Zeitschrift: Ingénieurs et architectes suisses
Band: 105 (1979)
Heft: 21

Artikel: Probabilité de ruine d'une poutre-caisson par simulation de Monte Carlo
Autor: Monnier, Pierre-Yves / Schmalz, Peter
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-73861

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Probabilité de ruine d'une poutre-caisson par simulation de Monte Carlo[1]

par Pierre-Yves Monnier et Peter Schmalz, Sherbrooke (Canada)

Malgré le fait que les structures dimensionnées selon les normes ne s'effondrent pas en général, il est intéressant de connaître leur vraie probabilité de ruine, surtout à cause des conséquences économiques.
Les auteurs considèrent une poutre-caisson appuyée comme poutre simple et soumise à une charge uniformément répartie. Sur la base de données statistiques réelles, provenant d'essais ou bien basées sur des hypothèses raisonnables et justifiables, le moment factorisé M_c et le moment résistant ultime M_u sont calculés par simulation de Monte Carlo. Après interpolation, on attribue à la variable $Z = M_u - M_c$ une distribution de fréquence normale (gaussienne). Ensuite, la probabilité de ruine est calculée selon une technique mathématique éprouvée.
D'une manière générale, les valeurs de la probabilité de ruine d'une poutre-caisson dimensionnée selon la norme SIA 161 (Projet N 5124-8 du 3.10.78) se situent dans un intervalle relativement étroit, présentant une limite supérieure d'environ 10^{-11}. Le présent travail montre que les paramètres les plus importants pour une bonne estimation de la probabilité de ruine sont la surcharge d'une part et la limite élastique de l'acier d'autre part. Les valeurs de la probabilité de ruine de poutres-caissons dimensionnées selon le projet de révision de la norme SIA 161 sont tout à fait comparables à celles calculées d'après d'autres codes semi-probabilistes basés sur le dimensionnement aux états limites (Limit States Design).

Abstract

In this paper the probability of failure (P_f) using simulation techniques is calculated for box beams. The beam is designed in accordance with the Swiss Code SIA 161 (Projet de révision N 5124-8 du 3.10.78) and the probability of failure is calculated by Monte Carlo simulation, using real statistical data. Values of P_f of such a beam are located in a narrow range, with an upper limit of about 10^{-11}. The most important parameters for a good estimates of P_f are the statistical live load and the yield point of the steel. Values of the probability of failure are found quite comparable with those for beams designed on the basis of other semi-probabilistic codes.

1. Introduction

L'expérience montre qu'en général les structures dimensionnées en accord avec les normes ne s'effondrent pas. Il est intéressant cependant de connaître leur probabilité de ruine (P_{ruine}) à cause des conséquences économiques.
Vu l'importance de la probabilité de ruine et l'importance des poutres en flexion, nous nous proposons dans cette étude de déterminer la probabilité de ruine des poutres métalliques en flexion, dimensionnées selon le projet de norme SIA 161 N 5124-8 du 3.10.78, proposé à l'assemblée des délégués du 25 novembre 1978. Nous appellerons ce projet « norme SIA 161 E » ou tout simplement « norme » dans cette recherche.
Dans cette étude, nous considérons une poutre simple en flexion, latéralement non-appuyée sauf aux extrémités (appuis à fourches). La section transversale est celle d'une poutre-caisson (fig. 1). Le choix de cette section a été retenu pour la raison suivante : comme nous étudions la variation de la probabilité de ruine en fonction des différents paramètres, il convient de choisir un type de section dont les élancements (b/e, h/t ; fig. 1) restent constants, ce qui nous permet d'obtenir des résultats sur un champ d'étude continu. Ces résultats sont comparables entre eux sur tout le domaine de variation des paramètres. En choisissant par exemple une section en I, il aurait été très difficile de garder ces élancements constants (passage de IPE à HEA, HEB, ou HEM, passage aux composés-soudés pour les grandes portées par exemple).
En plus de cette raison, le choix d'une poutre-caisson nous a paru intéressant parce que cette section présente une grande rigidité torsionnelle.
Le principe du calcul de la probabilité de ruine est expliqué ci-dessous. Nous dimensionnons d'abord la poutre selon les formules de la norme, en utilisant les valeurs nominales (souvent égales aux valeurs moyennes) des variables. Ensuite, nous calculons la probabilité de ruine par simulation de Monte Carlo sur la base de données statistiques réelles [4] [2].

Chaque variable est caractérisée par sa distribution de fréquence, sa valeur moyenne et son écart-type. Ces informations proviennent de résultats d'essais ou de campagnes de mesures, ou alors sont basées sur des hypothèses réalistes et justifiables. En comparant les valeurs des probabilités de ruine présentées ici avec celles d'autres études, il est important de se rappeler les diverses possibilités et le choix que nous avons retenu dans cette étude (tableau 3).
Nous avons, à titre comparatif, exécuté une étude similaire pour des poutres en I. Nous pouvons donc effectuer des comparaisons ponctuelles entre les sections en caisson et celles en I dans le but de vérifier si l'ordre de grandeur des probabilités de ruine est comparable dans chaque cas.
Nous pensons que des études de nature comparative comme la présente sont particulièrement importantes aujourd'hui où un grand nombre de codes sont modifiés et passent d'un concept déterministe à un concept semi-probabiliste ou probabiliste.

