

Zeitschrift: Ingénieurs et architectes suisses

Band: 106 (1980)

Heft: 2

Artikel: Effets du fluage et du retrait sur les structures en béton

Autor: Favre, Renaud / Ghali, Amin

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-73923>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Effets du fluage et du retrait sur les structures en béton

par Renaud Favre, Lausanne et Amin Ghali, Calgary (Canada)

Le fluage et le retrait du béton causent d'importantes déformations qui se développent graduellement dans le temps. Dans les structures hyperstatiques ou dans les structures composées de différents matériaux, le fluage et le retrait conduisent à d'importantes variations de contraintes. La présente étude passe en revue les hypothèses de base adoptées habituellement dans la pratique et parle de deux méthodes d'analyse. La première, basée sur la théorie de Trost et Bazant [4]¹, conduit à des équations linéaires simples et requiert la connaissance d'un coefficient de vieillissement qui peut être soit estimé, soit tiré d'abaques ou de tables.

La seconde est un procédé numérique par étapes, destiné à l'usage de l'ordinateur [7], qui convient particulièrement aux structures construites ou chargées en plusieurs étapes, par exemple les ponts construits par encorbellement. L'application de la méthode par étapes à une structure en béton avec acier de précontrainte ou passif sera expliquée en considérant la relaxation de l'acier de précontrainte.

Notation

a	= coefficient de flexibilité
E	= module d'élasticité
F	= force généralisée (charge concentrée ou couple)
i, j, k	= nombre d'intervalles de temps. Lorsqu'ils sont utilisés comme indices, ils se réfèrent à des valeurs au milieu des intervalles. $i - \frac{1}{2}$ et $i + \frac{1}{2}$ se réfèrent respectivement au début et à la fin de l'intervalle
r	= fonction relaxation avec dimensions force/longueur ² défini à la figure 3
t, τ	= temps en jours, mesuré depuis un âge de référence
ε	= déformation relative, positive quand elle correspond à un allongement
$\bar{\varepsilon}$	= déformation relative initiale définie aux équations (15), (18) et (19)
ρ	= fonction du temps, sans dimension
σ	= contrainte

$\phi(t, t_0)$ = coefficient de fluage sans dimension défini aux équ. (1) et (2)

$\Phi(t, t_0)$ = déformation relative du béton, instantanée plus celle due au fluage, produite par une contrainte unitaire introduite au temps t_0 et maintenue jusqu'au temps t

χ = coefficient de vieillissement (sans dimension)

ψ = fonction du temps, sans dimension

Indices

c, ps, ns = béton, acier de précontrainte et acier passif respectivement

e = module d'élasticité effectif du béton (équation 16)

r = relaxation « réduite » d'un câble précontraint, raccourci à cause du retrait et fluage de béton

r_0 = relaxation intrinsèque dans un câble tendu de longueur constante

o = indice de t utilisé pour indiquer l'âge de référence

1. Rappel des équations de base

Le béton sollicité par un effort subit une déformation relative instantanée. Si l'effort est maintenu, la déformation augmente notamment avec le temps par suite du fluage. La déformation relative instantanée dépend de l'âge du béton au moment de la mise en charge. Le fluage quant à lui dépend de l'âge de la mise en charge et de la durée pendant laquelle celle-ci est maintenue.

Ces dépendances du temps tendent à compliquer le calcul des déformations

dans les structures où les charges extérieures sont appliquées par étapes et où les efforts intérieurs se développent graduellement, par suite du retrait du béton, de la relaxation de l'acier ou de la redistribution des contraintes.

Le but de la présente étude n'est pas de passer en revue toutes les méthodes d'analyse à disposition. Il n'est présenté que deux approches pratiques. Les hypothèses de base sont en accord avec le code-modèle CEB-FIP le plus récent [1]. Les symboles utilisés dans ce code sont adoptés dans notre étude.

Un élément de béton soumis à une contrainte uniaxiale $\sigma(t_0)$ introduite à l'âge t_0 et maintenue jusqu'à l'âge t se déforme de :

Effects of creep and shrinkage on concrete structures

Synopsis

Creep and shrinkage of concrete cause important changes in deformations which develop gradually with time. In statically indeterminate structures or in structures composed of different materials, creep and shrinkage result in important stress changes. The present paper reviews the basic assumptions usually adopted in practice and presents two methods of analysis. The first, based on the work of Trost and Bazant (Reference [4]), is suitable for hand computation and requires the knowledge of an "aging" coefficient which may be either assumed or taken from design curves or tables. The second is a step-by-step numerical procedure intended for computer use (Ref. 7) and is particularly suitable for structures built or loaded in multi-stages, e.g. prestressed concrete segmental bridges. The use of the step-by-step method for a structure composed of concrete, prestressed and non-prestressed steel will be discussed including how to account for the relaxation of prestressed steel.

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \cdot \phi(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t) \quad (1)$$

où ε_{cs} est la déformation relative du béton, produite par une variation de température et par le retrait, supposé se développer librement (sans entrave) pendant la période $(t-t_0)$; $\phi(t, t_0)$ est la déformation relative instantanée et due au fluage, produite par une contrainte unitaire. Ainsi, ϕ représente la déformabilité du béton

$$\phi(t, t_0) = \frac{1}{E_{c0}} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{c28}} \quad (2)$$

où E_{c0} et E_{c28} sont les modules d'élasticité du béton aux âges, respectivement t_0 et 28 jours; $\phi(t, t_0)$ est le coefficient de fluage, sans dimension, qui dépend de t et t_0 et aussi de la température et de l'humidité ambiante, des dimensions de l'élément considéré et de la qualité du béton [1].

