

<b>Zeitschrift:</b>	Ingénieurs et architectes suisses
<b>Band:</b>	109 (1983)
<b>Heft:</b>	24
<b>Artikel:</b>	Simulation numérique d'étapes de construction en mécanique des sols
<b>Autor:</b>	Elme, A.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-75009">https://doi.org/10.5169/seals-75009</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Simulation numérique d'étapes de construction en mécanique des sols

par A. Elme, Lausanne

La simulation par éléments finis d'étapes de construction nécessite plusieurs solutions successives d'un système linéaire de grande taille. Nous proposons dans cet article une formulation qui permet de limiter les solutions successives à la partie de la géométrie qui subit des changements d'une étape à l'autre. On réalise ainsi des économies substantielles en coût-ordinateur.

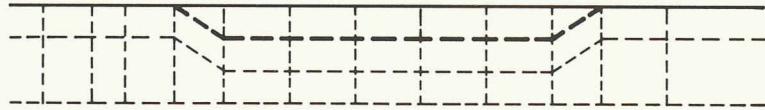
Numerical simulation of construction stages in soil mechanics

*The simulation of construction stages by finite elements usually requires several successive resolutions of a large linear system. We propose herein a formulation which limits successive resolutions to the part of the geometry which changes from one stage to the next. Substantial computer-cost savings can be realized this way.*

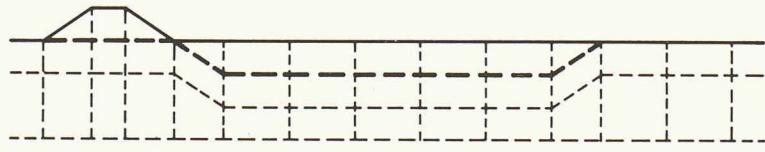
## 1. Introduction

La construction d'un tunnel comprend généralement plusieurs étapes (fig. 1) qu'il est nécessaire de prendre en considération pour le dimensionnement. Il en est de même pour la construction d'une digue (fig. 2) et bien d'autres ouvrages. La simulation par éléments fi-

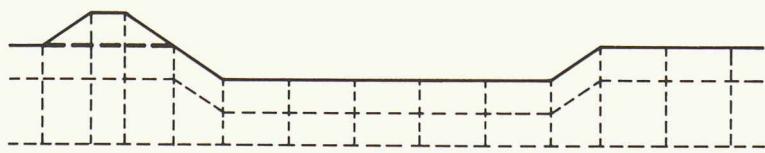
a)



b)



c)



d)



e)

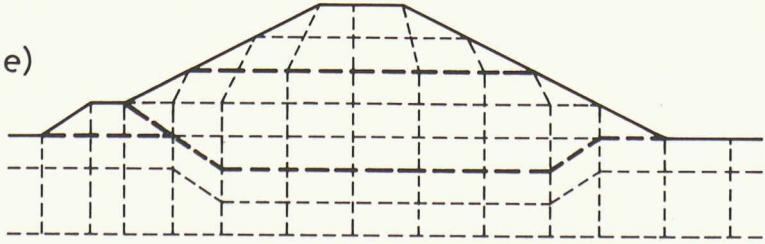


Fig. 2. — Etapes de construction d'une digue (avec lieu des interfaces successives en traitillé gras).

