite de transformations:

$$\begin{aligned}\varphi(x,\bar{y}) &= x\cdot\bar{\varphi}(\bar{y})\\ &= \frac{x}{\pi}\int_{\bar{y}}^{\tan\gamma} f(\bar{y},\bar{\eta},[\xi]_{b_4})\,d\bar{\eta}\\ &+ \frac{x}{\pi}\int_{-\bar{y}}^{\bar{y}} f(\bar{y},\bar{\eta},[\xi]_{b_4})\,d\bar{\eta}\\ &+ \frac{x}{\pi}\int_{-\tan\gamma}^{-\bar{y}} f(\bar{y},\bar{\eta},[\xi]_{b_3})\,d\bar{\eta}.\end{aligned} \tag{5}$$

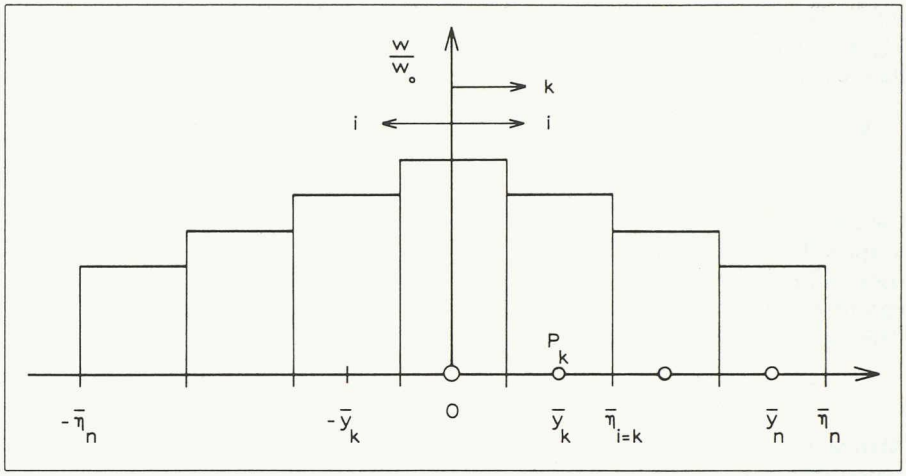

Fig. 4. — Subdivision du domaine pour calculer la vitesse verticale w/w_0 dans les points P_k.

4. Substitution du potentiel

Afin de remplacer $\partial\varphi/\partial x$ dans la condition du contour (équation 4) par l'expression 5, il faut encore trouver $\partial\bar{\varphi}/\partial\bar{y}$ suivant la règle des produits de Leibniz, parce que $\partial\varphi(x,\bar{y})/\partial x = \bar{\varphi}(\bar{y}) - \bar{y}\cdot\partial\bar{\varphi}\partial\bar{y}$. A la suite de longues transformations, on peut réunir deux des trois domaines d'intégration. La forme finale pour la relation de $u = \partial\varphi/\partial x$ entre les limites $-\tan\gamma$ à $-\bar{y}$ et $-\bar{y}$ à $\tan\gamma$ est présentée dans le tableau 2.

5. Solution numérique

L'équation de la vitesse de perturbation $u = \partial\varphi/\partial x$ (tableau 2) n'est pas accessible directement par une solution analytique en raison de $w = f(\bar{\eta})$ dans les intégrales. Si on suppose $w(\bar{\eta}) = \text{cte}$ par petites parties $\Delta\bar{\eta}$, il est possible de sortir w des intégrales qui, par la suite, peuvent être résolues analytiquement.

Les premiers trois termes de la somme dans les intégrales du tableau 2 sont décomposés en fractions partielles et intégrés par substitution. Le dernier terme de la somme avec Arcosh (...) est intégré par parties. A la suite de transformations nombreuses, l'équation de $\partial\varphi/\partial x$ prend la forme d'une somme présentée dans le tableau 3. Pour ce développement, la section entière de l'aile a été subdivisée en $2n$ secteurs avec $w(\bar{\eta}) = \text{cte}$ dans chacun (fig. 4).

En raison des conditions de symétrie, il suffit d'effectuer le calcul sur une moitié de l'aile pour n points P_k avec $0 < \bar{y}_k$. Le décalage entre $\bar{\eta}_i$ et $\bar{y}_k$ évite que la relation pour le potentiel devienne singulière.

