

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin technique de la Suisse romande
<b>Band:</b>	102 (1976)
<b>Heft:</b>	6
<b>Artikel:</b>	Simulation analogique et numérique du comportement transitoire des moteurs asynchrones
<b>Autor:</b>	Jufer, Marcel / Pittet, André
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-72919">https://doi.org/10.5169/seals-72919</a>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 11.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Simulation analogique et numérique du comportement transitoire des moteurs asynchrones

par MARCEL JUFER et ANDRÉ PITTEL, Lausanne<sup>1</sup>

## 1. Introduction

La machine synchrone a fait l'objet de nombreuses études en régime transitoire. Le moteur asynchrone est moins souvent l'objet de telles analyses, aussi bien par sa taille plus faible que par sa stabilité plus grande. Néanmoins, certains problèmes types tels que démarrage, court-circuit ou réenclenchement rapide, présentent un intérêt pour de grandes unités ou des installations exigeant une grande fiabilité.

La théorie à un axe, particulièrement efficace pour l'analyse de ces problèmes, est souvent méconnue au bénéfice de celle à deux axes. Elle se prête particulièrement bien à la résolution numérique. La simulation analogique nécessite obligatoirement un recours à la représentation à deux axes.

## 2. Théorie à un axe

La technique de représentation à un axe des grandeurs électromagnétiques caractéristiques d'un moteur asynchrone est partiellement développée dans la référence [1]. Nous en rappellerons ci-après les principales particularités.

### 2.1 Domaines d'application

Les hypothèses suivantes doivent être satisfaites pour l'application de cette méthode :

- le moteur doit être polyphasé symétrique dans sa construction, aussi bien au stator qu'au rotor. Les phases sont donc toutes décalées d'un angle  $2\pi/(mp)$  géométrique ou  $2\pi/m$  électrique ;
- le neutre éventuel n'est pas relié. La somme des courants stator ou rotor est donc nulle. Cette restriction peut être éliminée par un artifice de calcul [1] ;
- la distribution spatiale du potentiel magnétique et de l'induction de chaque phase au niveau de l'entrefer est sinusoïdale. On ne tient donc pas compte des harmoniques de forme.

### 2.2 Transformation complexe

Le potentiel magnétique associé à une phase est caractérisé par le courant instantané le parcourant et sa position géométrique. De ce fait, nous définirons le potentiel d'une phase dans le plan complexe par le produit du courant instantané d'un coefficient sans dimension et d'un vecteur unité complexe. Ce dernier est orienté selon la position géométrique (angle électrique) de la phase considérée. On a donc pour la phase  $k$  :

$$\underline{\theta}_k = k \underline{A} \underline{i}_k$$

<sup>1</sup> Conférence présentée par le Laboratoire d'électromécanique de l'EPFL au Symposium sur la dynamique des machines électriques tournantes, organisé à Tirrenia par les universités de Pise et Naples, du 27 au 29 mai 1975.

Arbitrairement, la phase  $a$  sera confondue avec l'axe réel :

$$\begin{aligned} \underline{\theta}_a &= A \underline{i}_a; \underline{\theta}_b = \underline{a} A \underline{i}_b; \underline{\theta}_c = \underline{a}^2 A \underline{i}_c; \\ \underline{\theta}_k &= \underline{a}^{k-1} A \underline{i}_k; \text{ avec } \underline{a} = e^{j2\pi/m} \end{aligned}$$

Afin de faciliter la transformation inverse, on définit un courant résultant proportionnel au potentiel magnétique et tel que la détermination du courant de phase instantané résulte d'une projection.

Soit  $\underline{i}_s$  un tel courant au stator. On a :

$$\underline{i}_s = \frac{2}{3} (i_{sa} + \underline{a} i_{sb} + \underline{a}^2 i_{sc} + \dots + \underline{a}^{m-1} i_{sm})$$

Le passage inverse est défini comme suit :

$$\begin{aligned} i_{sa} &= R_e [\underline{i}_s] \\ i_{sb} &= R_e [\underline{i}_s \underline{a}^*] \\ i_{sc} &= R_e [\underline{i}_s (\underline{a}^2)^*] \\ i_{sk} &= R_e [\underline{i}_s (\underline{a}^{k-1})^*] \end{aligned}$$

La même transformation peut être définie pour les flux totalisés (flux résultant) et les tensions.

