Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 103 (1977)

Heft: 4: SIA spécial, no 1, 1977

Artikel: Formules approchées pour la transformation de coordonnées géographiques en coordonnées planes et la transformation inverse dans la projection suisse

Autor: Dupraz, Hubert

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-73225

Formules approchées pour la transformation de coordonnées géographiques en coordonnées planes et la transformation inverse dans la Projection suisse

par HUBERT DUPRAZ, Lausanne

1. Introduction

Il existe un certain nombre de problèmes où il est nécessaire de calculer les *coordonnées géographiques* d'un lieu (latitude et longitude) en fonction des coordonnées planes connues dans le système de la Projection suisse. Le problème inverse se pose aussi quelquefois.

On peut en donner divers exemples tirés de la pratique :

- comparaison des coordonnées d'un point, déterminées par voie astronomique, avec ses coordonnées géographiques sur l'ellipsoïde (exercices d'astronomie, analyse de la déviation de la verticale, etc.) ;
- utilisation de formules faisant intervenir la latitude ou la longitude d'un lieu (durées d'ensoleillement, emplacement de stations météorologiques, etc.) ;
- localisation d'un point par ses coordonnées géographiques dans des publications de caractère international.

On peut ainsi énumérer quatre transformations possibles :

1° Calcul des coordonnées planes Y, X en fonction des coordonnées géographiques B et L (1.1)

2° Calcul des coordonnées géographiques B, L en fonction des coordonnées planes Y et X (1.2)

Ce problème n'est pas nouveau. Pour le résoudre, on peut par exemple estimer la correspondance entre les coordonnées géographiques et les coordonnées planes d'un lieu sur la plupart de nos cartes nationales. Cependant, cette estimation est peu précise et malaisée, car les valeurs du système géographique ne figurent qu'en marge et son réseau de coordonnées n'est pas rectiligne. On peut aussi utiliser diverses formules bien connues. Citons en premier lieu l'ouvrage de M. Rosenmund [1], et celui de J. Bolliger [2] ; dans ce dernier, on trouve des formules mises au point par H. Oettli, chef de la division de géodésie au Service topographique fédéral. Ces formules, particulièrement bien adaptées aux machines à calculer mécaniques, font intervenir un grand nombre de coefficients, conduisant à une précision extrême, même au-delà du territoire suisse ; une telle précision n'est pas toujours nécessaire. P. Howald [3] établit des formules simplifiées pour les calculs (1.2) en adaptant la précision et le choix des unités au problème particulier de la détermination de l'azimut du soleil à l'aide du théodolite-boussole. Toutes ces transformations sont basées sur l'expression logarithmique ou naturelle des développements en série des formules de la Projection suisse.

S. Djazmati [4] a établi de nouvelles formules pour la résolution de ce problème. L'avantage de cette nouvelle formulation réside dans la simplification des développements théoriques et dans la suppression des développements en série, dont le nombre de termes nécessaires croît très vite avec l'étendue du pays. Cependant, ces formules font intervenir des fonctions hyperboliques et des calculs par approximations successives, qui se prêtent mal à un traitement sur calculatrice de poche.

C'est principalement en fonction des possibilités offertes par cette nouvelle catégorie de calculateurs que nous avons tenté de présenter les formules [2] sous une nouvelle forme.

La structure très simple de ces formules permet un calcul aisé, aussi bien en mode *manuel* qu'en mode *programmable*, sur calculatrice avec ou sans support magnétique pour la mémorisation des programmes.

Pour chacun des quatre calculs énumérés plus haut, nous avons établi une formule comprenant les trois coefficients les plus importants. A chaque formule est associé un diagramme indiquant l'erreur commise — donc la correction à apporter — en tout point du territoire suisse. La précision ainsi obtenue est suffisante pour de nombreuses applications.

Le lecteur souhaitant effectuer ces calculs avec une plus grande précision peut se procurer la publication du même auteur auprès du Service technique de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. Cette publication présente des formules plus complètes, comprenant jusqu'à neuf coefficients répartis en deux ou trois groupes assortis de diagrammes. Elle permet en outre de calculer la convergence du méridien en fonction des coordonnées géographiques ou planes. (La convergence du méridien est, à un endroit donné, l'angle compris entre le Nord de la carte — c'est-à-dire la direction de l'axe des X — et la direction du Nord géographique ; cette valeur intéresse surtout les topographes.) Ces formules garantissent pour n'importe quel point situé en Suisse une précision supérieure au demi-centimètre pour les coordonnées, et au dixième de seconde centésimale pour la convergence du méridien.

