

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 101 (1975)
Heft: 9

Artikel: Ecoulements à plusieurs phases liquides en milieu poreux saturé
Autor: Blanc, Pierre
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-72551>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ecoulements à plusieurs phases liquides en milieu poreux saturé

par PIERRE BLANC, Lausanne

Introduction

Les phénomènes d'écoulement en milieux poreux sont généralement si compliqués qu'il est indispensable d'introduire certaines simplifications pour résoudre les problèmes posés à l'ingénieur ou au géologue. Parmi ces simplifications, il faut citer celle qui consiste à ne considérer qu'un seul liquide, même si la densité et la viscosité du liquide varie considérablement dans l'espace, du fait de différences de température, par exemple. Deux applications faisant intervenir plusieurs liquides ont cependant retenu l'attention des spécialistes depuis longtemps :

- la relation entre les eaux douces et salées dans les régions côtières
- la relation entre l'eau et le pétrole dans les gisements pétroliers.

Dans ces deux cas, des théories ont été mises au point, mais ces théories ne sont pas directement applicables à n'importe quel problème. Le développement de nouveaux domaines d'application des écoulements en milieu poreux impose aujourd'hui à l'ingénieur et au géologue de considérer la présence de plusieurs liquides, séparés ou non par une zone de transition, par exemple dans les cas suivants :

- l'étude des risques de pollution d'une nappe aquifère et l'intervention en cas de pollution
- la réalimentation de nappes aquifères, les différences de température des eaux pouvant influencer les propriétés d'écoulement
- l'exploitation d'eau douce dans des nappes dont la base est occupée par des eaux salées
- le mouvement des engrâis dans le sol et le lessivage du sel pour les besoins agricoles
- le développement de procédés de chimie industrielle dans lesquels les réactions sont produites dans une matière poreuse.

Ce texte qui rassemble les connaissances actuelles sur les propriétés générales des écoulements de plusieurs liquides en milieu poreux saturé doit pouvoir servir de base pour des études ultérieures.

1. Propriétés fondamentales des liquides régissant leurs comportements réciproques

1.1 Diffusion et dispersion

Le contact de deux liquides au repos peut se comporter de deux façons fondamentalement différentes :

- s'il n'y a pas d'échange entre les deux liquides, ceux-ci sont séparés par un interface unique, infiniment mince ; c'est ce qui se passe lorsque les liquides ne sont pas solubles l'un dans l'autre, par exemple dans le cas du contact entre de l'eau et de l'huile.
- une solution se forme au contact des deux liquides et s'étend progressivement ; cette solution a de nouvelles propriétés physiques, généralement intermédiaires entre celles des deux premiers liquides ; c'est le cas, par exemple, du contact entre de l'eau et de l'alcool.

Le mécanisme de la dissolution, ou de la diffusion, de liquides l'un dans l'autre est dû à l'agitation moléculaire et ce phénomène est donc proportionnel à la température absolue.

Dans le cas de la juxtaposition de deux volumes du même liquide, mais à des températures différentes, le

contact est affecté par un phénomène de diffusion thermique, c'est-à-dire par une égalisation des températures.

Lorsque deux liquides, miscibles ou non, sont mis en mouvement dans un milieu poreux, on remarque que l'interface ne reste pas mince, mais est affecté par un phénomène de dispersion. Ce phénomène est donc dû au mouvement du liquide dans les interstices dont l'orientation quelconque donne des lignes de courant tortueuses, provoquant ainsi un mélange des liquides. Il ne faut cependant pas confondre la dispersion et la diffusion. En effet, la dispersion ne fait que juxtaposer de très petits volumes de liquides en multipliant les interfaces, mais chaque liquide garde ses propres propriétés physiques.

Lors de l'écoulement de deux liquides, les phénomènes de diffusion et de dispersion transforment l'interface originellement mince en une zone de transition de plus en plus épaisse, qui peut être rendue plus facilement observable par coloration d'un des deux liquides.

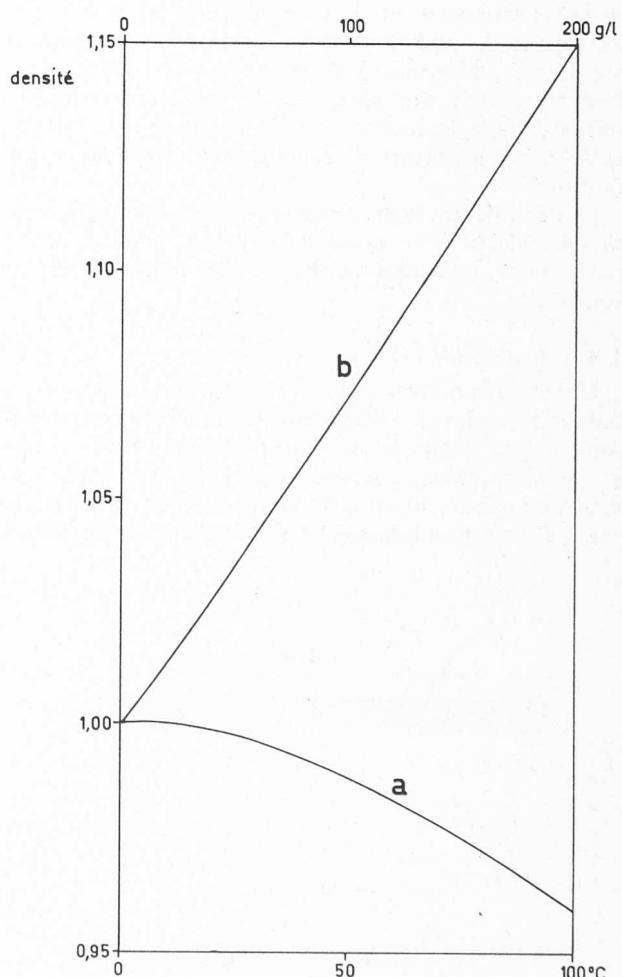


Fig. 1. — Variation de la densité de l'eau avec la température (a) et avec la teneur en NaCl (b).

1.2 Différence de densité

La différence de densité est un des caractères physiques essentiels dictant la position de deux liquides l'un par rapport à l'autre. De plus, les différences de densité ne concernent pas seulement des liquides différents, mais elles peuvent aussi affecter un même liquide suivant la quantité de matière liquide ou solide dissoute, ou du fait de différences de température (fig. 1).

1.3 Pression capillaire

Si deux liquides en contact conservent chacun leur identité, ils sont dits non miscibles et il est alors possible d'observer un interface à leur contact. Les forces d'attraction de ces liquides de natures différentes n'étant pas égales, il existe une tension à cet interface, appelée tension superficielle.

Considérons l'équilibre d'une goutte sphérique d'un liquide 1 dans un liquide 2. Par définition, la pression capillaire est la différence entre la pression dans le liquide intérieur et la pression dans le liquide extérieur. Cette différence de pression est proportionnelle à la tension superficielle entre les deux liquides σ et à la courbure de l'interface, la relation s'exprimant comme suit :

$$p_c = p_1 - p_2 = 2 \sigma / R \quad (1)$$

Si l'interface n'a pas une forme sphérique, cette relation devient :

$$p_c = \sigma (1/R' + 1/R'') \quad (2)$$

C'est l'équation de Laplace ou de Plateau. $(1/R' + 1/R'')$ est appelé la courbure moyenne, R' et R'' étant les rayons de courbure de deux sections se coupant à angle droit, normales à l'interface au point considéré. Contrairement à une idée assez fréquemment répandue, même dans la littérature, il n'est pas nécessaire que R' et R'' soient les rayons de courbure principaux de l'interface.

