

Zeitschrift: Ingénieurs et architectes suisses
Band: 106 (1980)
Heft: 17

Artikel: Pressions dans les silos
Autor: Lapajne, Toussaint
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-73973>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Pressions dans les silos

par Toussaint Lapajne, Ljubljana

La validité de la formule Jannsen-Koenen pour l'évaluation des pressions horizontales du contenu sur les parois des silos est démontrée par la pratique et par l'expérience pour le cas du remplissage. Lors de la vidange du contenu par le fond, des surpressions considérables — doubles ou plus — apparaissent dans la partie supérieure des cellules. L'hypothèse de l'auteur selon laquelle un déchargement par le fond provoque des surpressions dans la partie supérieure a été prouvée par M. J. Vivancos Fernández [2]¹. Durant la vidange, c'est le mécanisme de la pression passive du contenu qui intervient. Si l'on applique la même formule de Jannsen-Koenen avec le coefficient de la pression horizontale passive de repos, les résultats s'accordent parfaitement aux données de la pratique et de l'expérience.

L'exemple du silo Masnières, publié par M. Reimbert [1], est évoqué.

On sait que ce n'est qu'une partie du contenu d'une cellule de silo qui exerce sa pression verticale sur le fond. L'autre partie du poids, la plus grande, agit par frottement sur les parois de la cellule. Déjà, dans les années 1895 et 1896, Jannsen et Koenen ont publié les déductions mathématiques concernant la participation du frottement sur les parois : étant donné le coefficient de frottement sur les parois (μ), la transmission à celles-ci sera d'autant plus grande que la pression horizontale (p_h) sera importante. Cette pression horizontale est dépendante d'ailleurs de la pression verticale (coefficient λ), réduite par le frottement mentionné. La solution de l'équation différentielle relativement simple a été présentée par les auteurs Jannsen et Koenen comme suit :

$$p_v = p_{v \max} (1 - e^{-\mu \lambda z/R}) \quad p_{v \max} = \frac{\gamma R}{\mu \lambda}$$

$$p_h = p_{h \max} (1 - e^{-\mu \lambda z/R}) \quad p_{h \max} = \frac{\gamma R}{\mu}$$

Dans les débuts de la construction des silos, les ingénieurs-constructeurs ont régulièrement pris des coefficients de la pression horizontale relativement grands. Les contraintes admissibles de l'acier étaient modestes, les machines pour l'évacuation du blé étaient lentes, en cours de développement. Ces silos ont rempli leur tâche statique sans déboires. Avec le progrès de la technique, avec une meilleure utilisation de l'acier, avec un dimensionnement rigoureux des silos au frottement (effectivement plus grand) et aux coefficients des pressions horizontales minimales actives, de grandes difficultés apparurent partout dans le monde. Surtensions, fissurations, déformations n'apparurent jamais au rem-

plissage des silos ni dans la partie inférieure près du fond où l'on attendrait les plus grandes pressions sur les parois.

Avec l'introduction des machines modernes pour la vidange accélérée, les fissurations apparurent dans la partie médiane des parois ou même dans leur tiers supérieur dans les silos ronds. Les dégâts furent très importants, parce qu'il fallut renforcer ultérieurement toute une série de silos. Il y avait de toute évidence des erreurs dans les calculs statiques ou dans les hypothèses de calcul.

En 1960, le « Centre pour le progrès du Génie civil » à Belgrade a établi pour la Yougoslavie des Directives provisoires pour le dimensionnement des silos à céréales. Ce document est basé sur l'expérience et l'observation des dégâts survenus sans évoquer aucune explication scientifique ou théorique : les silos doivent être dimensionnés sur toute leur hauteur pour la même pression horizontale $p_{h \max}$, à l'exception de la partie du sommet où une réduction à la pression hydrostatique γz est admise. On a supposé que la pression hydrostatique soit la pression horizontale maximale possible.

Les Allemands ont introduit des facteurs pour l'augmentation de la pression horizontale calculée suivant la loi de Jannsen-Koenen, partant du point de vue qu'une sorte d'effet dynamique se produit à la vidange et considérant ce facteur comme « facteur dynamique », quand même on a constaté qu'il n'y a pas de grandes forces de déviation des masses en mouvement et non plus des coups de masses dans les silos à blé.

Le phénomène est le suivant : les parois et le contenu agissent ensemble. Au remplissage les parois réagissent selon le coefficient de la pression horizontale active de repos, car les parois ne bougent pas. Les pressions sur les parois suivent

p_v	= pression verticale du contenu
p_h	= pression horizontale du contenu sur les parois
$p_{h \max}$	= pression maximale de laquelle la pression s'approche asymptotiquement
μ	= tg de l'angle de frottement du contenu sur les parois
λ	= coefficient de la pression horizontale du contenu
λ_a	= coeff. de la pression hor. active (min)
λ_{a0}	= coeff. de la pression hor. active — état de repos
λ_p	= coeff. de la pression hor. passive (max)
λ_{p0}	= coeff. de la pression hor. passive — état de repos
γ	= poids volumétrique du contenu
R	= rayon hydraulique de la cellule
	$R = \frac{S}{C} = \frac{\text{Surface de la cellule}}{\text{Circonférence de la cellule}}$
z	= hauteur moyenne du contenu mesurée de haut en bas