2. Unités et notations

Les coordonnées géographiques, grandeurs angulaires, peuvent s'exprimer dans plusieurs unités :

- Division en *radian* (0-2 π)
  notée 0,342 048 17 rad.
- Division *horaire* (0-24 h)
  notée $1^h\ 18^m\ 23{,}5^s$ ou 1,306 527 78 h (2.1)
- Division *sexagésimale* (0-360°)
  notée 19° 35′ 52,5″ ou 19,597 917°
- Division *centésimale* (0-400 g)
  notée $21^g\ 77^c\ 54{,}63^{cc}$ ou $21{,}775\ 463^g$

Les conversions entre ces diverses unités sont simples, et certains modèles de calculateurs de poche contiennent des touches de fonction qui facilitent ces opérations.

Nous avons choisi les unités les plus courantes :

Coordonnées géographiques	exprimées en division sexagésimale	(2.2)
Coordonnées planes	exprimées en mètres	

Nous utilisons en outre les notations suivantes :

Y, X	Coordonnées planes militaires, en mètres	
y, x	Coordonnées planes civiles, en mètres	
B	Latitude, en degrés sexagésimaux	
L_G	Longitude par rapport au méridien de Greenwich, en degrés sexagésimaux	
L	Longitude par rapport au méridien central — appelée aussi longitude réduite —, en degrés sexagésimaux (souvent utilisée dans les textes suisses)	(2.3)

B_0	Latitude du point central de la projection, en degrés sexagésimaux	
L_0	Longitude du méridien central de la projection, par rapport à Greenwich	
φ	$B - B_0$:	latitude réduite, exprimée en secondes sexagésimales
λ	L ou $(L_G - L_0)$:	longitude réduite, exprimée en secondes sexagésimales.

avec

$$Y = y + 600\,000 \text{ m}$$
$$X = x + 200\,000 \text{ m} \tag{2.4}$$

et

$$B_0 = 46° \, 57' \, 08{,}66'' = 169\,028{,}66''$$
$$L_0 = 7° \, 26' \, 22{,}50'' = 26\,782{,}50'' \tag{2.5}$$

Rappelons encore qu'une variation de 1° le long d'un méridien correspond à une distance approximative de 111 km.

La même variation le long d'un parallèle correspond à une distance qui dépend de la latitude de ce parallèle. Pour la Suisse, cette distance va de 74 km (latitude maximale) à 80 km (latitude minimale). On peut admettre la valeur moyenne de 77 km, ce qui conduit aux correspondances suivantes :

Le long d'un méridien	*Le long d'un parallèle*	
1° = 111 km	1° = 77 km	(2.6)
1″ = 31 m	1″ = 21 m	
0,0001″ = 3 mm	0,0001″ = 2 mm	

3. Calcul des coordonnées planes Y, X en fonction des coordonnées géographiques B, L

3.1 *Calculs préliminaires*

1° Calculer la latitude réduite du point, et l'exprimer en secondes sexagésimales

$$(B - B_0) \rightarrow \varphi''$$

2° Si la longitude du lieu est donnée par rapport au méridien de Greenwich (L_G), calculer la longitude réduite

$$L = L_G - L_0$$

3° Exprimer la longitude réduite en secondes sexagésimales

$$L \rightarrow \lambda''$$

3.2 *Calcul de y et Y*

$$\begin{aligned} y = & +21{,}142\,853\,4 \cdot \lambda \\ & - 1{,}093\,961 \cdot 10^{-4} \cdot \lambda \cdot \varphi \\ & - 4{,}423\,3 \cdot 10^{-11} \cdot \lambda^3 \end{aligned} \tag{3.2}$$

$$Y = y + 600\,000$$

(Voir figure 1)

3.3 *Calcul de x et X*

$$\begin{aligned} x = & +30{,}877\,074\,6 \cdot \varphi \\ & + 3{,}745\,41 \cdot 10^{-5} \cdot \lambda^2 \\ & - 1{,}937\,93 \cdot 10^{-10} \cdot \lambda^2 \cdot \varphi \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$X = x + 200\,000$$

(Voir figure 2)