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_s &= \frac{2}{3} (\psi_{sa} + \underline{a} \psi_{sb} + \underline{a}^2 \psi_{sc} + \dots + \underline{a}^{m-1} \psi_{sm}) \\ \underline{\psi}_s &= \frac{2}{3} (u_{sa} + \underline{a} u_{sb} + \underline{a}^2 u_{sc} + \dots + \underline{a}^{m-1} u_{sm}) \end{aligned}$$

### 2.3 Equations en expression à un axe

Compte tenu des référentiels respectifs liés au stator et au rotor, les expressions de la tension induite deviennent, dans un référentiel fixe :

$$\begin{cases} \underline{u}_s = R_s \underline{i}_s + \frac{d\underline{\psi}_s}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \underline{u}_r = R_r \underline{i}_r + \frac{d\underline{\psi}_r}{dt} - j \frac{d\theta}{dt} \underline{\psi}_r \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } & \begin{cases} \underline{\psi}_s = L_s \underline{i}_s + M_h \underline{i}_r \\ \underline{\psi}_r = L_r \underline{i}_r + M_h \underline{i}_s \end{cases} \\ & \theta = \text{décalage angulaire stator-rotor} \\ & = (1-s) \omega t + \theta_0 \\ & = \omega_r t + \theta_0 \end{aligned}$$

Le couple vaut alors :

$$C = \frac{3}{2} p M_h I_m \{ \underline{i}_s \underline{i}_r^* \}$$

A ces équations s'ajoute celle du mouvement :

$$\frac{J}{p} \frac{d^2\theta}{dt^2} = C - C_{r\text{es}} \quad (3)$$

Le comportement transitoire d'un moteur asynchrone est entièrement défini par la résolution de ces trois équations différentielles, compte tenu des conditions initiales.

### 3. Théorie à deux axes

La résolution analogique des équations du paragraphe 2 fait appel à une simulation des équations différentielles. Celles-ci ne peuvent être traitées sous forme complexe. Il s'agit alors de projeter les équations de la théorie à un axe sur les axes réel et imaginaire du plan complexe. On passe ainsi à une représentation à deux axes. Celle-ci se révèle également plus favorable pour l'étude de certains régimes de déclenchement. On peut écrire :

$$\underline{i}_s = i_{sd} + j i_{sq}; \underline{\psi}_s = \psi_{sd} + j \psi_{sq}; \underline{u}_s = u_{sd} + j u_{sq}$$

D'où les équations :

$$u_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \frac{di_{sd}}{dt} + M_h \frac{di_{rd}}{dt} \quad (4)$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \frac{di_{sq}}{dt} + M_h \frac{di_{rq}}{dt} \quad (5)$$

$$u_{rd} = R_r i_{rd} + L_r \frac{di_{rd}}{dt} + M_h \frac{di_{sd}}{dt} + \omega_r (L_r i_{rq} + M_h i_{sq}) \quad (6)$$

$$u_{rq} = R_r i_{rq} + L_r \frac{di_{rq}}{dt} + M_h \frac{di_{sq}}{dt} - \omega_r (L_r i_{rd} + M_h i_{sd}) \quad (7)$$

$$C = \frac{3}{2} p M_h (i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{rq}) \quad (8)$$

$$\frac{J d\omega_r}{p dt} = C - C_{rés} \quad (9)$$

Cette projection à deux axes arbitraires s'effectue dans un référentiel stator, contrairement à la technique utilisée pour les machines synchrones.

### 4. Régimes transitoires caractéristiques

Sur la base des méthodes développées, nous nous proposons d'aborder l'étude de trois cas de régimes transitoires caractéristiques pour un moteur asynchrone :

- le démarrage,
- le court-circuit triphasé,
- le réenclenchement rapide.

#### 4.1 Le démarrage

Le démarrage est un phénomène de caractère naturellement transitoire, mais souvent traité en régime quasi stationnaire. Pour prendre en considération le phénomène complet, il est nécessaire de résoudre les équations différentielles à un axe. Les conditions initiales sont définies et généralement nulles, sauf pour la tension. Les inconnues sont alors les courants stator et rotor, la vitesse et la position angulaire.

