Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 99 (1973)
Heft: 24

Artikel: La méthode de la relaxation dynamique et ses applications
Autor: Schellenbach, Günter
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-71710

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

La méthode de la relaxation dynamique et ses applications[1]

par GÜNTER SCHNELLENBACH, Dr.-Ing., Bochum

1. Introduction

Le nom de « relaxation dynamique » désigne un procédé destiné à résoudre les problèmes de la statique à l'aide de fonctions dynamiques. Avec ce procédé, on reprenait, au milieu des années 60, une idée qui revient à Lord Rayleigh. Day et Otter l'appliquèrent pour calculer, en régime élastique, une enceinte de réacteur en béton précontraint à parois épaisses, présentant une symétrie de rotation. Le procédé de la relaxation dynamique fut développé ces dernières années et élaboré pour le calcul des constructions du génie civil les plus diverses.

2. Description de la relaxation dynamique

Dans le but de décrire brièvement la méthode de la relaxation dynamique, nous ferons appel à un exemple de calcul d'une enceinte de réacteur en béton précontraint. Une telle construction est représentée à la figure 1. En raison des très grandes charges qui la sollicitent, il est prévu de précontraindre la structure. La forte épaisseur des parois rend nécessaire le calcul d'un état de contraintes triple. Pour permettre le passage des conduites, une série de grandes et petites ouvertures sont pratiquées dans les parois et perturbent la symétrie de rotation du problème. Le calcul est basé sur la seule hypothèse que la théorie de l'élasticité linéaire est applicable. De plus, en raison de la géométrie de l'enceinte, il est interéssant de traiter le problème en coordonnées cylindriques. En exprimant l'équilibre dynamique de l'élément de volume, on obtient, en tenant compte de l'égalité des contraintes tangentielles réciproques, les trois équations différentielles (1).

$$\left.\begin{aligned}
\rho\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+D\frac{\partial u}{\partial t}\right) &= \frac{\partial \sigma_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial \tau_{\varphi r}}{\partial \varphi}+\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z}+\frac{\sigma_r-\sigma_\varphi}{r}\\
\rho\left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}+D\frac{\partial v}{\partial t}\right) &= \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi}+\frac{\partial \tau_{z\varphi}}{\partial z}+\frac{2\tau_{r\varphi}}{r}\\
\rho\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+D\frac{\partial w}{\partial t}\right) &= \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial \varphi}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+\frac{\tau_{rz}}{r}\,.
\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

Où :

t	=	paramètre de temps
$\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z$	=	contraintes normales
$\tau_{r\varphi}, \tau_{rz}, \tau_{z\varphi}$	=	contraintes de cisaillement
u, v, w	=	composantes de déplacement
ρ	=	densité
D	=	facteur d'amortissement proportionel aux vitesses.

Dans ces équations, on prend en considération un facteur d'amortissement proportionnel à la vitesse.

Les six équations encore manquantes pour déterminer les six fonctions de contraintes et les trois fonctions de déplacement inconnues sont obtenues au moyen de l'état de déformation et de la loi de Hooke. Ces équations différentielles ont la forme (2) donnée ci-après.

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_r &= (\lambda+2\mu)\frac{\partial u}{\partial r}+\lambda\left(\frac{u}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \varphi}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\\
\sigma_\varphi &= \frac{1}{r}(\lambda+2\mu)\left(u+\frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)+\lambda\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\\
\sigma_z &= (\lambda+2\mu)\frac{\partial w}{\partial z}+\lambda\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{u}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)\\
\tau_{r\varphi} &= \mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \varphi}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}\right)\\
\tau_{rz} &= \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial r}\right)\\
\tau_{z\varphi} &= \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \varphi}\right).
\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

Où λ et μ représentent les constantes de Lamé.

Le système de neuf équations différentielles du 1er ordre est approprié pour le calcul selon la méthode de la relaxation dynamique ; ceci découle du fait qu'il est plus simple, pour un tel système, de satisfaire les conditions de bord que lors de l'emploi des équations fondamentales du 2e ordre élasto-dynamiques connues. Pour la préparation du calcul

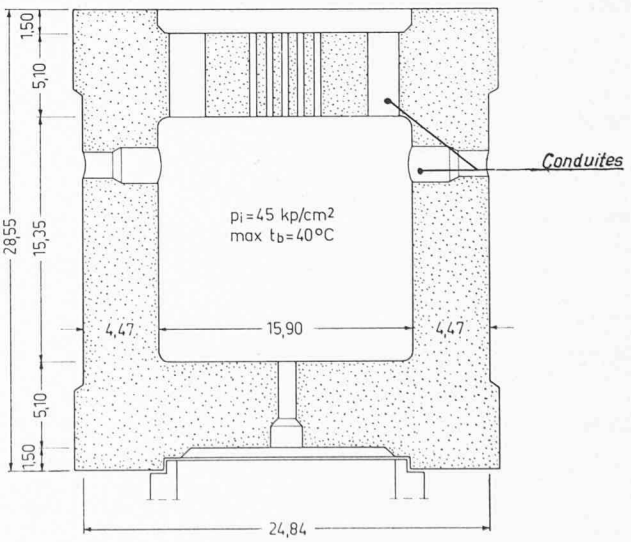


Fig. 1. — Enceinte de réacteur THTR 300 MWe en béton précontraint : section transversale.

[1] Conférence donnée le 15 décembre 1972 à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne et organisée par l'Institut de la Construction Métallique, Directeur Prof. J.-C. Badoux.

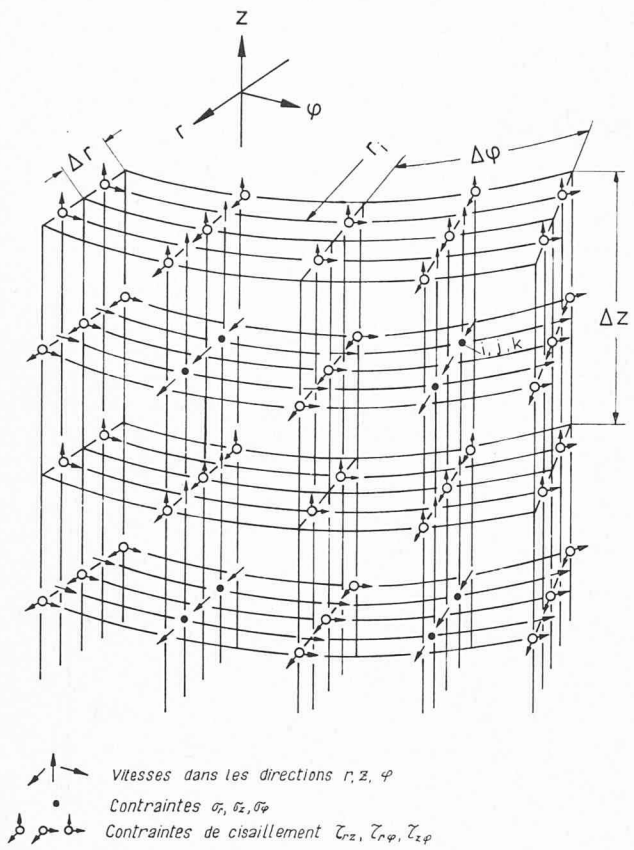


Fig. 2. — Réseau pour la relaxation dynamique.

numérique, les six relations constitutives (2) sont différentiées formellement par rapport au temps. Dans le système d'équations différentielles ainsi obtenu, les dérivées des translations, c'est-à-dire les vitesses, sont alors choisies nouvelles variables. Les quotients différentiels restant sont ensuite remplacés par des quotients de différence finie, pour lesquels on utilise des différences centrales aussi bien par rapport au temps que par rapport à l'espace. La figure 2 donne une image claire du réseau spatial qui en découle. Après une révolution appropriée selon les variables de l'étape de calcul à venir, on obtient un système d'équations aux différences permettant d'exécuter le calcul numérique. Aux nœuds du réseau, désignés par des symboles i, j, k, les contraintes peuvent s'exprimer par six équations de la forme :

Dans ces équations, apparaissent les différences centrales relatives au temps.

Ici, $A = (\lambda + 2\mu)\,\Delta t$, $B = \lambda\Delta t$, $F = \Delta t/\rho$, $KA = 1/(1 + D\Delta t/2)$, $KB = 1 - D\Delta t/2$.