En dépit de son nom trompeur, la définition de la pression capillaire ne nécessite donc pas la présence d'une paroi solide, mais celle de deux fluides non miscibles en contact.

1.4 Mouillabilité

L'effet de la paroi solide en contact avec des liquides se fait sentir par les propriétés de mouillabilité. Si nous déposons sur une plaque de verre une goutte de mercure et une goutte d'eau, nous remarquons que le mercure garde une forme compacte, alors que l'eau, qui mouille mieux le verre, s'étend plus largement (fig. 2). L'angle entre l'inter-

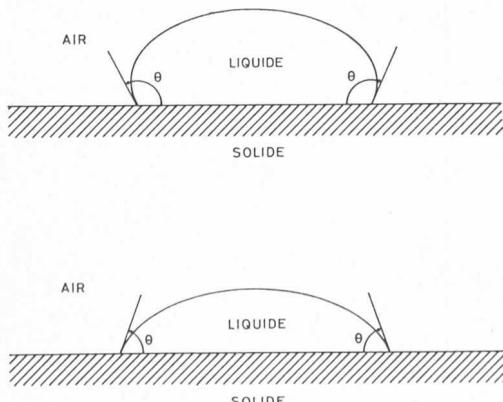


Fig. 2. — Mouillabilité.

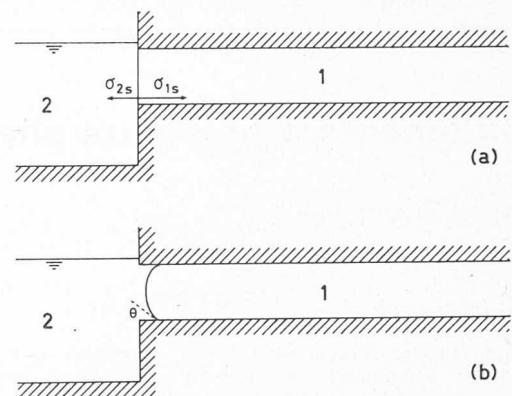


Fig. 3. — Imbibition libre (d'après H. J. Morel-Seytoux, 1969).

face et la paroi solide est appelé angle de mouillage à l'équilibre θ . Si cet angle est supérieur à 90° , c'est l'air et non le liquide qui mouille préférentiellement la paroi.

De même qu'il existe une tension superficielle entre deux liquides non miscibles, il existe aussi des tensions superficielles entre liquides et solides (σ_{LS}) et liquides et gaz (σ_{LG}). La résultante au contact de trois phases en équilibre est toujours nulle, la relation liant les trois tensions superficielles étant la suivante :

$$\sigma_{GS} = \sigma_{LS} + \sigma_{LG} \cos \theta \quad (3)$$

C'est la formule de Young (ou de Dupré).

Lorsqu'un solide présente des propriétés de mouillabilité différentes à l'égard de deux liquides, il peut se produire un mouvement sans gradient de pression externe. Ce mouvement est appelé imbibition.

Considérons un tube de petit diamètre préférentiellement mouillable par un liquide 2, mais initialement rempli par un liquide 1 (fig. 3). Si le tube est amené en contact avec le liquide 2, il se produit un déséquilibre au contact de l'interface avec le tube, qui provoque un mouvement du bord de l'interface, et donc une courbure de cet interface. L'angle entre l'interface et la paroi solide est de nouveau l'angle de mouillage à l'équilibre θ .

La mouillabilité doit être définie comme la capacité pour un liquide de mouiller, c'est-à-dire de s'étendre sur une surface solide. Dans un milieu poreux à granulométrie variable, le liquide qui mouille les grains le plus facilement, occupe les pores dont la surface spécifique est la plus grande, donc les interstices les plus fins.

1.5 Permeabilité

La notion de perméabilité est une caractéristique généralement attribuée à un milieu perméable, le liquide traversant ce milieu étant normalement de l'eau. Si on mesure successivement la perméabilité d'un milieu poreux homogène à l'égard de deux liquides différents, on remarque qu'il ne présente pas les mêmes caractéristiques de perméabilité à l'égard des deux liquides. Ces deux liquides sont alors caractérisés par deux perméabilités différentes et la notion de perméabilité devient alors une propriété des liquides.

Pour pouvoir résoudre correctement les problèmes liés à l'écoulement de plusieurs liquides, il faut introduire le coefficient de perméabilité intrinsèque K_i qui tient compte de la viscosité μ (fig. 4) et de la masse spécifique ρ du liquide, les deux coefficients de perméabilité étant liés par la relation :

$$K = K_i \rho / \mu \quad (4)$$

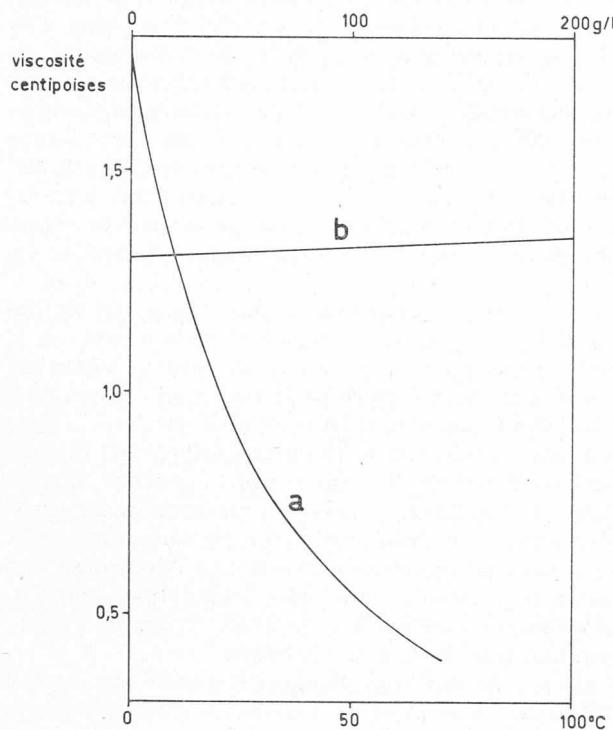


Fig. 4. — Variation de la viscosité de l'eau avec la température (a) et avec la teneur en NaCl (b).

Le coefficient de perméabilité intrinsèque est alors une propriété bien définie du milieu perméable, quels que soient le liquide et ses propriétés. L'unité de perméabilité intrinsèque est le darcy ou le milli-darcy. Il a la dimension d'une surface.

$$1 \text{ darcy} = 0,987 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$$

Pratiquement, pour l'eau dans des conditions normales, la correspondance entre les deux perméabilités est la suivante :

$$K_i = 1 \text{ darcy} \rightarrow K = \text{env. } 10^{-5} \text{ m/s}$$

Pour un liquide s'écoulant seul dans un milieu perméable, la loi de Darcy devient :

$$V = -(K_i \rho / \mu) \text{ grad } (p + pgz) \quad (5)$$

Nous verrons plus loin que cette définition de la perméabilité n'est plus valable pour l'écoulement d'un mélange de liquides.

