

Zeitschrift:	Bulletin technique de la Suisse romande
Band:	98 (1972)
Heft:	4
Artikel:	Sur le problème relatif au contrôle des ouvrages d'art quant à leur stabilité et leurs déformations
Autor:	Ansermet, A.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-71534

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

La variation de I s'obtient, comme en analyse certaine, en remplaçant X par $X + \alpha Y$, Y étant une fonction aléatoire arbitraire continue et nulle pour t_1 et t_2 . On obtient, en faisant exactement les mêmes calculs que dans le cas certain :

$$\frac{\delta I}{\delta \alpha} = \int_{t_1}^{t_2} Y \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{X}} \right) \cdot \right) dt$$

car la formule d'intégration par parties s'applique aussi en analyse aléatoire.

Pour que $X|_t$ rende I extremum il faut que $\frac{\delta I}{\delta \alpha}$ soit nulle pour $\alpha = 0$. Il résulte alors du lemme fondamental que :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial X} - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{X}} \right) \cdot = 0 \quad (\text{Equation d'Euler-Lagrange})$$

Remarquons que cette condition, nécessaire, n'est pas toujours suffisante pour que I soit extremum.

Conclusions

On peut donc remarquer que l'analyse aléatoire et l'analyse certaine s'identifient au contact, puis divergent considérablement au fur et à mesure que les liaisons se relâchent. C'est cette constatation qui va permettre la mise en équation des milieux en instance de diffusion, particulièrement les milieux turbulents.

A cet effet, il sera procédé, en mécanique aléatoire, à l'énoncé des principes et des règles de calcul relatifs à l'évolution du corpuscule aléatoire R construit avec ses fonctions de distribution des probabilités conjuguées qui traduisent les interactions.

Adresse de l'auteur :

François Baatard, 14, rue Etraz, 1000 Lausanne.

Sur le problème relatif au contrôle des ouvrages d'art quant à leur stabilité et leurs déformations

par A. ANSERMET, ingénieur professeur

Généralités

Le nombre des ouvrages d'art allant en augmentant, il est opportun de perfectionner les méthodes tendant à contrôler leur stabilité et leurs déformations ; de grands progrès furent réalisés et le but de ces lignes est de rappeler succinctement en quoi consistent les mesures et surtout les calculs à effectuer. Des cas concrets seront présentés portant sur un téléphérique, un barrage, des charpentes, etc. Le problème est complexe.

Méthodes modernes de mesures

Ainsi qu'on le sait, grâce à l'électro- et la radiotélémétrie (voir publication EPUL N° 86), on dispose de procédés nouveaux dont l'emploi ne cesse de progresser. Citons le téléphérique de Klosters, le tunnel du Saint-Bernardin, etc. Les résultats obtenus, pour les ellipses d'erreur aux têtes de ce tunnel, donnaient toute satisfaction.

Pour le téléphérique [1]¹, le barrage de Sambuco, les méthodes de mesure et calculs furent perfectionnés. On tint compte surtout de la déviation de la verticale, élément assez nouveau. C'est un problème-fleuve comportant plus d'une solution. On ne peut plus se contenter de calculer l'influence des masses visibles comme ce fut le cas pour les tunnels du Simplon, du Lötschberg, etc. C'est moins simple, comme on le verra.

Mais une difficulté réside ailleurs : le praticien a choisi, pour effectuer des mesures, des emplacements donnant confiance quant à la stabilité. Or au cours des calculs des discordances sont constatées, faisant douter de cette stabilité. A cet égard, le cas du téléphérique joue un rôle à part.

¹ Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

Evolution des modes de calcul

On dispose de tout un éventail de moyens, surtout pour de grands ouvrages, car l'opérateur fait ses observations à partir d'un groupe de points fixes, à Sambuco par exemple six points, où l'on stationne périodiquement. Il en résulte des discordances d'une fois à l'autre ensuite d'erreurs de mesures. A la méthode des moindres carrés, dont l'application est depuis longtemps courante, s'ajoutent la statistique mathématique, les transformations (affine, d'Helmut, etc.) et même la géométrie projective (cas d'un amphithéâtre). Le calcul électronique devient courant.

Comme on le verra lors d'applications, certaines simplifications sont à signaler. Par suite d'instabilité ou de déformation, les coordonnées x_i, y_i, z_i d'un point ($i = 1, 2, 3 \dots$) varient de $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$. On peut dissocier parfois la planimétrie de l'altimétrie sans traiter le calcul spatialement comme le font des praticiens. Par voie de nivellation direct la variation Δz est déterminée à partir d'un repère de nivellation dont l'altitude absolue n'est pas nécessairement connue. Restent les $\Delta x_i, \Delta y_i$, susceptibles, dans certains cas, d'être déterminés directement.

Covariance. Une autre complication peut survenir quand on compense par la méthode des moindres carrés. L'indépendance des mesures n'est pas réalisée ; on dit aussi que les mesures sont corrélées. Des éléments nouveaux interviennent : les cofacteurs ou comultiplicateurs [2], [3]. Pour former la matrice dite des cofacteurs, certains praticiens ont recours à une précompensation (Vorausgleichung). On s'efforcera donc d'éviter la covariance.