Ensuite, l'équation du tableau 3 est substituée dans la condition du contour (équation 4) et, après avoir remplacé la dérivée $dw/d\bar{y}$ par $(w_k - w_{k-1})/\Delta y$, on trouve un système d'équations linéaires homogènes pour w_k. Au moyen d'une division par $w_0 = w(\bar{y} = 0)$ sur l'axe de l'aile, le système d'équations non-homogènes peut être résolu pour la variable inconnue w_k/w_0.

6. Coefficients de l'aile

Les équations 1 et 3 donnent une relation pour le contour de l'entoilage $\bar{z}_c^+$ en fonction de la vitesse verticale:

$$\frac{d\bar{z}_c^+}{d\bar{y}} = -\frac{1}{U_\infty}\int_0^{\bar{y}_c}\frac{1}{\bar{y}}\frac{dw}{d\bar{y}}\,d\bar{y}. \tag{6}$$

L'intégration s'effectue à l'aide de la formule des trapèzes avec les conditions aux limites

$$\lim_{\bar{y}\to 0}\left(\frac{1}{\bar{y}}\frac{dw}{d\bar{y}}\right) = \left[\frac{d^2w}{d\bar{y}^2}\right]_{\bar{y}=0}$$

d'après l'Hospital, et

$$\bar{z}_c^+(\bar{y} = \tan\gamma) = 0.$$

TABLEAU 3. — *Equation pour la vitesse de perturbation u avec w = cte par parties de $\Delta\bar{\eta}_i$*

Dans les limites $-\tan\gamma < \bar{\eta}_i < -\bar{y}_k$:

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{k,i} = \frac{w_i}{\pi}\left\{\frac{-2m}{\beta(1+m)}\sqrt{\frac{1-\beta\bar{y}_k}{m+\beta\bar{y}_k}}\sqrt{\frac{m+\beta\bar{\eta}_i}{1+\beta\bar{\eta}_i}} - \frac{\bar{\eta}_i}{\sqrt{1-\beta\bar{\eta}_i^2}}\,\text{Arcosh}\,\frac{1-\beta^2\bar{y}_k\bar{\eta}_i-(1-\beta\bar{y}_k)(1-\beta\bar{\eta}_i)\frac{1-m}{1+m}}{\beta(\bar{y}_k-\bar{\eta}_i)}\right\}$$

Dans les limites $-\bar{y}_k < \bar{\eta}_i < \tan\gamma$:

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{k,i} = \frac{w_i}{\pi}\left\{\frac{2m}{\beta(1+m)}\sqrt{\frac{1+\beta\bar{y}_k}{m-\beta\bar{y}_k}}\sqrt{\frac{m-\beta\bar{\eta}_i}{1-\beta\bar{\eta}_i}} - \frac{\bar{\eta}_i}{\sqrt{1-\beta^2\bar{\eta}_i^2}}\,\text{Arcosh}\left|\frac{1-\beta^2\bar{y}_k\bar{\eta}_i-(1+\beta\bar{y}_k)(1-\beta\bar{\eta}_i)\frac{1-m}{1+m}}{\beta(\bar{y}_k-\bar{\eta}_i)}\right|\right\}$$

