

Note sur les canaux de forme géométrique et le profil cycloidal fermé

Autor(en): **Dardel, L.-A. de**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **89 (1963)**

Heft 3

PDF erstellt am: **19.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-66293>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

2. COURANT, R. : *Über Randwertaufgaben bei partiellen Differenzgleichungen*. Z. angew. Math. Mech. 6 (1926), S. 322.
3. FRÖHLICH, O. K. : *Druckverteilung im Baugrund*, Wien, Springer, 1934.
4. GIRKMANN, K. : *Flächentragwerke*. Wien, Springer, 1948 (2. Aufl.).
5. HOFACKER, K. : *Das Talsperrenschwölbe. Allgemeine Untersuchung des kreisförmigen eingespannten Bogens nach der mathematischen Elastizitätstheorie*. Thèse, Zurich 1936.
6. MATHIEU, E. : *Mémoire sur l'équation aux différences partielles du quatrième ordre*. Liouville J., 2, sér. 14, 378 (1869).
7. MICHELL, J. H. : *On the direct determination of stress in an elastic solid with application to the theory of plates*. Math. Soc. Proc. vol. 31, London 1899.
8. RESCHER, O.-J. : *Die Gewölbestaumauer. Berechnung einer Kreiszyklinderschale mittels Relaxationsmethode*. Thèse, Wien, Dokumentationszentrum der Technik, Heft 1, 1951.
9. SOUTHWELL, R. V. : *Relaxation methods in engineering science*. Oxford, Clarendon Press, 1940.
10. SOUTHWELL, R. V. : *Relaxation methods in theoretical physics*. Oxford, Clarendon Press, 1946.
11. STUCKY A. : *Quelques problèmes relatifs aux fondations des grands barrages-réservoirs. Barrages du Mauvoisin et de la Grande-Dixence*. Comptes rendus du troisième congrès international de mécanique des sols et des travaux de fondations, Vol. III, 1953.
12. THIMOSHENKO, S. et GOODIER, J. N. : *Théorie de l'élasticité*. Paris et Liège, Ch. Béranger, 1961.
13. ZIENKIEWICZ, O. C. : *The Stress Distribution in Gravity Dams*. Journal of the Institution of Civil Engineers, No. 3, London Jan. 1947.

DIVERS

Note sur les canaux de forme géométrique et le profil cycloïdal fermé

par L.-A. DE DARDEL, ing. dipl. EPZ Suisselectra Bâle

I. Le problème courant et sa résolution

Partons de la formule de Strickler, qu'on peut mettre sous la forme

$$\frac{Q}{kJ^{1/2}} = \frac{F^{5/3}}{P^{2/3}} \quad (1)$$

où Q est le débit, k le coefficient de rugosité, J la pente de la ligne d'énergie, F le profil hydraulique et P le périmètre mouillé. Le problème qui consiste à déterminer la section transversale d'un canal ne trouve généralement pas de solution immédiate : il n'y a de rapport simple entre F et P , ou entre $F^{5/3}$ et $P^{2/3}$ que si la section est circulaire et le canal en charge ; auquel cas le diamètre est

$$D = 1,5483 \left[\frac{Q}{kJ^{1/2}} \right]^{3/8} \quad (2)$$

L'équation (1) exprime que l'eau coule dans un canal entièrement connu en ses dimensions longitudinales et transversales, et jusqu'en la nature de ses parois. Elle ne donne pas d'indication directe sur le profil transversal à adopter. Il faut choisir la forme et les dimensions de ce profil, puis examiner comment l'eau s'y comporte, c'est-à-dire comment varie le couple des valeurs F et P , ce qui permet en fin de compte de trouver la profondeur h de l'eau pour laquelle F et P satisfont à l'équation (1), et au besoin de modifier les valeurs Q , k et J en conséquence.