2. Ecoulement de liquides séparés par un interface

2.1 Equilibre de l'interface mince séparant deux liquides

L'équilibre hydrostatique parfait de deux liquides correspond à la superposition totale du liquide léger sur le liquide lourd, l'interface étant alors un plan horizontal. Le problème du contact des eaux douces et salées dans les régions côtières a cependant amené W. Badon Ghyben (1888-1889) et A. Herzberg (1901) à étudier l'équilibre hydrostatique de deux liquides dans le cas de mouvements horizontaux négligeables (fig. 5). L'équilibre donné par la loi de Ghyben et Herzberg correspond donc au cas d'un tube en U :

$$z_s = z_w \rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) \quad (6)$$

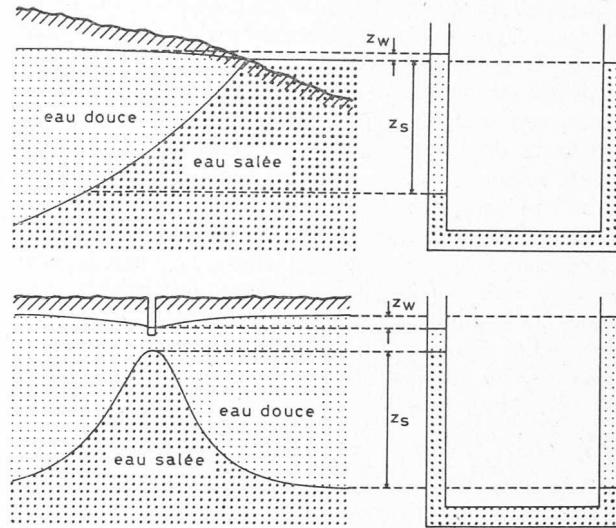


Fig. 5. — Equilibre hydrostatique de Ghyben et Herzberg.

z_s est la cote de l'interface au-dessous du niveau de la mer et z_w la surface de la nappe d'eau douce au-dessus de la mer ; ρ_2 est la densité du liquide le plus lourd.

Cette équation est en bon accord avec la réalité, même si elle ne correspond pas tout à fait aux conditions réelles des nappes mixtes (eau douce - eau salée).

Pour $\rho_2 = 1,026 \text{ g/cm}^3$ (eau salée) et $\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3$ (eau douce) :

$$z_s = 38 z_w \quad (7)$$

Il est cependant souvent nécessaire de devoir considérer des liquides en mouvement dans les problèmes d'interface. Les principaux résultats concernant l'équilibre hydrodynamique de l'interface sont dus à M. K. Hubbert (1940, 1953). Cet auteur a montré que lorsque deux liquides 1 et 2 se déplacent, en nappe libre ou captive, la force agissant sur chaque liquide, en faisant abstraction des forces capillaires qui peuvent souvent être négligées, est donnée par :

$$F_1 = g - (\text{grad } p) / \rho_1 \text{ et } F_2 = g - (\text{grad } p) / \rho_2 \quad (8)$$

Ces équations peuvent être représentées par un diagramme de vecteurs (fig. 6) qui montre que la variation de densité provoque des différences de direction des forces agissant sur les liquides.

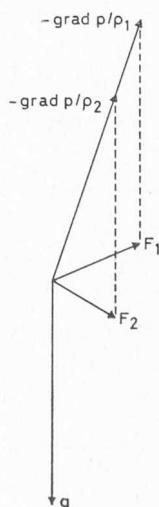


Fig. 6. — Diagramme des forces agissant sur 2 liquides de densités différentes (d'après M. K. Hubbert, 1940).

Ce problème de l'équilibre hydrodynamique de l'interface de deux liquides est particulièrement important pour l'étude des gisements pétroliers. En effet, le pétrole n'apparaît que très rarement seul et il est le plus généralement accompagné d'eau et de gaz, ces fluides étant en pression, sous forme de nappes captives. Le pétrole et le gaz occupent le sommet des structures anticlinales, parce que les fluides les plus légers se déplacent naturellement des régions de haute énergie vers les régions de faible énergie.

Nous avons vu plus haut que l'interface de deux liquides au repos était horizontale. Par contre, il devient incliné lorsque les liquides sont en mouvement. M. K. Hubbert a proposé une équation reliant la pente α de l'interface aux vitesses de filtration V_{1s} et V_{2s} des deux liquides 1 et 2, le long de l'interface s :

$$\sin \alpha = \frac{\partial z / \partial s}{K_i (\rho_2 - \rho_1)} = - \frac{\mu_2 V_{2s} - \mu_1 V_{1s}}{K_i (\rho_2 - \rho_1)} \quad (9)$$

Si un des liquides est immobile, ce qui peut être le cas du pétrole dans les gisements pétroliers ou de l'eau salée dans les nappes mixtes (fig. 5), sa vitesse de filtration est nulle.

Pour le liquide 2 immobile : $V_{2s} = 0$

$$\sin \alpha = \frac{\mu_1 V_{1s}}{K_i (\rho_2 - \rho_1)} \quad (10)$$

2.2 Position de l'interface mince de liquides en mouvement

2.2.1 Méthode générale

Certains travaux importants, tels que la construction de puits de captage, de tranchées d'infiltration, de barrages, etc... peuvent provoquer d'importantes modifications de la position de l'interface. Ces modifications doivent

être prévues à l'avance et il est donc nécessaire de disposer d'une méthode permettant de connaître la position d'un interface en fonction des données de l'écoulement.

Ces problèmes sont aujourd'hui fréquemment traités avec des modèles physiques à 2 ou 3 dimensions. La principale difficulté pour la résolution de cas particuliers à l'aide de ces modèles provient de la réduction des échelles. En effet, une modification de la répartition granulométrique joue un grand rôle sur les phénomènes de tension superficielle, et donc sur le comportement réciproque des liquides.

La méthode de l'hodographe des vitesses, qui est employée surtout pour la détermination de la position de la surface libre d'une nappe, est un des plus puissants instruments mathématiques pour la résolution de problèmes d'interface à deux dimensions en régime permanent. Cette méthode a été décrite de façon détaillée par M. E. Harr (1962) et J. Bear et G. Dagan (1962). Cependant, la résolution de problèmes particuliers par cette méthode est généralement très fastidieuse et n'est pas toujours possible. On a donc plus généralement recours à des modèles déjà résolus et qui peuvent être adaptés aux problèmes à étudier. Le tableau n° 7 indique les principaux cas dont la solution peut être trouvée dans la littérature.

Les problèmes à trois dimensions, comme par exemple les cas liés à la présence d'un puits, n'ont pas trouvé jusqu'à aujourd'hui de solutions rigoureuses.

La variation de position de l'interface en régime transitoire a été étudiée par P. Y. Polubarinova-Kochina (1940, 1942) et par N. K. Girinsky (1947). Des modèles mathématiques ont été mis au point pour calculer le déplacement de l'interface, mais malheureusement ces modèles sont généralement basés sur l'hypothèse que les différents liquides ont tous les mêmes propriétés hydrodynamiques.