Le système d'équations aux différences est maintenant résolu explicitement de sorte que, en partant des valeurs de départ connues à l'instant $t = t_0$, on peut calculer successivement, avec les équations aux différences pour chaque maille du réseau, toutes les valeurs des fonctions inconnues à l'aide de celles de l'étape précédente. Les valeurs des fonctions ainsi obtenues varient donc au cours du temps, conformément aux équations aux différences et aux conditions de bord. Elles décrivent l'état du système physique à chaque instant. L'état de départ est, en général, le corps sans contrainte sur lequel commencent à agir les charges à l'instant $t = t_0$. L'état d'équilibre statique recherché est atteint lorsque les oscillations sont stoppées par l'amortissement proportionnel à la vitesse. La solution statique est alors obtenue comme état final ou état de repos d'un système oscillant à amortissement choisi, sollicité par les charges données au début du calcul et qui, pendant le déroulement des oscillations, reste soumis à ces charges. La stabilité, tout comme la convergence de la solution numérique sont faciles à garantir, lors de l'emploi de la méthode de la relaxation dynamique, par le maintien d'un critère limitant l'intervalle de temps Δt en fonction des intervalles de lieu.

Puisque seul l'état statique terminal est cherché, une connaissance précise et une explication des phénomènes d'oscillations possibles et de leur déroulement dans le temps n'est pas indispensable. Ceci entraîne les simplifications suivantes qui, entre autres, permettent une application économique de ce procédé aux problèmes de la statique :

1. Seules les valeurs des fonctions à un instant donné ont besoin d'être stockées. Après le calcul de l'étape suivante, celles-ci seront remplacées par les nouvelles valeurs obtenues. Ainsi, le besoin de place pour le stockage est réduit lors du calcul.
2. La forme de l'amortissement proportionnel à la vitesse peut, sans tenir compte des données physiques, être fixée avec le seul souci de rendre les temps de calcul optimums. Elle se laisse décrire relativement facilement.

Le réseau déplacé (fig. 2) présente de gros avantages, particulièrement en ce qui concerne la possibilité de satisfaire les conditions de bord et permet également de prendre en considération, de manière relativement peu

$$\text{au temps : } \underset{\downarrow}{t} \qquad \underset{\downarrow}{t-\Delta t}$$

$$\sigma_{r\,i,j,k} = \sigma_{r\,i,j,k} + \overbrace{A\,\frac{\dot u_{i,j,k} - \dot u_{i-1,j,k}}{\Delta r} + B\left(\frac{\dot u_{i,j,k} + \dot u_{i-1,j,k}}{2r_i} + \frac{\dot v_{i,j,k} - \dot v_{i,j-1,k}}{r_i\Delta\varphi} + \frac{\dot w_{i,j,k} - \dot w_{i,j,k-1}}{\Delta z}\right)}^{t-\Delta t/2} \tag{3}$$

et, les vitesses, par trois équations de la forme :

$$\text{au temps : } \underset{\downarrow}{t + \Delta t/2} \qquad \underset{\downarrow}{\Delta t - t/2}$$

$$\dot u_{i,j,k} = KA\Bigg[\,KB\,\dot u_{i,j,k}$$

$$+ \overbrace{F\left(\frac{\sigma_{r\,i+1,j,k} - \sigma_{r\,i,j,k}}{\Delta r} + \frac{\tau_{r\varphi\,i,j,k} - \tau_{r\varphi\,i,j-1,k}}{(r_i + \Delta r/2)\Delta\varphi} + \frac{\tau_{rz\,i,j,k} - \tau_{rz\,i,j,k-1}}{\Delta z} + \frac{\sigma_{r\,i+1,j,k} + \sigma_{r\,i,j,k} - \sigma_{\varphi\,i+1,j,k} - \sigma_{\varphi\,i,j,k}}{2(r_i + \Delta r/2)}\right)}^{t}\Bigg] \tag{4}$$

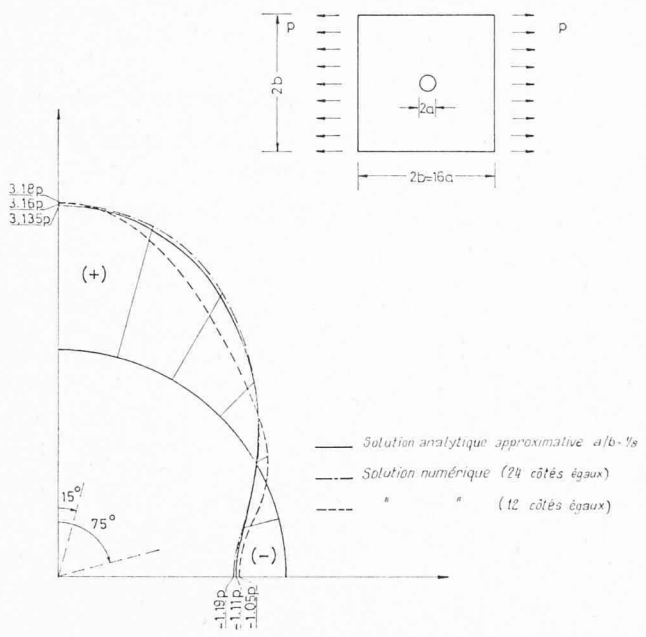


Fig. 3. — Paroi avec ouverture circulaire : contraintes sur le bord du trou (comparaison calcul numérique — solution analytique).

problématique, des bords non parallèles aux axes de coordonnées choisis.

La figure 3 montre, en considérant l'exemple d'une paroi présentant une ouverture circulaire, la bonne concordance du calcul numérique d'une structure comportant des bords non parallèles aux axes de coordonnées cartésiens choisis avec la solution analytique. Il faut tout particulièrement souligner que les précisions atteintes sont bonnes, déjà avec une division du réseau relativement grossière. La figure 4 montre quelques éléments spatiaux pour le calcul d'enceintes en béton précontraint au voisinage des bords non parallèles aux axes de coordonnées, tels qu'ils peuvent apparaître près des ouvertures.

Il n'est pas toujours judicieux de travailler avec des dimensions constantes du réseau. En particulier, dans les domaines de concentration de contraintes, on devrait choisir une division du réseau plus fine. Cependant, aucune difficulté particulière ne découle d'une variation dans certaines limites de la division du réseau, ou de l'affinement de la maille du dit réseau. A la figure 5, nous avons représenté ces deux possibilités : la diminution des dimensions du réseau vers le bord intérieur et l'affinement dans la région de l'angle.

3. Application de la relaxation dynamique en présumant un comportement élastique du matériau

On ne montrera ici que quelques exemples d'application de la relaxation dynamique au calcul des états de contraintes et de la déformation d'ouvrages dont le comportement est supposé élastique, ceci pour illustrer la grande diversité de l'application. Dans l'analyse d'enceintes en béton précontraint à trois dimensions, il ne faut considérer en substance le comportement élastique du matériau que pour un cas de charge instantané, engendré par la pression interne ; pour tous les autres cas de charge, le comportement du matériau est au moins dépendant du temps et

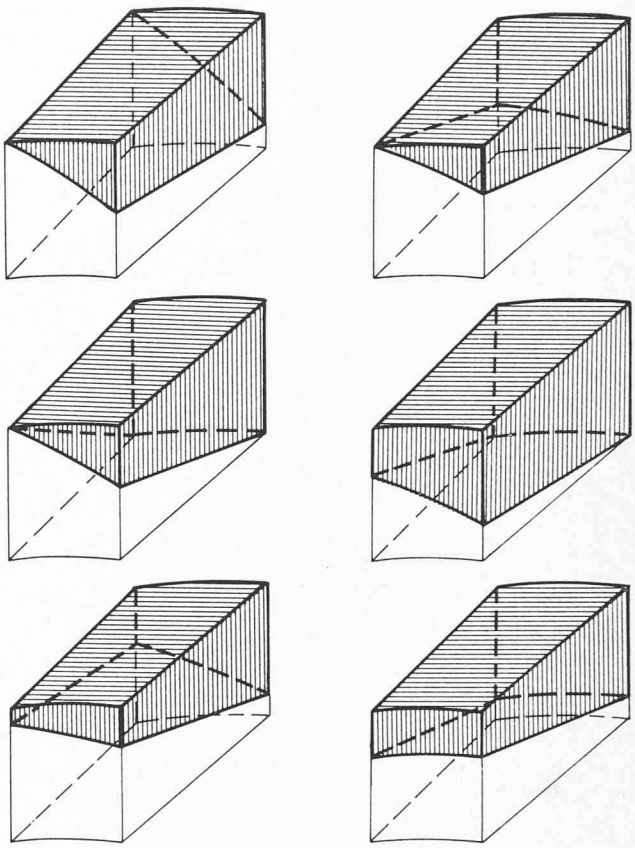


Fig. 4. — Eléments pour des bords nonparallèles aux axes de coordonnées.