Dans le cas le plus général où la contrainte évolue à partir d'une valeur initiale $\sigma_c(t_0)$ pendant la période $t-t_0$ (fig. 1), la déformation relative totale est donnée par l'équation de superposition :

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \cdot \phi(t, t_0) + \int_{t_0}^t \phi(t, \tau) \cdot \frac{d\sigma_c(\tau)}{d\tau} \cdot d\tau + \varepsilon_{cs}(t) \quad (3)$$

où $d\sigma_c(\tau)$ indique l'accroissement de contrainte du béton, introduit à l'âge τ entre t_0 et t ; $\phi(t, \tau)$ est défini à l'équation (2) en remplaçant t_0 par τ . Les deux méthodes traitées ci-dessous sont basées sur l'équation (3), qui admet que les déformations instantanées et dues au fluage sont proportionnelles à la contrainte appliquée et que le principe de superposition est valable.

¹ Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

2. Méthode de Trost

L'intégrale de l'équation (3) représente l'effet de la variation de contrainte dans le béton $\Delta\sigma_c(t)$, introduit graduellement pendant la période $t-t_0$ (fig. 1). Dans la méthode de Trost, la variation de contrainte $\Delta\sigma_c(t)$ est introduite entièrement à l'âge t_0 . Le produit $(E_{c0}/E_{c28}) \cdot \varphi$ est alors remplacé par une valeur égale à $\chi \cdot \varphi$, où χ est un paramètre sans dimension appelé coefficient de vieillissement. Avec ces importantes simplifications, l'équation (3) devient :

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \cdot \varphi(t, t_0) + \frac{\Delta\sigma_c(t)}{E_{c0}} \cdot [1 + \chi(t, t_0) \cdot \varphi(t, t_0)] + \varepsilon_{cs}(t) \quad (4)$$

La comparaison des équations (3) et (4) donne le coefficient de vieillissement en fonction de t et t_0 :

$$\chi(t, t_0) = \frac{1}{\varphi(t, t_0)} \cdot \left\{ \int_{t_0}^t \left[\frac{E_{c0}}{E_{c\tau}} + \frac{E_{c0}}{E_{c28}} \cdot \varphi(\tau, t) \right] \cdot \frac{d\psi}{d\tau} \cdot d\tau - 1 \right\} \quad (5)$$

où ψ est un rapport de contrainte égal à $[\sigma_c(\tau) - \sigma_c(t_0)] / [\Delta\sigma_c(t)]$; de plus c'est une fonction du temps qui varie entre zéro et l'unité quand τ prend respectivement la valeur t_0 et t . Pour l'évaluation numérique du coefficient de vieillissement, une expression doit être donnée pour le coefficient de fluage φ et la fonction de la contrainte ψ doit être supposée. Pour les applications pratiques, le coefficient de vieillissement χ peut être obtenu à l'aide d'une série d'abaques donnée en [4]. Une courbe typique est montrée à la figure 2. Dans ces abaques, le coefficient de fluage φ est déterminé selon le code CEB-FIP [1]. Cependant, pour permettre l'utilisation de l'ordinateur, il a été nécessaire de remplacer les courbes du code par des expressions mathématiques. La fonction ψ , dépendant du temps, utilisée dans la préparation des abaques de la référence [4] est supposée être la même que celle de la fonction relaxation discutée au prochain paragraphe.

Relaxation du béton

Si le béton est soumis à l'âge t_0 à une déformation relative imposée uniaxiale ε_c qui est par la suite maintenue constante, la contrainte aura une valeur initiale $\varepsilon_c \cdot E_{c0}$ et diminuera graduellement à cause du fluage comme le montre la figure 3. Soit $\varepsilon_c \cdot r(t, t_0)$ la valeur de la contrainte au temps $t > t_0$. A n'importe quel âge τ de la période t_0 à t , la contrainte de relaxation peut être exprimée comme suit :

$$\varepsilon_c \cdot E_{c0} - \varepsilon_c \cdot r(\tau, t_0) = \rho \cdot \varepsilon_c [E_{c0} - r(t, t_0)] \quad (6)$$

où ρ est une fonction sans dimension représentant, pour n'importe quel τ , le rapport de la contrainte de relaxation à la contrainte totale de relaxation durant

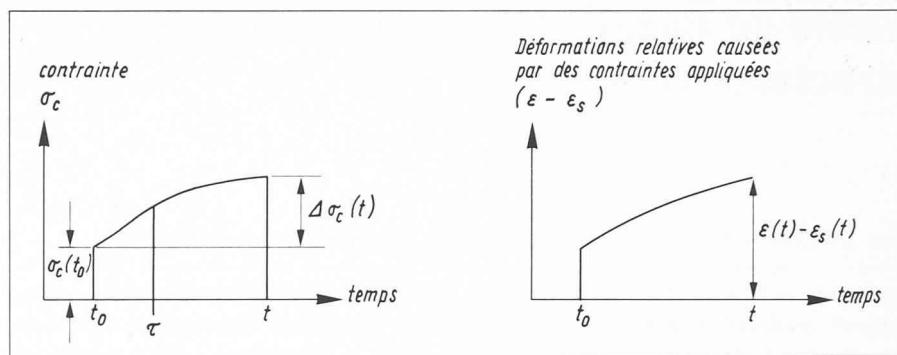


Fig. 1. — Diagrammes contrainte-temps et déformation-temps.