#### 4.2 Le court-circuit triphasé

Il s'agit également d'un cas d'alimentation à tension imposée nulle. Les conditions initiales sont celles du régime permanent. L'énergie magnétique accumulée dans les inductances du moteur se transforme dans les résistances statorique et rotorique et sous forme mécanique.

#### 4.3 Le réenclenchement rapide

Cette opération est parfois pratiquée dans les centrales thermiques en cas de perturbation, afin d'éviter un déclenchement général. Elle consiste en un déclenchement, suivi d'un réenclenchement après un temps court, de quelques dixièmes de seconde. Le réenclenchement se produit alors que le flux rotorique n'est pas encore éteint. Si cette der-

nière opération est assimilable à un démarrage avec conditions initiales non nulles ( $i_r$  et  $\omega_r \neq 0$ ), il n'en va pas de même du déclenchement. Pour ce dernier, les hypothèses suivantes seront admises :

- la coupure de courant n'intervient sur une phase que lorsque le courant correspondant passe naturellement par zéro ;
- si le disjoncteur s'ouvre à un instant quelconque, un arc de résistance nulle s'établit jusqu'au passage du courant par zéro.

Le moteur passe ainsi par trois états successifs :

- disjoncteur ouvert avec arcs ; on est ramené aux équations habituelles ;
- une phase est coupée, les deux autres sont parcourues par un courant égal et opposé ;
- les trois phases sont coupées, les deux dernières phases s'éteignent simultanément.

A la deuxième de ces étapes correspondent les équations suivantes, en expression à deux axes :

$$i_{sd} = i_{sa} = 0 \text{ (phase } a \text{ coupée)}$$

$$i_{sc} = -i_{sb}, \text{ d'où :}$$

$$i_{sq} = 2/\sqrt{3} i_{sb}$$

$$u_{sd} = u_{sa}$$

$$u_{sq} = (u_{sb} - u_{sc})/\sqrt{3} = \frac{u_{bc}}{\sqrt{3}}$$

avec :  $u_{bc}$  = tension de ligne entre les phases  $b$  et  $c$  connue.

D'où les équations particulières :

$$u_{sd} = u_{sa} = M_h \frac{di_{rd}}{dt}$$

$$u_{sq} = u_{bc}/\sqrt{3} = R_s i_{sq} + L_s \frac{di_{sq}}{dt} + M_h \frac{di_{rq}}{dt}$$

$$u_{rd} = 0 = R_r i_{rd} + L_r \frac{di_{rd}}{dt} + \omega_r (L_r i_{rq} + M_h i_{sq})$$

$$u_{rq} = 0 = R_r i_{rq} + L_r \frac{di_{rq}}{dt} - \omega_r L_r i_{rd}$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{p}{J} \frac{3}{2} p M_h (i_{sq} i_{rd} - C_{rés})$$

Dans ce système, les inconnues sont :

$$i_s, i_{sq}, i_{rd}, i_{rq} \text{ et } \omega_r$$

Pour la troisième étape, il est possible de revenir à une expression à un axe simplifiée :

$$i_s = 0$$

$$u_s = M_h \frac{di_r}{dt}$$

$$u_r = 0 = R_r i_r + L_r \frac{di_r}{dt} - j\omega_r L_r i_r$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{-p}{J} C_{rés}$$

### 5. Résolution numérique

La résolution numérique des équations qui précèdent nécessite l'utilisation d'un ordinateur. Il s'agit d'équations différentielles, qu'il est possible de réduire au premier ordre en posant :

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_r; \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega_r}{dt}$$

Pour résoudre le système correspondant, il doit être explicité en fonction des dérivées premières. Dans le cas d'un démarrage, avec alimentation par une source de tension connue, les inconnues sont  $\theta$ ,  $\omega_r$ ,  $i_s$  et  $i_r$ . D'où les équations :

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_r$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{p}{J} (C - C_r) \text{ avec } C = \frac{3}{2} p M_h I_m (i_s i_r^*)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_s}{dt} \\ \frac{di_r}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} -j\omega_r M_h^2 - L_r R_s \\ R_s M_h + j\omega_r M_h L_s \\ -j\omega_r L_r M_h + M_h R_r \\ j\omega_r L_r L_s - L_s R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + \frac{1}{A} \begin{bmatrix} u_s L_r - u_r M_h \\ L_s u_r - M_h u_s \end{bmatrix}$$

$$A = L_s L_r - M_h^2$$

Ce système peut être résolu par une méthode d'intégration numérique pas à pas, telle que Runge-Kutta ou Euler. Pour une alimentation à 50 Hz, un pas d'intégration de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-3}$  secondes est suffisant.