3.4 *Exemple numérique*

Calculer les coordonnées planes militaires du point Piz Bernina

$$B = 46° \, 23' \, 01{,}1''$$
$$L_G = 9° \, 54' \, 33{,}5''$$

$$\varphi = B - B_0 = -0° \, 34' \, 07{,}6'' = -2047{,}6''$$
$$\lambda = L_G - L_0 = 2° \, 28' \, 11{,}0'' = 8891{,}0''$$

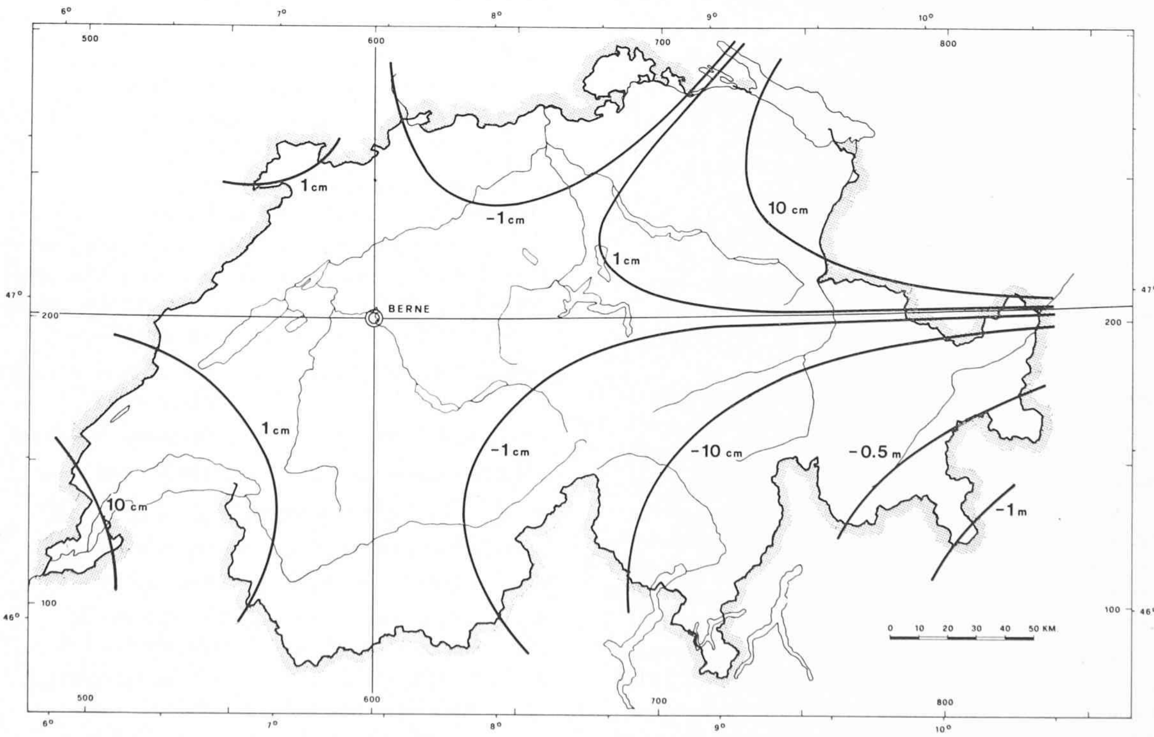

Fig. 1. — Calcul de Y: Corrections.

$\lambda =$	$+187\,981{,}1$ m	1er terme
$+$	$1\,991{,}6$	2e terme
$-$	$31{,}1$	3e terme
$-$	$0{,}7$	Correction selon figure 1
$=$	$189\,940{,}9$	
	$+600\,000{,}0$	
$Y =$	$789\,940{,}9$ m	

$x =$	$-\ 63\,223{,}9$ m	1er terme
$+$	$2\,960{,}7$	2e terme
$+$	$31{,}3$	3e terme
$+$	$2{,}0$	Correction selon figure 2
$=$	$-\ 60\,229{,}9$	
	$+200\,000{,}0$	
$Y =$	$139\,770{,}1$ m	