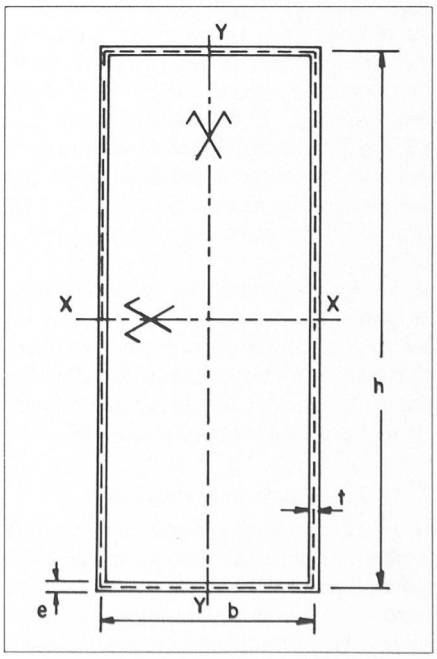

Fig. 1. — Poutre-caisson — Section transversale.

1 Projet de révision de la norme SIA 161 N 5124-8 du 3.10.78.

2 Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

2. La simulation de Monte Carlo

2.1 *Généralités*

Il y a plusieurs possibilités de déterminer la probabilité de ruine. Parmi les plus importantes, citons les suivantes :

— Effectuer un aussi grand nombre d'essais à la ruine au laboratoire pour qu'on puisse en tirer des conclusions statistiques. Cette méthode est très coûteuse et compliquée.

— Calculer, par des moyens analytiques, la probabilité de ruine à partir de données statistiques. Les méthodes analytiques se limitent pratiquement à des problèmes caractérisés par des distributions de fréquence normales.

— Utiliser la simulation de Monte Carlo [11].

Dans cette étude, nous avons retenu la simulation de Monte Carlo pour les raisons suivantes :

— Elle permet de tenir compte des données statistiques réelles, en général des variables aléatoires de distributions statistiques connues, et de les utiliser ensuite pour le calcul de la probabilité de ruine.

— Elle permet de simuler un très grand nombre d'expériences, et, de ce fait, de travailler avec des moyens statistiques.

— Elle rend possible d'atteindre quasiment n'importe quel degré de précision voulu [11].

La technique de calcul est simple [4]. Chaque paramètre qui entre dans le calcul du terme de charge ou de résistance est associé à une distribution de fréquence (distribution à deux paramètres) donnée.

Nous générons ensuite les variables aléatoires associées au moyen de l'ordinateur. En introduisant leurs valeurs dans les calculs, nous trouvons les grandeurs aléatoires de M_u et M_c (M_u : moment de résistance ultime, M_c : moment dû aux charges). Il est évident qu'il faut générer un grand nombre de valeurs pour pouvoir les traiter statistiquement. C'est en calculant les valeurs de $Z = M_u - M_c$ (fig. 3) que nous trouvons la probabilité de ruine.

Il est bon cependant de faire une mise en garde ici : la qualité des données est essentielle. On ne peut obtenir des résultats fiables qu'en utilisant des données statistiques de premier ordre qui reflètent de très près la réalité physique [8].

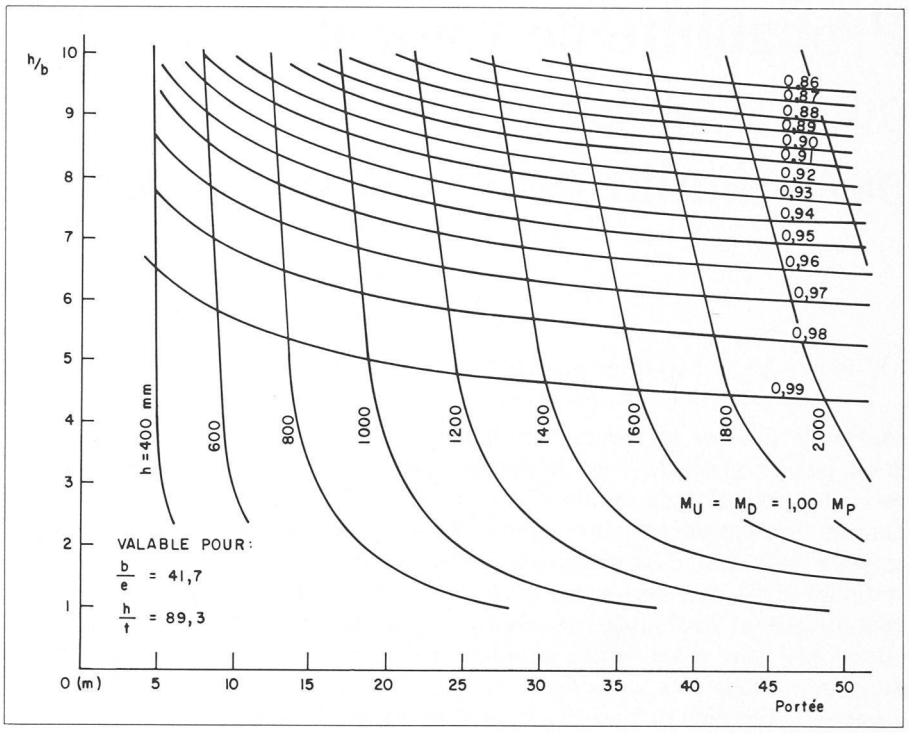

Fig. 2. — Abaque de dimensionnement.