Hors de toute considération constructive, le problème de la détermination du profil d'un canal comporte donc deux groupes d'opérations juxtaposées et dépendantes soumises ensemble à l'appréciation permanente de l'hydraulicien jusqu'à satisfaction :

1. Détermination ou choix du débit Q , de la pente J et du coefficient k de rugosité ; calcul des valeurs
2. Choix de la forme du profil transversal et d'une valeur des éléments F et P telle que

$$\Psi' = \frac{Q}{kJ^{1/2}} \quad \Psi = \frac{F^{5/3}}{P^{2/3}} = \Psi' \quad (3)$$

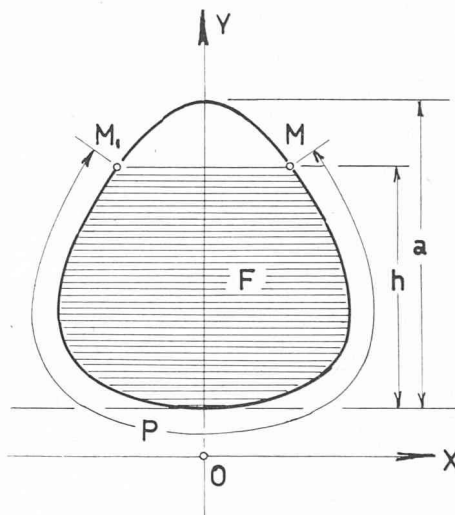


Fig. 1. — Profil symétrique quelconque.

II. Le problème auxiliaire

Le second problème énoncé se pose inéluctablement à tout praticien et complique souvent sa tâche. Considérons la figure 1, qui représente le profil transversal d'un canal de forme géométrique quelconque, mais symétrique par rapport à l'axe Oy du système rectangulaire xOy de référence. Dans ce profil supposé rigide, momentanément tout au moins, l'eau atteint le niveau MM_1 . Les deux points M et M_1 sont sur le pourtour et symétriques ; leurs coordonnées satisfont à une équation bien définie, celle de la courbe du pourtour. Nous nommerons éléments relatifs à M les quantités dont les expressions algébriques sont fonctions des coordonnées de M , telles que

$$h \rho F P \frac{F}{P} \left[\frac{F}{P} \right]^{2/3} F \left[\frac{F}{P} \right]^{2/3} = \frac{F^{5/3}}{P^{2/3}} = \Psi \quad (4)$$

De cette série, les éléments qu'il importe de connaître sont F et Ψ . L'on est donc le plus souvent amené à calculer l'une après l'autre les valeurs numériques de

la plupart des éléments relatifs à M que donne la série (4), et cela pour diverses valeurs de h convenablement choisies. L'on en remplit une table, et l'on s'approche ainsi de la solution cherchée d'aussi près qu'on l'estime nécessaire.

La résolution du problème sera facilitée quand on disposera de tables systématiques et complètes, d'une précision suffisante ; mais elles prendront une ampleur inutile, si l'on n'a pas la précaution de substituer à la série (4) une autre série (5) des *valeurs unitaires* comme suit :

$$\frac{h}{a} \frac{\rho}{a} \frac{F}{a^2} \frac{P}{a} \frac{F}{a^2} \left[\frac{F}{a^2} \right]^{2/3} \frac{F}{a^2} \left[\frac{F}{a^2} \right]^{2/3} = \frac{\Psi}{a^{8/3}} \quad (5)$$

Dans cette série nouvelle, a est une dimension de la courbe, choisie judicieusement — largeur, hauteur, rayon, diamètre, etc. — qui tiendra lieu d'unité. Pour faciliter les opérations, les tables des valeurs unitaires des éléments relatifs au point M seront accompagnées d'une table des valeurs de a et de ses puissances utiles a^2 et $a^{8/3}$. Dès lors il suffira de multiplier les valeurs unitaires par les valeurs convenables a , a^2 ou $a^{8/3}$ pour retrouver les valeurs cherchées de la série (4).

III. Courbe cycloïdale fermée

A titre d'exemple, envisageons (fig. 2) une boucle d'épicycloïde à quatre rebroussements et une boucle d'hypocycloïde à quatre rebroussements, qui vont constituer la courbe rigide du profil transversal d'un canal. Pourvu qu'elles aient même cercle de base, de rayon a , et même cercle roulant, de rayon b , ces deux boucles se joindront en leurs points de rebroussement D et D' où leurs tangentes se confondront, où leurs rayons de courbure ρ deviendront nuls. Rien ne s'oppose donc à les assembler pour en faire une seule boucle fermée. Les rayons et les angles de rotation des deux cercles sont liés par les relations

$$a = 4b \quad \theta = 4\tau \quad (6)$$

Le rayon a du cercle de base commence par nous servir à construire la courbe ; mais il disparaît ensuite comme tel, pour devenir surtout la hauteur OA du profil transversal rigide, mesurée sur son axe de symétrie.