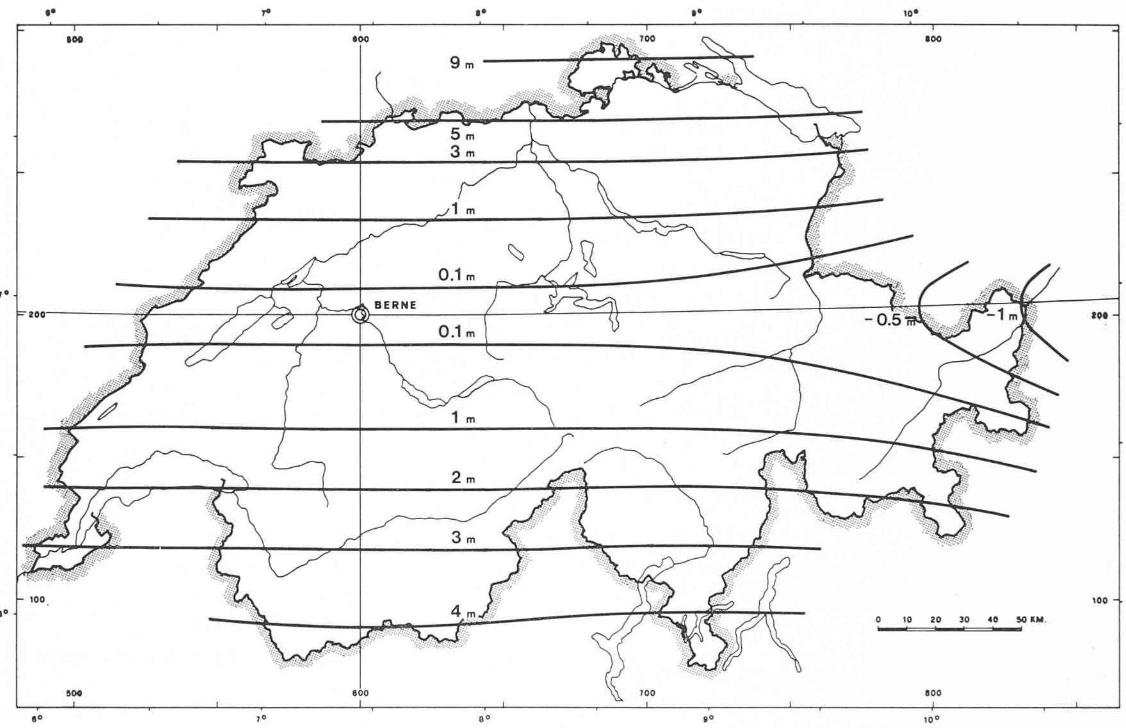

Fig. 2. — Calcul de X: Corrections.

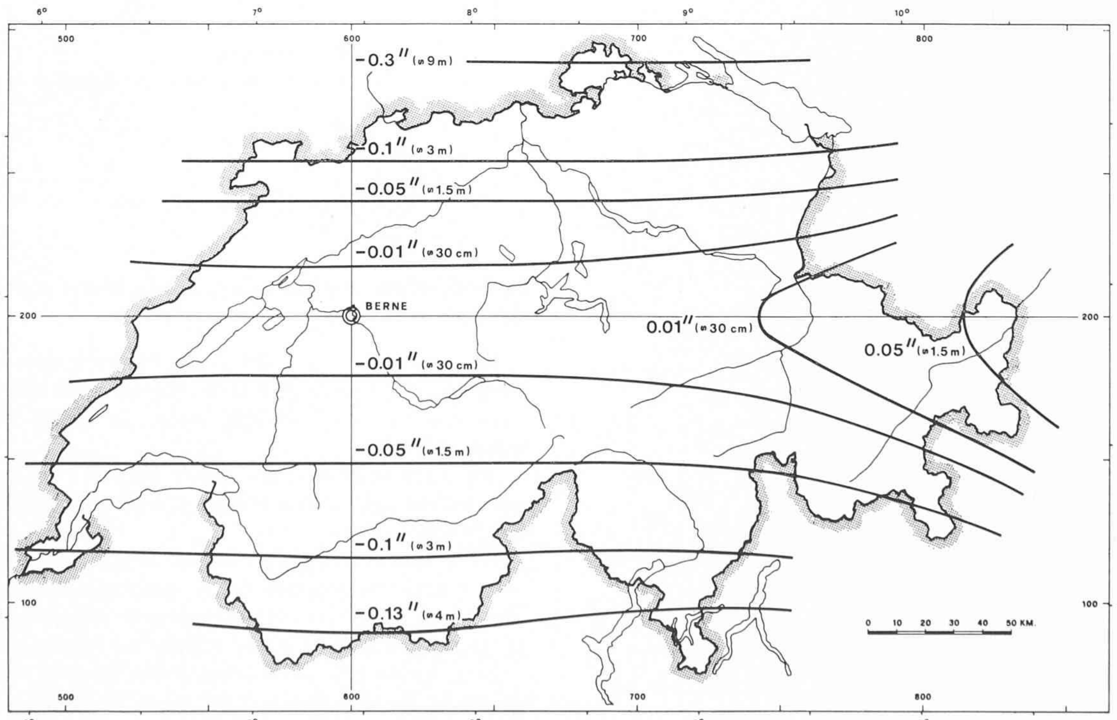

Fig. 3. — Calcul de B: Corrections.