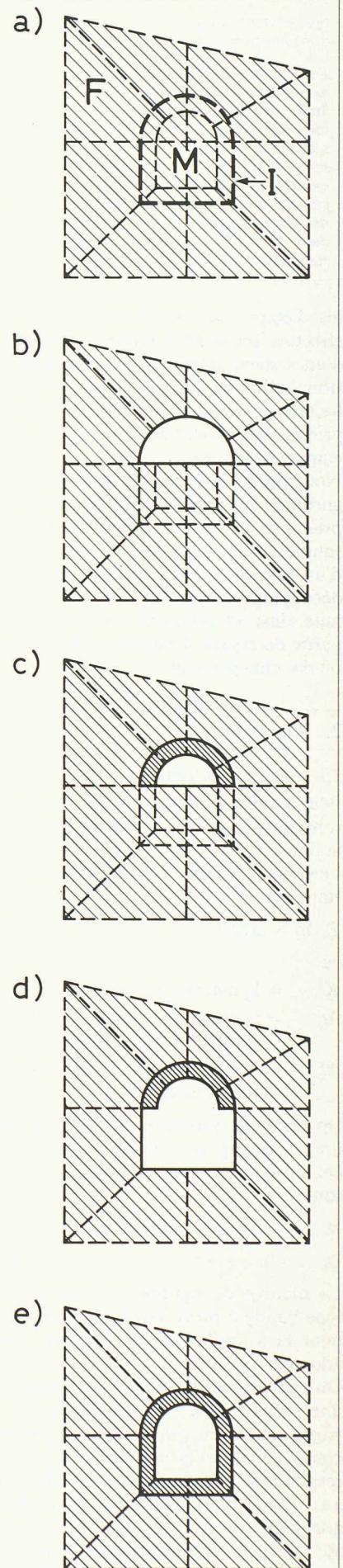


Fig. 1. — Etapes de construction d'un tunnel: a) milieu initial, b) excavation de la voûte, c) revêtement de la voûte, d) excavation de la base, e) revêtement.

### Numerische Simulation von Konstruktionsetappen in Bodenmechanik

Die numerische Simulation von Konstruktionsetappen mit Finiten Elementen verlangt normalerweise mehrere aufeinanderfolgende Lösungen eines linearen Systems grosser Ordnung. Wir schlagen in diesem Artikel eine Formulierung vor, welche erlaubt, die aufeinanderfolgenden Lösungen auf den von Etappe zu Etappe ändernden geometrischen Teil zu reduzieren. Auf diese Weise können erhebliche Rechenkosten erspart bleiben.

nis d'étapes de construction conduit à effectuer plusieurs solutions successives d'un système linéaire de grande dimension, solutions rendues nécessaires par les changements de géométrie et de propriétés des matériaux au cours des étapes successives.

Nous proposons dans ce qui suit un algorithme qui prend avantage des propriétés de la décomposition  $LU$  pour la solution du système linéaire. Par le biais d'un élément d'interface, on obtient un découplage du système linéaire. On limite ainsi les solutions successives à la partie du réseau d'éléments finis qui subit des changements.

## 2. Algorithme

### 2.1 Description générale

Pour simplifier l'exposé, nous nous référons, dans la suite, à l'exemple décrit sur la figure 1.

Le système linéaire à résoudre à chaque étape peut s'écrire:

$$K \Delta d = \Delta F_{i+1}^{\text{ext}} \quad (1)$$

où:

$K$  = la matrice de rigidité

$\Delta d$  = le vecteur inconnu des incrément des déplacements

$\Delta F_{i+1}^{\text{ext}}$  = le vecteur des incrément des forces extérieures.

On résout le système pour  $\Delta d$  d'où l'on tire le champ des déplacements et le champ des contraintes à l'étape  $(n+1)$ , soit:

$$d_{n+1} = d_n + \Delta d \quad (\text{avec } d_0 = \varrho) \quad (2)$$

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1} + \Delta \sigma \quad (3)$$

La matrice de rigidité est toujours du type bande à profil symétrique (fig. 3a) pour la formulation par éléments finis adoptée.

On peut séparer la matrice de rigidité en une partie fixe  $K^F$  (correspondant à la partie du milieu qui ne change pas en cours d'analyse) et une partie  $K^M$  (correspondant à la partie mobile) (fig. 1 et 3a). Par le biais d'éléments d'interface adéquats (caractérisés par la matrice  $K^I$ ) on peut ensuite découpler les matrices  $K^F$  et  $K^M$  (fig. 3b). Il suffit dès lors de résoudre le système à l'aide d'un algorithme ayant un front de propagation du type indiqué sur la fig. 3b. Le lecteur intéressé trouvera le détail de l'algorithme dans n'importe quel traité de méthodes numériques (par ex. [1]<sup>1</sup>).