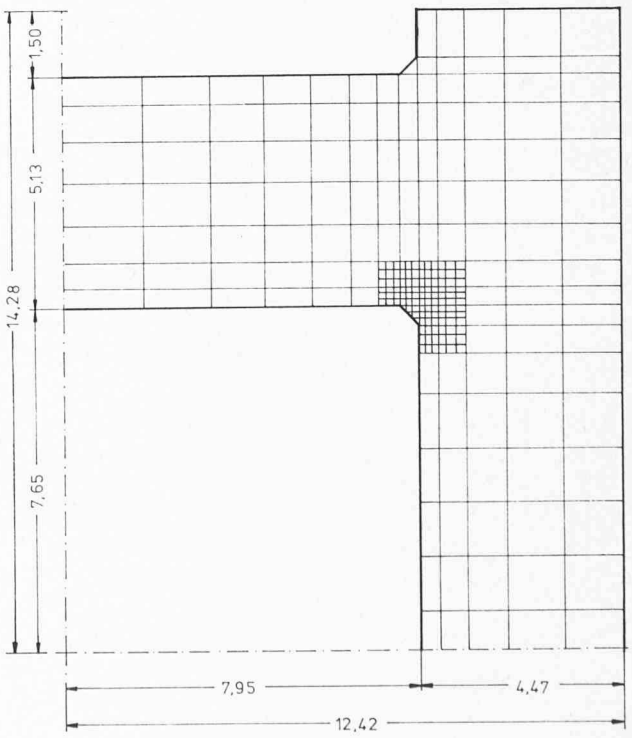


Fig. 5. — Exemple d'une division variable du réseau.

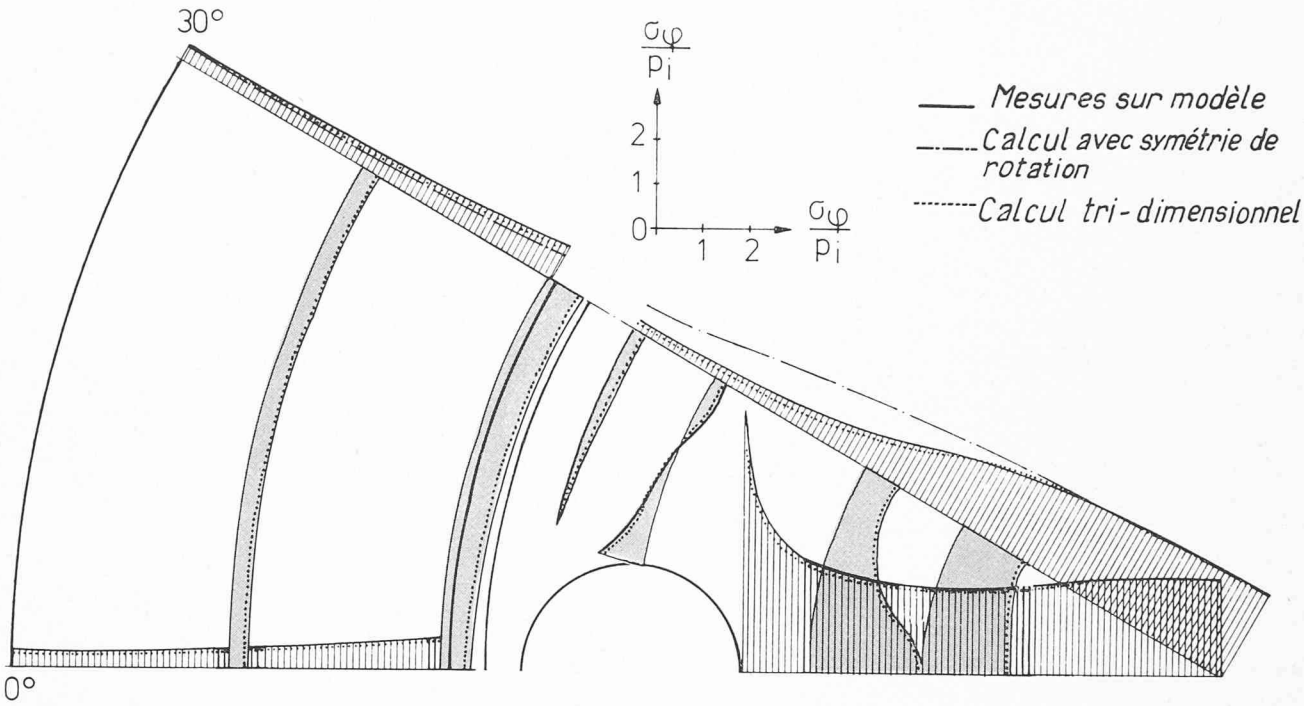


Fig. 6. — Enceinte THTR : modèle 1 : 47 sous pression interne, contraintes tangentielles σ_φ sur la face extérieure de la dalle de couverture.

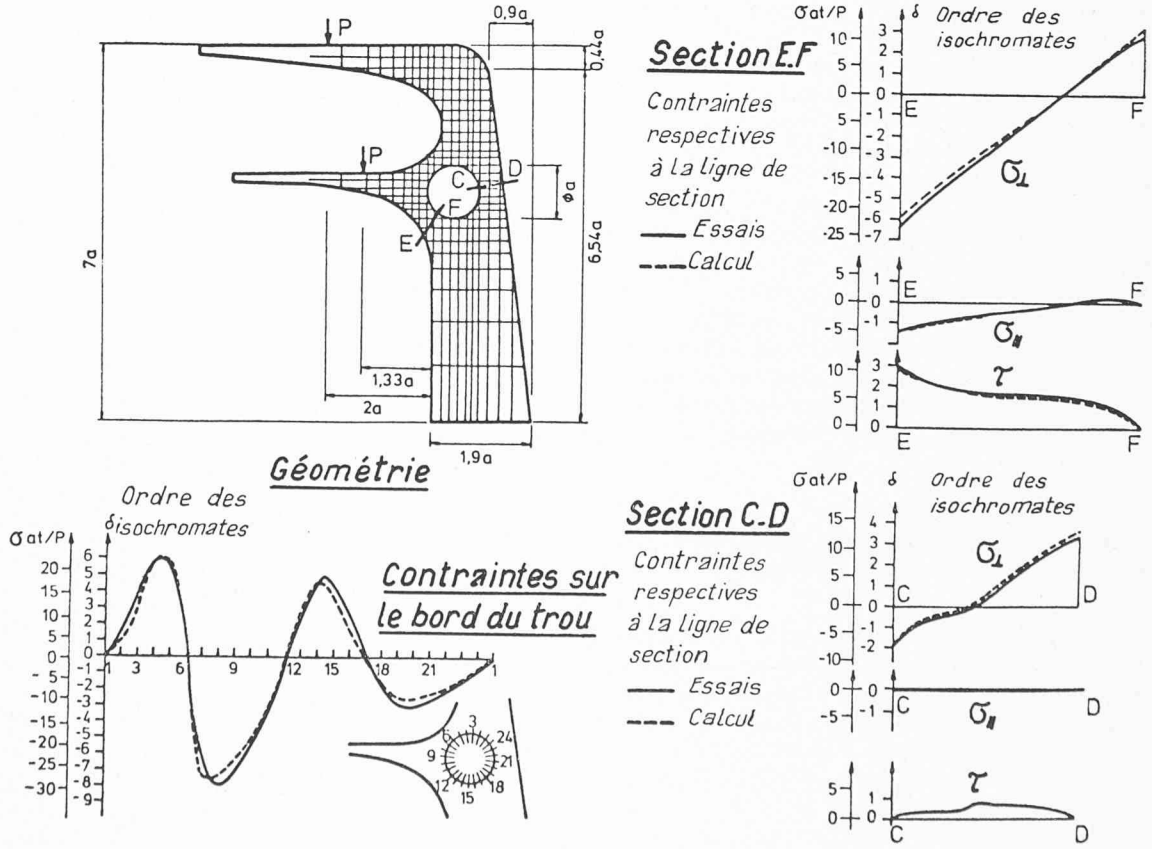


Fig. 7. — Plongeoir, géométrie et répartition des contraintes.

de la température. C'est pourquoi les programmes pour le calcul spatial des enceintes en béton précontraint furent contrôlés pour le cas élastique par un essai sur modèle en matière synthétique de l'enceinte THTR à l'échelle 1 : 45 sollicité par une pression intérieure. La figure 6 représente les résultats obtenus pour les contraintes tangentielles sur la face supérieure de la dalle de couverture. La confrontation des résultats de l'essai sur modèle et de ceux du calcul montre une bonne concordance.