la loi de Jannsen-Koenen en tenant compte de $\lambda = \lambda_{a0}$. A la vidange le fond va être artificiellement déchargé, les parois doivent prendre des charges plus grandes. Supposant le coefficient de frottement invariable, ce sont les pressions horizontales du contenu qui doivent augmenter. Théoriquement le coefficient de la pression horizontale peut varier librement entre la pression active de repos λ_{a0} et la pression passive de repos

$$\lambda_{p0} \left(\lambda_{p0} = \frac{1}{\lambda_{a0}} \right)$$

dans des limites très grandes. Suivant la loi du « minimum de travail », le contenu s'oppose à l'écoulement et s'appuie par conséquent sur les parois par la plus grande pression horizontale possible, calculée par le coefficient de la pression horizontale passive de repos. Les pressions horizontales du contenu sur les parois suivent à l'écoulement du contenu la même loi de Jannsen-Koenen, mais en appliquant le coefficient de la pression horizontale passive de repos λ_{p0} . La pression limite $p_{h \max}$ reste la même dans les deux cas de remplissage et de vidange, la formule pour le $p_{h \max}$ étant indépendante du coefficient λ . Dans la partie supérieure de la cellule, les différences entre la courbe de vidange et de remplissage sont très grandes, p_h pouvant être double ou même plus. Ce phénomène a été publié pour la première fois, à notre connaissance, par M. Joaquín Vivancos Fernández, professeur à l'Université de Barcelone [2]. Ses déductions sont appliquées à la théorie de M. et A. Reimbert [1]. Le coefficient de la pression active est :

$$\lambda_a = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

¹ Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

φ étant l'angle de frottement interne du contenu.

Ce coefficient correspond à l'état lors du commencement du déplacement de la paroi. A l'état de repos, la paroi ne bouge pas ; ce coefficient est plus grand :

$$\lambda_{a0} = 1 - \sin \varphi \text{ ou } 1,4 - 1,7 \times \lambda_a$$

Le coefficient de la pression passive est :

$$\lambda_p = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = 1/\lambda_a$$

(si la paroi commence à bouger) et

$$\lambda_{p0} = \frac{1}{1 - \sin \varphi} = 1/\lambda_{a0}$$

(si la paroi ne bouge pas vers le contenu). Citons comme exemple le cas du silo à blé de Masnières, dont les pressions ont été mesurées et publiées dans le livre de M. Reimbert [1] :

Cellule octogonale ; surface $S = 19,8 \text{ m}^2$;
circonférence $C = 16,2 \text{ m}$; $R = \frac{C}{S} = 1,222 \text{ m}$.

Les courbes calculées selon la formule de Janssen-Koenen ont les bases suivantes :

$$\gamma = 0,83 \text{ t/m}^3 \quad \varphi = 26^\circ \quad \mu = \operatorname{tg} \varphi = 0,488$$

$$\lambda_{a0} = 1 - \sin \varphi = 0,562 =$$

$$= 1,44 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\lambda_{p0} = \frac{1}{1 - \sin \varphi} = 1,779 =$$

$$= \frac{1}{1,44} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$p_{h \max} = 2080 \text{ kg/m}^2$$