$$\beta = \cot\mu\,,\quad m = \tan\gamma\cdot\cot\mu$$

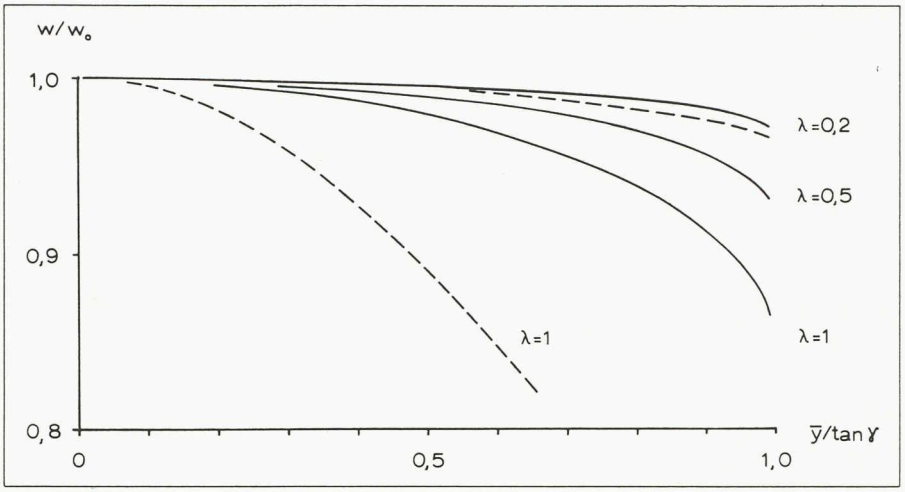

Fig. 5. — Répartition de la vitesse verticale w/w_0 à travers l'aile calculée par $w(\Delta\bar{\eta}_i) = cte$ (——) et par $dw(\Delta\bar{\eta}_i)/d\bar{\eta} = cte$ (- - -) avec variation du paramètre de l'entoilage $\lambda = q_\infty/F_t$.

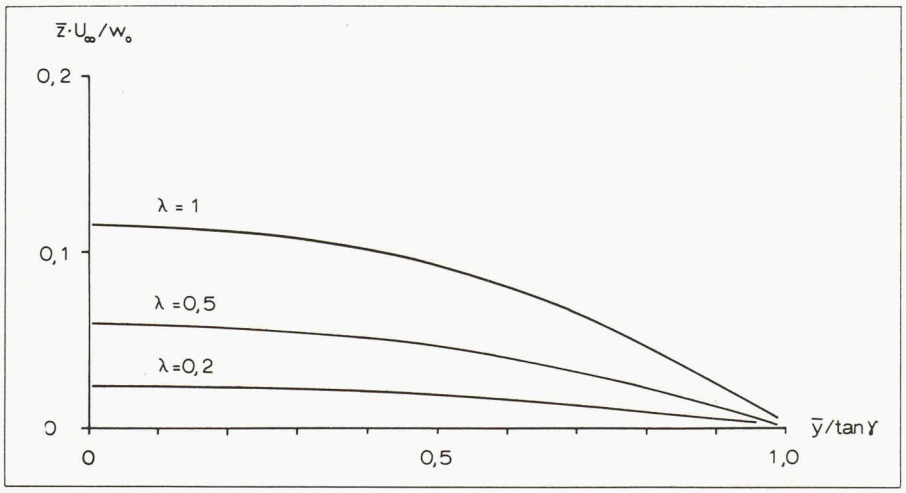

Fig. 6. — Contour $\bar{z}_c^+$ de l'aile avec variation du paramètre de l'entoilage $\lambda = q_\infty/F_t$.

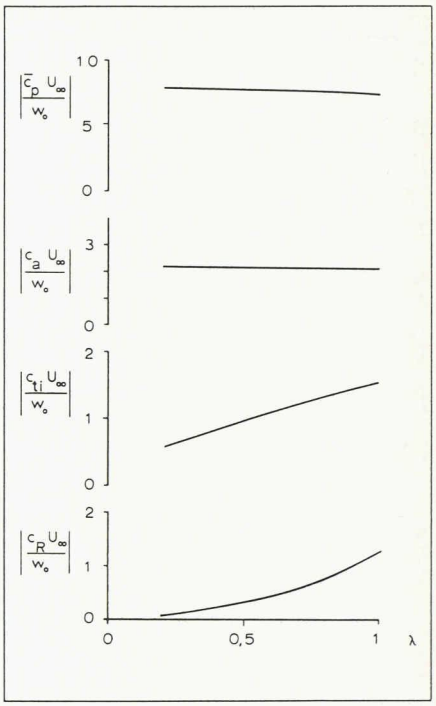

Fig. 7. — Les coefficients de pression ($\bar{c}_p$), de portance (c_a), de traînée induite (c_{ti}) et du raccourcissement latéral (c_R) en fonction du paramètre de l'entoilage $\lambda = q_\infty/F_t$.