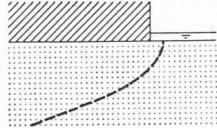
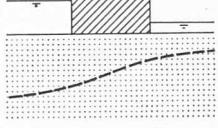
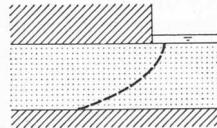
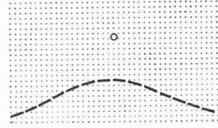
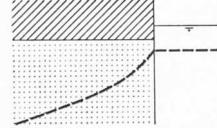
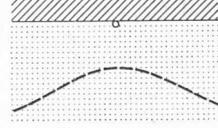
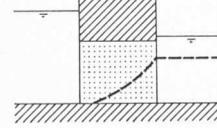
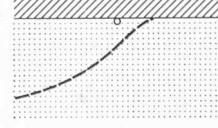
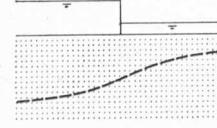
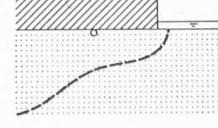
	BARRAGE INFINIMENT LONG VERS L'AMONT SUR UN MILIEU PERMEABLE INFINI VERS LE BAS	R.E. Glover (1959) H.R. Henry (1959)		BARRAGE D'ÉPAISSEUR FINIE SUR UN MILIEU PERMEABLE	A.T. Pavlov (1942)
	BARRAGE INFINIMENT LONG VERS L'AMONT SUR UN MILIEU PERMEABLE D'ÉPAISSEUR FINIE	J.Bear et G.Dagan (1964)		DRAIN HORIZONTAL DANS UN MILIEU PERMEABLE INFINI	J.Bear et G.Dagan (1964)
	MILIEU PERMEABLE SEMI-INFINI LIMITÉ PAR UNE SURFACE VERTICALE	H.R. Henry (1959)		DRAIN HORIZONTAL DANS UN MILIEU PERMEABLE CAPTIF	J.Bear et G.Dagan (1964)
	BARRAGE PERMEABLE SUR UN NIVEAU IMPERMEABLE	H.R. Henry (1959)		DRAIN HORIZONTAL DANS UN MILIEU PERMEABLE CAPTIF AVEC ALIMENTATION UNILATERALE	J.Bear et G.Dagan (1964)
	BARRAGE MINCE SUR UN MILIEU PERMEABLE	P.Y. Polubarinova-Kochina (1940 et 1942) V.A. Braginskaya (1942)		DRAIN HORIZONTAL SOUS UN BARRAGE INFINIMENT LONG VERS L'AMONT	G. de Josselin de Jong (1965)

Fig. 7. — Modèles d'interfaces à deux dimensions résolus dans la littérature.

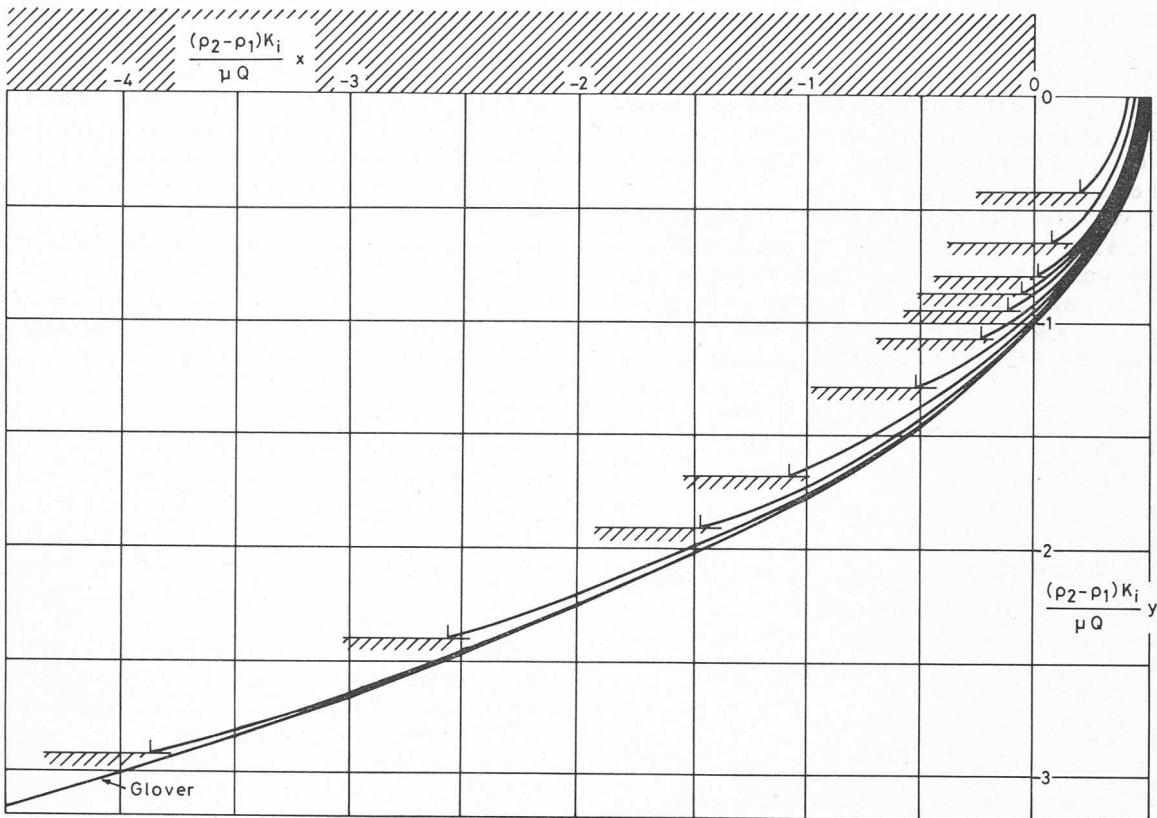


Fig. 8. — Interface sous un barrage infiniment long vers l'amont (d'après J. Bear et G. Dagan, 1964).

Cette hypothèse restreint considérablement l'intérêt de cette méthode dont les résultats sont souvent en contradiction avec la réalité.

2.2.2 Barrage infiniment long vers l'amont

La position de l'interface sous un barrage infiniment long vers l'amont (fig. 8) a été étudiée par R. E. Glover (1959) et J. Bear et G. Dagan (1964). La formulation la plus générale, dans le cas où l'aquifère est limité à la base par une couche imperméable, est assez compliquée, mais la solution peut être obtenue graphiquement avec les courbes calculées par J. Bear et G. Dagan (fig. 8). Dans le cas où l'épaisseur de l'aquifère est infinie, l'équation de l'interface due à R. E. Glover (1959) est beaucoup plus simple :

$$y^2 = \left[\frac{Q\mu}{K_i(\rho_2 - \rho_1)} \right]^2 - \frac{2Q\mu x}{K_i(\rho_2 - \rho_1)} \quad (11)$$

Le point de sortie de l'interface à l'aval du barrage est :

$$x_0 = \frac{Q\mu}{2K_i(\rho_2 - \rho_1)} \quad (12)$$

La figure 8 nous montre que la présence d'un fond imperméable influence très peu la position de l'interface. On peut donc admettre que le modèle de Glover, basé sur un aquifère d'épaisseur infinie, peut être utilisé même si le terrain perméable n'est pas infini vers le bas. En particulier, il s'applique bien à l'étude de la position de l'interface eau douce — eau salée dans les régions côtières.