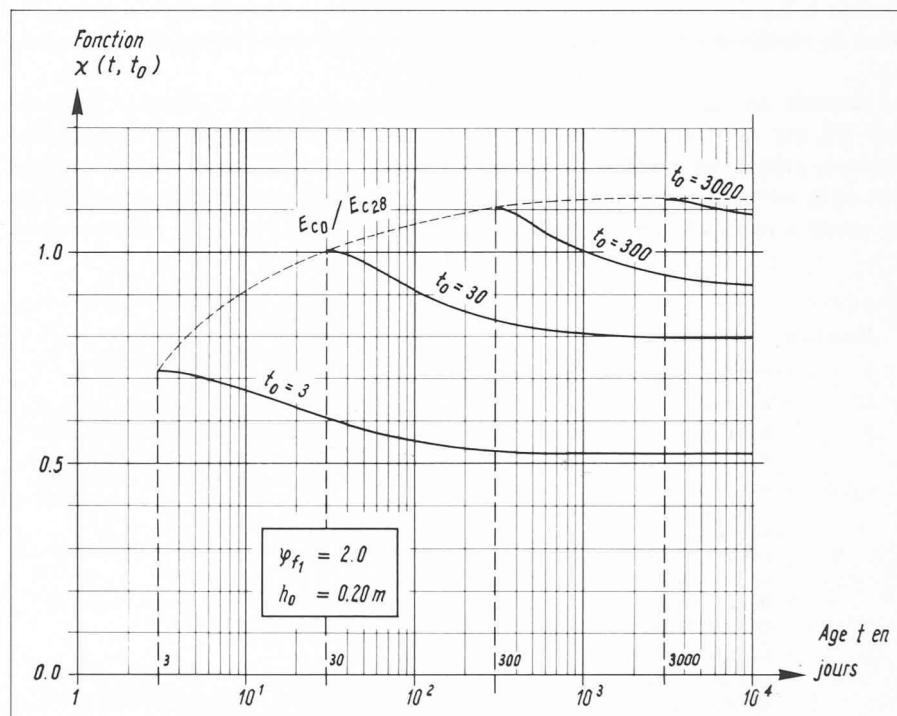


Fig. 2. — Coefficient de vieillissement x . Une courbe typique valable pour $\varphi_{f1} = 2.0$ et $h_0 = 0.20\text{ m}$ qui sont les paramètres influant sur le coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$, (voir réf. 1).

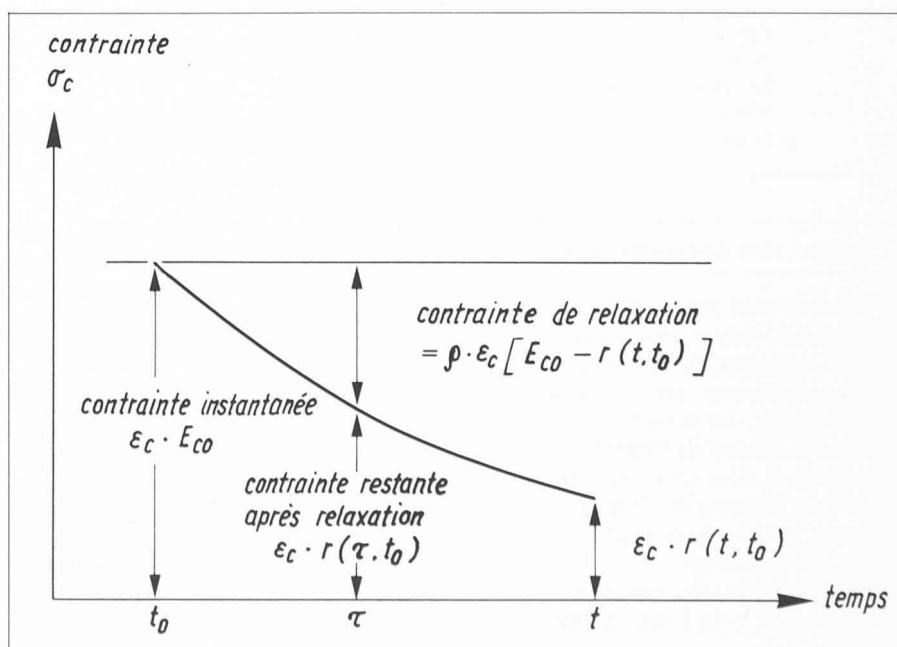


Fig. 3. — Variation dans le temps de la contrainte du béton causée par une déformation relative imposée à l'âge t_0 et maintenue constante par la suite (phénomène de relaxation).