A. La courbe cycloïdale combinée envisagée ici offre des particularités métriques intéressantes, comme le montre le tableau ci-après de ses caractéristiques, où les valeurs exactes sont soulignées.

B. Soit O' le centre du cercle de base. Choisissons $O'D$ comme axe des x' et $O'D'$ comme axe des y' . Puisqu'il s'agit de courbes à quatre rebroussements, le système $x'O'y'$ de référence, constitué par les deux tangentes à la courbe passant par O' , est rectangulaire. C'est sous cette forme que se présentent l'épicycloïde et l'hypocycloïde chez la plupart des auteurs, qui donnent comme suit l'expression de leurs éléments :

— les coordonnées d'un quelconque de leurs points M

$$x' = \frac{a}{4} (4 \pm 1) \cos \tau \mp \cos (4 \pm 1) \tau$$

$$y' = \frac{a}{4} (4 \pm 1) \sin \tau - \sin (4 \pm 1) \tau$$

— le rayon de courbure en M

$$\rho = a \frac{4 \pm 1}{4 \pm 2} \sin 2\tau$$

— l'aire du secteur compris entre $O'D$, la courbe DM et le rayon $O'M$

$$S = \frac{a^2}{64} (4 \pm 1) (2 \pm 1) (4\tau - \sin 4\tau)$$

— l'arc DM

$$L = \frac{a}{4} (4 \pm 1) (1 - \cos 2\tau)$$

Dans toutes ces expressions, les signes supérieurs se rapportent à l'épicycloïde, les signes inférieurs à l'hypocycloïde. La courbe combinée possède un axe de symétrie pour la

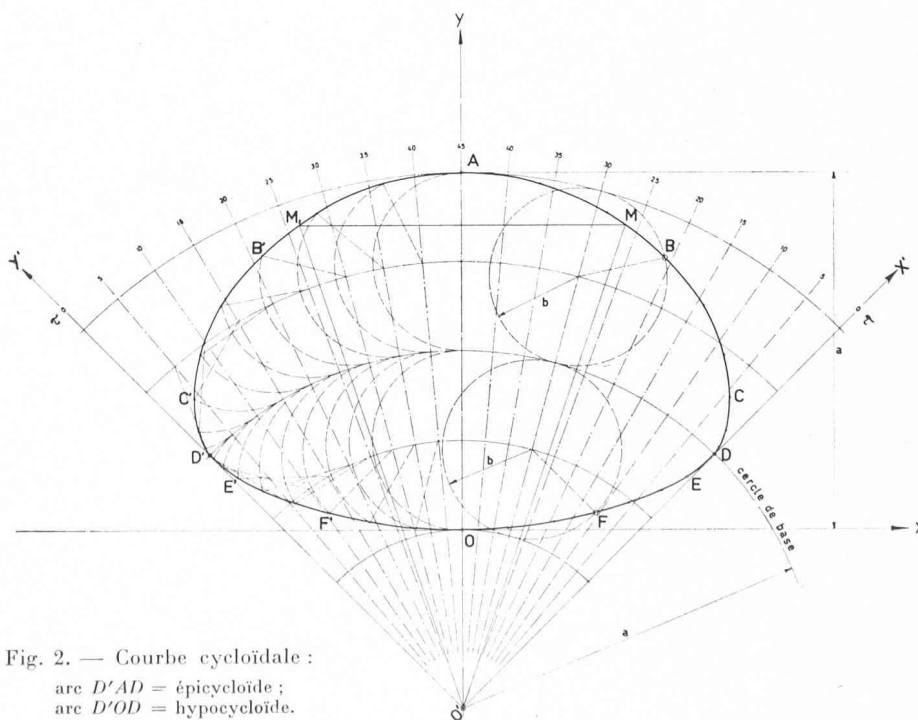


Fig. 2. — Courbe cycloïdale :
arc $D'AD$ = épicycloïde ;
arc $D'OD$ = hypocycloïde.