Une telle méthode permet de prendre en considération des phénomènes non linéaires. Parmi ceux-ci, citons :

- l'effet pelliculaire, en faisant dépendre la résistance rotorique  $R_r$  et la réactance de fuite rotorique  $L_{sr}$  de la fréquence apparente au rotor ;
- la saturation, en faisant dépendre les inductances de fuite (préencoches) statorique et rotorique des courants respectifs ;
- les pertes fer, en ajoutant un bobinage équivalent supplémentaire.

Remarquons que la résolution peut s'effectuer directement sous forme complexe.

On procédera de même pour un autre régime transitoire.

## 6. Résolution analogique

La simulation analogique des divers régimes transitoires décrits nécessite certaines mises en forme spécifiques :

- une simulation de grandeurs complexes étant impossible, il sera nécessaire de recourir à la théorie à deux axes ;

### Liste des symboles

$a$	$e^{j2\pi/m}$	
$A$	constante	
$C$	couple	[Nm]
$f$	fréquence	[Hz]
$i$	courant	[A]
$J$	inertie	[kg m <sup>2</sup> ]
$j$	$\sqrt{-1}$	
$L$	inductance	[H]
$M$	inductance mutuelle	[H]
$m$	nombre de phases	
$p$	nombre de paires de pôles	
$R$	résistance	[Ω]
$s$	glissement	
$t$	temps	[s]
$u$	tension	[V]
$\psi$	flux totalisé	[Vs]
$\theta$	potentiel magnétique	[A]
$\omega$	pulsation = $2\pi f$	[Hz]

### Indices

$a, b, c, k, m$	phase $a, b, c, k, m$
$d$	axe direct (arbitraire)
$h$	de champ principal
$q$	axe transverse (arbitraire)
$r$	rotorique
$s$	statorique
$o$	initial
$rés$	résistant

### Opérateurs

$\frac{i}{i^*}$	complexe
$\overline{R_e} [ ]$	conjugué
$I_m [ ]$	partie réelle
	partie imaginaire

— afin de faciliter la simulation de moteurs différents, les équations devront être traitées en valeurs relatives (p.u.).

Les trois systèmes d'équations différentielles qui représentent les régimes transitoires décrits au paragraphe 5 étant très semblables, il n'est pas nécessaire de simuler chacun d'eux séparément. Le passage de l'un à l'autre peut s'effectuer simplement, au moyen de quelques commutateurs électroniques. La succession des différentes phases du calcul est assurée par la partie logique de la calculatrice, qui commande l'état des divers commutateurs.

La résolution des exemples cités a été effectuée à l'aide d'une calculatrice analogique de type Applied Dynamics/4. A titre d'exemple, le système d'équation ci-dessous, qui prend deux formes différentes, peut être représenté par un seul schéma logique.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_{sd}}{dt} &= u_{sd} - R_s i_{sd} \\ i_{sd} &= -\frac{M_h}{L_s} i_{rd} + \frac{1}{L_s} \psi_{sd} \\ \psi_{sd} &= M_h i_{rd} \\ i_{sd} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{équations A (démarrage)} \\ \text{équations B (déclenchement)} \end{array}$$

Voir figure 1.

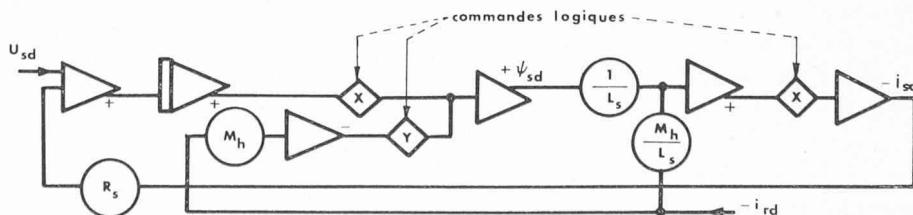


Fig. 1. — Schéma analogique des équations A et B. Pour les équations A, les commutateurs X sont enclenchés et Y déclenché. Pour les équations B, c'est l'inverse.