la période $(t-t_0)$; ρ prend respectivement la valeur 0 et 1 pour τ égal à t_0 et t . Un procédé numérique par étapes est présenté ci-dessous pour la dérivation de la courbe de la figure 3 donnant par là les valeurs de ρ et r . Si la fonction du temps ψ , exprimant le rapport des contraintes, définie dans le paragraphe précédent, est supposée égale à la fonction du temps ρ , le coefficient de vieillissement peut être exprimé de la façon suivante :

$$\chi(t, t_0) = \frac{E_{c0}}{E_{c28}} \cdot \frac{1}{1 - r(t, t_0)/E_{c0}} - \frac{1}{\varphi(t, t_0)} \quad (7)$$

Cette équation peut être établie en se référant à la figure 3 et considérant que la déformation relative ε_c à l'âge t est l'effet superposé de deux contraintes : a) une contrainte $\sigma_c(t_0) = \varepsilon_c \cdot E_{c0}$ introduite à l'âge t_0 et maintenue jusqu'à l'âge t et b) un accroissement de contrainte $\Delta\sigma(t) = -[\varepsilon_c \cdot E_{c0} - \varepsilon_c \cdot r(t, t_0)]$ introduit graduellement pendant la période $t-t_0$, selon la fonction du temps $\psi = \rho$. En substituant ces valeurs de $\sigma(t_0)$ et $\Delta\sigma(t)$ dans l'équation (4) (et en notant que dans ce cas $\varepsilon_{cs}(t)$ vaut zéro) on obtient :

$$\varepsilon_c = (\varepsilon_c \cdot E_{c0}) \cdot \varphi(t, t_0) - \frac{\varepsilon_c \cdot E_{c0} - \varepsilon_c \cdot r(t, t_0)}{E_{c0}} \cdot [1 + \chi(t, t_0) \cdot \varphi(t, t_0)] \quad (7a)$$

qui donne après simplification l'équation (7). L'équation (7) est habituellement utilisée pour dériver les valeurs de χ (comme par exemple dans la réf. [4]). La valeur de χ obtenue de cette façon peut être utilisée pratiquement pour calculer la déformation de fluage due à un accroissement de contrainte introduit graduellement au cours d'une période de temps. Une erreur, négligeable dans la plupart des cas, peut être provoquée lorsque la variation dans le temps de la contrainte appliquée ne se conforme pas à la fonction du temps ρ (c'est-à-dire quand $\psi \neq \rho$).

Exemple

Deux porte-à-faux identiques en béton (fig. 4a) ont la possibilité de flétrir à l'âge t_1 sous l'effet de leur poids propre. A l'âge t_2 les deux extrémités sont liées de manière rigide. Trouver la valeur du moment de flexion hyperstatique qui se développera à l'âge $t_3 > t_2$. Dans la figure 4b, la coordonnée 1 représente la direction choisie positive de l'hyperstatique F_1 et le déplacement correspondant δ_1 . Si les extrémités de l'encorbellement n'étaient pas liées, le fluage produirait le déplacement suivant à la coordonnée 1 (voir les équations (1) et (2))

$$\delta_1 = \delta_1 \text{ élastique} \cdot [\varphi(t_3, t_1) - \varphi(t_2, t_1)]$$

où l'indice élastique se réfère à un cas hypothétique dans lequel le module d'élasticité du béton est constant et égal à E_{c28} sans fluage. Une hyperstatique F_1

introduite graduellement entre les âges t_2 et t_3 , quand sa valeur est l'unité, produit à la coordonnée 1 le déplacement (voir l'équation (4)) :

$$a_{11} = a_{11} \text{ élastique} \cdot \frac{E_{c28}}{E_{ct2}} [1 + \chi(t_3, t_2) \cdot \varphi(t_3, t_2)]$$

La condition de compatibilité des déformations au point 1 permet d'écrire l'équation linéaire suivante :

$$\delta_1 + a_{11} F_1(t_3) = 0$$

d'où

$$F_1(t_3) = \frac{F_1 \text{ élastique} \cdot [\varphi(t_3, t_1) - \varphi(t_2, t_1)] \cdot [E_{ct2}/E_{c28}]}{1 + \chi(t_3, t_2) \cdot \varphi(t_3, t_2)}$$

où $F_1 \text{ élastique} = -(\delta_1/a_{11}) \text{ élastique}$ = la valeur de l'hyperstatique si les encorbellements étaient liés avant de pouvoir flétrir. Le fluage n'aurait aucun effet sur la valeur de F_1 dans ce cas. Pour la clarté de la présentation, l'exemple a été choisi avec une seule hyperstatique inconnue. Le procédé peut naturellement être

étendu à n'importe quel degré d'indétermination. Un tel cas s'est présenté lors du calcul du pont sur le Rhin entre Stein et Säckingen [5].

3. Méthode d'analyse par étapes

Divisons le temps entre t_0 et t (fig. 1) en intervalles (fig. 5) et supposons que la contrainte est introduite par des accroissements au milieu des intervalles. Ainsi $(\Delta\sigma_c)_i$ est introduit au milieu de l'intervalle i . Dans le cas d'une augmentation soudaine de la contrainte, considérons simplement un accroissement de contrainte introduit au milieu d'un intervalle de longueur nulle (voir par exemple $(\Delta\sigma_c)_1$ et $(\Delta\sigma_c)_k$, fig. 5). Les symboles $t_{j-1/2}$, t_j et $t_{j+1/2}$ seront utilisés pour se référer respectivement à l'instant (ou à l'âge du béton), au commencement, au milieu et à la fin d'un intervalle j . Appliquons l'équation (3) à l'instant $t_{i+1/2}$ en remplaçant le premier terme ainsi que l'intégrale par une somme :