Points	Para- mètre τ	$\frac{x}{a}$	$\frac{y}{a}$	$\frac{\rho}{a}$	$\frac{F}{a^2}$	$\frac{P}{a}$
A	45°	0,000	1,000	5/6	1,178	4,000
B	30°	0,565	0,772	$\frac{5}{12} \sqrt{3}$	1,000	2,750
C	15°	0,750 max	0,366	5/12	0,440	1,825
D	0	$0,707 = \frac{\sqrt{2}}{2}$	0,207	0	0,205	1,500
E	15°	0,625	0,150	3/4	0,128	1,299
F	30°	0,371	0,048	$\frac{3}{4} \sqrt{3}$	0,024	0,750
O	45°	0,000	0,000	3/2	0,000	0,000

valeur $\tau = 45^\circ$ du paramètre, axe bissecteur du premier quadrant. Or cette courbe ne sera pratiquement utilisable que si on la rapporte à un nouveau système d'axes rectangulaires xOy constitué par cet axe $O'y$ de symétrie et par la tangente Ox au point O où la courbe coupe $O'y$. Ainsi l'ordonnée y d'un point M mesurera directement la profondeur h de l'eau ; et comme indiqué déjà, $y = a$ pour $x = 0$.

IV. Valeurs unitaires des éléments relatifs au point M de la courbe cycloïdale fermée, rapportée au système xOy

— des coordonnées du point M

$$\frac{x}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{x'}{a} - \frac{y'}{a} \right)$$

$$\frac{h}{a} = \frac{y}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{x'}{a} + \frac{y'}{a} \right) - \frac{1}{2}$$

— des rayons de courbure de la courbe en M

$$\frac{\rho}{a} = \frac{5}{6} \sin 2\tau \quad (\text{épicycloïde})$$

$$\frac{\rho}{a} = \frac{3}{2} \sin 2\tau \quad (\text{hypocycloïde})$$

— du profil hydraulique

$$\frac{F}{a^2} = 2 \frac{S}{a^2} + \frac{x}{a} \left(\frac{y}{a} + \frac{1}{2} \right) - \frac{3}{32} \pi$$

— des périmètres mouillés

$$\frac{P}{a} = 1,5 + 2 \frac{L}{a} \quad (\text{épicycloïde})$$

$$\frac{P}{a} = 1,5 - 2 \frac{L}{a} \quad (\text{hypocycloïde})$$

— de la fonction ψ

$$\frac{\psi}{a^{8/3}} = \frac{\left[\frac{F}{a^2} \right]^{5/3}}{\left[\frac{P}{a} \right]^{2/3}}$$

La valeur unitaire $\frac{\psi}{a^{8/3}}$ passe par un maximum pour $\tau = 37^\circ$ environ dans la portion épicycloïdale de la courbe ; en sorte que remplir le profil jusqu'à 37° , c'est connaître la hauteur a la plus faible qu'on puisse donner au profil.

V. Emploi des tables

Quand il s'agit de la courbe cycloïdale fermée envisagée ici, une trentaine d'opérations numériques sont nécessaires pour obtenir la valeur de $\frac{\psi}{a^{8/3}}$ qui correspond à une valeur du paramètre τ . A condition qu'on puisse se contenter des valeurs entières de τ , on fera l'économie de ces opérations en ayant recours aux deux tables données ci-après, à savoir :

Première table : Valeurs unitaires des éléments relatifs aux points de la courbe cycloïdale — calculées par rapport à $a = OA$ pour les valeurs entières du paramètre τ , s'échelonnant de degré en degré sexagésimaux de 45° à 0° dans la portion épicycloïdale AD de la courbe, et de 0° à 45° dans la portion hypocycloïdale DO de la courbe (fig. 2).

Seconde table : Valeurs de $a = OA$, de 1,00 à 2,50 par centièmes, et puissances utiles de a .

Soit maintenant à déterminer la hauteur a d'un profil cycloïdal fermé et la valeur des éléments relatifs au point M que l'eau atteint sur le pourtour de ce profil, quand

$$Q = 18 \text{ m}^3/\text{sec} \quad k = 70 \quad J = 0,005$$

de manière que la vitesse v reste inférieure ou tout au plus égale à 4 m/sec.