Dans les équations différentielles, respectivement les équations aux différences du milieu continu élastique décrites en début d'article, le comportement de paroi est implicitement satisfait. A titre d'exemple de calcul d'une paroi, la figure 7 montre un plongeoir pour une piscine. Les résultats du calcul sont confrontés à ceux d'un essai sur modèle. On a reporté les contraintes sur le bord du trou, situé à mi-hauteur, ainsi que les contraintes dans deux sections radiales.

A l'aide des relations pour le milieu continu à trois dimensions, on pourrait pratiquement calculer tous les ouvrages du génie civil. Cependant, la relaxation dynamique a été spécialement élaborée pour le calcul de structures porteuses en forme de coque, à partir des équations générales des coques. Ceci est avant tout plus économique du point de vue du temps de calcul qu'une analyse basée sur le modèle de milieu continu élastique. Au moyen de ces programmes, on a déjà analysé le comportement de diverses tours de réfrigération à circulation naturelle. La figure 8 montre une telle tour de réfrigération en cours de réalisation. Les programmes développés permettent de tenir compte de charges quelconques telles que celles dues à l'action du vent par exemple. Le comportement général d'une coque contient, comme cas limites, l'effet de paroi et également l'effet de plaque. Différentes plaques, parmi lesquelles des dalles champignons, ont également été calculées avec le procédé de la relaxation dynamique.

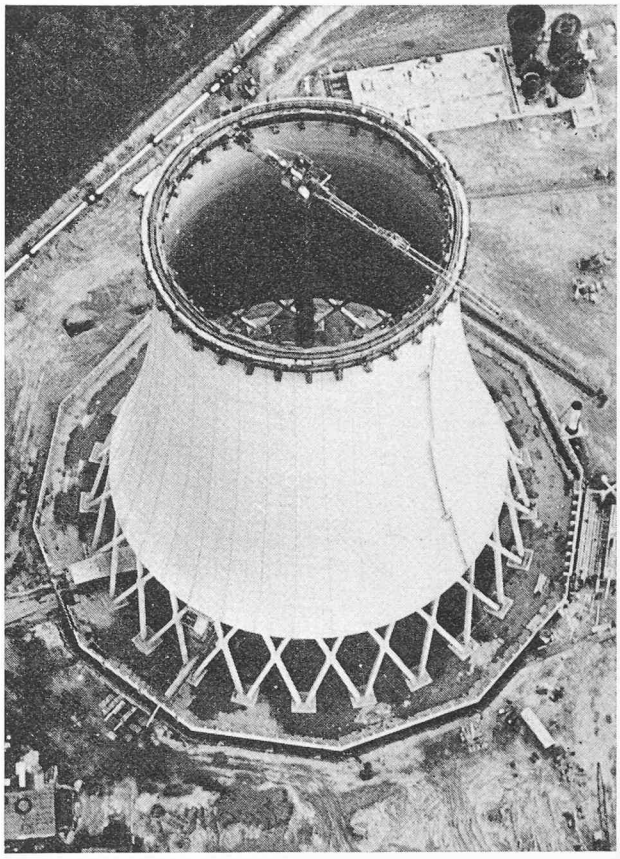


Fig. 8. — Tour de réfrigération.

4. Généralisation de la méthode de la relaxation dynamique au comportement non-lineaire du materiau

Des techniques de construction modernes comme l'emploi de béton précontraint ou la construction d'ouvrages sollicités par des charges extrêmes nous amènent, pour des raisons de sécurité et d'économie, à considérer lors du calcul, un comportement du matériau répondant mieux au comportement réel que l'idéalisation effectuée en admettant un matériau élastique et isotrope. Il convient de citer ici avant tout le comportement viscoélastique du béton, le comportement élastoplastique du béton ou de l'acier sous l'effet de sollicitations élevées, l'état fissuré dans le cas du béton armé ou du béton précontraint, ainsi que l'influence de la température sur les propriétés des divers matériaux de construction mis en œuvre dans des ouvrages soumis à des variations importantes de la température.

La dernière influence citée a, entre autres choses, de l'importance dans le cas d'enceintes de confinement de réacteur en béton précontraint, puisque le fluage du béton croît avec la température et que ces ouvrages, comme la figure 1 le laisse apparaître, sont soumis à de fortes sollicitations dues à la température. Une solution numérique très semblable à celle de la relaxation dynamique a été développée pour le calcul des champs de température dans les parois. Tant pour une diffusion de la température que pour les oscillations, nous avons affaire à un problème de condition initiale. Le cheminement de la solution permet le calcul de champs de température stationnaires ou non [5].

Pour saisir l'influence de fluage lors du calcul de l'état de contraintes et de déformation, les propriétés du matériau dans les équations aux différences données en début d'article sont à introduire en accord avec les coordonnées spatiales. Les propriétés du matériau peuvent alors être considérées distinctement, « maille par maille », en tenant compte des influences exercées par la température ou les sollicitations. Dans les développements eux-mêmes, des combinaisons d'étapes de calcul pour le fluage, de méthode directe et de superposition sont apparues judicieuses. La détermination de la combinaison qui s'impose ou du procédé isolé à choisir dépend des propriétés du matériau et de l'historique des charges.

Les figures 9 et 10 montrent la forte influence du fluage du béton dans le cas de charge « température ». Dans ces figures, on a représenté les contraintes tangentielles dans une enceinte en béton précontraint pour ce cas de charge. La figure 9 montre les contraintes élastiques dues à la température, donc sans l'influence du fluage, pour un champ de température stationnaire correspondant aux températures de bord données. Ce cas, qui conduit à de très grandes contraintes de température, n'est pas réaliste. En fait, c'est seulement après une période de plusieurs semaines qu'on obtient dans la paroi un état stationnaire. Avec la lente élaboration du champ de température se produit une diminution simultanée des contraintes de température par le fluage, si bien que ces contraintes s'écartent nettement de celles résultant de l'hypothèse relative au comportement élastique du matériau. La figure 10 montre les contraintes de température après une charge

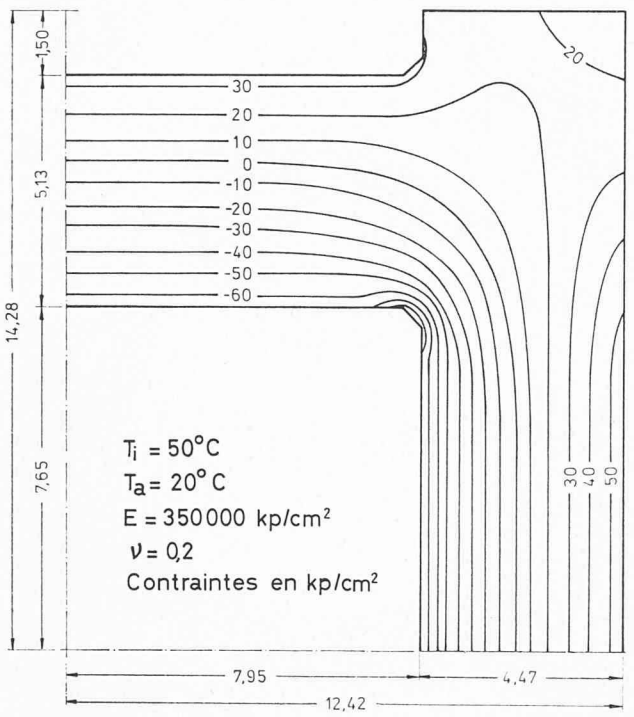


Fig. 9. — Contraintes σ_φ dues à la température, sans fluage.