2.2.3 Barrage mince

Le cas d'un barrage mince représente l'influence sur un interface dans le sous-sol, d'une paroi mince étanche séparant deux aquifères dont la surface est à deux niveaux différents (fig. 9). Le mouvement des liquides n'est plus

envisagé en fonction du débit Q , mais en fonction d'une différence de charge des deux côtés du barrage. Le niveau perméable contient, avant la construction du barrage, deux liquides superposés de densités ρ_1 et ρ_2 , la profondeur de l'interface étant h_1 .

Les nouvelles épaisseurs du liquide léger à l'amont et à l'aval du barrage peuvent être calculées d'après la théorie de Ghyben et Herzberg :

$$\text{à l'amont du barrage : } h' = h_1 + \frac{H'}{(\rho_2/\rho_1 - 1)} \quad (13)$$

$$\text{à l'aval du barrage : } h'' = h_1 + \frac{H' - H}{(\rho_2/\rho_1 - 1)} \quad (14)$$

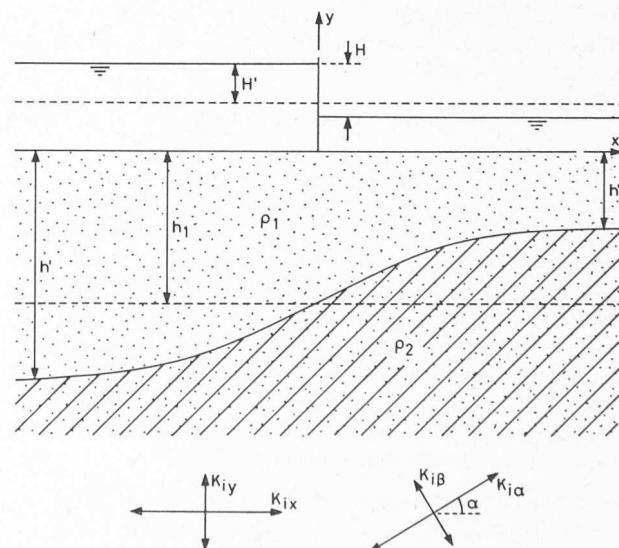


Fig. 9. — Interface sous un barrage mince (d'après P. Y. Polubarnova-Kochina, 1940 et 1942).

Ces valeurs de h' et h'' ne sont pas influencées par l'épaisseur du barrage.

Le modèle de P. Y. Polubarinova-Kochina (1940, 1942) représente l'influence sur l'interface, d'un barrage retenant les eaux superficielles, dans le cas où la cote de l'ancienne surface d'eau est la moyenne entre les nouvelles cotes à l'amont et à l'aval du barrage.

Nous avons généralisé le modèle de P. Y. Polubarinova-Kochina de façon à pouvoir obtenir la position de l'interface quels que soient les niveaux d'eau à l'amont et à l'aval. Si le barrage est mince, la position de l'interface peut alors être calculée en tous points en faisant varier ω entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$ dans les équations suivantes :

$$x = \frac{H}{\pi(\rho_2/\rho_1-1)} \ln(2 \cos \omega) + \frac{h_1}{\pi} \ln \frac{1+\sin \omega}{1-\sin \omega} \quad (15)$$

$$y = \frac{H}{\pi(\rho_2/\rho_1-1)} \omega + \frac{H/2-H'}{\rho_2/\rho_1-1} - h_1$$

La seule propriété des liquides qui influence la position de l'interface est le rapport de leurs densités ρ_2/ρ_1 .

V. A. Braginskaya (1942) a étudié l'influence de l'anisotropie du milieu perméable sur la position de l'interface. Pour une anisotropie horizontale :

$$x = x_0 \sqrt{K_{ix}/K_{iy}} \quad y = y_0 \quad (16)$$

où x_0 et y_0 représenteraient les valeurs correspondant à un milieu isotrope. K_{ix} est la perméabilité intrinsèque horizontale et K_{iy} la perméabilité intrinsèque verticale.

Pour une anisotropie oblique :

$$x = \frac{\sqrt{K_{ix} K_{i\beta}} x_0 + (K_{ix} - K_{i\beta}) \sin \alpha \cos \alpha y_0}{K_{ix} \sin^2 \alpha + K_{i\beta} \cos^2 \alpha} \quad y = y_0 \quad (17)$$

où K_{ix} et $K_{i\beta}$ sont les perméabilités intrinsèques extrêmes et α l'angle entre la direction de la perméabilité K_{ix} et l'axe des x (fig. 9).

2.2.4 Drain horizontal

Dans le cas d'un drain horizontal, le problème de l'interface séparant deux liquides peut être traité par analogie au cas du rabattement de la surface libre d'une nappe, cette surface libre étant en fait un interface entre deux fluides. On peut donc appliquer dans ce cas les formules établies pour le rabattement d'une nappe par un drain, l'ordonnée y devant être modifiée en fonction des densités des liquides :

$$y_{\text{interface}} = -y_{s, \text{ libre}} (\rho_2/\rho_1-1) \quad (18)$$

S'il est possible de considérer l'aquifère comme infini dans toutes les directions à partir du drain, on peut alors appliquer les formules relatives au drainage (par exemple une tranchée) dans un aquifère libre et infini vers le bas.

Si l'aquifère est captif, il faut appliquer les formules relatives à un drainage en nappe libre à la surface d'un niveau imperméable (par exemple, tranchée complète).

Plusieurs modèles comportant des drains horizontaux ont été étudiés avec la méthode de l'hodographe des vitesses par J. Bear et G. Dagan (1964). Ces modèles s'appliquent aux cas suivants (fig. 7) :

- drain horizontal dans un milieu perméable infini ;
- drain horizontal dans un milieu perméable captif ;
- drain horizontal dans un milieu perméable captif, avec alimentation unilatérale.

Pour un prélèvement dans un aquifère infini, on observe un point d'inflexion sur l'interface, la pente de l'interface à cet endroit étant α . La position de l'interface a été calculée par J. Bear et G. Dagan pour plusieurs valeurs de α (fig. 10). Pour obtenir la courbe valable dans le cas étudié, il est nécessaire de choisir une valeur de α , c'est-à-dire de connaître les coordonnées d'un point de l'interface.

Le problème de la position de l'interface lors d'un drainage sous un barrage infiniment long vers l'amont est important, par exemple pour l'exploitation des eaux dans les régions côtières (fig. 7). Il a été traité de façon complète par G. de Josselin de Jong (1965).

2.2.5 Pompage ponctuel

Les cas à trois dimensions ne peuvent pas être traités par la méthode de l'hodographe des vitesses. Il est cependant indispensable de pouvoir obtenir une solution satisfaisante pour les problèmes relatifs à des puits dans des nappes libres partiellement occupées par des eaux saumâtres ou polluées, ou dans des nappes captives occupées par du pétrole et de l'eau.

Comme pour les drains horizontaux, ces problèmes sont généralement traités par analogie avec le rabattement d'une surface libre. L'équation (18) donne de nouveau le rapport de proportionnalité de l'ordonnée.

Si l'aquifère est libre et peut être considéré comme infini, on applique les formules relatives au rabattement de la surface libre par un puits dans un aquifère libre et infini vers le bas.

Si l'aquifère est captif, on peut appliquer les formules relatives au rabattement de la surface libre par un puits complet.