La première des équations (3) donne d'une part

$$\psi' = \frac{Q}{kJ^{1/2}} = 3,6366$$

D'autre part, désireux de trouver la moindre dimension a , on tire de la première table une valeur unitaire relative au paramètre $\tau = 37^\circ$

$$\frac{\psi}{a^{8/3}} = 0,56515 \quad \text{soit } \psi = 0,56515 a^{8/3}$$

L'équation (1) s'écrit alors $3,6366 = 0,56515 a^{8/3}$ d'où $a^{8/3} = 6,43475$.

La seconde table donne $a = 2,01$ m.

La valeur des éléments relatifs à M en découle immédiatement. Ainsi

$$F = 1,14625 (2,01)^2 = 4,6310 \text{ m}^2$$

d'où $v = \frac{Q}{F} = \frac{18}{4,631} = 3,887$ m/sec.

Tant que les données du problème, qui nous procurent $\psi' = 3,6366$, restent ce qu'elles sont, aucune valeur de a inférieure à 2,01 m ne permet de satisfaire à l'équation (1). Au contraire, les valeurs supérieures fournissent une solution, un faible accroissement de a déterminant une variation relativement forte du niveau de l'eau. Si a augmente jusqu'à 2,07 m, le canal se remplit entièrement, ou au contraire se vide jusqu'aux quatre cinquièmes de sa hauteur. Pour les valeurs de τ comprises entre 45° et 31° dans la partie épicycloïdale de la courbe, il y a donc double possibilité d'écoulement. Toutefois la vitesse n'atteint 4 m/sec que pour $a = 2,02$ m et $\tau = 34^\circ$.

Numériquement, la précision que ces tables permettent d'atteindre est de l'ordre du centième de la valeur de ψ .

Soit encore à déterminer le débit du canal de profil cycloïdal fermé dont la hauteur a est de 2,00 m pour que la vitesse v soit de 4 m/sec.

En prenant comme ci-dessus les valeurs unitaires relatives au paramètre $\tau = 37^\circ$, on a

— le profil hydraulique

$$F = 1,14625 (2,0)^2 = 4,585 \text{ m}^2$$

— le débit $Q = v \cdot F = 4,0 \cdot 4,585 = 18,34 \text{ m}^3/\text{sec.}$

Pour $a = 2,00$ la seconde table donne $a^{8/3} = 6,34960$;

pour $\tau = 37^\circ$, la première table donne $\frac{\psi}{a^{8/3}} = 0,56515$;

d'où $\psi = 0,56515 \cdot 6,34960 = 3,58848 = \psi'$.

De la première équation (3) on tire

$$\text{— la pente } J = \left[\frac{Q}{k\psi} \right]^2 = \left[\frac{18,34}{70 \cdot 3,58848} \right]^2 = 0,00533.$$

Comparés à ceux du premier problème, ces résultats montrent que si on ramène à 2,00 m la hauteur du canal, le débit peut augmenter de 18,00 à 18,34 m³/sec, c'est-à-dire de 2 % quand la vitesse atteint 4 m/sec, à condition que la pente augmente aussi de 0,005 à 0,00533, c'est-à-dire de 6,6 %, le coefficient de rugosité conservant sa valeur $k = 70$.

PREMIÈRE TABLE : EPICYCLOÏDE
Valeurs unitaires des éléments relatifs aux points de la courbe cycloïdale