$$p_{v \max} = 3700 \text{ kg/m}^2 \text{ au remplissage}$$

$$p_{v \max} = 1170 \text{ kg/m}^2 \text{ à la vidange}$$

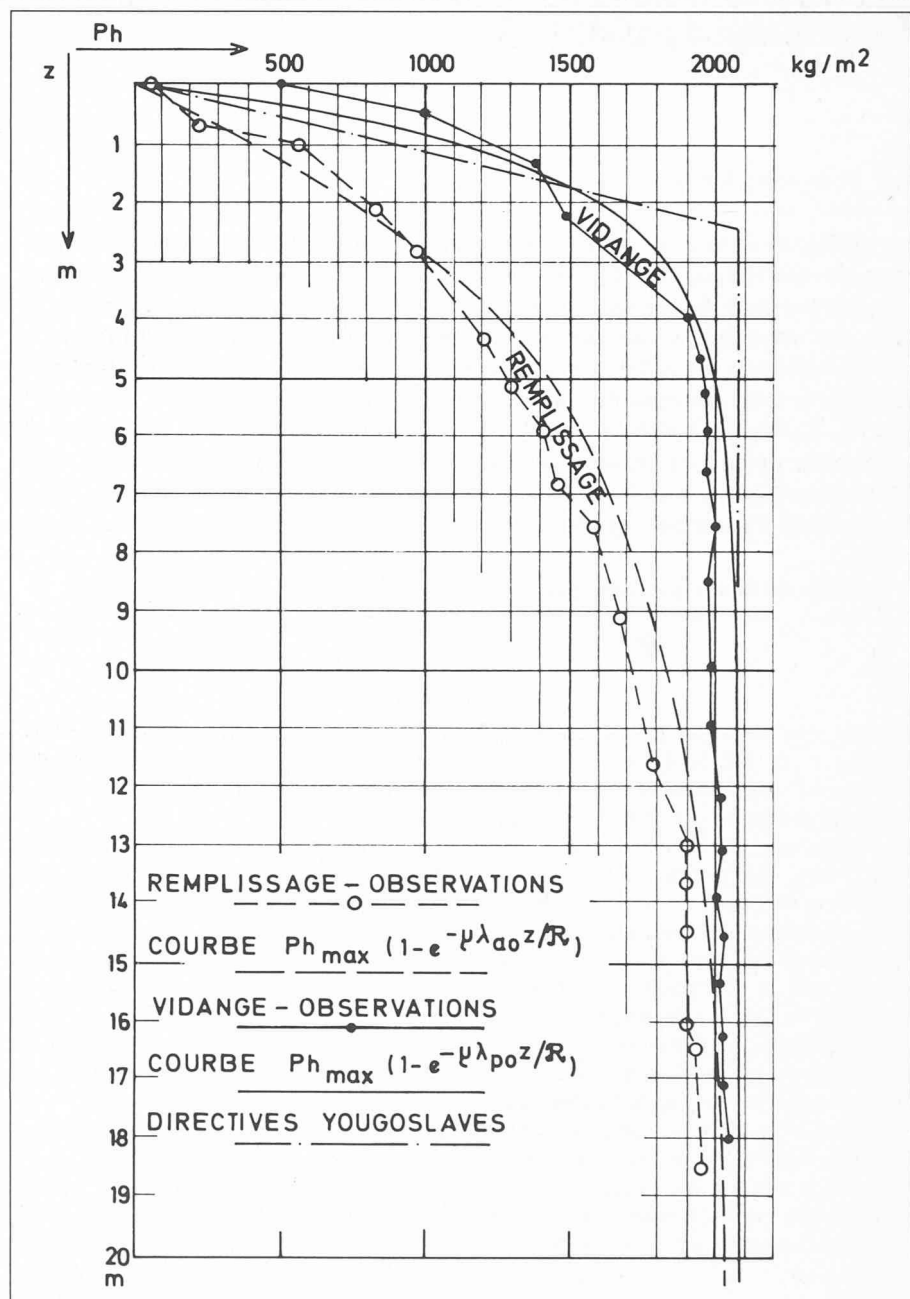
Quelques données des courbes calculées :

		kg/m ²	kg/m ²
		Remplissage	Vidange
Profondeur 2,0 m	$\begin{cases} p_h \\ p_v \end{cases}$	$\begin{cases} 750 \\ 1335 \end{cases}$	$\begin{cases} 1578 \\ 888 \end{cases}$
Profondeur 20,0 m	$\begin{cases} p_h \\ p_v \end{cases}$	$\begin{cases} 2057 \\ 3760 \end{cases}$	$\begin{cases} 2080 \\ 1170 \end{cases}$

Des 329 t du contenu

le fond porte	75 t	23 t
et les parois portent	254 t	306 t

Il est intéressant de constater qu'on peut éliminer le phénomène des surpressions à la vidange dans la partie supérieure des silos par un artifice technique : pour la vidange du blé, on prévoit au milieu de la cellule un tube perforé vertical, dénommé « tuyau de déchargement ». Ce tube comporte des ouvertures sur sa circonférence. La vidange du blé s'effectue automatiquement de haut en bas par ce tube. Le blé autour du tube reste



Comparaison entre calculs et observations

au repos et ne cause pas de surpressions.

Cette solution assez compliquée, à cause de la fixation du tube aux parois, n'est ni à bon marché ni simple. On l'emploie parfois pour la protection de silos déjà construits et fissurés, mais jamais pour les projets de nouveaux silos.

Dans les calculs des pressions dans les silos, certaines simplifications sont admises pour des raisons mathématiques. Le coefficient de frottement interne du contenu φ et le coefficient du frottement entre le contenu et la paroi sont supposés constants. En effet ils ne sont pas exactement connus et changent : par la compression, ils augmentent en profondeur. Pour le contenu en mouvement, ils sont moindres qu'à l'état de repos. En outre dans certains contenus, des collages locaux apparaissent, des ponts-voûtes se forment et s'effondrent instan-

tanément. Ces phénomènes ne sont pas le thème de cet article ; néanmoins le constructeur doit en tenir compte en fonction de la qualité et de la consistance du contenu.

Références

- [1] Marcel et Andrée REIMBERT : *Silos*, 1956, Paris, Eyrolles.
- [2] Joaquín Vivancos FERNÁNDEZ : *Calculation of the Loads Produced in High Silo during the Emptying Process*. ACI Journal 1978 N° 1.

Adresse de l'auteur :

Toussaint Lapajne, professeur retraité de l'Université à Ljubljana
Bogišičeva ulica 1, Ljubljana,
YU 61000, Yougoslavie