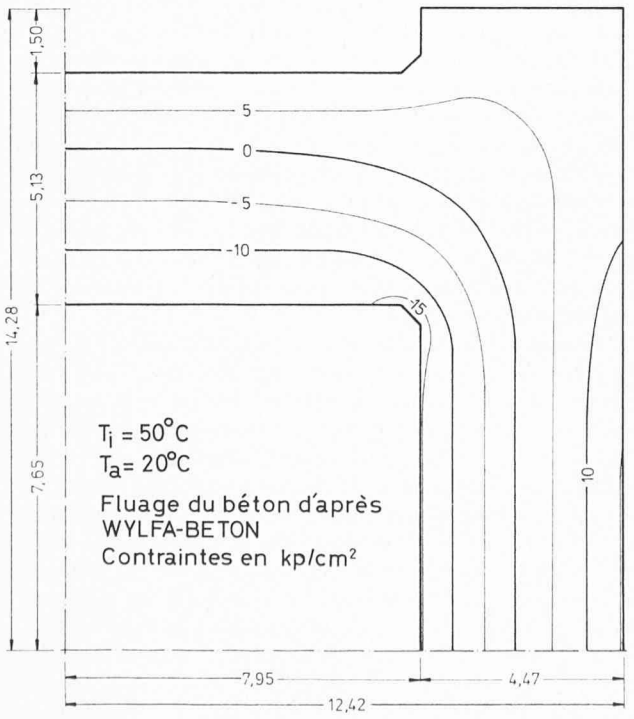


Fig. 10. — Contraintes dues à la température, avec fluage (après 30 ans).

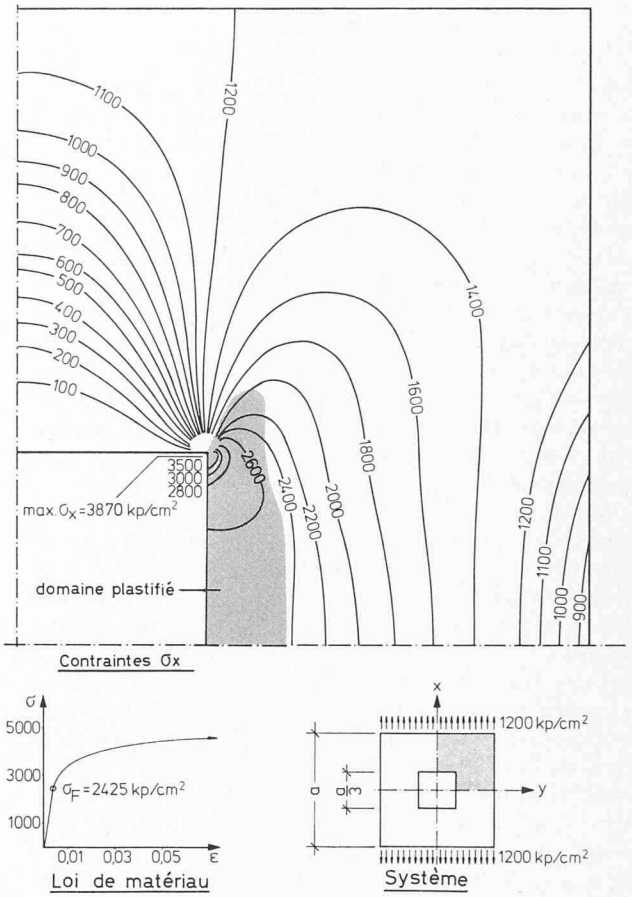


Fig. 11. — Paroi calculée élastoplastiquement présentant une ouverture carrée.

de température de 30 années, en tenant compte des lois du fluage telles qu'elles sont données sous [4]. A la fin du processus de chanfrage, c'est-à-dire au début de l'état stationnaire, les contraintes de température sont dans ce cas, de l'ordre de grandeur de 50 % des valeurs élastiques. Dans le cadre des calculs statiques relatifs à l'enceinte précontrainte THTR actuellement en construction, une analyse tridimensionnelle des états de contrainte et déformation, tenant compte des propriétés du béton dépendantes du temps et de la température, a été et est encore exécutée avec le procédé de la relaxation dynamique.

L'étude du comportement élasto-plastique à l'aide de la relaxation dynamique peut être effectuée d'après l'une des diverses théories de la plasticité. A titre d'exemple, nous présentons le calcul d'une paroi comportant une ouverture carrée selon la théorie de Prandtl-Reusz. Le système, la loi du matériau adoptée, ainsi que les résultats apparaissent à la figure 11. Dans la conduite des développements numériques, il est intéressant de mentionner que, lorsque la limite d'écoulement est dépassée en certains points, la non-linéarité de la loi contrainte-déformation peut déjà être prise en considération dans le prochain cycle de l'itération. De cette manière, il est possible d'atteindre en une seule étape de calcul l'état terminal élastoplastique.

Un autre exemple de calcul élastoplastique est représenté à la figure 12 ; il s'agit ici d'une coupe en travers d'une enceinte en acier fortement sollicitée comprenant huit ouvertures axiales dans le couvercle sur lequel est serti

un cylindre en acier. Les contraintes sont représentées dans une coupe radiale passant par le centre d'une ouverture (limite élastique de l'acier 7200 kg/cm²). Le calcul a été exécuté en considérant le modèle de paroi.

Jusqu'ici, la prise en compte de la formation de fissures dans le béton armé ou le béton précontraint se bornait à introduire une loi du matériau permettant de définir la direction des fissures ainsi que l'état de déformation intégré. Ici également, tout comme dans le calcul élastoplastique, le système analysé peut constamment être changé pendant le déroulement du calcul itératif, conformément à l'état de contraintes. La prise en considération de fissures isolées pourrait en principe découler des mêmes considérations, mais n'a pas été envisagée jusqu'à présent, par suite du manque d'informations sur le comportement du béton armé en présence de grandes fissures. A titre d'exemple tenant compte du comportement intégré de déformation, la figure 13 montre une paroi en béton armé sollicitée par une charge linéaire. Le calcul élastique et le calcul avec formation de fissures y sont représentés. Une comparaison des contraintes dans le béton et l'acier obtenues par cette dernière analyse — tenant compte de la formation de fissures — avec celles d'un essai, fait apparaître une bonne concordance [9]. Comme exemple d'analyse d'une structure présentant des propriétés de matériau distinctes dans diverses directions, étudions encore brièvement la sécurité à la rupture de l'enceinte THTR déjà mentionnée ci-avant. Aujourd'hui encore, nous manquons de connaissances approfondies sur le comportement du béton armé soumis à un état de contraintes triple au voisinage de la ruine ; de plus, le comportement tridimensionnel exclut la vérification usuelle de la sécurité à la rupture adoptée pour les structures formées de barres. C'est pourquoi, il convient d'énoncer différentes hypothèses dont on a reconnu la validité en effectuant des essais sur modèle. Il faut, entre autres choses, prendre en considération des fissures isolées qui résulteraient de la formation d'un modèle de rupture cinématique [10].

La position et la direction des fissures données fut fixée pour cet exemple sur la base d'un essai exécuté pour le THTR sur un modèle à l'échelle 1 : 5, ainsi qu'à l'aide d'analyses numériques particulières. Dans le domaine des fissures, seul l'acier est considéré comme élément porteur ; en outre, l'acier de précontrainte n'introduit pas l'effet du comportement mixte. Le calcul est effectué à l'aide de la relaxation dynamique, à partir d'un réseau préalablement tracé sur l'enceinte.