τ	$\frac{x}{a}$	$\frac{y}{a}$	$\frac{\rho}{a}$	$\frac{F}{a^2}$	$\frac{P}{a}$	$\frac{\psi}{a^{8/3}}$
45	0,00000	1,00000	0,83333	1,17810	4,00000	0,52151
44	0,04360	0,99886	0,83283	1,17803	3,91275	0,52918
43	0,08704	0,99544	0,83130	1,17757	3,82561	0,53684
42	0,13012	0,98977	0,82877	1,17632	3,73868	0,54416
41	0,17270	0,98188	0,82522	1,17391	3,65207	0,55085
40	0,21460	0,97182	0,82067	1,17000	3,56588	0,55659
39	0,25566	0,95966	0,81512	1,16427	3,48022	0,56107
38	0,29573	0,94547	0,80858	1,15643	3,39520	0,56401
37	0,33466	0,92935	0,80105	1,14625	3,31091	0,56515
36	0,37232	0,91139	0,79255	1,13354	3,22746	0,56427
35	0,40857	0,89171	0,78308	1,11815	3,14495	0,56117
34	0,44330	0,87043	0,77265	1,10001	3,06348	0,55572
33	0,47640	0,84768	0,76129	1,07908	2,98316	0,54782
32	0,50777	0,82362	0,74900	1,05538	2,90407	0,53746
31	0,53733	0,79837	0,73579	1,02899	2,82632	0,52465
30	0,56501	0,77211	0,72169	1,00002	2,75000	0,50948
29	0,59075	0,74499	0,70671	0,96866	2,67520	0,49210
28	0,61451	0,71717	0,69087	0,93512	2,60202	0,47269
27	0,63627	0,68882	0,67418	0,89965	2,53054	0,45149
26	0,65601	0,66011	0,65668	0,86254	2,46085	0,42879
25	0,67373	0,63120	0,63837	0,82409	2,39303	0,40488
24	0,68944	0,60227	0,61929	0,78464	2,32717	0,38010
23	0,70318	0,57347	0,59945	0,74453	2,26336	0,35479
22	0,71499	0,54498	0,57888	0,70411	2,20165	0,32928
21	0,72493	0,51693	0,55761	0,66372	2,14214	0,30391
20	0,73306	0,48949	0,53566	0,62370	2,08489	0,27898
19	0,73948	0,46280	0,51305	0,58439	2,02997	0,25479
18	0,74427	0,43698	0,48982	0,54608	1,97746	0,23157
17	0,74754	0,41217	0,46599	0,50907	1,92741	0,20956
16	0,74941	0,38849	0,44160	0,47360	1,87988	0,18892
15	0,75000	0,36603	0,41667	0,43992	1,83494	0,16978
14	0,74945	0,34488	0,39123	0,40821	1,79263	0,15222
13	0,74790	0,32514	0,36531	0,37864	1,75302	0,13631
12	0,74550	0,30686	0,33895	0,35134	1,71614	0,12204
11	0,74240	0,29010	0,31217	0,32640	1,68204	0,10940
10	0,73876	0,27489	0,28502	0,30388	1,65077	0,09833
9	0,73473	0,26127	0,25751	0,28381	1,62236	0,08877
8	0,73048	0,24925	0,22970	0,26618	1,59685	0,08062
7	0,72616	0,23881	0,20160	0,25098	1,57426	0,07379
6	0,72195	0,22995	0,17326	0,23815	1,55463	0,06818
5	0,71798	0,22263	0,14471	0,22761	1,53798	0,06368
4	0,71442	0,21681	0,11598	0,21927	1,52433	0,06020
3	0,71141	0,21243	0,08711	0,21302	1,51370	0,05763
2	0,70910	0,20940	0,05813	0,20873	1,50609	0,05590
1	0,70763	0,20766	0,02908	0,20626	1,50152	0,05491
0	0,70711	0,20711	0,00000	0,20548	1,50000	0,05460

PREMIERE TABLE : HYPOCYCLOÏDE
Valeurs unitaires des éléments relatifs aux points de la courbe cycloïdale