TABLEAU 1

DIMENSIONNEMENT

MATERIAU : Fe 360, $\sigma_{f,n}$ = 235 N/mm², E = 210 kN/mm², ν = 0,3

GEOMETRIE : Poutre simple, charge uniformément répartie.
Caisson, rapport de section : h/b = 2,5
Portée : L = 15,0 m

CHARGES

POIDS PROPRE : Béton, 15 cm d'épaisseur, 25 kN/m³ sur 2,5 m
G = 9,4 N/mm

SURCHARGE : 400 kg/m² (SIA-160-16.1) ≈ 4 kN/m² sur 2,5 m
Q = 10,0 N/mm

ELANCEMENTS				
AILES		41,7	50,3	52,7
AMES		89,3	125,7	150,0
PARAMETRES	UNITE			
b	mm	300,0	352,0	348,0
e	mm	7,2	7,0	6,6
h	mm	750,0	880,0	870,0
t	mm	8,4	7,0	5,8
Formule :		$M_u = M_D$	$M_u = M_y$	$M_u = M_D(P)$
GG	N/mm	1,30	1,33	1,13
I_y	mm⁴	31584,0 10^4	43379,0 10^4	35168,0 10^4
K	mm⁴	77330,0 10^4	109176,0 10^4	90319,0 10^4
W_x	mm³	3198,0 10^3	3972,0 10^3	3454,0 10^3
Z_x	mm³	3985,0 10^3	4978,0 10^3	4185,0 10^3
η	-	1,13		1,13
λ	-	115,6		104,0
σ_{Dw}	N/mm²	155,1		191,6
σ_{Dv}	N/mm²	4763,2		5211,9
$\sigma_{cr,D}$	N/mm	4765,7		5215,4
$\bar{\lambda}_D$	-	0,25		0,24
σ_D	N/mm²	292,6		289,9
M_u	kN·m	935,7	933,4	930,9
M_c	kN·m	931,5	932,9	923,9

2.2 *Techniques de la simulation*

Il existe plusieurs moyens d'obtenir la probabilité de ruine par la méthode de simulation. Le plus simple consiste à faire le rapport du nombre d'échecs ($M_u - M_c < 0$) au nombre total d'essais (simulation directe) [6]. Ceci implique que pour obtenir une probabilité de ruine de l'ordre de 10^{-11}, il faut simuler un nombre « astronomique » d'essais.

Une deuxième méthode est d'utiliser des moyens statistiques qui permettent, pour un certain niveau de confiance choisi, de calculer des bornes supérieures et inférieures de la probabilité de ruine, ceci même dans le cas où aucun échec n'a été enregistré [3]. Cependant, dans notre étude, les valeurs ainsi obtenues peuvent se situer dans un intervalle assez grand.

Une troisième méthode (celle choisie) consiste à attribuer à la variable $Z = M_u - M_c$ après interpolation, tout

TABLEAU 2

DONNEES STATISTIQUES

SYMBOLE	PARAMETRE	DIST	TOLERANCE	UNITE	$\overline{M}$	σ	$\overline{M}$	σ	$\overline{M}$	σ	SOURCE
	ELANCEMENTS : AILES				41,7		50,3		52,7		
	AMES				89,3		125,7		150,0		
	MATERIAU										
	E	N	-	kN/mm^2	210,0	6,70	210,0	6,70	210,0	6,70	7
	ν	Cte	-	-	0,3	-	0,3	-	0,3	-	
	σ_f	LN	-	N/mm^2	270,3	24,3	270,3	24,3	270,3	24,3	10
	CHARGES										
	G	N	-	N/mm	9,4	0,313	9,4	0,313	9,4	0,313	8
	GG	-	-	N/mm	1,30	-	1,33	-	1,13		
	Q	-	-	N/mm	10,0	-	10,0	-	10,0	-	
	QS	GA	-	N/mm	1,5	0,5	1,5	0,5	1,5	0,5	5
	GEOMETRIE										
	b	N	1,0 %	mm	300,0	1,00	352,0	1,17	348,0	1,16	2
	e	N	10,0 %	mm	7,2	0,24	7,0	0,23	6,6	0,22	2
	h	N	1,0 %	mm	750,0	2,50	880,0	2,93	870,0	2,90	2
	t	N	10,0 %	mm	8,4	0,28	7,0	0,23	5,8	0,19	2
	L	N	$50,8\ 10^{-3}$	m	15,0	0,017	15,0	0,017	15,0	0,017	2

$\overline{M}$: moyenne arithmétique
σ : écart-type
σ_f : limite d'élasticité
E : module d'élasticité
G : poids de la dalle
GG : poids de la poutre
Q : surcharge de dimensionnement
QS : surcharge statistique
b : largeur du caisson
e : épaisseur des ailes
h : hauteur du caisson
t : épaisseur des âmes
L : portée
DIST : distribution
Cte: constante
N : DIST Normale
LN : DIST Lognormale
GA : DIST Gamma

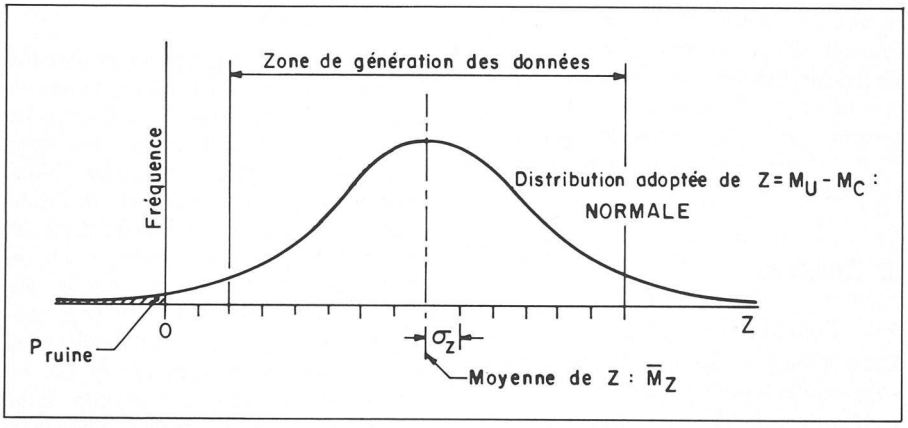

Fig. 3. — Distribution de $Z = M_u - M_c$.

ou partie d'une distribution de fréquence connue ou choisie [8]. Nous calculons alors la probabilité de ruine selon une des techniques mathématiques éprouvées [6, 12].