2.3 Dispersion de l'interface

Dans ce qui précède, nous avons supposé que les deux liquides ne se mélangeaient pas et que l'interface restait donc mince. La zone de transition qui remplace généralement l'interface mince, est due simultanément aux phénomènes de diffusion et de dispersion.

Lors de l'injection en un point dans un écoulement d'un traceur de concentration originelle C_0 , l'évolution des

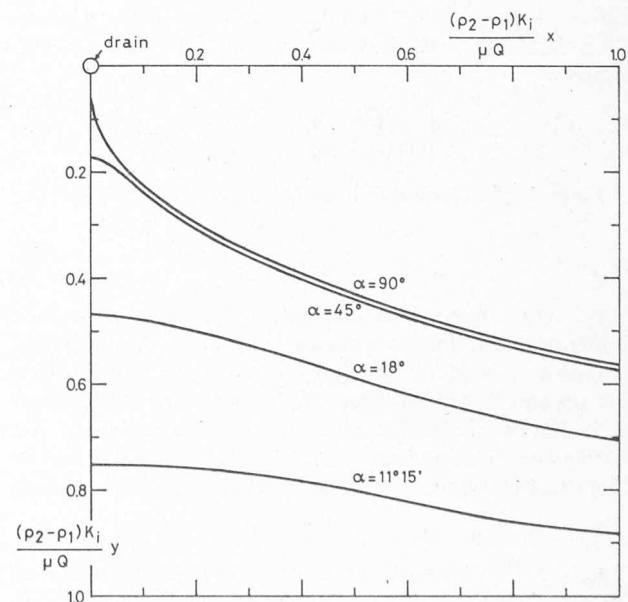


Fig. 10. — Interface sous un drain dans un aquifère infini (d'après J. Bear et G. Dagan, 1964).

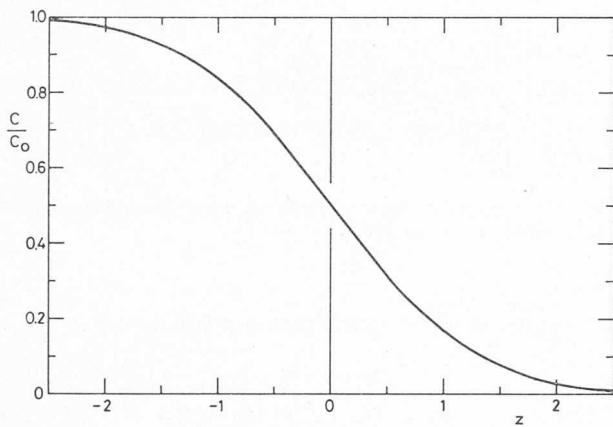


Fig. 11. — Dispersion de l'interface : valeur de $\frac{1}{2} \operatorname{erfc}(z)$.

concentrations dans la traînée résultante est obtenue par l'équation suivante :

$$C = C_0 (4 \pi D t)^{-3/2} e^{-r^2/4 D t} \quad (19)$$

où r indique la distance au centre de la traînée, t représente le temps ; D est le coefficient de dispersion proposé par A. E. Scheidegger (1954) ; il a la dimension d'une surface par unité de temps.

Si deux volumes de liquides séparés par un interface plan se déplacent dans un écoulement orienté perpendiculairement à l'interface, la dispersion perpendiculaire à cet interface suit une distribution de probabilité normale telle que :

$$C = \frac{C_0}{2} \operatorname{erfc} \frac{x - (V/n) t}{2 \sqrt{D' t}} \quad (20)$$

où D' est le coefficient de dispersion longitudinal, V la vitesse de filtration et n la porosité ; x est la distance parcourue par l'interface ; $\operatorname{erfc}(z)$ est la fonction de répartition normale complémentaire. La valeur de C/C_0 peut être directement trouvée en fonction de z dans des tables de probabilité ou à l'aide de la courbe de la figure 11.

Si la direction de l'écoulement est parallèle à l'interface, ce qui est le cas dans les modèles décrits plus haut, la dispersion perpendiculaire à l'interface devient :

$$C = \frac{C_0}{2} \operatorname{erfc} \frac{y}{2 \sqrt{D'' t}} \quad (21)$$

où D'' est le coefficient de dispersion transversal et y la distance parcourue par un point de l'interface.

Dans le cas le plus général où la direction de l'écoulement est orientée de façon quelconque par rapport à l'interface (fig. 12), la dispersion perpendiculaire à l'interface est telle que :

$$C = \frac{C_0}{2} \operatorname{erfc} \frac{[x - (V/n) t] \sin \beta - y \cos \beta}{2 \sqrt{(D' \sin^2 \beta + D'' \cos^2 \beta) t}} \quad (22)$$

où β est l'orientation de l'écoulement par rapport à l'interface ; l'axe x est pris dans la direction de l'écoulement, et l'axe y perpendiculairement (fig. 12).

3. Ecoulement d'un mélange de liquides non miscibles

3.1 Perméabilité relative

Nous avons vu plus haut qu'un mélange de liquides non miscibles correspond à une juxtaposition de très petits volumes de chaque liquide. Si un tel mélange traverse

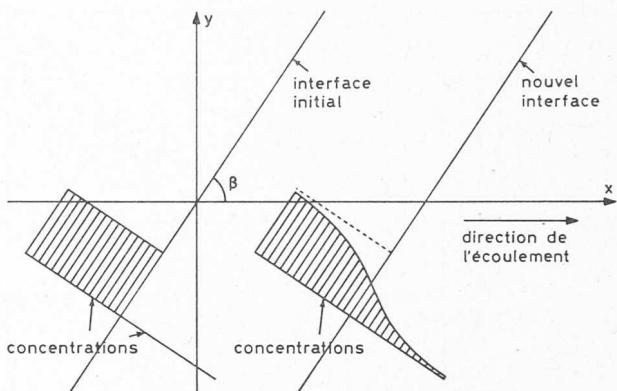


Fig. 12. — Dispersion de l'interface dans un écoulement d'orientation quelconque (d'après J. Bear, 1969).

un milieu poreux homogène, on pourrait supposer que chaque liquide s'écoule avec une vitesse de filtration proportionnelle à sa saturation S . Ainsi, dans un mélange de deux liquides 1 et 2, la loi de Darcy s'exprimerait comme suit :

$$V_1 = -\frac{K_i \rho_1 S_1}{\mu_1} \operatorname{grad} (p_1 + \rho_1 g z) \quad (23)$$

$$V_2 = -\frac{K_i \rho_2 S_2}{\mu_2} \operatorname{grad} (p_2 + \rho_2 g z)$$

En fait, les mesures expérimentales montrent que la vitesse de filtration V ne varie pas linéairement avec la saturation. M. Muskat (1949) a généralisé la loi de Darcy de façon correcte, par adjonction du coefficient de perméabilité relative K_r :

$$V_1 = -\frac{K_i K_{r1} \rho_1 S_1}{\mu_1} \operatorname{grad} (p_1 + \rho_1 g z) \quad (24)$$

$$V_2 = -\frac{K_i K_{r2} \rho_2 S_2}{\mu_2} \operatorname{grad} (p_2 + \rho_2 g z)$$

K_i reste donc la perméabilité intrinsèque du milieu, quels que soient les liquides en présence et leurs proportions. K_{r1} est la perméabilité relative du liquide 1. Alors que K_{r1} et K_{r2} vaudraient 1 si l'équation (23) était valable, ces coefficients varient entre 0 et 1 (fig. 13). Ils sont essentiellement fonction de la saturation, mais dépendent aussi de la mouillabilité préférentielle du milieu solide, de la température (variation de la viscosité), de la forme et de la dimension des pores.