τ	$\frac{x}{a}$	$\frac{y}{a}$	$\frac{\rho}{a}$	$\frac{F}{a^2}$	$\frac{P}{a}$	$\frac{\Psi}{a/8/3}$
0	0,70711	0,20711	0,00000	0,20548	1,50000	0,05460
1	0,70678	0,20679	0,05235	0,20502	1,49909	0,05442
2	0,70579	0,20585	0,10463	0,20369	1,49635	0,05390
3	0,70410	0,20431	0,15679	0,20152	1,49178	0,05306
4	0,70171	0,20219	0,20876	0,19855	1,48540	0,05191
5	0,69860	0,19953	0,26047	0,19483	1,47721	0,05048
6	0,69474	0,19636	0,31187	0,19040	1,46722	0,04880
7	0,69013	0,19269	0,36288	0,18533	1,45544	0,04691
8	0,68476	0,18857	0,41346	0,17966	1,44189	0,04482
9	0,67860	0,18402	0,46353	0,17345	1,42659	0,04257
10	0,67166	0,17907	0,51303	0,16677	1,40954	0,04019
11	0,66393	0,17376	0,56191	0,15967	1,39078	0,03772
12	0,65540	0,16811	0,61011	0,15223	1,37032	0,03518
13	0,64607	0,16217	0,65756	0,14449	1,34819	0,03260
14	0,63594	0,15596	0,70421	0,13653	1,32442	0,03002
15	0,62500	0,14952	0,75000	0,12841	1,29904	0,02745
16	0,61327	0,14288	0,79488	0,12019	1,27207	0,02493
17	0,60073	0,13608	0,83879	0,11193	1,24356	0,02248
18	0,58742	0,12915	0,88168	0,10369	1,21353	0,02012
19	0,57332	0,12212	0,92349	0,09553	1,18202	0,01786
20	0,55845	0,11503	0,96418	0,08751	1,14907	0,01572
21	0,54282	0,10790	1,00370	0,07966	1,11472	0,01372
22	0,52644	0,10079	1,04199	0,07205	1,07901	0,01186
23	0,50934	0,09370	1,07901	0,06472	1,04199	0,01015
24	0,49153	0,08669	1,11472	0,05769	1,00370	0,00859
25	0,47302	0,07977	1,14907	0,05102	0,96418	0,00719
26	0,45384	0,07298	1,18202	0,04472	0,92349	0,00594
27	0,43402	0,06635	1,21353	0,03883	0,88168	0,00484
28	0,41357	0,05990	1,24356	0,03337	0,83879	0,00389
29	0,39251	0,05366	1,27207	0,02834	0,79488	0,00307
30	0,37089	0,04767	1,29904	0,02376	0,75000	0,00238
31	0,34872	0,04194	1,32442	0,01963	0,70421	0,00181
32	0,32604	0,03649	1,34819	0,01596	0,65756	0,00134
33	0,30288	0,03136	1,37032	0,01273	0,61011	0,00096
34	0,27927	0,02655	1,39078	0,00993	0,56191	0,00067
35	0,25524	0,02210	1,40954	0,00755	0,51303	0,00045
36	0,23082	0,01801	1,42659	0,00556	0,46353	0,00029
37	0,20606	0,01432	1,44189	0,00394	0,41346	0,00018
38	0,18099	0,01101	1,45544	0,00266	0,36288	0,00010
39	0,15565	0,00813	1,46722	0,00169	0,31187	0,00005
40	0,13007	0,00566	1,47721	0,00098	0,26047	0,00002
41	0,10430	0,00364	1,48540	0,00051	0,20876	0,00001
42	0,07836	0,00205	1,49178	0,00021	0,15679	0,00000
43	0,05231	0,00091	1,49635	0,00006	0,10463	0,00000
44	0,02617	0,00023	1,49909	0,00001	0,05235	0,00000
45	0,00000	0,00000	1,50000	0,00000	0,00000	0,00000