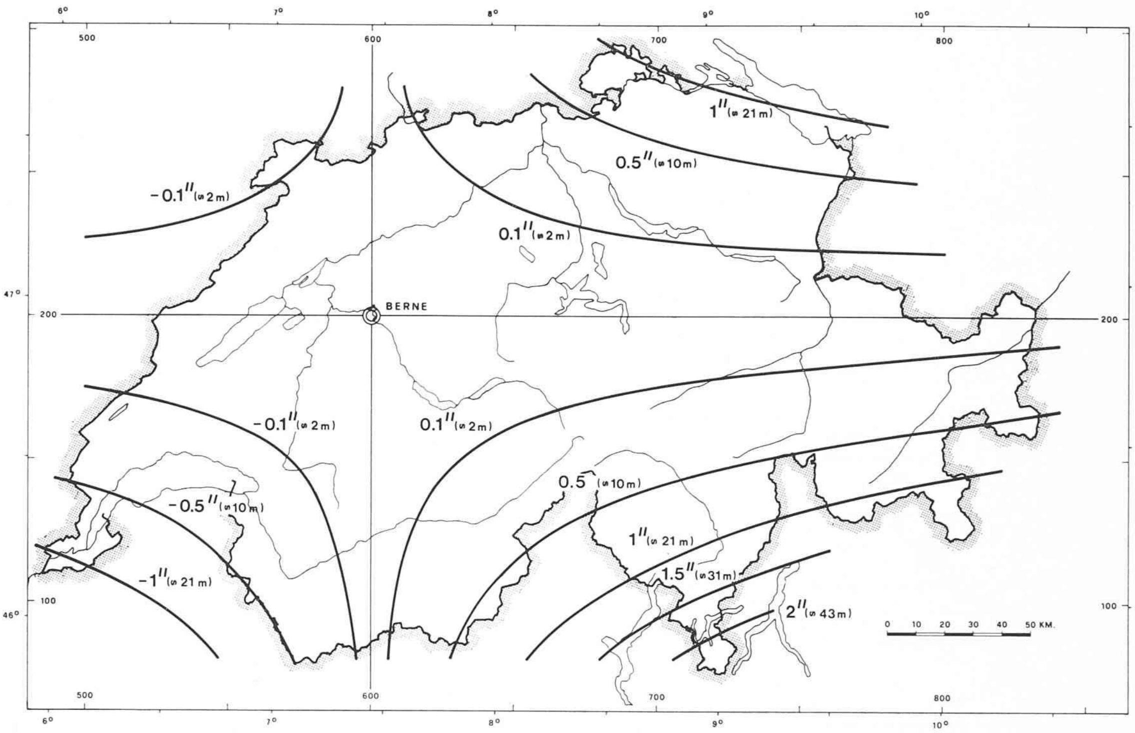

Fig. 4. — Calcul de L: Corrections.

4. Calcul des coordonnées géographiques B, L en fonction des coordonnées planes Y, X

4.1 *Calculs préliminaires*

Si le point est connu par ses coordonnées militaires (Y, X), calculer les coordonnées civiles correspondantes, grâce à (2.4)

$$Y, X \rightarrow y, x \quad \text{en mètres}$$

4.2 *Calcul de φ et B*

$$\begin{aligned}\varphi'' = & \;3{,}238\,648\,78 \cdot 10^{-2} \cdot x \\ & -2{,}713\,538 \cdot 10^{-9} \cdot y^2 \\ & -4{,}504\,4 \cdot 10^{-16} \cdot y^2 \cdot x\end{aligned}$$

$$B'' = \varphi'' + 169\,028{,}66'' \rightarrow B^0$$

(Voir figure 3)