Dans le cas étudié, exceptés QS et σ_f, toutes les distributions sont normales (gaussiennes). Dans le cas de la limite d'élasticité σ_f, la distribution lognormale choisie [9, 14] se rapproche beaucoup de la normale. De même pour la surcharge QS, la distribution gamma [5, 16] est elle aussi similaire à la normale. De plus, l'influence de la surcharge statistique dans le calcul de M_c est faible ($\sim$15 %). Pour cette raison, et en vertu du théorème de la limite centrale [4], nous associons la distribution résultante de $Z = M_u - M_c$ à une normale.

On peut décider d'ajuster toute la courbe à une normale ou essayer de ne modeler que la queue de $Z = M_u - M_c$ [8]. Notre choix s'est porté sur l'ajustement de toute la courbe par une distribution normale. A l'aide de la méthode des moments [4] (1er moment = moyenne arithmétique, 2e moment = écart-type), on calcule les estimateurs de Z ($\overline{M}_Z$ et σ_Z). Le calcul de la probabilité de ruine s'effectue alors facilement avec des moyens analytiques connus [6, 12].

Fournissons quelques indications : il faut générer environ 10 000 termes pour obtenir des résultats fiables et comparables [17]. Nous comptons alors (avec des données d'input réalistes), 60-80 secondes d'unité centrale d'ordinateur (CPU) (6-8 secondes/1000 termes) pour le calcul complet. Nous réservons une zone de mémoire centrale de 200 k, ce qui permet, sur IMB 360 (Université de Sherbrooke) de générer 13 000 pas environ. Notons que 140 k sont réservés uniquement au stockage des valeurs de M_u et de M_c avant leur traitement statistique. Le calcul de la probabilité de ruine est effectué directement par un sous-programme de l'ordinateur.

Remarquons ici qu'il serait possible de diminuer le coût d'ordinateur en utilisant des méthodes numériques plus sophistiquées [17]. Une solution serait par exemple de ne générer des variables que dans la région des queues des distributions, zone de calcul de la probabilité de ruine.

3. Application

L'étude porte sur le cas mentionné en introduction, à savoir une poutre simple soumise à une charge uniformément répartie. Cette poutre supporte une dalle en béton sans aucune action mixte acier-béton. Pour déterminer d'une part les effets des charges factorisées et pour calculer d'autre part la résistance, nous appliquons la norme SIA 161 E. Il est entendu que pour tous les exemples, c'est la norme SIA 161 E qui fait foi, et que les hypothèses de calcul non mentionnées explicitement sont celles à la base de cette norme.

a) Le dimensionnement

Le dimensionnement se fait selon la norme en introduisant les valeurs nominales des paramètres dans les formules. Nous choisissons (tableau 1) trois différents rapports d'élancement des ailes et des âmes, ce qui nous donne trois exemples caractéristiques différents :

— $b/e = 41{,}7$; $h/t = 89{,}3$: $M_u = M_D$ {1} (Norme : Tableau 3 4-1)

— $b/e = 50{,}3$; $h/t = 125{,}7$: $M_u = M_y$ {2} (Norme : Tableau 3 6-2)

— $b/e = 52{,}7$; $h/t = 150{,}0$: $M_u = M_D(P)$ {3}

Le choix de ces rapports (b/e et h/t) permet de couvrir les trois formules de dimensionnement possibles d'une part (formules {1}, {2}, {3}) et de nous trouver toujours proche d'une limite d'élancement d'autre part (tableau 3 4-1 et tableau 3 6-2 de la norme). Le critère de dimensionnement est celui du poids minimum.

Pour faciliter le dimensionnement, nous avons construit une abaque de dimensionnement $h/b - L$ (formule {1}, fig. 2). Cette abaque indique le rapport M_D/M_P en fonction de la portée L et du rapport h/b.

TABLEAU 3

DEFINITION DE LA PROBABILITE DE RUINE		
QUELQUES EXEMPLES POSSIBLES		
EFFETS DES CHARGES		RESISTANCE
Calculés selon les Normes suisses	I	Calculée selon les Normes suisses
Valeur mesurée	II	Calculée selon les Normes suisses
Calculés selon les Normes suisses	III	Réelle
Valeur mesurée	IV	Réelle
Choix pour l'étude : exemple II		