SECONDE TABLE
Valeurs de $a = OA$ de 1,00 à 2,50 et puissances utiles de a

a	a^2	$a/8/3$	a	a^2	$a/8/3$	a	a^D	$a/8/3$
1,00	1,0000	1,00000						
1,01	1,0201	1,02689	1,51	2,2801	3,00104	2,01	4,0401	6,43462
1,02	1,0404	1,05423	1,52	2,3104	3,05433	2,02	4,0804	6,52034
1,03	1,0609	1,08201	1,53	2,3409	3,10821	2,03	4,1209	6,60677
1,04	1,0816	1,11025	1,54	2,3716	3,16268	2,04	4,1616	6,69392
1,05	1,1025	1,13895	1,55	2,4025	3,21774	2,05	4,2025	6,78178
1,06	1,1236	1,16811	1,56	2,4336	3,27340	2,06	4,2436	6,87036
1,07	1,1449	1,19772	1,57	2,4649	3,32965	2,07	4,2849	6,95965
1,08	1,1664	1,22781	1,58	2,4964	3,38651	2,08	4,3264	7,04967
1,09	1,1881	1,25836	1,59	2,5281	3,44397	2,09	4,3681	7,14041
1,10	1,2100	1,28938	1,60	2,5600	3,50203	2,10	4,4100	7,23188
1,11	1,2321	1,32087	1,61	2,5921	3,56070	2,11	4,4521	7,32408
1,12	1,2544	1,35285	1,62	2,6244	3,61998	2,12	4,4944	7,41701
1,13	1,2769	1,38530	1,63	2,6569	3,67988	2,13	4,5369	7,51067
1,14	1,2996	1,41823	1,64	2,6896	3,74039	2,14	4,5796	7,60507
1,15	1,3225	1,45165	1,65	2,7225	3,80152	2,15	4,6225	7,70021
1,16	1,3456	1,48555	1,66	2,7556	3,86327	2,16	4,6656	7,79609
1,17	1,3689	1,51995	1,67	2,7889	3,92564	2,17	4,7089	7,89271
1,18	1,3924	1,55484	1,68	2,8224	3,98864	2,18	4,7524	7,99019
1,19	1,4161	1,59022	1,69	2,8561	4,05227	2,19	4,7961	8,08848
1,20	1,4400	1,62611	1,70	2,8900	4,11652	2,20	4,8400	8,18704
1,21	1,4641	1,66250	1,71	2,9241	4,18141	2,21	4,8841	8,28666
1,22	1,4884	1,69939	1,72	2,9584	4,24694	2,22	4,9284	8,38702
1,23	1,5129	1,73679	1,73	2,9929	4,31310	2,23	4,9729	8,48815
1,24	1,5376	1,77470	1,74	3,0276	4,37990	2,24	5,0176	8,59003
1,25	1,5625	1,81312	1,75	3,0625	4,44735	2,25	5,0625	8,69267
1,26	1,5876	1,85206	1,76	3,0976	4,51544	2,26	5,1076	8,79608
1,27	1,6129	1,89152	1,77	3,1329	4,58418	2,27	5,1529	8,90025
1,28	1,6384	1,93149	1,78	3,1684	4,65357	2,28	5,1984	9,00519
1,29	1,6641	1,97200	1,79	3,2041	4,72362	2,29	5,2441	9,11090
1,30	1,6900	2,01302	1,80	3,2400	4,79432	2,30	5,2900	9,21738
1,31	1,7161	2,05458	1,81	3,2761	4,86567	2,31	5,3361	9,32464
1,32	1,7424	2,09667	1,82	3,3124	4,93769	2,32	5,3824	9,43267
1,33	1,7689	2,13930	1,83	3,3489	5,01037	2,33	5,4289	9,54148
1,34	1,7956	2,18246	1,84	3,3856	5,08371	2,34	5,4756	9,65107
1,35	1,8225	2,22616	1,85	3,4225	5,15772	2,35	5,5225	9,76145
1,36	1,8496	2,27041	1,86	3,4596	5,23240	2,36	5,5696	9,87261
1,37	1,8769	2,31520	1,87	3,4969	5,30776	2,37	5,6169	9,98456
1,38	1,9044	2,36054	1,88	3,5344	5,38378	2,38	5,6644	10,09730
1,39	1,9321	2,40643	1,89	3,5721	5,46049	2,39	5,7121	10,21083
1,40	1,9600	2,45287	1,90	3,6100	5,53787	2,40	5,7600	10,32516
1,41	1,9881	2,49987	1,91	3,6481	5,61594	2,41	5,8081	10,44028
1,42	2,0164	2,54743	1,92	3,6864	5,69469	2,42	5,8564	10,55620
1,43	2,0449	2,59555	1,93	3,7249	5,77412	2,43	5,9049	10,67292
1,44	2,0736	2,64423	1,94	3,7636	5,85425	2,44	5,9536	10,79045
1,45	2,1025	2,69349	1,95	3,8025	5,93507	2,45	6,0025	10,90878
1,46	2,1316	2,74331	1,96	3,8416	6,01658	2,46	6,0516	11,02792
1,47	2,1609	2,79370	1,97	3,8809	6,09878	2,47	6,1009	11,14787
1,48	2,1904	2,84467	1,98	3,9204	6,18169	2,48	6,1504	11,26863
1,49	2,2201	2,89621	1,99	3,9601	6,26530	2,49	6,2001	11,39021
1,50	2,2500	2,94833	2,00	4,0000	6,34960	2,50	6,2500	11,51260