Puisque d'une part, ce procédé admet au départ un corps sans contraintes, c'est-à-dire que pratiquement l'établissement des états de contrainte et de déformation est calculé et que d'autre part, ce procédé tient compte à chaque cycle de l'itération de l'évolution des propriétés du matériau,

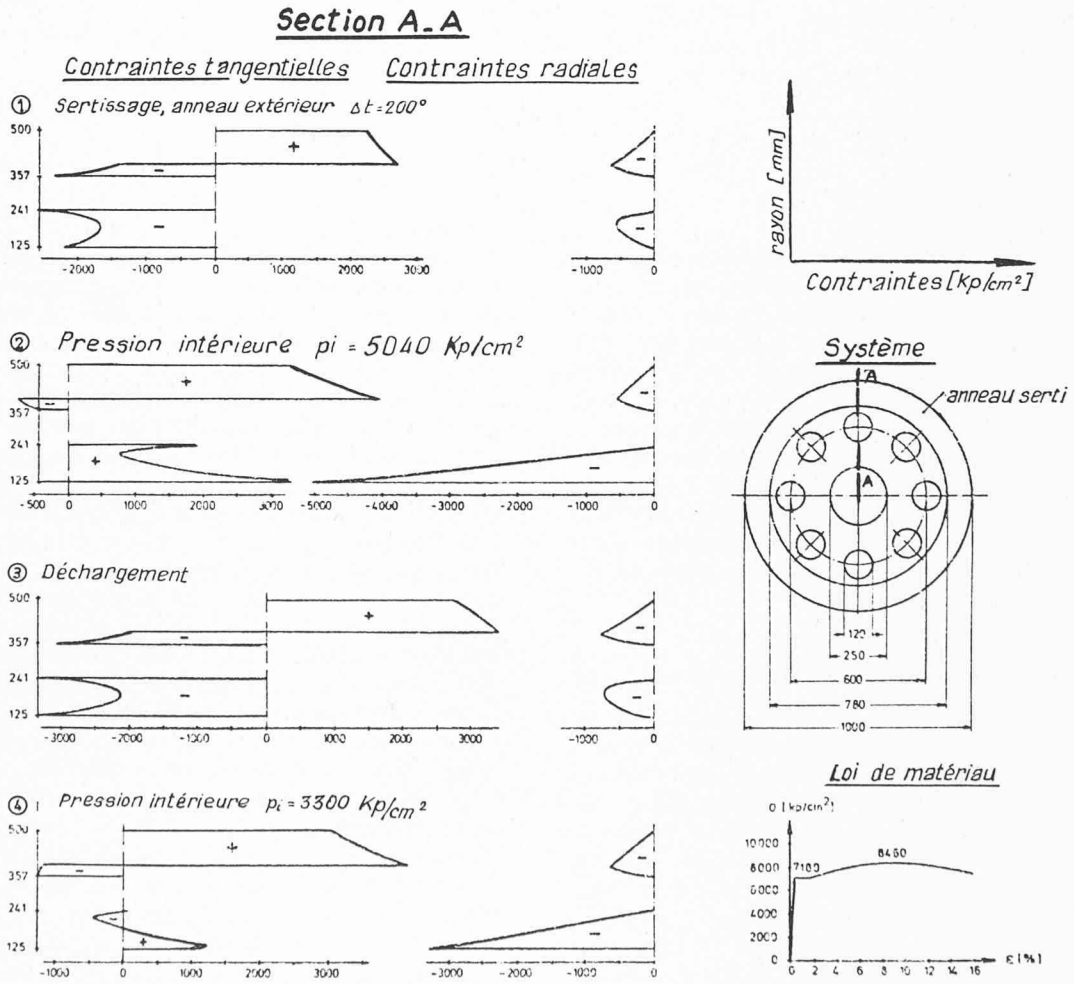


Fig. 12. — Enceinte en acier avec cylindre serti : calcul élastoplastique d'un disque.

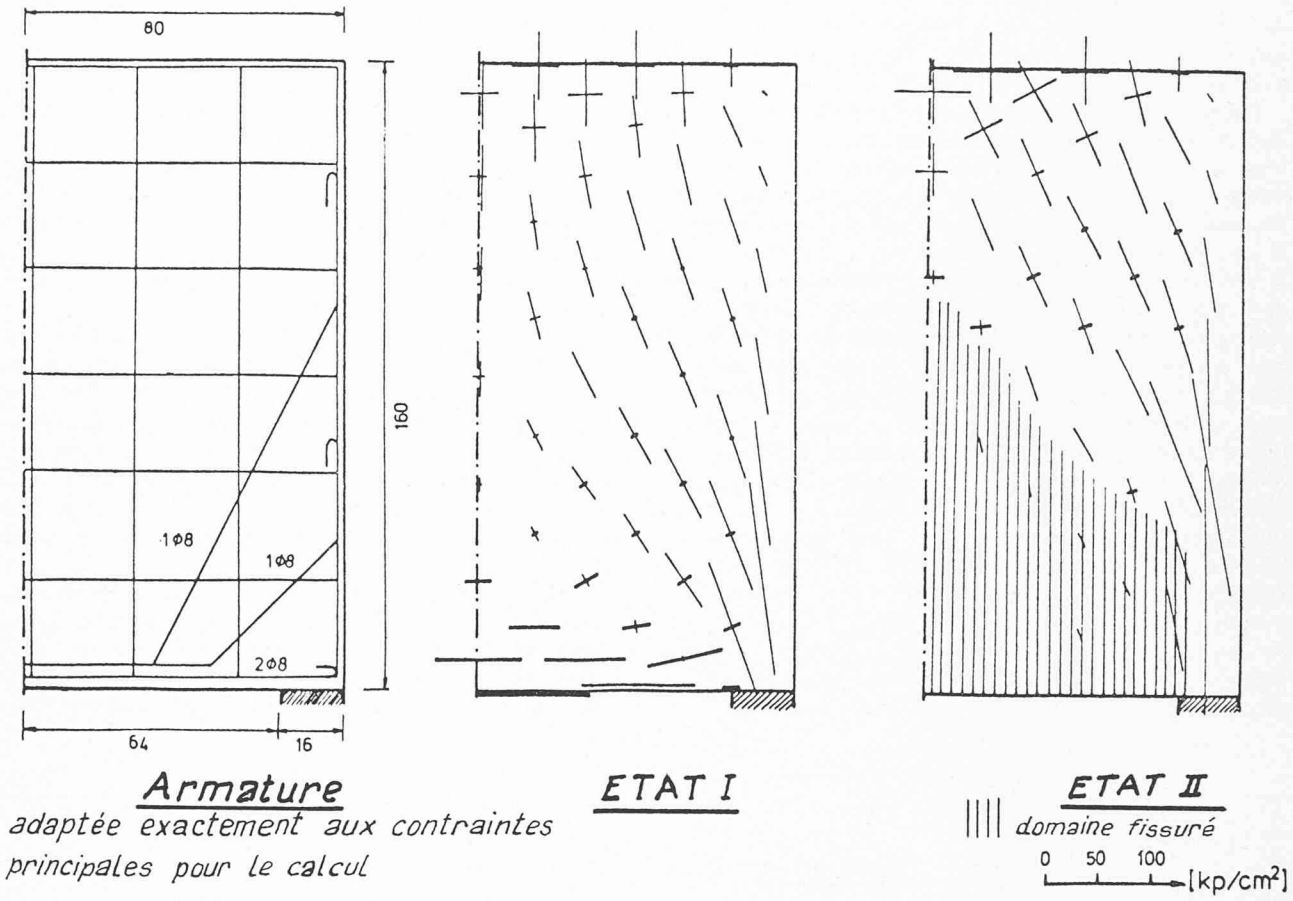


Fig. 13. — Paroi états I - II.

les domaines dans lesquels les résistances à la traction préalablement définies du béton sont dépassées en cours de calcul peuvent alors être considérés comme ne résistant plus à la traction. On obtient ainsi une enceinte présentant des domaines comportant divers modes de transmission des efforts, tels qu'ils apparaissent à la figure 14. Dans les régions où la loi contrainte-déformation à considérer pour le béton est non-linéaire, par exemple dans les articulations, ceci peut se produire. Par le calcul de l'enceinte en tant que milieu continu, la compatibilité est satisfaite. Dans une telle analyse, les dilatations complémentaires de l'acier de précontrainte causés par les déformations de l'enceinte sont prises en considération.