4.3 *Calcul de λ'' et L*

$$\begin{aligned}\lambda'' = & +4{,}729\,730\,6 \cdot 10^{-2} \cdot y \\ & +7{,}925\,715 \cdot 10^{-9} \cdot y \cdot x \\ & -4{,}427\,1 \cdot 10^{-16} \cdot y^3\end{aligned}$$

$$L'' = \lambda'' \rightarrow L^0$$

$$L''_G = \lambda'' + 26\,782{,}5'' \rightarrow L^0_G$$

(Voir figure 4)

4.4 *Exemple numérique*

Calculer les coordonnées géographiques du point Piz Bernina

$Y = 789\,941{,}0$
$X = 139\,773{,}0$

$y = Y - 600\,000 = 189\,941$
$x = X - 200\,000 = -60\,227$

φ''	$= -$	1 950,5	1er terme
	$-$	97,9	2e terme
	$+$	1,0	3e terme
	$+$	0,04	Correction selon figure 3
	$= -$	2 047,4″	
	$+$	169 028,7″	B''_0
B	$=$	166 981,3″	
	$=$	46° 23′ 01,3″	
λ''	$= +$	8 983,7	1er terme
	$-$	90,7	2e terme
	$-$	3,0	3e terme
	$+$	1,0	Correction selon figure 4
	$=$	8 891,0	
	$+$	26 782,5	L''
L_G	$=$	35 673,5″	
	$=$	9° 54′ 33,5″	

5. Exécution des calculs à l'aide d'une calculatrice de poche

La structure simple des formules présentées dans les chapitres précédents permet d'effectuer sans difficulté ces calculs à l'aide d'une calculatrice de poche non programmable.

Lorsqu'il s'agit de transformer plusieurs points, l'utilisation d'une calculatrice programmable réduit sensiblement les manipulations.

Si l'on dispose d'une calculatrice de poche programmable avec support magnétique des programmes, tous les coefficients sont introduits automatiquement ; les manipulations et les risques d'erreurs sont réduits au minimum.

Nous avons créé deux programmes pour la calculatrice de poche Hewlett-Packard HP 65. Ces programmes permettent d'effectuer les calculs mentionnés avec une grande facilité d'utilisation.

Nous présentons ci-dessous le mode d'emploi et les instructions de ces deux programmes (fig. 5 et 6) :

- La précision des résultats correspond à celle des formules. Il faut encore, si nécessaire, tenir compte des corrections fournies par les graphiques.
- Les notations $L.MS$, $L_G.MS$, $B.MS$ utilisées dans ces programmes sont propres aux modèles Hewlett-Packard. Elles permettent d'écrire sous forme décimale des valeurs angulaires sexagésimales.
  Exemple : $L.MS = -0{,}4818$ signifie $L = -0° \, 48' \, 18''$.

BIBLIOGRAPHIE

[1] M. ROSENMUND : *Die Änderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung*, Bern 1903.

[2] J. BOLLIGER : *Die Projektionen der schweizerischen Plan- und Kartenwerke*. Druckerei Winterthur AG 1967.

[3] P. HOWALD : *Formules simplifiées pour le calcul de la latitude et de la longitude*. Publication nº 33 EPUL 1955 ou *Bulletin technique de la Suisse romande* nº 7, 1955.

[4] S. DJAZMATI : *Application du calcul électronique à la géodésie. Nouvelles formules pour la Projection suisse*. Publication nº 94 EPUL 1966.

Adresse de l'auteur :
Hubert Dupraz, ing.,
Institut de géodésie et mensuration
Ecole polytechnique fédérale
33, av. de Cour, 1007 Lausanne

HP-65 User Instructions

Title: Calcul approché de Y et X en fonction de B°, L° ou L_G° — Page ___ of ___

Programmer: HDz — Date: Juin 76

STEP	INSTRUCTIONS	INPUT DATA/UNITS	KEYS	OUTPUT DATA/UNITS
1	Lire la 1ère carte		A	
2	Lire la 2ème carte			
3	Introduire la latitude	B.MS	A	
	Suite en 4a ou 4b			
4a	Introduire la longitude réduite	± L.MS	B	
4b	Introduire la longitude par rapport à			
	Greenwich	L_G.MS	C	
5	Presser		D	Ym appr.
6	Presser		R/S	Xm appr.
	Pour un nouveau calcul, suite en 3			
	Exemple :			
	Calculer Y et X approchés pour le point			
	L_G = 6°38'04" ; B = 46°31'16"			
1			A	
2				
3	Introduire B	46.3116	A	
4	Introduire L_G	6.3804	B	
5			C	538 226.
6			R/S	152 376.