TABLEAU 4

PROBABILITE DE RUINE					
Caisson, Fe 360, $\sigma_{f,n}$ = 235 N/mm², h/b = 2,5 ; portée : L = 15,0 m					
ELANCEMENTS : AILES			41,7	50,3	52,7
AMES			89,3	125,7	150,0
P_{ruine} (valeur de base)			$3,4\ 10^{-13}$	$1,1\ 10^{-13}$	$2,3\ 10^{-13}$
SENSIBILITE DES PARAMETRES					
PARAMETRE NOUVEAU	UNITE				SOURCE
$\overline{M}_{QS}$ = Q = 10,0 ; σ_{QS} = 1,45	N/mm		$6,7\ 10^{-7}$	$6,7\ 10^{-7}$	$5,0\ 10^{-7}$
$\sigma_{géométriques}$ = 0	-		$3,1\ 10^{-15}$	$4,2\ 10^{-15}$	$6,1\ 10^{-15}$
$\overline{M}_{\sigma_f}$ = 284,4	σ_{σ_f} = 25,6	N/mm²	$1,4\ 10^{-13}$	$6,1\ 10^{-14}$	$4,3\ 10^{-14}$	10
$\overline{M}_{\sigma_f}$ = 289,1	σ_{σ_f} = 29,8	N/mm²	$2,1\ 10^{-11}$	$4,8\ 10^{-11}$	$1,9\ 10^{-11}$	10
$\overline{M}_{\sigma_f}$ = 276,1	σ_{σ_f} = 27,3	N/mm²	$1,3\ 10^{-11}$	$4,0\ 10^{-11}$	$1,5\ 10^{-11}$	10

b) *Les données statistiques (tableau 2)*

Ce tableau suscite quelques commentaires :

— Nous avons retenu la distribution lognormale pour représenter σ_f [9, 14]. Les valeurs présentées sont tirées de l'article de Galambos et Ravindra [10].

— Pour ce qui est de la distribution de la surcharge statistique (charge vive), nous avons retenu, en accord avec d'autres auteurs [5, 16] une distribution gamma. Les valeurs caractéristiques (moyenne et écart-type) ont été tirées de campagnes de mesures.

— Toutes les autres variables sauf celles mentionnées ci-dessus suivent une distribution normale, ce qui est en accord avec des recherches de Johnson par exemple [13].

— Pour calculer les écarts-types d'après les tolérances (données par un code par exemple) et les valeurs moyennes, nous avons utilisé la « règle des 3 σ » [12]. Cette règle énonce que la déviation maximale de la moyenne devrait être de 3 σ, ce qui correspond à une probabilité de 1,35 10^{-3}.

c) *Le calcul de la probabilité de ruine*

Il est à noter que pour le calcul de la probabilité de ruine, nous déterminons (tableau 3, cas II) la résistance selon la norme SIA 161 E et nous calculons les effets des charges à partir de valeurs mesurées (basées sur des résultats de campagnes de mesures). Si nos résultats sont comparés avec ceux d'autres auteurs, ceci doit être gardé à l'esprit. D'ailleurs, le tableau 4 nous montre quelle serait la valeur de la probabilité de ruine en supposant que la surcharge statistique soit égale à la surcharge de dimensionnement.

Les valeurs de la probabilité de ruine obtenues dans les trois exemples cités plus haut sont énumérées dans le tableau 4 (valeur de base).

Nous étudions la variation de la probabilité de ruine en fonction de différents paramètres. Pour ce faire, nous calculons systématiquement la probabilité de ruine en variant les rapports géométriques et la portée, ce qui amène les résultats présentés dans les diagrammes 1 à 3. Dans le but d'effectuer des comparaisons ponctuelles, nous étudions le cas des profilés laminés. Ces profilés sont dimensionnés, pour une portée donnée, selon le critère du poids minimum. Les valeurs de leur probabilité de ruine sont calculées sur la même base et selon les mêmes procédés que celles des poutres-caissons. Ces valeurs sont reportées dans le tableau 5.

4. Résultats

4.1 *Résultats généraux*

Les résultats présentés dans cette étude comprennent deux parties :

— D'une part, nous effectuons le calcul de la probabilité de ruine en variant la portée de 5 à 50 mètres et en attribuant à h/b diverses valeurs allant de 1 à 8, ceci pour les trois élancements des exemples du tableau 2. Nous trouvons alors des courbes illustrant la variation de la probabilité de ruine selon la portée (diagrammes 1 à 3).

— D'autre part, nous pouvons étudier la variation de la probabilité de ruine en fonction des trois élancements et de la portée en choisissant un rapport h/b constant ($h/b = 2,5$) (diagramme 4).

a) *Diagrammes 1, 2, 3*

Si nous examinons ces diagrammes, dont chacun est valable pour une certaine valeur de b/e et h/t, nous remarquons que la probabilité de ruine se situe entre 10^{-14} et 10^{-11}.

Une première observation nous révèle que le niveau maximum de la probabilité de ruine se situe à $\approx 10^{-11}$. Cette limite est respectée dans tous les cas envisagés ici.

La probabilité de ruine diminue en fonction du rapport h/b si le dimensionnement est gouverné par la formule $M_u = M_D$ ($b/e = 41,7$, $h/t = 89,3$; diagramme 1). Cette diminution ne devient plus sensible que lorsque $h/b > 5$ (fig. 2, diagramme 1). Cette variation de la probabilité de ruine est plus ou moins régulière et fonction de h/b surtout. Il est à retenir que plus h/b augmente, plus la probabilité de ruine diminue.

b) *Diagramme 4*

Ce diagramme représente la probabilité de ruine en fonction de la portée pour un rapport h/b = constante = 2,5, pour les trois élancements b/e et h/t que nous avons choisis pour notre étude. Nous constatons que les trois courbes sont assez semblables et se situent dans un intervalle étroit. On remarque que la norme SIA 161 E fournit, pour un jeu réaliste de données, des valeurs de la probabilité de ruine ne dépendant pour ainsi dire pas des élancements b/e et h/t. La probabilité de ruine ne dépend donc quasiment pas de la formule régissant le dimensionnement, ce qui veut dire que la norme fait preuve de consistance et d'homogénéité.