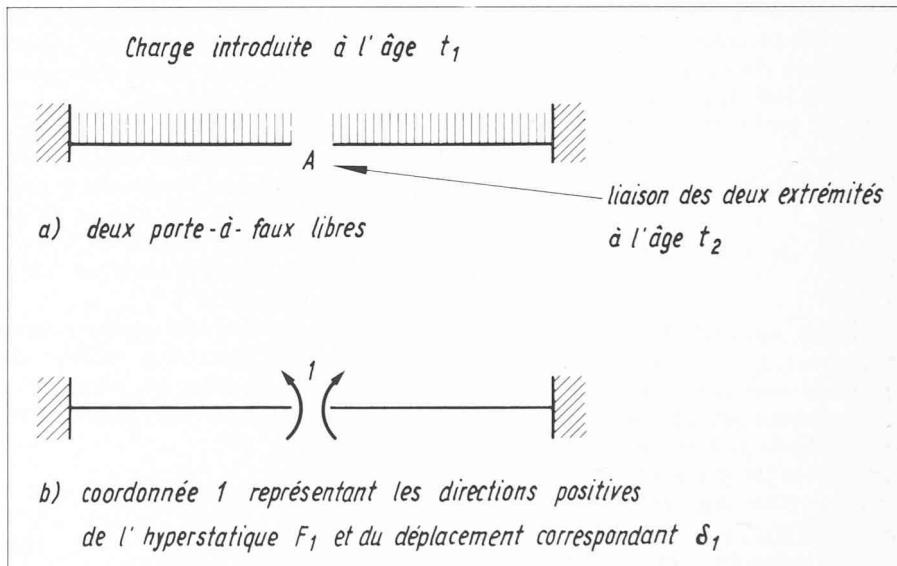


Fig. 4. — Structure de l'exemple 1.

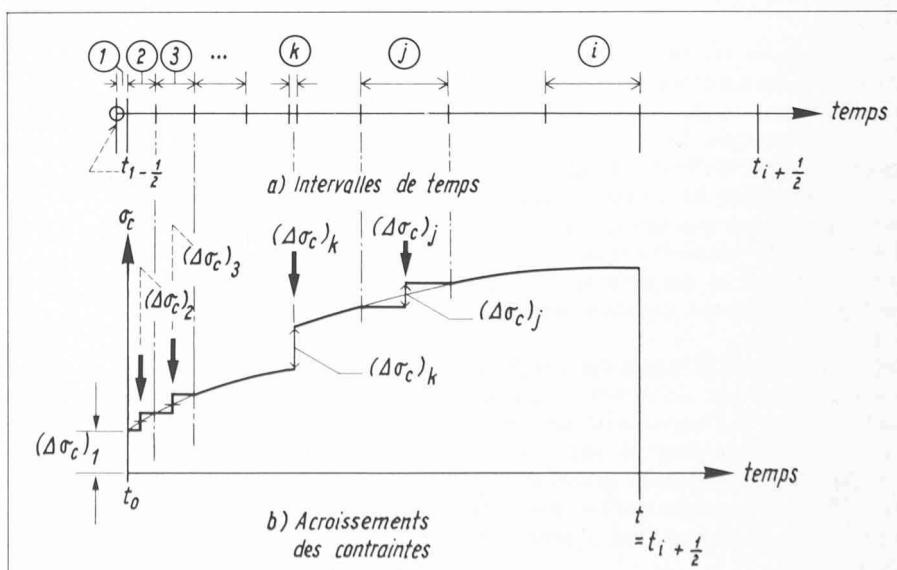


Fig. 5. — Division du temps en intervalles, et des contraintes en accroissements.

$$\varepsilon_c(t_{i+\frac{1}{2}}) = \sum_{j=1}^i [\phi(t_{i+\frac{1}{2}}, t_j) \cdot (\Delta\sigma_c)_j + \varepsilon_{cs}(t_{i+\frac{1}{2}})] \quad (8)$$

Cette équation représente la superposition de déformations relatives causées par des accroissements de contrainte. Si ceux-ci sont connus, la sommation donne la déformation relative. Dans le cas où la déformation relative est connue, et qu'il s'agisse de déterminer la contrainte, le calcul se fait par étapes pour obtenir $(\Delta\sigma)_1, (\Delta\sigma)_2, \dots$ à partir desquels la contrainte à la fin de chaque intervalle est trouvée :

$$\sigma_c(t_{i+\frac{1}{2}}) = \sum_{j=1}^i (\Delta\sigma_c)_j \quad (9)$$

Récrivons l'équation (8) en sortant le dernier terme de la somme :

$$\varepsilon_c(t_{i+\frac{1}{2}}) = \phi(t_{i+\frac{1}{2}}, t_i) \cdot (\Delta\sigma_c)_i + \sum_{j=1}^{i-1} [\phi(t_{i+\frac{1}{2}}, t_j) \cdot (\Delta\sigma_c)_j] + \varepsilon_{cs}(t_{i+\frac{1}{2}}) \quad (10)$$