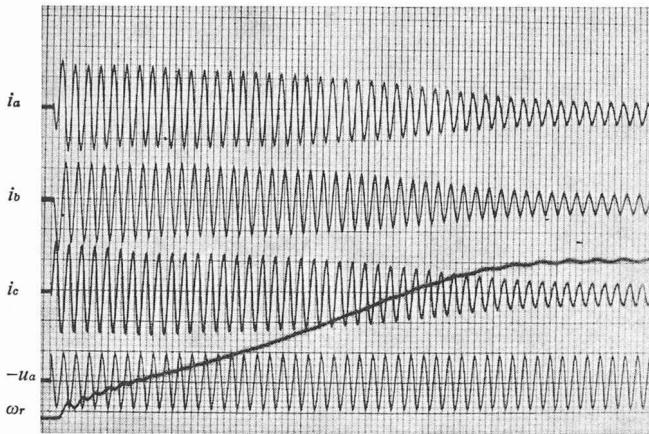


Fig. 2. — Caractéristiques mesurées.

Démarrage d'un moteur asynchrone 5,5 kW.

$i_a, b, c$  = courants de phase  
 $u_a$  = tension de phase (a)  
 $\omega_r$  = vitesse  
 $C$  = couple moteur

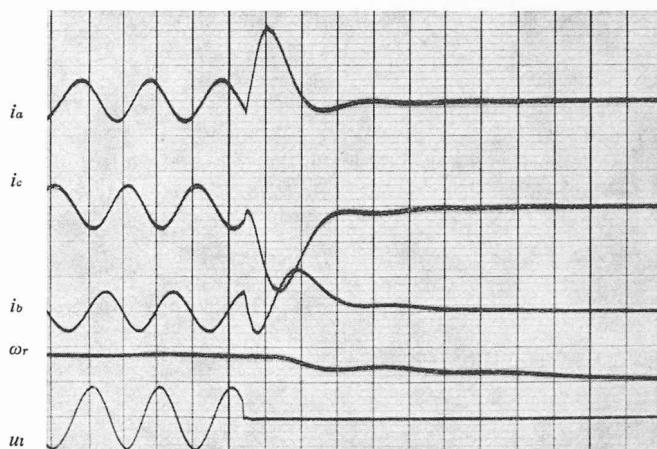


Fig. 4. — Caractéristiques mesurées.

Court-circuit triphasé d'un moteur asynchrone 5,5 kW en charge.

$i_a, b, c$  = courants de phase  
 $u_l$  = tension de ligne  
 $\omega_r$  = vitesse  
 $C$  = couple moteur