A l'endroit $\bar{y} = 0$, l'équation 2 permet de calculer w_0 en fonction de l'angle d'attaque α, à cause de $d\bar{z}_c^+/d\bar{y} = 0$:

$$w_0/U_\infty = \bar{z}_c^+ (\bar{y} = 0) - \alpha.$$

L'équation 4 de la condition du contour à l'endroit $x = 1$ permet de substituer u par $\partial\varphi/\partial x$ dans la définition du coefficient de pression $c_p = -2u/U_\infty$, $\bar{c}_p = c_{p\,\text{intrados}} - c_{p\,\text{extrados}} = 4u/U_\infty$. Ensuite la substitution de la vitesse verticale w donne le coefficient de pression en termes du contour (équation 6),

$$\bar{c}_p = -\frac{F_t}{q_\infty}\frac{d^2\bar{z}_c^+}{d\bar{y}^2}.$$

L'intégrale du coefficient de pression à la surface de l'aile est le coefficient de portance

$$c_a = \frac{1}{\tan\gamma}\int_0^{\tan\gamma}\bar{c}_p\,d\bar{y}$$

$$= -\frac{F_t}{q_\infty\tan\gamma}\left[\frac{d\bar{z}_c^+}{d\bar{y}}\right]_0^{\tan\gamma}.$$

Le raccourcissement latéral de la silhouette de l'aile est exprimé comme coefficient

$$c_R = (L - l\cdot\tan\gamma)/(l\cdot\tan\gamma).$$

La largeur de l'entoilage y entre dans la forme approchée

$$L = \int_0^{\tan\gamma}\sqrt{1-(d\bar{z}^+/d\bar{y})^2}\,d\bar{y}$$

$$\approx \int_0^{\tan\gamma}[1 + \tfrac{1}{2}(d\bar{z}^+/d\bar{y})^2]\,d\bar{y}.$$

Les valeurs numériques sont intégrées avec la formule des trapèzes de

$$c_R = \frac{1}{2\cdot\tan\gamma}\int_0^{\tan\gamma}\left(\frac{d\bar{z}^+}{d\bar{y}}\right)^2 d\bar{y}.$$

La définition pour le coefficient de la traînée induite à vitesse de vol supersonique contient l'angle de cambrure ϑ dans le plan $x-z$:

$$c_{ti} = 1/A\int_A \bar{c}_p\sin\vartheta\,dx\,dy.$$

En raison de la cambrure faible, on approche $\sin\vartheta \approx d\bar{z}^+/dx = \bar{z}^+ - \bar{y}\cdot d\bar{z}^+/d\bar{y}$ et la surface de l'aile est introduite comme $A = l^2\cdot\tan\gamma$ (fig. 3). Après l'intégration par parties, on obtient comme coefficient de traînée induite

$$c_{ti} = \frac{F_t}{q_\infty}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{d\bar{z}^+}{d\bar{y}}\right)^2_{\tan\gamma} + c_R\right].$$

7. Résultats

Un exemple des résultats calculés par une subdivision de la moitié de l'aile en 50 secteurs est présenté dans les figures 5, 6 et 7. Pour un nombre de Mach $Ma = 2$ et un angle d'ouverture $\gamma = 20°$, le rapport entre la pression dynamique et la force de traction de l'entoilage $\alpha = q_\infty/F_t$ est varié de 0,2 à 1. Les lignes continues représentent la solution d'après l'équation du tableau 3, dont l'intégration mène à la répartition de la vitesse verticale w/w_0 dans la figure 5. Conformément, le contour $\bar{z}_c^+$ se présente dans la figure 6. Les coefficients pour la pression ($\bar{c}_p$), la portance

Références

[1] Gersten K., Hucho, W.-H., *Theoretische und experimentelle Untersuchungen an flexiblen Flügeln.* Bericht 65/27 des Instituts für Strömungsmechanik der T. H. Braunschweig, RFA, 1965.

[2] Wagner, B., *Eine Theorie zur Berechnung konischer Paragleiter mit schwacher Wölbung in Überschallströmung.* Thèse de doctorat D 17, T. H. Darmstadt, RFA, 1975.

[3] Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A., *Taschenbuch der Mathematik*, 8e Edition, Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig, RDA, 1967.

[4] Hancock, G. J., *Note on the Extension of Evvard's Method to Wings with Subsonic Leading Edges Moving at Supersonic Speeds.* Aeronautical Quarterly, 1957, Vol. VIII, pp. 87-102.