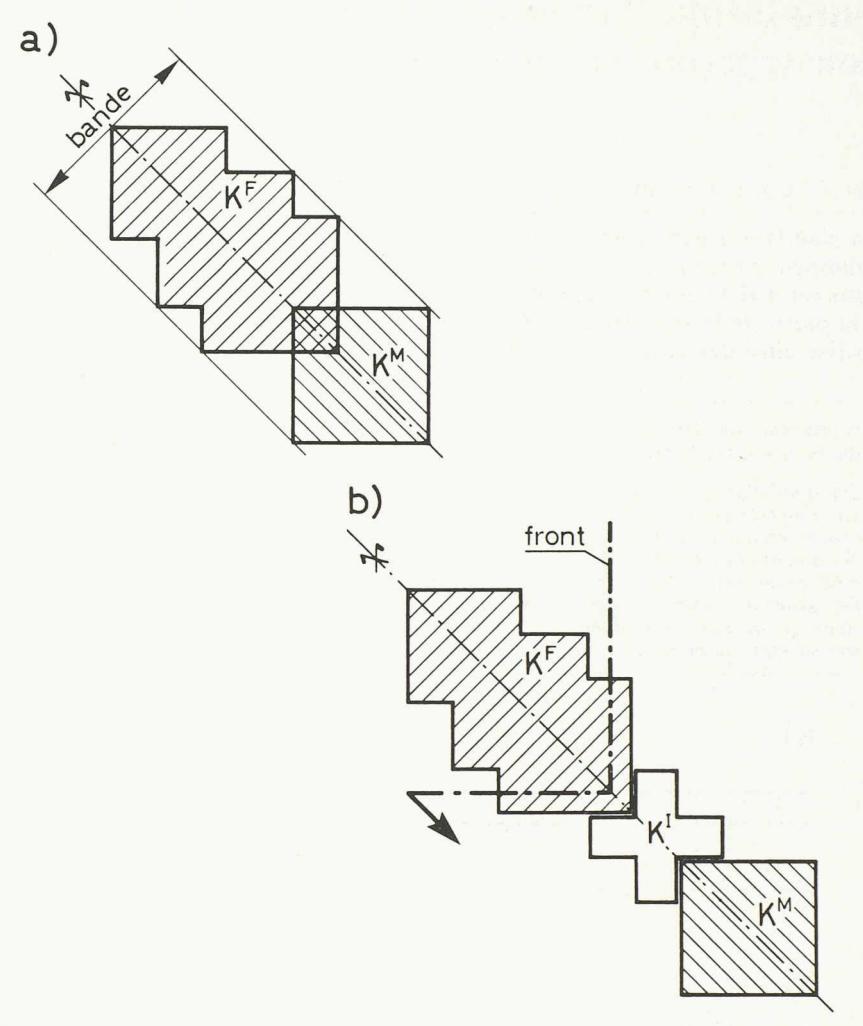


Fig. 3. — Matrice de rigidité: a) matrice standard, b) matrice découpée).

la décomposition  $LU$ . En modifiant la géométrie ou les propriétés des matériaux de la partie  $K^M$ , on reprendra à chaque étape l'algorithme au niveau des éléments d'interface.

Pour une excavation de tunnel, la partie  $K^F$  sera de dimension constante. Pour une simulation d'endiguement, on pourra l'accroître à chaque étape, si les nouveaux éléments introduits dans  $K^F$  restent inchangés dans la suite (fig. 2).

### 2.2 Décomposition $LU$

Les termes généraux de la décomposition  $LU$  sont définis par:

$$L_{ji} = \left( K_{ji} - \sum_{m=1}^{i-1} L_{jm} U_{mi} \right) / U_{ii} \quad (4)$$

$$U_{ij} = K_{ij} - \sum_{m=1}^{i-1} L_{im} U_{mj}$$

Des équations (4), il apparaît que seuls les termes  $K_{ij}$ ,  $K_{ji}$ ,  $L_{jm}$  ( $m \leq i$ ) et  $U_{mj}$  ( $j \leq i$ ) interviennent dans la définition des termes généraux. L'algorithme est donc caractérisé par un front de propagation du type indiqué sur la figure 3b. Le lecteur intéressé trouvera le détail de l'algorithme dans n'importe quel traité de méthodes numériques (par ex. [1]<sup>1</sup>).