4.2 *Sensibilité de la probabilité de ruine*

En reprenant les trois exemples de dimensionnement (tableau 1, tableau 2 ; $h/b = 2,5$, $L = 15,0$ m), nous calculons la probabilité de ruine en changeant les valeurs de certains paramètres. Ainsi, nous obtenons la sensibilité de la probabilité de ruine par rapport à ces para-

TABLEAU 5

PROBABILITE DE RUINE DES PROFILES		
PROFILE	PORTEE [m]	P_{ruine}
IPE 140	2,0	$1,2\ 10^{-14}$
HEA 180	4,0	$6,9\ 10^{-14}$
HEM 160	6,0	$2,2\ 10^{-14}$
HEB 260	8,0	$7,4\ 10^{-16}$
HEB 320	10,0	$3,3\ 10^{-16}$
HEM C300	12,0	$7,5\ 10^{-15}$
HEB 550	14,0	$1,5\ 10^{-16}$
HEM 340	15,0	$7,1\ 10^{-15}$
HEA 1000	16,0	$3,1\ 10^{-16}$
HEM 900	18,0	$7,9\ 10^{-15}$
Données : $\sigma_{f,n}$ = 235 N/mm²		
$\overline{M}_{\sigma_f}$ = 270,3 σ_{σ_f} = 24,3 N/mm²		

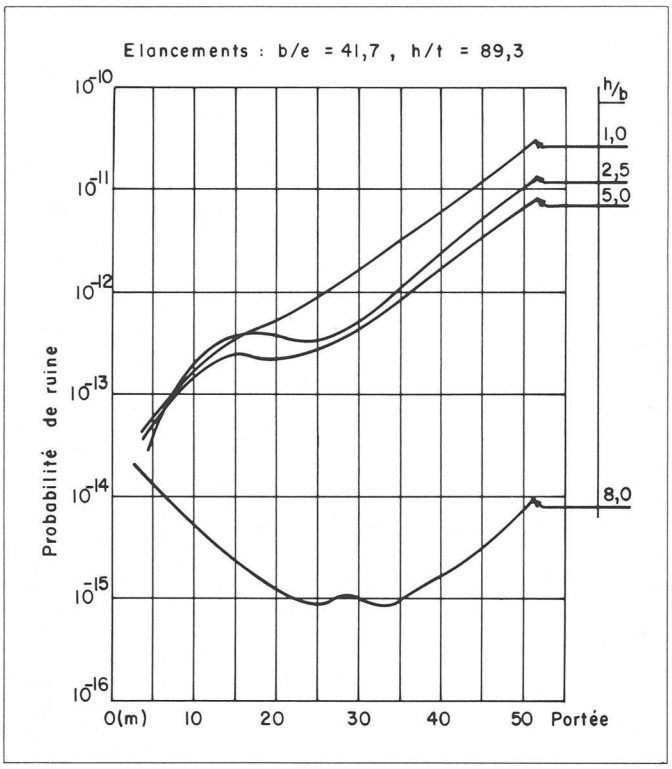

Fig. 4. — Diagramme 1.

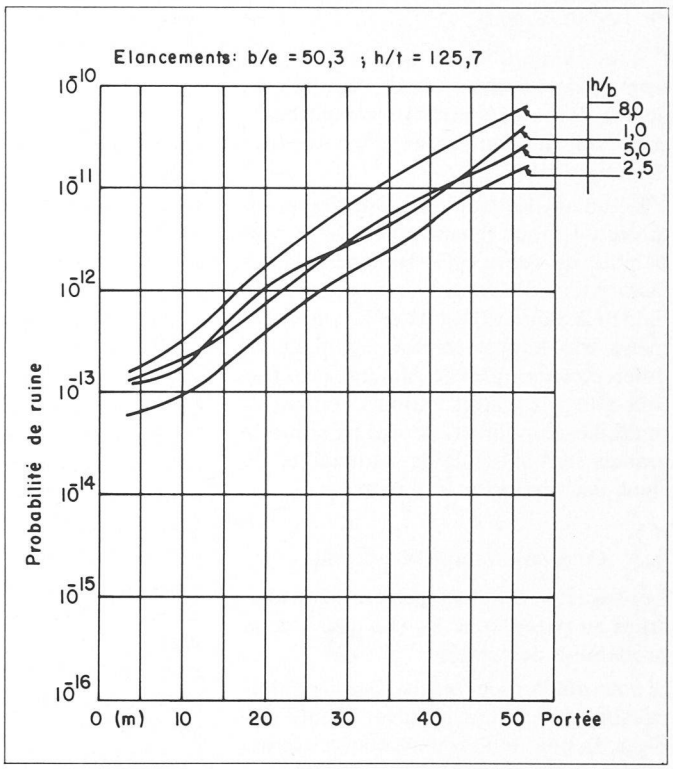

Fig. 5. — Diagramme 2.

mètres (tableau 4). Il est à noter que nous ne considérons, dans les trois alinéas suivants, que le changement d'un seul paramètre (ou groupe de paramètres) à la fois.

a) *Variation de la surcharge*

Jusqu'à maintenant, nous avons effectué le calcul de la probabilité de ruine avec une vraie surcharge mesurée. Ici, nous introduisons à la place de la valeur statistique mesurée, la surcharge de dimensionnement dans le calcul de la probabilité de ruine. Pour les trois exemples-types, le niveau de cette probabilité est sensiblement le même :

$$P_{\text{ruine}} = 5{,}0\ 10^{-7} \text{ à } 6{,}7\ 10^{-7}$$

La connaissance de la vraie surcharge est donc prépondérante pour une bonne estimation de la probabilité de ruine.

b) *Variation de la géométrie*

Dans ces calculs, nous considérons les valeurs géométriques comme étant des constantes, ce qui veut dire que nous négligeons les tolérances géométriques.