[5] Wagner, B., *Remarks on Conical Supersonic Wings with Subsonic Leading Edges.* J. Aircraft, Vol. 15, 1978, pp. 319-320.

TABLEAU A1. — *Equation pour la vitesse de perturbation u avec $dw/d\bar{\eta}$ = cte par parties de $\Delta\bar{\eta}_i$*

$$u = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{k,i} = \frac{1}{\pi\beta}\left\{ w(\bar{y}_k)\,\frac{-4m^2}{(1+m)\sqrt{m^2-\beta^2\bar{y}_k^2}} \right. +$$

dans les limites $-\tan\gamma \leq \bar{\eta}_i < -\bar{y}_k$

$$+\frac{1}{\beta}\left.\frac{dw}{d\bar{\eta}}\right|_i \left[\frac{2m}{(1+m)}\sqrt{\frac{1-\beta\bar{y}_k}{m+\beta\bar{y}_k}}\sqrt{m+\beta\bar{\eta}_i}\sqrt{1+\beta\bar{\eta}_i} - 2\left(m\,\frac{1-m}{1+m}\sqrt{\frac{1-\beta\bar{y}_k}{m+\beta\bar{y}_k}} + \sqrt{1-\beta\bar{y}_k}\sqrt{m+\beta\bar{y}_k}\right)\mathrm{Artanh}\sqrt{\frac{m+\beta\bar{\eta}_i}{1+\beta\bar{\eta}_i}}\right.$$

$$\left. +2\sqrt{1-\beta^2\bar{y}_k^2}\,\mathrm{Arcotanh}\frac{\sqrt{m+\beta\bar{y}_k}\sqrt{1+\beta\bar{\eta}_i}}{\sqrt{1+\beta\bar{y}_k}\sqrt{m+\beta\bar{\eta}_i}} - \sqrt{1-\beta^2\bar{\eta}_i^2}\,\mathrm{Arcosh}\,\frac{(1-\beta^2\bar{y}_k\bar{\eta}_i)-(1-\beta\bar{y}_k)(1-\beta\bar{\eta}_i)\frac{1-m}{1+m}}{\beta(\bar{y}_k-\bar{\eta}_i)}\right]\Bigg\}$$

dans les limites $-\bar{y}_k < \bar{\eta}_i \leq \tan\gamma$

$$+\frac{1}{\beta}\left.\frac{dw}{d\bar{\eta}}\right|_i \left[\frac{2m}{(1+m)}\sqrt{\frac{1+\beta\bar{y}_k}{m-\beta\bar{y}_k}}\sqrt{m-\beta\bar{\eta}_i}\sqrt{1-\beta\bar{\eta}_i} - 2\left(m\,\frac{1-m}{1+m}\sqrt{\frac{1+\beta\bar{y}_k}{m-\beta\bar{y}_k}} + \sqrt{1+\beta\bar{y}_k}\sqrt{m-\beta\bar{y}_k}\right)\mathrm{Artanh}\sqrt{\frac{m-\beta\bar{\eta}_i}{1-\beta\bar{\eta}_i}}\right.$$

$$\left. -2\sqrt{1-\beta^2\bar{y}_k^2}\,\mathrm{Artanh}\frac{\sqrt{m-\beta\bar{y}_k}\sqrt{1-\beta\bar{\eta}_i}}{\sqrt{1-\beta\bar{y}_k}\sqrt{m-\beta\bar{\eta}_i}} - \sqrt{1-\beta^2\bar{\eta}_i^2}\,\mathrm{Arcosh}\,\frac{(1-\beta^2\bar{y}_k\bar{\eta}_i)-(1+\beta\bar{y}_k)(1+\beta\bar{\eta}_i)\frac{1-m}{1+m}}{\beta\cdot|\bar{y}_k-\bar{\eta}_i|}\right]\Bigg\}.$$

Annexe A

Au lieu de considérer $w(\Delta\bar{\eta}) = cte$ pour résoudre l'équation $u = \partial\varphi/\partial x$ du tableau 2, il est possible de se servir de $dw/d\bar{y} = cte$ par sections $\Delta\bar{\eta}$. Dans ce cas, on intègre $x\cdot\bar{\varphi}(\bar{y})$ (équation 5) par parties, ensuite $dw/d\bar{y}$ est placé devant les intégrales. Finalement, on obtient $\partial\varphi/\partial x$ dans la forme présentée au tableau A1. D'un système d'équations linéaires, l'inconnue $1/w_0\cdot dw/d\bar{y}$ est déterminée par élimination. La distribution hachurée de la vitesse verticale w/w_0 dans la figure 5 a été trouvée par intégration numérique.