<sup>1</sup> Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

### 2.3 Éléments d'interface

L'élément d'interface utilisé ici a été développé par Hughes & al. [2]. Pour l'élasticité plane, il prend la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x^F \\ u_y^F \\ \tau_x \\ \tau_y \\ u_x^M \\ u_y^M \end{Bmatrix} \quad (5)$$

où les  $u_i^F$  et  $u_i^M$  sont les composantes de déplacements des parties «fixe» et «mobile», respectivement;  $\tau_i$  sont les composantes de la force d'interaction. Il est important de noter que les  $\tau_i$  sont exactement les forces équivalentes aux contraintes internes du milieu excavé, que l'on appliquera progressivement au cours des étapes suivant une excavation, pour simuler la relaxation du massif.

### 2.4 Implémentation

L'implémentation est faite selon le schéma suivant:

- A. Partie «fixe» du réseau
1. Lecture et assemblage des données avec numérotation des équations et mémorisation de l'indice correspon-

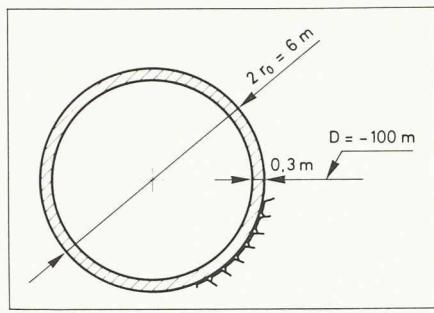


Fig. 4. — Tunnel profond.

dant à la dernière équation (dans un problème d'endiguement, cet indice sera variable).

## 2. Décomposition $\mathcal{L}\mathcal{U}$ (partie fixe).

A chaque étape:

### B. Partie «mobile» du réseau

1. Lecture et assemblage des éléments de types interface et mobile.
2. Décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{U}$  (partie mobile).
3. Formation du second membre  $\Delta F^{\text{ext}}$
- N.B.: Après excavation  
 $\Delta F^{\text{ext}} = \alpha \mathcal{L}$  ( $\alpha = 0 \rightarrow 1$ )
4. Solution du système linéaire.
5. Mise à jour de  $\mathcal{d}$  (vecteur des déplacements) et  $\sigma$  (vecteur des contraintes).

### C. Traitement d'«output».

## 3. Calcul d'un tunnel profond

Pour illustration, nous appliquons ci-dessous la formulation proposée au calcul d'un tunnel profond [3]. Les résultats numériques sont comparés à la solution théorique.

*Nous rendons le lecteur attentif au fait que l'exemple choisi n'a qu'une valeur de «benchmark» et ne correspond en aucune manière à un cas réaliste.*

### 3.1 Définition du problème

On veut examiner l'état de contrainte résultant de l'excavation d'un tunnel cylindrique à grande profondeur (fig. 4).

### 3.2 Préparation des données

Dans cette phase, on définit:

- *La maille d'éléments finis.* On tiendra compte de la solution attendue pour affiner la maille en zone à forte concentration de contraintes. Trois types d'éléments (4, 5 et 8 nœuds) sont utilisés à cet effet (fig. 5).
- *La numérotation des éléments et des nœuds.* On prendra soin de numérotier la partie «fixe» en premier. La partie fixe du réseau est séparée de la partie mobile par des éléments d'interface (fig. 6).
- *Les conditions de bord* (fig. 5).
- *Les coordonnées des nœuds et les propriétés des matériaux.*
- *Les étapes de construction.* Le problème étudié comprend deux étapes, à savoir:
  1. Le milieu homogène (108 éléments), sous charge de gravité.
  - 2a. Le milieu excavé, après pose du revêtement, soumis aux forces internes  $\tau$  équivalentes à la zone excavée (cas 1 ci-dessous).
  - 2b. Milieu excavé (88 éléments), soumis aux forces internes équivalentes à la zone excavée (cas 2 ci-dessous).