La perméabilité effective K_1 pour le liquide 1 a été définie par J. C. Calhoun (1953) :

$$K_1 = K_i K_{r1} \frac{\rho_1}{\mu_1} \quad (25)$$

La somme des perméabilités effectives des différents liquides s'écoulant simultanément dans un milieu perméable est toujours inférieure à la perméabilité K .

3.2 Phénomènes de capture

La diminution de perméabilité efficace du milieu perméable lorsqu'il est traversé par un mélange de liquides peut être partiellement expliquée par le phénomène de capture du liquide qui mouille le moins le matériau solide ambiant.

Un milieu perméable peut être grossièrement représenté par un faisceau de tubes plus ou moins larges, non connec-

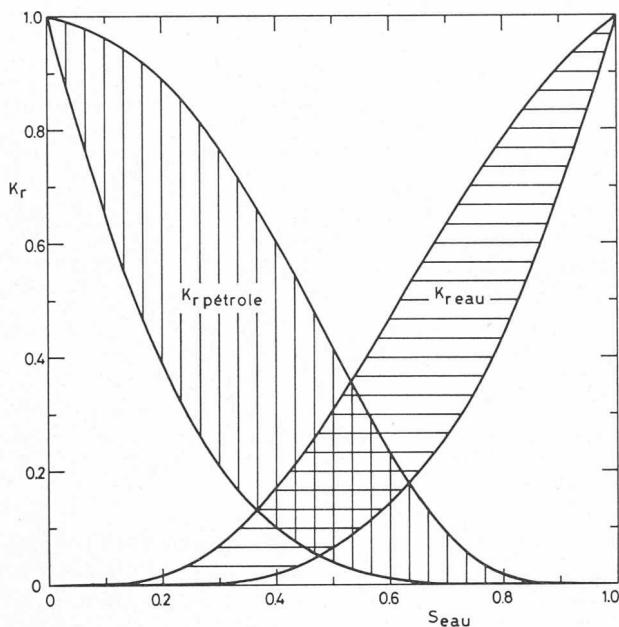


Fig. 13. — Permeabilités relatives d'un mélange d'eau et de pétrole (d'après G. L. Langnes, J. O. Robertson et G. V. Chilinger, 1972).

tés entre eux (fig. 14). D'après la formule de Poiseuille, valable uniquement pour un écoulement laminaire, le liquide se déplace dans les tubes à la vitesse :

$$u = \frac{R^2}{8\mu} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad (26)$$

Le liquide se déplace donc beaucoup plus vite dans les gros tubes que dans les minces. Si à un instant donné, on remplace le premier liquide pénétrant dans les tubes par un autre, on observe la propagation d'un interface qui permet de mesurer les différentes vitesses.

Dans le cas d'un modèle comprenant un tube fin terminé par un rétrécissement et qui rejoint un tube plus large (fig. 15), l'interface arrive par conséquent plus vite au point de jonction P par le gros tube. Si le second liquide mouille mieux la paroi que le premier, il pénètre dans le rétrécissement du tube fin à partir du point P jusqu'à ce que le liquide enfermé soit dans une position d'équilibre.

Si les deux liquides se déplacent par imbibition libre, nous pouvons calculer le rayon maximum R_a du rétrécissement pour que le phénomène de capture ait lieu. Pour un interface entre les deux liquides ayant la forme d'une calotte sphérique, la pression capillaire dans chaque tube est :

$$p_c = (2\sigma \cos \theta) / R \quad (27)$$

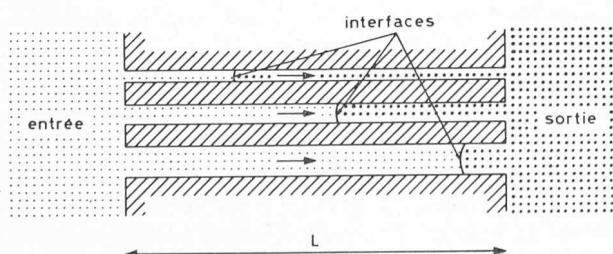


Fig. 14. — Modèle à faisceau de tubes (d'après H. J. Morel-Seytoux, 1969).

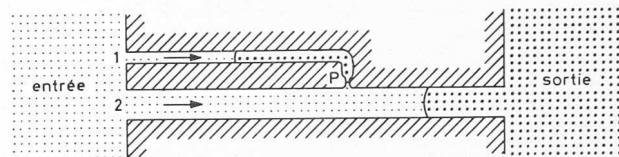


Fig. 15. — Capture dans un modèle à tubes connectés (d'après H. J. Morel-Seytoux, 1969).

Le rayon R_a du rétrécissement doit être tel que :

$$p_{ca} > p_{c1} + p_{c2} \quad (28)$$

$$\text{Donc } R_a < (R_1 \cdot R_2) / (R_1 + R_2) \quad (29)$$

Si les liquides sont soumis à un gradient de pression extérieur, le rétrécissement doit être encore plus mince, la valeur limite devant correspondre à :

$$p_{ca} > p_{c1} + p_{c2} + \Delta p \quad (30)$$

$$\text{Donc } R_a < \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{\Delta p}{2\sigma \cos \theta} \right]^{-1} \quad (31)$$

La possibilité de capture d'un liquide ne dépend donc pas seulement de la géométrie du milieu perméable, mais aussi du gradient de pression extérieur.

Dans un milieu perméable constitué de grains sphériques adjacents, le contact des grains entre eux forme un rétrécissement qui peut, par le même principe, provoquer la capture de gouttes de liquide, pour autant que ce liquide mouille mal les grains. Chaque phénomène de capture obstrue alors un passage par lequel un liquide unique aurait pu s'écouler, et diminue donc la perméabilité du milieu.

3.3 Ecoulement d'un mélange de liquides à travers un milieu à granulométrie variable

Un milieu poreux de granulométrie fine est caractérisé par une surface spécifique beaucoup plus grande qu'un milieu à granulométrie grossière. Au contact de deux milieux de granulométrie différentes, celui parmi les liquides d'un mélange qui mouille le plus facilement les grains, occupe donc préférentiellement le milieu le plus fin. Ce phénomène est dû à la variation de la pression capillaire suivant la taille des grains.

Les forces agissant sur une goutte d'un liquide au sein d'un autre liquide, dans un milieu poreux, sont les forces de gravité et de pression, et à l'interface des deux liquides les forces dues à la pression capillaire.

M. K. Hubbert (1953) a proposé une équation reliant le gradient de pression capillaire au rayon des grains R :

$$\text{grad } p_c = \pm C' \rho / R \quad (32)$$

C' est une constante. Le signe est positif s'il s'agit du liquide mouillant préférentiellement les grains, et négatif dans le cas contraire.

La force agissant sur un liquide mouillant mal les grains est donc dirigée dans la direction de l'augmentation de la granulométrie. C'est ce qui explique, par exemple, la migration du pétrole dans les niveaux les plus grossiers des gisements pétroliers.