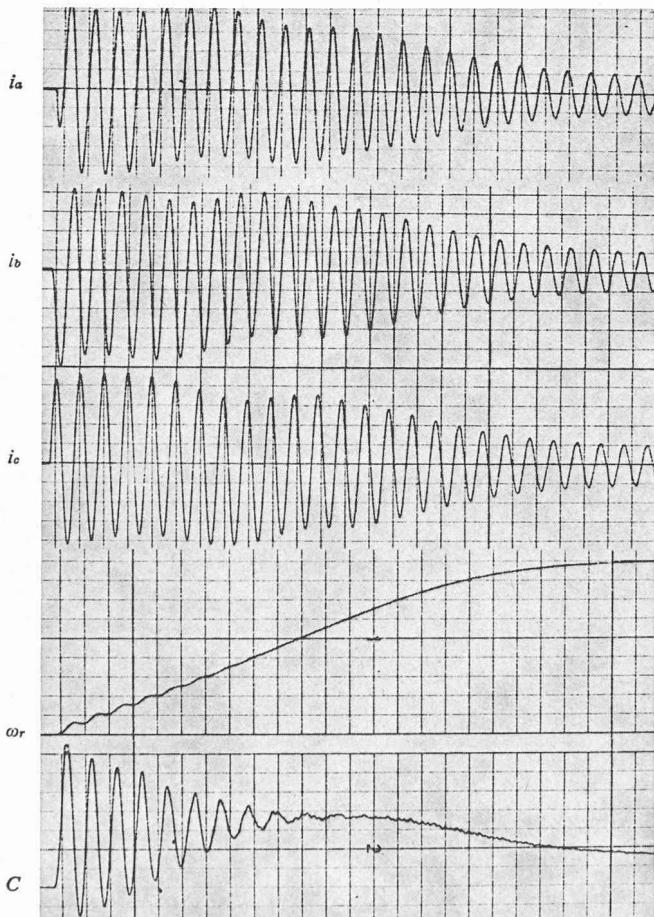


Fig. 3. — Caractéristiques calculées par simulation analogique.

$i_a, b, c$  = courants de phase  
 $u_a$  = tension de phase (a)  
 $\omega_r$  = vitesse  
 $C$  = couple moteur

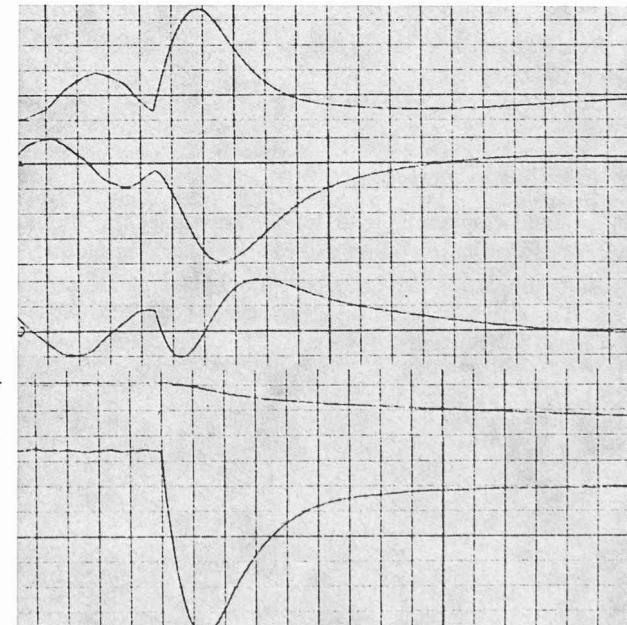


Fig. 5. — Caractéristiques calculées par simulation analogique.

$i_a, b, c$  = courants de phase  
 $u_l$  = tension de ligne  
 $\omega_r$  = vitesse  
 $C$  = couple moteur

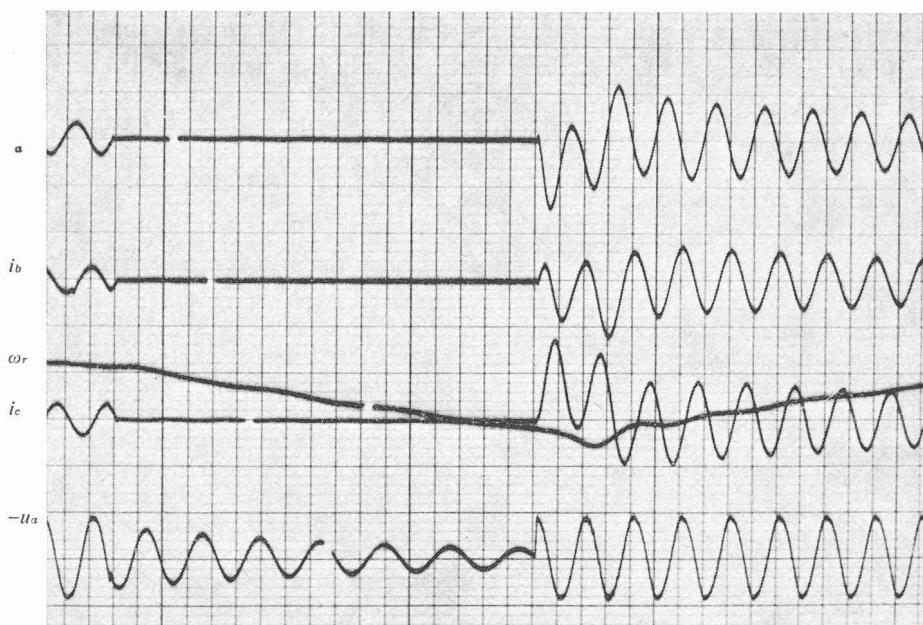


Fig. 6. — Caractéristiques mesurées.