### 3.3 Solution théorique

Avec les données:

- $D = 100 \text{ m}$  (profondeur)  
 $r_o = 3,0 \text{ m}$  (rayon)  
 $\gamma = 2 \text{ t/m}^3$  (poids spécifique)  
 $K_o = 1$  (coefficients)  
 $E = 200 \text{ kp/cm}^2$  (module élastique)  
 $\nu \cong 0,5$  (coefficient de Poisson)

on a la solution théorique suivante, en déformations planes [4] ( $z$  est la profondeur et les indices suivants sont utilisés:  $r$  = radial,  $\theta$  = tangentiel,  $z$  = vertical,  $o$  = initial).

#### — Contraintes à l'état initial

$$\sigma_r = \sigma_o = K_o \gamma z$$

#### — Etat final (sans revêtement) au niveau du tunnel

$$\sigma_r = K_o \gamma D \left( 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right)$$

$$\sigma_\theta = K_o \gamma D \left( 1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right)$$

#### — Influence du revêtement

Avec  $\nu \cong 0,5$ , on obtient l'état de contraintes-déformations initial:

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = K_o \gamma D$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \varepsilon_z = 0$$

On peut admettre en première approximation que la surcharge due à l'excavation sera reprise par le revêtement. Faisant l'hypothèse du tube mince (épaisseur  $e$ ), on obtient:

$$\sigma_\theta^{\text{tube}} = \frac{K_o \gamma D r_o}{e}$$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z \cong K_o \gamma D$$

## 3.4 Comparaison des solutions numériques et théoriques

*Cas 1*  $\nu = 0,49$ , excavation avec pose immédiate du revêtement. Les contraintes au niveau du tunnel sont comparées dans le tableau ci-après.

*Cas 2*  $\nu = 0,49999999$  (milieu incompressible), excavation sans revêtement. Les contraintes théoriques et numériques à l'état final sont comparées sur la figure 7.

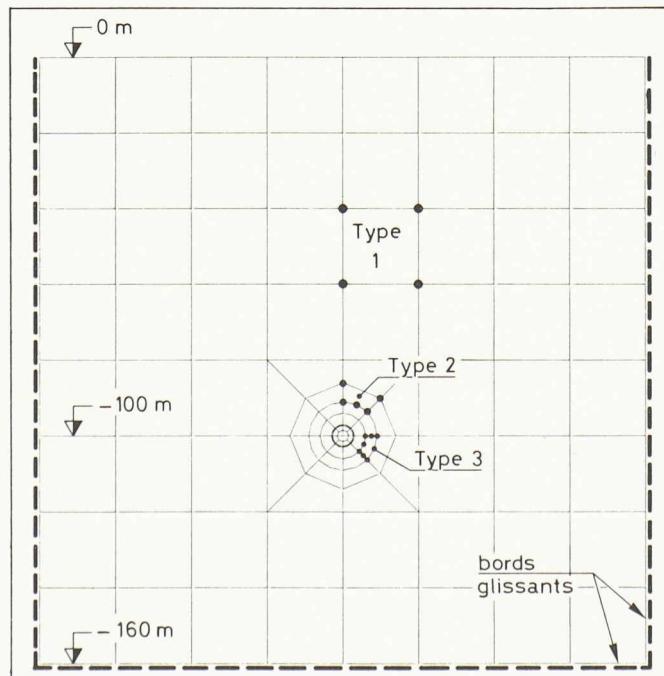


Fig. 5. — Réseau d'éléments finis.