Dans une analyse par étapes, l'accroissement de contrainte pour un intervalle est calculé après que tous les accroissements des précédents intervalles ont été déterminés. Ainsi, la résolution de l'équation (10) par rapport au seul accroissement de contrainte inconnu donne :

$$(\Delta\sigma_c)_i = [\phi(t_{i+\frac{1}{2}}, t_i)]^{-1} \cdot \left\{ [\varepsilon_c(t_{i+\frac{1}{2}}) - \varepsilon_{cs}(t_{i+\frac{1}{2}})] - \sum_{j=1}^{i-1} [\phi(t_{i+\frac{1}{2}}, t_j) \cdot (\Delta\sigma_c)_j] \right\} \quad (11)$$

L'emploi successif de cette équation, avec $i = 1, 2, \dots$, donne les accroissements de contrainte. Les équations (11) et (9) peuvent être utilisées de cette façon pour calculer la fonction de relaxation r (fig. 3) et le coefficient de vieillissement χ (voir équation (7)). Pour ce calcul, $\varepsilon_c(t_{i+\frac{1}{2}}) = \varepsilon_c$ = constante pour chaque valeur de i ; par convenance, on utilise $\varepsilon_c = 1$. La précision des résultats dépend du nombre d'intervalle.

Structures composées de différents matériaux

Les structures en béton sont actuellement souvent composées d'éléments préfabriqués ou coulés en place assemblés par précontrainte. Les ponts construits par la méthode d'encorbellement en sont un exemple. Les équations développées dans le chapitre précédent sont reprises ici pour leur utilisation dans l'analyse des contraintes et des déformations dépendantes du temps, des structures de ce type.

Trois matériaux différents entrent habituellement en jeu : le béton, l'acier de précontrainte et l'acier passif. Une relation constitutive pour le béton a été développée précédemment (équation (8)); les relations correspondantes pour les deux autres matériaux sont données ci-dessous.

La déformation relative de l'acier de précontrainte se produisant entre le début

du premier intervalle et la fin du ième intervalle est :

$$\varepsilon_{ps}(t_{i+\frac{1}{2}}) = \frac{1}{E_{ps}} \sum_{j=1}^i [(\Delta\sigma_{ps})_j - (\Delta\sigma_r)_j] + \varepsilon_{pst}(t_{i+\frac{1}{2}}) \quad (12)$$

où E_{ps} est le module d'élasticité de l'acier de précontrainte; $(\Delta\sigma_{ps})_j$ est un changement de sa contrainte survenant au milieu du jème intervalle; $\varepsilon_{pst}(t_{i+\frac{1}{2}})$ est la déformation relative causée par une variation de température survenant entre le début du premier intervalle et $t_{i+\frac{1}{2}}$; $(\Delta\sigma_r)_j$ est une valeur réduite de la contrainte de relaxation de l'acier de précontrainte dans la jème période (perte de tension sans changement de la déformation relative).

Dans l'équation (12), une valeur « réduite » de relaxation est utilisée comme comparaison avec la relaxation intrinsèque $(\Delta\sigma_{ro})_j$ qui se produirait dans un essai dans lequel le câble est tendu entre deux points fixes. La réduction est due au fait que dans un élément de béton précontraint, le fluage et le retrait du béton causent un raccourcissement continu des câbles. Leur relaxation cependant se produit sous l'effet d'une contrainte de traction inférieure à celles rencontrées dans des câbles de longueur constante. L'accroissement réduit de relaxation $(\Delta\sigma_r)_j$ dans l'intervalle j peut être calculé à l'aide des termes de la contrainte de l'acier initiale et le raccourcissement du câble dans les intervalles précédents [6].

L'acier passif ne présente aucune relaxation, ainsi sa déformation relative est donnée par une équation similaire à l'équation (12), mais sans le terme de relaxation :

$$\varepsilon_{ns}(t_{i+\frac{1}{2}}) = \frac{1}{E_{ns}} \sum_{j=1}^i (\Delta\sigma_{ns})_j + \varepsilon_{nst}(t_{i+\frac{1}{2}}) \quad (13)$$

où l'indice ns se réfère à l'acier non précontraint (passif). Les équations constitutives (8), (12) et (13) sont utilisées pour calculer la déformation relative incrémentale des trois matériaux (par exemple dans la section transversale d'un pont). Dans le ième intervalle, le changement de la déformation relative du béton est la différence des valeurs de déformation relative calculées par l'équation (8) à la fin des intervalles i et $i-1$.

$$(\Delta\varepsilon_c)_i = \phi(t_{i+\frac{1}{2}}, t_i) \cdot (\Delta\sigma_c)_i + \sum_{j=1}^{i-1} (\Delta\sigma_c)_j \cdot [\phi(t_{i+\frac{1}{2}}, t_j) - \phi(t_{i-\frac{1}{2}}, t_j)] + (\Delta\varepsilon_{cs})_i \quad (14)$$