HP-65 Program Form

1ère carte KEY ENTRY	1ère carte KEY ENTRY	2ème carte KEY ENTRY	2ème carte KEY ENTRY
LBL	4	LBL	x
A	ENTER	A	STO
2	EEX	DSP	+
1	6	.	7
.	CHS	0	g ↓
1	x	f^{-1}	RCL 3
4	STO 5	3	x
2	1	ENTER	x
8	6	3	x
5	9	6	RCL 7
STO 1	0	0	+
.	2	0	ENTER
1	8	x	6
0	.	RCL 8	EEX
9	6	−	5
3	6	STO 6	+
9	STO 8	RTN	R/S
6	7	LBL	g ↓
CHS	.	B	x
ENTER	4	f^{-1}	ENTER
EEX	3	3	ENTER
3	9	STO 7	RCL 5
CHS	5	RTN	x
x	8	LBL	STO 7
STO 2	3	C	g ↓
4	3	f^{-1}	.
4	STO	3	1
.	9	RCL	9
2	0	9	4
3	RTN	−	CHS
ENTER		STO 7	ENTER
EEX		RTN	EEX
1		LBL	9
2		D	CHS
CHS		RCL 7	x
x		3	x
STO 3		6	RCL 6
3		0	x
0		0	RCL 6
.		x	RCL 4
8		ENTER	x
7		ENTER	+
7		ENTER	RCL 7
1		RCL 1	+
STO 4		x	ENTER
3		STO 7	2
7		g ↓	EEX
.		RCL 2	5
4		RCL 6	+
5		x	R/S

Fig. 5. — Programme pour le calcul de *Y* et *X* en fonction de *B* et *L*.

HP-65 User Instructions

Title: Calcul approché de B, L et L_G en fonction de Y et X — Page ___ of ___

Programmer: HDz — Date: Juin 76

STEP	INSTRUCTIONS	INPUT DATA/UNITS	KEYS	OUTPUT DATA/UNITS
1	Lire la 1ère carte		A	
2	Lire la 2ème carte			
3	Introduire	Y	A	
4	Introduire	X	R/S	B.MS
5	Presser		R/S	L.MS
6	Presser		R/S	L_G.MS
	Pour un nouveau calcul, suite en 3			
	Exemple :			
	Calculer B, L et L_G pour le point			
	Y = 538 220 ; X = 152 371			
1			A	
2				
3	Introduire Y	538 220	A	
4	Introduire X	152 371	R/S	46.3116
5			R/S	-0.4819
6			R/S	6.3804

HP-65 Program Form

1ère carte KEY ENTRY	1ère carte KEY ENTRY	2ème carte KEY ENTRY	2ème carte KEY ENTRY
LBL	EEX	LBL	RCL 4
A	3	A	x
3	CHS	DSP	STO
2	STO 4	.	9
.	7	4	g ↓
3	.	6	RCL 5
8	9	EEX	RCL 8
6	2	5	x
4	5	−	x
8	7	ENTER	STO
7	1	ENTER	+
8	5	ENTER	9
EEX	EEX	R/S	g ↓
3	9	ENTER	RCL 6
CHS	CHS	2	x
STO 1	STO 5	EEX	x
2	.	5	x
.	4	−	RCL
7	4	STO 8	9
1	2	RCL 1	+
3	7	x	STO 8
5	1	STO	3
3	CHS	9	6
8	EEX	g ↓	0
CHS	1	RCL 2	0
EEX	5	x	÷
9	CHS	x	f
CHS	STO 6	STO	→ D.MS
STO 2	1	+	R/S
.	6	9	RCL 8
4	9	g ↓	2
5	0	RCL 3	6
0	2	RCL 8	7
4	8	x	8
4	.	x	2
CHS	6	x	.
EEX	6	RCL	5
1	STO 7	9	+
5	0	+	3
CHS	RTN	RCL 7	6
STO 3		+	0
4		3	0
7		6	÷
.		0	f
2		0	→ D.MS
9		÷	RTN
7		f	
3		→ D.MS	
0		R/S	
6		g ↓	

Fig. 6. — Programme pour le calcul de *B* et *L* en fonction de *Y* et *X*.