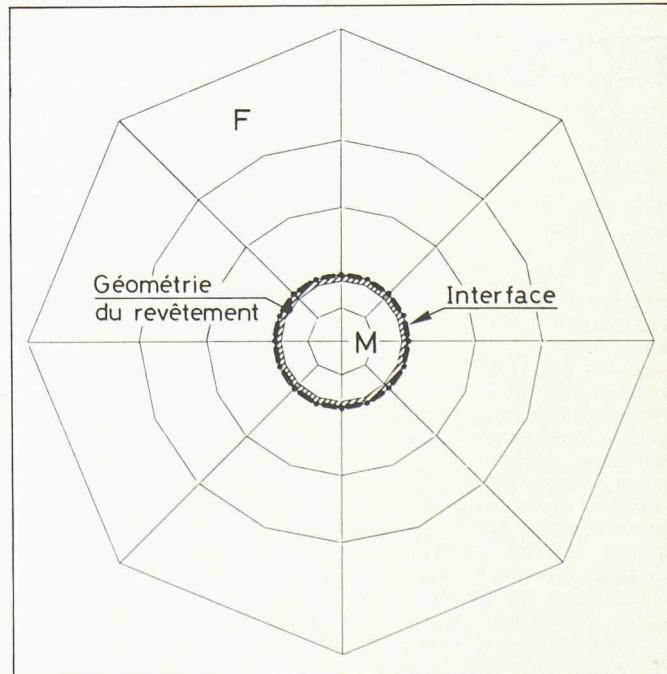


Fig. 6. — Détail de la zone à excaver (F: partie fixe, M: partie mobile).

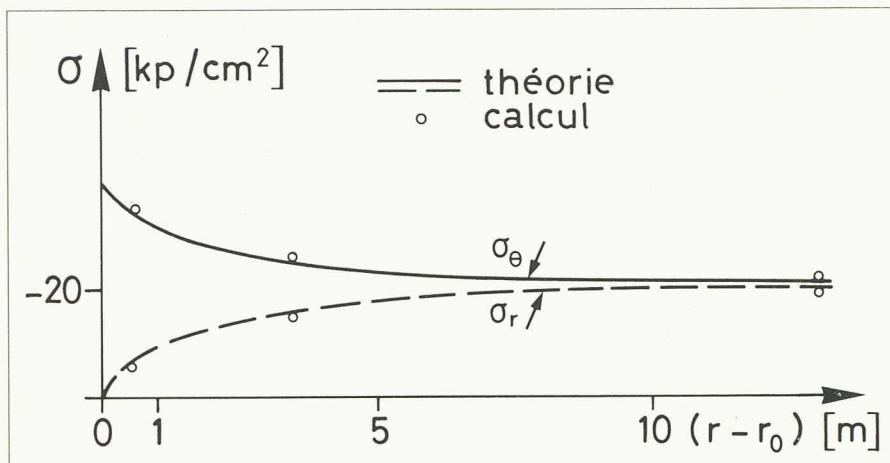


Fig. 7. — Distribution des contraintes au niveau de l'axe du tunnel.

TABLEAU 1.

Contraintes [kp/cm <sup>2</sup> ]	Etat initial		Etat final		
	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$	$\sigma_\theta^{\text{tube}}$
Théoriques	-20	-20	-20	-20	-200
Numériques	-19,2	-20	-19,2	-20	-197

#### Remerciements

Une partie de l'étude présentée a été développée dans le cadre d'un mandat confié à Zace Services SA par Bonnard & Gardel, ingénieurs-conseils SA à Lausanne, que nous tenons à remercier ici.

#### Remarques:

- Le cas 2 exige un traitement numérique spécial vu la condition d'incompressibilité.
- La solution initiale (poids propre) porte ici sur un système de 361 équations. Pour les solutions ultérieures (étapes de construction) la décomposition LU porte sur 112

équations (cas 1) et zéro (cas 2). La substitution inverse porte sur 343 équations (cas 1) et 231 (cas 2).

#### 4. Conclusions

Dans les lignes qui précèdent, nous avons développé une formulation qui permet de simuler des étapes de construction (excavations et endiguements) de manière simple et efficace. Le coût ordinateur de telles analyses, généralement élevé, peut être sensiblement réduit à l'aide d'une telle formulation. Dans un cas réaliste, le nombre de degrés de liberté de la partie fixe est géné-

affection des yeux provoquée par le travail à l'écran de visualisation n'est connue à ce jour. La brochure, qui existe en français, en italien et en allemand, peut être obtenue gratuitement à la CNA, service des imprimés de la division de la prévention des accidents, case postale, 6002 Lucerne (tél. 041/21 52 77 ou 21 53 70).

#### Guide de géotechnique

par J. Collas et M. Havard. — Un vol. 14,5 x 21,5 cm, 144 pages, Editions Eyrolles, Paris 1983. Prix broché: 137 ffr.