Les valeurs correspondantes pour les trois exemples sont comprises entre les limites suivantes :

$$P_{\text{ruine}} = 3{,}1\ 10^{-15} \text{ à } 6{,}1\ 10^{-15}$$

En comparant les valeurs correspondantes du tableau 4 ($P_{\text{ruine}} = 1{,}1\ 10^{-13}$ à $3{,}4\ 10^{-13}$, valeurs de base), nous constatons que l'influence des tolérances géométriques n'est pas très importante.

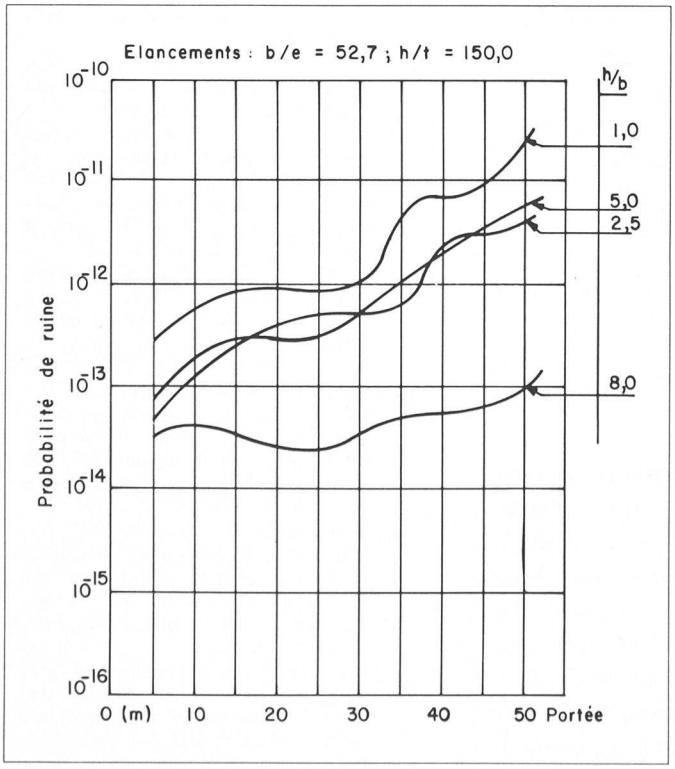

Fig. 6. — Diagramme 3.

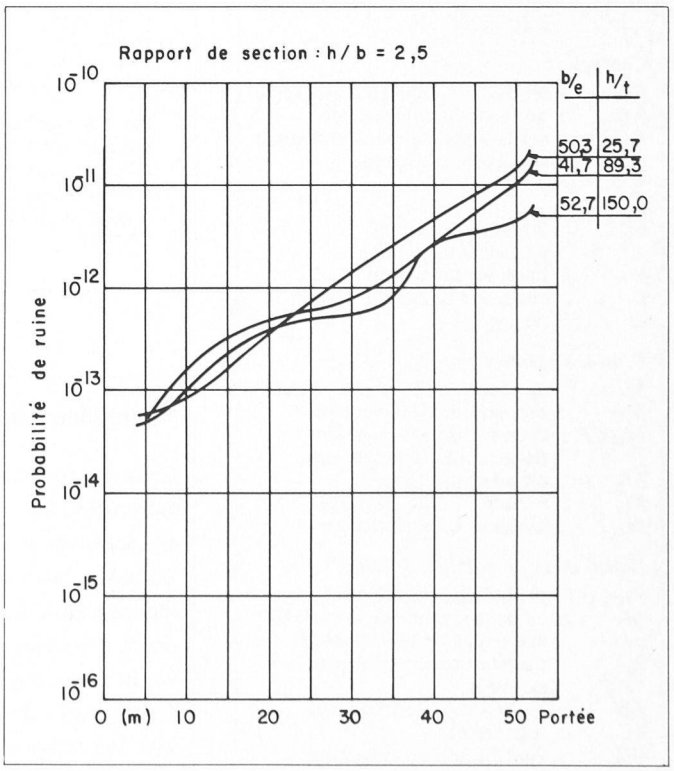

Fig. 7. — Diagramme 4.

c) Variation de σ_f

Il faut dire qu'il est assez difficile de trouver des données statistiques fiables; de plus les valeurs publiées varient beaucoup suivant l'auteur et la provenance des essais [10].

En étudiant les trois dernières lignes du tableau 4, nous remarquons que la probabilité de ruine est étroitement liée à la variation des valeurs statistiques de la limite élastique. σ_f est de ce fait un paramètre très important. En regardant les différentes formules de M_u, nous constatons que σ_f apparaît toujours comme un multiplicateur direct, ce qui explique la grande sensibilité de la probabilité de ruine par rapport à ce paramètre.

4.3 *Comparaison avec les profilés*

Les bases de cette comparaison sont décrites au paragraphe 3 c (Le calcul de la probabilité de ruine).

Si nous étudions les résultats de la poutre-caisson et ceux des profilés laminés (tableau 5), nous remarquons que les valeurs de la probabilité de ruine de chaque section sont toujours comparables et du même ordre de grandeur.

D'ailleurs nous avons constaté que pour une portée donnée, le poids d'un profilé est environ le double de celui d'une poutre-caisson, les deux sections ayant été dimensionnées sur la base du critère du poids minimum dans chaque cas.

4.4 *Conclusions*

En résumé, la probabilité de ruine des poutres-caissons analysées dans cette étude varie entre 10^{-11} et 10^{-14} si $h/b \leqq 5$. La variation entre ces valeurs se fait d'une manière plus ou moins constante. Si $h/b > 5$, la probabilité de ruine diminue sensiblement, mais graduellement.