Réenclenchement rapide d'un moteur asynchrone 5,5 kW en charge. Temps de coupure 175 ms.

$i_a, b, c$  = courants de phase  
 $u_a$  = tension de phase (a)  
 $\omega_r$  = vitesse  
 $C$  = couple moteur

simulées analogiquement sont représentées. On constate un amortissement légèrement plus rapide par le calcul que par la mesure. Les figures 6 et 7 correspondent à un réenclenchement rapide, sous charge, du même moteur. Le temps de coupure est de 175 ms. Les phases de la coupure et du réenclenchement sont identiques pour le calcul (fig. 7) et pour la mesure (fig. 8). La concordance calcul-mesure est excellente.

## 8. Conclusions

La théorie à un axe est un instrument très efficace pour l'analyse des régimes transitoires dans les moteurs asynchrones. Elle présente l'avantage de réduire les grandeurs instantanées de même nature à une seule grandeur équivalente. On a ainsi une grande réduction du nombre d'équations et une représentation très proche du comportement physique du système considéré.

La résolution numérique des équations différentielles associées au régime transitoire nécessite l'utilisation d'un ordinateur. La mise en œuvre est relativement simple et permet de prendre en considération des phénomènes non linéaires (effet pelliculaire, saturation).

La simulation analogique est plus délicate à mettre au point, mais permet de couvrir beaucoup plus rapidement un grand nombre de variantes. La détection de surintensités maximales est, par exemple, plus simple à entreprendre. En revanche, il est plus difficile de prendre en considération des non-linéarités.

## RÉFÉRENCES

- [1] Kovács et Rács : *Transientevorgänge in Wechselstrommaschinen*. Budapest, Akademie-Verlag, 1959.
- [2] M. JUFER : *Régimes transitoires dans les machines électriques*. Cours. Laboratoire d'électromécanique EPFL, 1969.
- [3] A. PITTE : *Réenclenchement rapide d'un moteur asynchrone. Simulation analogique*. Diplôme EPFL, 1973.

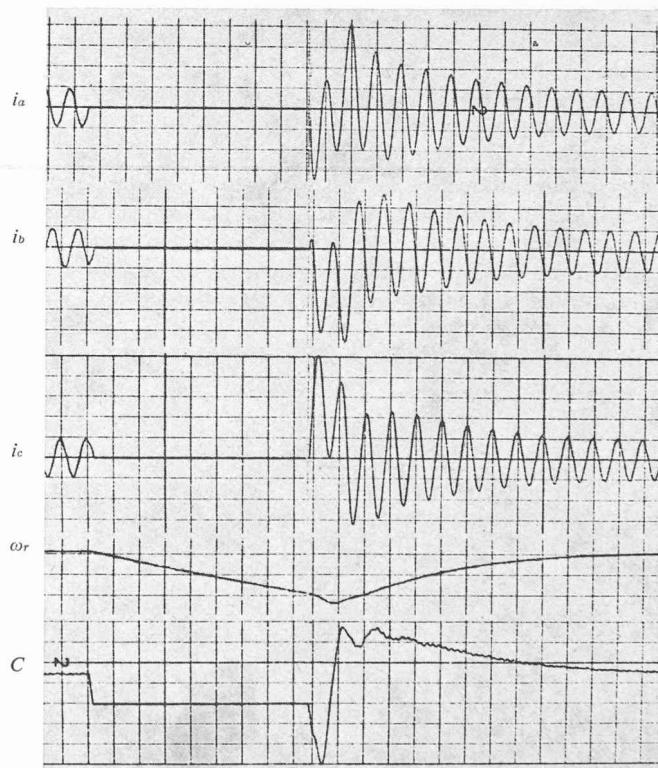


Fig. 7. — Caractéristiques calculées par simulation analogique.

$i_a, b, c$  = courants de phase  
 $u_a$  = tension de phase (a)  
 $\omega_r$  = vitesse  
 $C$  = couple moteur

Adresse des auteurs :

Marcel Jufer, professeur et  
André Pittet, ingénieur  
Laboratoire d'électromécanique  
Ecole polytechnique fédérale, 1007 Lausanne