Dans la série « Sécurité au travail », la Caisse nationale suisse d'assurance en cas d'accidents (CNA) a publié une nouvelle brochure d'information intitulée « Le travail à l'écran de visualisation ». Elle y montre, sur 46 pages A4, comment prévenir les troubles dont se plaignent fréquemment les personnes travaillant aux terminaux à écran de visualisation. Après une brève initiation à l'éclairagisme, elle attire l'attention du lecteur sur les exigences ergonomiques auxquelles doivent satisfaire le terminal, l'éclairage du local, le mobilier et l'organisation du travail. A ce propos, on effleure aussi quelques aspects importants du point de vue de la médecine, de la physiologie et de la psychologie du travail et souligne qu'aucune

pouvoir faire la synthèse indispensable; au surplus, c'est souvent que l'on demande au spécialiste de sol de se prononcer sur des fondations, alors que la structure n'est pas encore définie.

Ce petit livre répond à un besoin. Il n'est pas conçu pour le spécialiste, tout au plus pourra-t-il être pour lui un aide-mémoire dans les domaines particuliers où il n'intervient que rarement. Ce livre s'adresse en fait, à tous les non-spécialistes qui ont à connaître ces problèmes techniquement, économiquement ou physiquement.

Cet ouvrage se divise en deux parties. La première est un dictionnaire où sont définis dans un langage simple les mots les plus courants du domaine de la géotechnique. La seconde partie est un catalogue des essais géotechniques, conçu de telle façon que chaque essai est donné sur deux pages vis-à-vis. Y sont indiqués: une description rapide du matériel utilisé, illustré par un dessin,

#### Bibliographie

- G. DAHLQUIST, A. BJOËK, *Numerical methods*, Prentice-Hall (1974).
- T. J. R. HUGHES, R. L. TAYLOR, J. L. SACKMAN, A. CURNIER, W. KANOKNUKULCHAI, *A finite element method for a class of contact impact problems*, Comp. Meth. in Appl. Mech. & Eng. 8 (1976), 249-276.
- EBES 1, mode d'emploi, rapport int. 82.03.01, Zace Services SA (1982).
- K. TERZAGHI, *Mécanique théorique des sols*, Dunod (1951), p. 389.

ralement beaucoup plus grand que celui de la partie mobile. On peut s'attendre alors à un coût réduit par un facteur de 10 par rapport à une analyse répétitive portant sur le réseau complet. A titre d'exemple, l'application présentée, traitée à l'aide du programme EBES [3] (tabl. 1), correspond à un coût inférieur à 40 fr. sur un ordinateur VAX-11/780.

#### Adresse de l'auteur:

A. Elme  
Zace Services SA  
Case postale 2  
1015 Lausanne 15

#### Programme: EBES 1

Méthode: Eléments finis (méth. déplacements)

Domaine d'application: Elasticité bidimensionnelle, contraintes et déformations planes

Eléments: Quadrilatères (4 à 8 nœuds), triangulaires, barres (unidimensionnelles dans l'espace à 2 ou 3 dimensions), interfaces (par nœud)

Technique de résolution: Décomposition LU avec profil

Concept: «in core» avec allocation dynamique des mémoires

Options spéciales: Algorithme de simulation d'excavation et endiguement sans ré-inversion du système matriciel

Propriété: Zace Services SA

l'objectif de l'essai et une énumération des interprétations que l'on peut espérer déduire des résultats, ce qui pourra faciliter la comparaison de propositions différentes.

#### Sommaire

1<sup>re</sup> partie: glossaire. 2<sup>e</sup> partie: essais. — Analyse granulométrique par tamisage. — Limites d'Atterberg. — Essai d'équivalent de sable. — Essai de cisaillement rectiligne. — Essai de compression triaxiale. — Essai de compressibilité à l'œdomètre. — Essai Proctor. — Essai de portance californien (California bearing ratio-CBR). — Essai de pénétration standard (Standard Penetration Test-SPT). — Essai de pénétration statique. — Essai de pénétration dynamique. — Essai pressiométrique normal. — Essai au scissomètre (Vane test). — Essai de plaque type LCPC. — Essai de plaque type Westergaard. — Essai statique de fondation. — Essai Lefranc. — Essai Lugeon. — Essai de pompage.