(c_a), le raccourcissement latéral de la silhouette (c_R) et la traînée induite (c_{ti}) sont tracés dans la figure 7, pour le paramètre λ entre 0,2 et 1.

A titre de comparaison, la vitesse verticale issue de l'intégration avec le gradient de vitesse $dw/d\bar{y}$ = cte (voir appendice) est ajoutée sous forme de ligne brisée dans la figure 5. Le résultat indique une dépendance du nombre de subdivisions du domaine. Les 50 secteurs choisis ici ne suffisent que pour un paramètre $\lambda = q_\infty/F_t$ très petit ($\lambda \lesssim 0{,}1$), équivalent à une cambrure très faible.

8. Conclusions

On déduit de la variation du rapport λ entre pression dynamique et force dans l'entoilage que la méthode de solution de Fredholm, utilisée ci-dessus, donne des résultats satisfaisants dans les conditions de cambrure très faible ($0 < \lambda < 0{,}1$). Si la cambrure augmente ($0{,}1 < \lambda < 1$), il faut agrandir considérablement le nombre de subdivisions du domaine pour atteindre une précision suffisante. En ce cas, un procédé itératif par voie de polynômes peut donner des avantages en temps de calcul sur ordinateur.

Remerciements

L'auteur tient à remercier tout particulièrement M. B. Wagner, Dr ingénieur, pour l'appui qu'il a apporté pendant la direction de cette étude.

Adresse de l'auteur:
Horst Stoff
Kirchweg 43 B
5415 Nussbaumen b. Baden

Bibliographie

Origine et destinée de l'homme

par *J. Piveteau.* — Un vol. 13,5 × 21 cm, 168 pages, Editions Masson, Collection « Abrégés de sciences », Paris 1983. Prix broché 98 ffr.

Il n'est point d'homme qui ne soit amené à se poser la question: D'où viens-je? Pourquoi suis-je venu? Où vais-je?

Des découvertes nombreuses, une approche scientifique nouvelle permettent à la paléontologie humaine d'apporter quelque lumière sur cet éternel problème.

D'où viens-je? L'homme par son corps s'insère dans le monde biologique et nous pouvons suivre, au long d'une lignée des hominidés, la lente montée vers la forme humaine. De cette histoire préhumaine nous constatons que le facteur prédominant fut l'acquisition de la station verticale, entraînant la libération de la main suivie beaucoup plus tard par le développement du cerveau.

L'évolution du corps ne fait que préparer l'homme; c'est l'éclosion de l'intelligence réfléchie qui constitue l'événement essentiel.

Les débuts du psychisme humain se trouvent dans l'action corrélative et réciproque de la main et du cerveau. Et pour le paléontologiste, la naissance de l'outil sera l'indice que le pas de la réflexion aura été franchi, que l'homme authentique aura fait son apparition.

Suivront l'ébauche d'une vie sociale par l'étude de l'évolution de l'aménagement de l'habitat, par la domestication du feu, par le perfectionnement des industries de la pierre, l'invention de l'art, moyen nouveau d'expression et d'action. Retrouver les phases essentielles de l'aventure humaine, tel est l'objet essentiel de cet ouvrage.

Pourquoi suis-je venu? L'homme s'insère dans le mouvement général de la vie. Cette vie dans son ensemble avance, avec des échecs et des reculs, dans une direction majeure caractérisée par une montée du psychisme qui devient réfléchi avec l'homme. Il n'est pas douteux que l'homme se place en tête d'un tel mouvement; loin d'être un accident de la vie, il en est la forme la plus haute et la plus achevée.

Où vais-je? Dans le monde infrahumain, la vie se transformait comme par inertie. Avec l'homme, l'évolution change de sens. L'homme est porteur de l'avenir; il devient responsable du destin de la vie. Où conduira-t-il ce destin?