Le premier terme de cette équation est la déformation relative instantanée plus celle due au fluage causée par la contrainte incrémentale $(\Delta\sigma_c)_i$ survenant entre l'instant où elle est introduite (le milieu du ième intervalle) et la fin du même intervalle. Le second terme somme le fluage, durant le ième intervalle, dû aux accroissements de contrainte des

intervalles précédents. Le troisième terme est le retrait non empêché plus la déformation relative due à la température dans l'intervalle i . L'équation (14) peut être réécrite sous la forme :

$$(\Delta\varepsilon_c)_i = \frac{\Delta\sigma_c}{(E_{ce})_i} + (\Delta\varepsilon_{ce})_i \quad (15)$$

où $(\Delta\varepsilon_{ce})_i$ est égal à la somme du second et du troisième terme de l'équation (14). La valeur $(E_{ce})_i$ représente un module d'élasticité effectif du béton dans l'intervalle i ,

$$(E_{ce})_i = [\phi(t_{i+\frac{1}{2}}, t_i)]^{-1} \quad (16)$$

Par un raisonnement similaire, en utilisant l'équation (13), la déformation relative incrémentale de l'acier de précontrainte se produisant dans le ième intervalle vaut

$$(\Delta\varepsilon_{ps})_i = \frac{(\Delta\sigma_{ps})_i}{E_{ps}} + (\Delta\varepsilon_{ps})_i \quad (17)$$

où

$$(\Delta\varepsilon_{ps})_i = -\frac{(\Delta\sigma_r)_i}{E_{ps}} + (\Delta\varepsilon_{pst})_i \quad (18)$$

La déformation relative incrémentale de l'acier passif (à l'aide de l'équation (13))

$$(\Delta\varepsilon_{ns})_i = \frac{(\Delta\sigma_{ns})_i}{E_{ns}} + (\Delta\varepsilon_{ns})_i \quad (19)$$

où $(\Delta\varepsilon_{ns})_i = (\Delta\varepsilon_{nst})_i$ = déformation relative incrémentale due à la température. Les relations constitutives se présentent maintenant pour les trois matériaux sous la forme pseudo-linéaire (équations (15), (17) et (19)). La déformation relative $(\Delta\varepsilon)_i$ représente dans chaque équation la déformation initiale qui est indépendante de l'accroissement de contrainte dans l'intervalle i . Ainsi, $(\Delta\varepsilon)_i$ peut être déterminé si les accroissements de contrainte dans les intervalles précédents sont connus.

Dans la méthode par étapes, une analyse complète de la structure est exécutée dans chaque intervalle. Ainsi, quand l'analyse est faite pour l'intervalle i , les accroissements de contrainte des précédentes étapes ont déjà été déterminés. De cette façon, les déformations relatives $(\Delta\varepsilon)_i$ sont des grandeurs connues, qui peuvent être traitées comme si elles étaient produites par un changement de température d'amplitude connue. Le terme « initial » souvent utilisé en conjonction avec l'analyse des contraintes pour l'effet d'une variation de température, ne devrait pas être confondu avec la déformation élastique instantanée.

Ossatures planes

Ce paragraphe donne quelques détails sur l'emploi de l'ordinateur pour une analyse par étapes d'une structure plane en béton, construite et précontrainte en plusieurs étapes. Parce que l'analyse de la structure couvre une période qui inclut ses stades de construction, la longueur de la structure, le nombre de nœuds et les conditions de bord peuvent être dif-

férentes pour différents intervalles. Les limites des intervalles de temps devraient coïncider avec les points d'application des charges extérieures incluant la pré-contrainte et le changement des conditions de bord.

Des éléments courbes de section variable sont approchés par des barres prismatiques droites liées par des noeuds à leurs extrémités. Avec la supposition habituelle que les sections planes restent planes, la déformation relative et à partir d'elle, la contrainte en n'importe quelle fibre sont déterminées à partir des trois déplacements nodaux : les composants de translation dans deux directions orthogonales plus une rotation. Une analyse linéaire élastique est exécutée pour chaque intervalle de temps par la méthode habituelle du déplacement (rigidité) de l'analyse structurelle. La section est considérée comme étant composée de trois matériaux : béton, acier précontraint et acier passif. Un module d'élasticité effectif pour le béton variant avec les intervalles de temps, d'après l'équation (16), est utilisé avec des valeurs constantes E_{ps} et E_{ns} pour les deux autres matériaux.

Dans un quelconque intervalle i , les trois matériaux sont traités comme s'ils étaient soumis à un changement de température produisant des déformations relatives initiales (libres) ($\Delta\bar{\varepsilon}_i$) d'amplitudes connues. Les accroissements de contrainte ($\Delta\sigma_i$) dans les trois matériaux sont inconnus et peuvent être trouvés par l'analyse pour l'intervalle i ; ils représentent la contrainte produite par les charges extérieures (s'il y en a) appliquées au milieu de l'intervalle, plus la contrainte nécessaire au rétablissement de la compatibilité de la déformation relative dans les trois matériaux formant

la section mixte. La compatibilité a été temporairement violée par l'introduction de la déformation relative initiale ($\Delta\bar{\varepsilon}_i$). De plus amples détails de la méthode d'analyse sont donnés dans la référence [6]. Un listage du programme d'ordinateur — en accord avec les détails discutés dans le présent paragraphe — et des instructions suffisantes pour son emploi sont donnés dans la référence [7]. Les résultats d'un exemple numérique d'un pont à segments continu sont donnés dans la référence [8].

Conclusion

Le fluage et le retrait du béton et la relaxation de l'acier de précontrainte causent des déformations et des contraintes internes qui ne peuvent pas être ignorées dans de nombreux cas de la pratique, comme par exemple les ponts composés de poutres préfabriquées rendues continues après leur mise en place et les ponts construits selon la technique de construction segmentée, par exemple construction par encorbellement. La méthode de Trost est simple et peut fournir une solution à l'aide d'une calculatrice de table dans de nombreux cas. Dans les structures plus compliquées construites et précontraintes en plusieurs étapes, l'emploi de l'ordinateur est indiqué. Un procédé par étapes convenant à un tel cas est présenté.