D'une manière générale, nous pouvons dire que toutes les valeurs de la probabilité de ruine obtenues selon la norme SIA 161 E sont situées dans un intervalle assez étroit, qu'elles montrent une variation continue et graduelle et présentent une limite supérieure à environ 10^{-11}.

Pour les poutres-caissons, la sensibilité de la probabilité de ruine par rapport à différents paramètres se résume comme suit : l'influence des tolérances géométriques est relativement faible et peu significative ; les paramètres les plus importants pour une bonne estimation de la probabilité de ruine sont surtout la surcharge QS et la limite élastique σ_f.

Remarquons encore que les valeurs de la probabilité de ruine obtenues à l'aide de la norme SIA 161 E sont tout à fait comparables à celles calculées à partir d'autres codes semi-probabilistes basés sur le dimensionnement aux états limites (Limit States Design), comme par exemple le code canadien S16.1-1974 [1, 15].

Liste des symboles :

Matériaux :

E	: module d'élasticité
ν	: coefficient de Poisson
σ_f	: limite d'élasticité
$\sigma_{f,n}$	: valeur nominale de la limite d'élasticité

Charges :

G	: poids de la dalle en béton seule
GG	: poids de la poutre seule
Q	: surcharge de dimensionnement
QS	: surcharge statistique

Géométrie :

b	: largeur du caisson
e	: épaisseur des ailes
h	: hauteur du caisson
t	: épaisseur des âmes
L	: portée

Dimensionnement :

M_u	: moment de résistance ultime
M_D	: moment de déversement
$M_D(P)$	: moment de déversement (largeur de participation)
M_p	: moment plastique
M_y	: moment limite élastique
M_c	: moment dû aux charges

Calcul de la probabilité de ruine :

P_{ruine}	: probabilité de ruine
M_j	: valeur moyenne de la variable j
σ_j	: écart-type de la variable j
N	: distribution de fréquence normale
LN	: distribution de fréquence lognormale
GA	: distribution de fréquence gamma

Adresses des auteurs :

Pierre-Yves Monnier, Associé de Recherche
Faculté des Sciences Appliquées
Département de Génie Civil

Peter Schmalz, Professeur adjoint
Faculté des Sciences Appliquées
Département de Génie Civil
Université de Sherbrooke
Sherbrooke, Québec, JIK 2R1
Canada

Remerciements

Cette étude a été menée grâce à une subvention du « Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie, Canada » (Subvention A 4704). Nous tenons à remercier Monsieur J.-C. Badoux, professeur à l'EPFL, qui a bien voulu nous tenir au courant des différents projets de révision de la norme SIA 161 et nous fournir d'importants renseignements.

Références

[1] *CSA Standard S16.1-1974* : « Limit State Design Manual », Steel Structures for Buildings-Limit State Design, 1977 (Code Canadien).

[2] *CSA Standard G40.20-1973* : « General Requirements for Rolled or Welded Structural Quality Steel », 1977 (Code Canadien).

[3] Bazovsky, I. : *Reliability Theory and Practice*, Prentice-Hall, 1961.

[4] Benjamin, J. R. & Cornell, C. A. : *Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers*, McGraw-Hill Book Company, 1970.

[5] Corotis, R. B. & Doshi, V. A. : « Probability Models for Live-Load Surveys Results », *Journal of the Structural Division*, ASCE, No. ST6, June 1977, p. 1257-1274.

[6] Dao Thien My : « Structural Reliability ; A Probabilistic Approach to the Design of Mechanical Components », *Thesis*, Université de Sherbrooke, Faculté des Sciences Appliquées, 1974.

[7] Edlund, B. & Leopoldson, V. : « Monte Carlo Simulation of the Strength of Steel Structures », Part I, *Method and Basic Data*, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg, 1971.

[8] Ellyin, F. & Ghannoum, E. : « An Assessment of Reliability of Structures », *Transactions of the Engineering Institute of Canada*, January-February 1972, published in the Engineering Journal.

[9] Freudenthal, A. M. : « Safety and the Probability of Structural Failure », *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 80, Proc. Paper No. 2843, August 1954, p. 1337-1375.

[10] Galambos, T. V. & Ravindra, M. K. : « Properties of Steel for Use in LRFD », *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 104, No. ST9, Proc. Paper 14009, September 1978, p. 1459-1468.

[11] Hahn, G. J. & Shapiro, S. S. : *Statistical Models in Engineering*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1967.

[12] Haugen, E. B. : *Probabilistic Approaches to Design*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1968.

[13] Johnson, A. I. : « Strength Safety and Economical Dimensions of Structures », *Bulletin No. 12, Division of Building Statics and Structural Engineering*, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1953.

[14] Julian, O. G. : « Synopsis of First Progress Report of Committee on Factors of Safety », *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 83, No. ST4, July 1957, p. 1-22.

[15] Monnier, P. Y. & Schmalz, P. : « Calcul par simulation de la probabilité de ruine d'une poutre-caisson », *Rapport technique PS-1-79*, Université de Sherbrooke, Sciences Appliquées, Génie Civil, 1979.

[16] Peir, J. C. & Cornell, C. A. : « Spatial and Temporal Variability of Live Loads », *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 99, No. ST5, Proc. Paper 9747, May 1973, p. 903-922.

[17] Warner, R. F. & Kabaila, A. P. : « Monte Carlo Study of Structural Safety », *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 94, No. ST12, Proc. Paper 6275, December 1968, p. 2847-2859.