Lorsqu'un globule de liquide atteint la limite entre deux niveaux de granulométrie différentes correspondant à des grains de rayons R_1 et R_2 , une partie de sa masse est sujette à une force capillaire proportionnelle à $1/R_1$, et l'autre à une force capillaire proportionnelle à $1/R_2$, la

force résultante étant proportionnelle à la différence ($1/R_1 - 1/R_2$). Il en résulte que la goutte ne peut passer cette limite que dans un sens, pour autant que la somme des forces gravifiques et de pression n'excède pas cette résultante. Dans ces conditions, une goutte de pétrole dans de l'eau ne peut passer que du milieu fin dans le milieu grossier, et non dans le sens contraire. Le milieu fin peut alors être considéré comme une barrière imperméable pour le liquide le moins mouillant, alors qu'il reste perméable pour l'autre.

4. Conclusions

L'étude des problèmes de pollution prend de plus en plus d'importance en hydrologie, autant pour l'intervention en cas d'accident que pour le détermination de zones de protection. En milieu saturé, ces problèmes sont habituellement traités en supposant que les propriétés physiques du liquide sont uniformes dans l'espace. L'application de méthodes d'étude tenant compte des propriétés des écoulements à plusieurs phases liquides permet une interprétation plus rigoureuse des phénomènes de pollution.

Les propriétés des écoulements à plusieurs phases liquides permettent aussi de traiter certains problèmes pour lesquels les méthodes habituelles peuvent être insuffisantes :

- exploitation d'eau douce dans des nappes mixtes ;
- exploitation d'eaux minérales ;
- réalimentation de nappes aquifères ;
- problèmes agricoles.

Nos travaux dans le domaine des écoulements à plusieurs phases liquides en milieu poreux saturé se poursuivent actuellement par la mise au point de méthodes appliquées à des problèmes particuliers.

Notations

C	Concentration
C_0	Concentration originelle
D	Coefficient de dispersion
D'	Coefficient de dispersion longitudinal
D''	Coefficient de dispersion transversal
g	Accélération gravifique
K	Perméabilité
K_i	Perméabilité intrinsèque
K_{r1}	Perméabilité relative du liquide 1
K_1	Perméabilité effective du liquide 1
n	Porosité
p	Pression
p_c	Pression capillaire
Q	Débit
R	Rayon des pores ou des grains
S	Saturation
t	Temps
V	Vitesse de filtration
α	Pente de l'interface
θ	Angle de mouillage à l'équilibre
μ	Viscosité
ρ	Masse spécifique
σ	Tension superficielle

BIBLIOGRAPHIE

- W. BADON GHYBEN (1888-1889) : *Nota in Verband met de Voorgenomen Putboring nabij Amsterdam*. Tijdschrift van het koninklyk Instituut van Ingenieurs.
- J. BEAR (1969) : *Hydrodynamic dispersion*. Dans : *Flow through porous media*, p. 109. Edité par J. M. de Wiest, Academic Press, New York.
- J. BEAR et G. DAGAN (1962) : *The transition zone between fresh and salt waters in coastal aquifers*. Technion-Israel Institute of Technology, Hydraulic Lab., P.N. 3/62.
- (1964) : *Some exact solutions of interface problems by means of the hodograph method*. Journal of Geophysical Research, vol. 69, n° 8, p. 1563.
- V. A. BRAGINSKAYA (1942) : *Quelques problèmes d'écoulement en sols anisotropes* (en russe). Prikladnaya Matematika i Mekhanika, vol. VI, nos 2-3.
- J. C. CALHOUN (1953) : *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Univ. of Oklahoma Press, Norman.
- R. J. M. DE WIEST (1965) : *Geohydrology*. John Wiley, New York.
- Th. DRACOS (1966) : *Physikalische Grundlagen und Modellversuche über das Verhalten und die Bewegung von nicht mischbaren Flüssigkeiten in homogenen Böden (Erste Resultate)*. Mitt. Versuchsanstalt Wasserbau und Erdbau, ETH Zürich, n° 72.
- N. K. GIRINSKY (1947) : *Potentiel complexe d'écoulement d'eau douce en contact avec de l'eau salée* (en russe). Doklady Akademii Nauk.
- R. E. GLOVER (1959) : *The pattern of fresh-water flow in a coastal aquifer*. Journal of Geophysical Research, vol. 64, n° 4, p. 457.
- M. E. HARR (1962) : *Groundwater and seepage*. Mc Graw-Hill.
- A. HERZBERG (1901) : *Die Wasserversorgung einiger Nordseebäder*. Journal Gasbeleuchtung und Wasserversorgung, vol. 44, p. 815.
- M. K. HUBBERT (1940) : *The theory of ground-water motion*. The Journal of Geology, vol. 48, n° 8, p. 785.
- (1953) : *Entrapment of Petroleum under hydrodynamic conditions*. Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists, vol. 37, p. 1954.
- G. DE JOSSELIN DE JONG (1965) : *A many-valued hodograph in an interface problem*. Water Resources Research, vol. 1, n° 4, p. 543.
- G. L. LANGNES, J. O. ROBERTSON et G. V. CHILINGER (1972) : *Secondary recovery and carbonate reservoirs*. Elsevier, New York.
- H. J. MOREL-SEYTOUX (1969) : *Introduction to flow of immiscible liquids in porous media*. Dans : *Flow through porous media*, p. 455. Edité par J. M. De Wiest, Academic Press, New York.
- M. MUSKAT (1949) : *Physical principles of oil production*. Mc Graw-Hill, New York.
- A. OGATA (1970) : *Theory of Dispersion in a granular medium*. Geological Survey Professional Paper 411 I.
- A. T. PAVLOV (1942) : *Ecoulement souterrain permanent de deux couches de liquides de différentes densités* (en russe). Prikladnaya Matematika i Mekhanika, vol. VI, nos 2-3.
- P. Y. POLUBARINOVA-KOCHINA (1940) : *Sur l'écoulement souterrain transitoire en deux couches de densité différente* (en russe). Izvestiya Akademii Nauk, série sciences techniques, n° 6.
- (1942) : *Quelques problèmes d'écoulement à deux dimensions* (en russe). Akademii Nauk.
- (1949) : *Sur l'écoulement transitoire avec un interface* (en russe). Doklady Akademii Nauk, vol. 66, n° 2.
- L. A. SACKMANN (1971) : *Protection des nappes souterraines : Contrôle de la nappe phréatique rhénane. Moyens de lutte contre sa pollution*. La Houille Blanche n° 8, p. 717.
- J. P. SAUTY (1971) : *Présentation d'un modèle mathématique de la propagation d'un front de pollution dans une nappe d'eau souterraine*. La Houille Blanche n° 8, p. 731.
- A. E. SCHEIDECKER (1954) : *Statistical hydrodynamics in porous media*. Journal of Applied Physics, vol. 25, n° 8, p. 997.
- L. ZILLIOX et P. MUNTZER (1971) : *Etude sur modèles physiques du mécanisme de la pollution des eaux souterraines par liquides miscibles (saumures) et non miscibles (hydrocarbures)*. La Houille Blanche n° 8, p. 723.

Adresse de l'auteur :

Pierre Blanc, géologue,
Géotest S. A.
1037 Etagnières