Adresse des auteurs :

Renaud Favre, professeur à la Chaire de béton armé et précontraint de l'EPFL, GCB (Ecublens)
1015 Lausanne
Amin Ghali, Professor of Civil Engineering, The University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada T2N 1N4

Bibliographie

- [1] CEB-FIP (Comité Euro-International du Béton), Code Modèle 1978, CEB Bulletin d'information n° 124/125-F, voir volume II, annexe e), p. 319-331.
- [2] TROST H.: *Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton*, Beton- und Stahlbetonbau, 1967/10-11.
- [3] BAZANT, Z. P.: *Prediction of Concrete Creep Effects Using Age — Adjusted Effective Modulus Method*, Journal of the American Concrete Institute, Proceedings Vol. 69, April 1972.
- [4] FAVRE R., KOPRNA M. et RADOJICIC A.: *Effets différés, fissuration et déformations des structures en béton*, édition Georgi, CH 1813, Saint-Saphorin, 1979.
- [5] FAVRE R.: *Momentenumlagerungen und Verformungen der Rheinbrücke Stein-Säckingen*, Schweizer Ingenieur und Architekt, 20 Sept. 1979.
- [6] TADROS M. K., GHALI A. and DILGER W. H.: *Time-Dependent Analysis of Composite Frames*, Journal of the Structural Division, American Society of Civil Engineers, V. 103, No. ST4, Proceeding Paper 12293, April 1977, p. 871-884.
- [7] TADROS M. K., GHALI A. and DILGER W. H.: *Computer Program for Analysis of Stress and Deformations in Segmental Construction: a Users Manual*, research report, Department of Civil Engineering, The University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada.
- [8] TADROS M. K., GHALI A. and DILGER W. H.: *Long-Term Stress and Deformations of Segmental Bridges*, Journal of the Prestressed Concrete Institute, Chicago, Illinois, Vol. 24, No. 3, May-June 1979.

Bibliographie

Nouvelles normes de coordination modulaire

Au cours de l'année écoulée, le CRB a publié les premières normes concernant les principes généraux, le projet et les éléments de construction dans le domaine de la coordination modulaire appliquée à la construction. Ces normes s'appuient, comme les deux normes suisses que le CRB publie aujourd'hui, sur les résultats des travaux de recherche entrepris sous le titre de « Coordination modulaire » par l'ancienne Commission de recherche pour l'accroissement de la productivité dans la construction de logements (CRL) et sur les normes internationales (ISO).

Ces deux normes complètent la série « Coordination modulaire dans la construction ». Un projet totalement modulaire est désormais possible. L'intégration de

matériaux, ainsi que de systèmes de projet et de production divers, dans la coordination modulaire permet des solutions humaines et esthétiques, et ceci sans donner lieu à d'importantes augmentations des coûts. Par conséquent la coordination modulaire peut être considérée comme une contribution positive à la lutte contre la détérioration de notre cadre de vie.

— SN 520 510 « Coordination modulaire dans la construction — Coordination horizontale ».

Cette norme détermine la grandeur et la position des zones matérielles et libres sur le plan horizontal. Il devient donc possible de déterminer les mesures des constructions, des éléments et des matériaux, ainsi que de les coordonner entre elles de manière à permettre une production et une fabrication rationalisées des différents éléments, un aménagement et un usage

plus rationnels des immeubles. 16 pages illustrées, Fr. 25.60.

— SN 521 614 « Coordination modulaire dans la construction — Locaux sanitaires à usage collectif (installations en série) ».

Cette norme définit l'aire d'utilisation minimale nécessaire aux appareils sanitaires, ainsi que les distances entre appareils et parois et entre axes d'appareils qui en résultent, complétée des aires de circulation nécessaires à l'usage collectif. Dans l'appendice se trouvent les tableaux de valeurs indicatives permettant de déterminer les besoins en équipements sanitaires. 19 pages illustrées, Fr. 30.40.

— « Coordination modulaire — Information ».

Cette brochure comprend une série de recommandations sur la coordination modulaire facilement compréhensible et riche en illustrations, à l'usage des architectes et des fabricants.

4 pages illustrées, Fr. 3.—. L'achat des 14 normes parues jusqu'à aujourd'hui peut s'effectuer dans le cadre d'un abonnement, avec un rabais spécial de 25 %, au prix de Fr. 190.— (pour les membres du CRB, Fr. 152.—), au lieu de Fr. 254.—. D'autres normes concernant les règles, le projet, et surtout les éléments de construction tels que fenêtres, armoires murales, ascenseurs, etc. sont actuellement en préparation.

CRB
Centre suisse d'études pour la rationalisation du bâtiment
Seefeldstrasse 214
8008 Zurich
Tél. 01/55 11 77
CCP 80-58414

Ouvrages reçus

Le système SIGMA logement
Une contribution à la conception architecturale assistée par ordinateur, par Frédéric Zanelli. Thèse de doctorat présentée au département d'architecture de l'EPFL, Lausanne, 1979.