5. Application à des problèmes dynamiques

A ce stade des connaissances, tout était prêt pour appliquer la méthode de la relaxation dynamique là où elle s'apparentait à l'aspect physique, notamment à l'analyse de problèmes d'oscillation. Un tel développement était également motivé par les centrales nucléaires. Ces dernières années, les exigences relatives à la sécurité des centrales nucléaires se sont sensiblement accrues en République Fédérale Allemande. Ainsi, pour des constructions conditionnées par des considérations de sécurité, on exige entre autres une protection contre des explosions extérieures, des chutes d'avion et des tremblements de terre. De tels problèmes dynamiques ne se laissent maîtriser qu'en partie, en supposant un comportement élastique du matériau ; il est en partie nécessaire de prendre également en considération la plastification et la formation de fissures. Ceci est rendu possible par l'emploi de la relaxation dynamique. La dénomination « relaxation dynamique » n'est alors plus appropriée pour ce domaine d'application puisqu'il s'agit ici de considérer la solution numérique des équations d'oscillations pour étudier l'évolution du phénomène. A titre d'application de ce procédé aux problèmes dynamiques, on montrera quelle sollicitation excédentaire une coque cylindrique en béton armé accuse vis-à-vis d'une charge statique, sous l'effet d'une charge explosive, telle que celle dont l'évolution au cours du temps, est représentée à la figure 15. La figure 16 montre le rapport des efforts intérieurs maximums dynamiques aux efforts intérieurs maximums statiques, en direction périphérique pour une coupe horizontale du cylindre. La figure met en évidence le fait que le moment maximum n'apparaît pas simultanément avec l'effort normal maximum. De sembables analyses furent effectuées pour l'impact de charges explosives et de charges ponctuelles sur des éléments de construction. Les résultats sont en partie déjà condensés sous forme de tableaux pour faciliter leur emploi en pratique.

L'application de ce procédé aux calculs de tremblement de terre a également déjà eu lieu. Actuellement, on se pose le problème de la généralisation du procédé au comportement non linéaire du matériau pour effectuer le calcul à partir de séismogrammes (Time History Method).

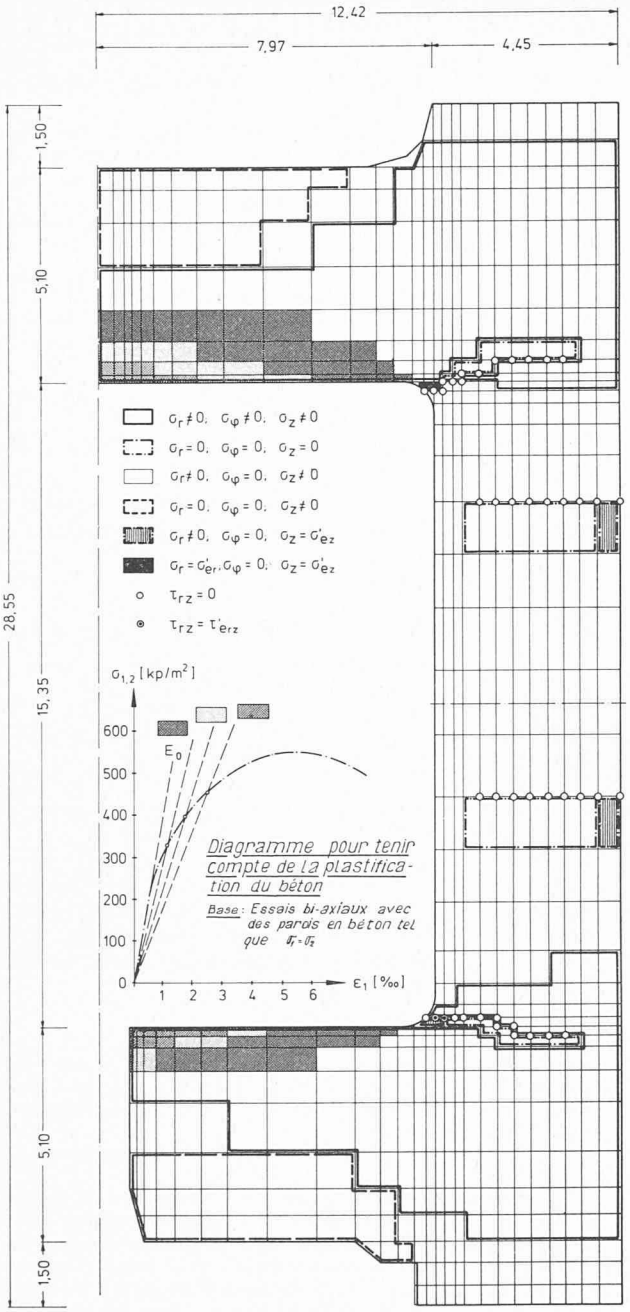


Fig. 14. — Enceinte THTR : contrôle de la capacité portante.

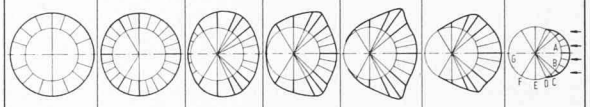
t [sec]	≥ 0,65	= 0,25	= 0,2	= 0,17	= 0,128	= 0,10	= 0,038
							
PRESSION EN [atü] A	0,3	0,3	0,3	0,34	0,41	0,45	0,17
B	0,3	0,3	0,32	0,37	0,43	0,39	0,11
C	0,3	0,3	0,37	0,44	0,55	0,40	0,06
D	0,3	0,3	0,35	0,40	0,41	0,28	0
E	0,3	0,3	0,3	0,24	0,15	0,08	-
F	0,3	0,27	0,23	0,16	0,06	0	-
G	0,3	0,18	0,06	0	-	-	-

Fig. 15. — Exemple de l'évolution au cours du temps de la pression sur un cylindre soumis à une charge d'explosion.

6. Conclusion

En résumé, on peut constater qu'en ce qui concerne l'application de la relaxation dynamique dans le domaine de la statique, ce procédé est intéressant pour tous les problèmes de structures en surface porteuse et de milieux continus de l'espace. Des conditions de bord quelconques peuvent être satisfaites. Les propriétés des matériaux peuvent varier et présenter des caractéristiques de non-linéarité. Dès lors, ce procédé satisfait toutes les exigences d'une solution moderne pour des problèmes de structures à 2 ou 3 dimensions. Par ailleurs, la relaxation dynamique peut être appliquée avantageusement à des problèmes dynamiques. Une analyse plus approfondie révèle néanmoins encore quelques questions de détails à éclaircir. Avant tout, la question de l'amortissement dans des systèmes pour lesquels l'amortissement ne peut pas être négligé et la question de la formation « propre » des conditions de bord dans l'aspect dynamique.

Bibliographie

[1] Schnellenbach, G. : *Beitrag zur numerischen Berechnung des räumlichen Spannungszustandes in Hohlzylindern mit Ausschnitten*. Dissertation. Bochum 1969.

[2] Schnellenbach, G. : *Die dynamische Relaxation als zweckmässiges Verfahren zur räumlichen Berechnung von Spannbetonbehältern*, 2. Informationstagung über Reaktordruck-

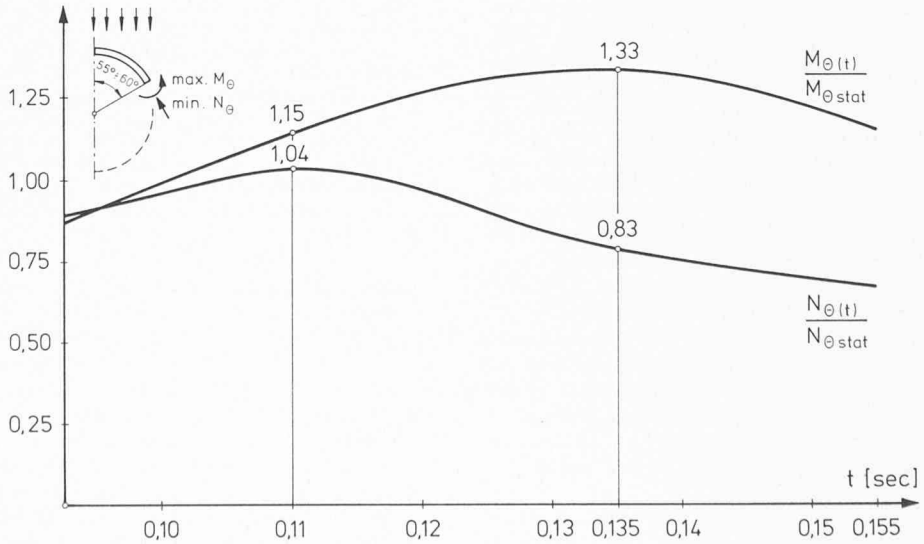


Fig. 16. — Cylindre d'après figure 15 : Moment maximal positif et effort normal correspondant.

behälter aus Spannbeton und ihre Wärmeisolierung, Brüssel 18.-20.11.1969, Tagungsveröffentlichung der Komsion der Europäischen Gemeinschaften.

[3] ZERNA, W./SCHNELLENBACH, G.: *Zur Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern*. Beton- und Stahlbetonbau, H. 11, 1970, p. 285-261.

[4] HANSSON, : V. *Werkstoffannahmen zum Kriechen und Schwinden des Betons in Spannbeton-Reaktordruckbehältern*. Bericht Nr. 3 der Forschungsgruppe Reaktordruckbehälter des Institutes für konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum, RUB 1970.

[5] SCHULTZ, H.: *Berechnung von Temperaturfeldern und Temperaturspannungen in Spannbeton-Reaktordruckbehältern*. Bericht Nr. 2 der Forschungsgruppe Reaktordruckbehälter des Institutes für konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum, RUB 1970/72.

[6] Heft 10 der Berichte aus dem Institut für konstruktiven Ingenieurbau: Bautechnische Aufgaben bei Kernkraftwerken, Herausgeber W. Zerna, Vulkan-Verlag Essen 1971.

[7] PETERS, H. L.: *Der vollständige Spannungs- und Verformungszustand grosser Naturzugkühltürme in Schalenbauweise*. Beton- und Stahlbetonbau. Heft 8, 1972, p. 175-182.

[8] ZERNA, W.: *Spezielle Anforderungen an die Bautechnik bei Kernkraftwerken*. Vortrag auf der VGB-Konferenz « Bautechnik in Wärmekraftwerken 1972 », Dortmund 27-29.9.72 (Tagungsveröffentlichung in Vorbereitung).

[9] HANSSON, V.: *Numerisches Verfahren zur praktischen Berechnung ebener Spannungs- und Verformungszustände bei beliebiger Geometrie und allgemeinem Materialgesetz*. Heft 14 der Berichte aus dem Institut für konstruktiven Ingenieurbau (erscheint Anfang 1973).

[10] SCHNELLENBACH, G.: *Allgemeine Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern unter Berücksichtigung von nichtlinearen Spannungs-Dehnungsgesetzen nach der Dynamischen Relaxation*. Proceedings of the First International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology. Berlin 1971, V. 4, Part H, p. 273-287.

[11] SCHIMMELPFENNIG, K.: *Überlastungsnachweise für Spannbeton-Reaktordruckbehälter*. Bericht Nr. 8, Teil 1, der Forschungsgruppe Reaktordruckbehälter des Institutes für konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum, RUB 1971/72.

Mes remerciements vont à MM. P.-A. Eperon, ing. EPUL/SIA, et R. Bossart, ing. EPFZ/SIA, pour la traduction ainsi qu'à Mlle Blatti pour le travail de dactylographie et à M. Willi pour la mise au point des dessins.

Adresse de l'auteur :
Dr.-Ing. G. Schnellenbach
Institut für konstruktiven Ingenieurbau
Ruhr-Universität Bochum
Universitätstrasse IA 4/36
D-463 Bochum-Querenburg, Allemagne

Bibliographie

Propriétés électroniques des métaux et alliages, textes rassemblés par *C. Janot, M. Gerl, J. Grilhé, J. Caisso*. Masson et Cie, Paris, 1973. — 544 pages, 275 figures, 16,5×24 cm, broché. Prix : 180 F.

C'est le « langage » des physiciens des métaux que cet ouvrage veut présenter. Il rassemble les textes des cours enseignés à une Ecole d'Eté de Métallurgie Physique consacrée à l'étude des propriétés électroniques des métaux et alliages, qui s'est tenue à Royan en septembre 1971.

Si la métallurgie est une vieille dame qui a vu l'aube de notre civilisation, l'étude moderne de la structure électronique des métaux et des alliages suppose une connaissance minimale de la mécanique quantique. Les développements mathématiques strictement nécessaires à la compréhension du domaine sont présentés clairement mais sans complaisance.

Sans aller dans de très grands détails, ces textes donnent cependant l'essentiel des connaissances actuelles bien établies dans les domaines qu'ils traitent. Après un exposé très clair des modèles électroniques de base (électrons libres, presque libres, méthode des moments, pseudopotentiels,...) et une description des propriétés électroniques de transport, le livre s'attache à décrire plus particulièrement la situation propre aux métaux normaux (tels que le sodium, le magnésium, l'aluminium), aux métaux nobles (tels que le cuivre, l'argent, l'or) et aux métaux de transition (tels que le fer, le cobalt, le nickel), en incluant l'étude des défauts et des alliages de ces métaux. En fait, le livre se concentre essentiellement sur une classe des propriétés caractéristiques des métaux et ne mentionne pas, ou guère, les propriétés optiques ou plastiques. En ce sens un développement important a été accordé à la supraconductivité. Enfin, beaucoup de progrès récents dérivant d'une connaissance plus fine de la structure électronique grâce à des méthodes nouvelles d'observation, il a semblé intéressant d'en décrire quelques-unes dans cet ouvrage : diffraction des neutrons, résonance magnétique nucléaire, effet Mössbauer...

L'ouvrage sera très utile à tous les chercheurs engagés actuellement dans des études de physique des métaux. Il pourra aider dans leurs cours les enseignants de métallurgie-physique. Enfin, il devrait intéresser les métallurgistes, dans la mesure où les modèles décrits deviennent actuellement assez précis pour qu'on puisse envisager leur application pratique dans les prochaines années à des problèmes d'alliages industriels.

Grandes divisions de l'ouvrage :

Introduction par *J. Friedel*.

1. Théorie électronique de l'état métallique par *B. Deviot*. — Annexe A. Calcul de l'énergie d'un état décrit par une onde de Bloch dans la méthode des liaisons fortes. — Annexe B. Relation entre une fonction et ses moments.

2. Propriétés statiques et propriétés de transport du gaz d'électrons par *J. Grilhé*.

3. Propriétés et défauts des métaux normaux par *M. Gerl*. — Annexe A. Réaction d'un gaz d'électrons à une charge perturbatrice. — Annexe B. Energie totale d'un métal normal.

4. Alliages dilués à base de métaux normaux par *F. Gautier*. — A. Propriétés générales. Méthode des déphasages. — Annexe A. Propriétés des fonctions diffusées par un potentiel central. — B. Etats magnétiques localisés.

5. Métaux et alliages de transition par *F. Gautier*. — A. Métaux de transition, structure de bandes et propriétés générales. — B. Alliage à base de métaux de transition.

La supraconductivité par *A. Nemoz*.

7. Deux techniques expérimentales de base : Résistivité et chaleur spécifique par *Y. Quéré*.

8. Diffraction et diffusion des neutrons par *P. Meriel*.

9. La résonance magnétique nucléaire et la structure électronique des métaux et alliages par *M. Minier*.

10. Propriétés électroniques des métaux et alliages étudiées par effet Mössbauer par *C. Janot*.

11. Les mesures de susceptibilité magnétique par *J. Delafond* et *A. Junqua*.

Zum siebzigsten Geburtstag von Prof. Dr. Ing. e. h., dipl. Ing. Arnold Hörler. Zurich 1973, Société anonyme des éditions des associations techniques universitaires. — Un fascicule 21×30 cm, 16 pages, 17 figures. Prix : Fr. 5.80.

Le 70e anniversaire du professeur Hörler, dont l'activité à l'Ecole polytechnique fédérale de Zurich et au sein de nombreuses organisations nationales et internationales dans le domaine de l'épuration des eaux a fait un expert unanimement reconnu, a suscité la rédaction de ce fascicule. Il contient les adresses de félicitations au jubilaire, quatre articles rédigés en hommage au professeur Hörler, ainsi qu'une liste de ses publications, comprenant 51 titres.