Calcul des points de rattachement

En principe, pour un même ouvrage, on peut choisir arbitrairement une origine pour les altitudes et coordonnées planes ; l'orientation des axes x, y étant aussi arbitraire.

Des points géodésiques connus de la mensuration du territoire sont utilisés. En d'autres termes, on a deux groupes de points dont les coordonnées sont déterminées à double parce que à des époques différentes. La coïncidence mutuelle est presque réalisée, mais pas rigoureusement. Une transformation est de rigueur ; de nombreuses solutions sont préconisées.

Théorème de Finsterwalder. Pour réaliser au mieux la coïncidence de deux systèmes de points P_i et P'_i (Punkthaufen), il faut assimiler à des forces les discordances $P_i P'_i$ (Kürzesten Abstände) puis réaliser leur équilibre au point de vue de la statique.

La solution d'un emploi courant est celle d'Helmut, notamment en Suisse et outre-Rhin. On amène en coïncidence les centres de gravité des systèmes P_i et P'_i , ce qui élimine les trois translations dx, dy, dz . L'échelle subit une variation dm puis trois rotations $\partial\xi, \partial\eta, \partial\zeta$ sont calculées. On a donc

$$\left. \begin{aligned} -fx_i + v_{xi} &= dx + x_i dm + z_i \partial\eta - y_i \partial\zeta \\ -fy_i + v_{yi} &= dy + y_i dm - z_i \partial\xi + x_i \partial\zeta \\ -fz_i + v_{zi} &= dz + z_i dm + y_i \partial\xi - x_i \partial\eta \end{aligned} \right\} \text{poids } = 1$$

Les f sont les termes absous, tandis que la transformation est conforme, ce qui ne sera en général pas le cas pour l'affinité.

Sous forme implicite, on a le groupe d'équations normales :

$$\begin{aligned} [vx] = [vy] = [vz] &= 0, \quad [xv_y - yv_x] = 0, \quad [xv_z - zv_x] = 0, \\ [yv_z - zv_y] &= 0, \quad [xv_x + yv_y + zv_z] = 0 \end{aligned} \quad [5]$$

Cette solution est donc très appliquée ; si on veut pousser plus loin l'élimination partielle des discordances, on a l'affinité, aussi très en faveur. Les centres de gravité des systèmes coïncidant, on a :

$$\left. \begin{aligned} x'_i - x_i &= a_1 x_i + s_3 y_i + s_2 z_i + (r_2 z_i - r_3 y_i) - v_{xi} \\ y'_i - y_i &= s_3 x_i + a_2 y_i + s_1 z_i + (r_3 x_i - r_1 z_i) - v_{yi} \\ z'_i - z_i &= s_2 x_i + s_1 y_i + a_3 z_i + (r_1 y_i - r_2 x_i) - v_{zi} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{poids égaux} \\ [\nu\nu] \text{ min.} \end{array}$$

Termes	Déformation	Rotation
absolus		

Il y a 9 équations normales si $i \geq 4$. Il y a d'autres solutions [5] ; avoir trop d'équations est un problème qui ne sera jamais complètement résolu. On pourrait combiner 9 à 9 ces équations, ce qui donnerait pour $i = 4$, par exemple, 12 équations, soit $\binom{12}{9} = \frac{12 \times 11 \dots 4}{9!} = 220$ groupes d'équations.

Rôle de la déviation de la verticale

Ce rôle n'est pas négligeable, sauf pour des ouvrages peu importants. Les méthodes classiques par voie astronomique, gravimétrique n'auront pas la préférence ; le choix de la surface de référence n'étant pas exempt d'arbitraire, le problème est assez complexe. En général, on adopte la voie spatiale, sans dissocier l'altimétrie. Des angles verticaux, en nombre suffisant, sont mesurés avec

précision. On renonce, sauf cas spéciaux, à des visées réciproques et simultanées à cause des complications et des frais. Ces déviations donnent lieu déjà à une augmentation notable du nombre des inconnues. A titre de contrôle, on s'efforce d'avoir une compensation, ce qui nécessite d'avoir des mesures en nombre surabondant.

Une première étape comporte la mesure d'angles verticaux et un calcul basé sur la formule connue du nivelllement trigonométrique, sans compensation. On obtient, pour tous les éléments du problème, des valeurs qui ne sont pas définitives, notamment pour les altitudes ; elles ont un caractère provisoire.

La seconde étape porte sur les corrections à apporter aux éléments provisoires ; ce calcul fournit les vraies inconnues. Par hypothèse, les corrections sont assez petites pour que les équations revêtent la forme linéaire ; ces équations sont dites correctrices (Verbesserungsgleichungen).

Une remarque s'impose : pour la compensation, les termes absous f des équations doivent être précis, obtenus en fonction des éléments mesurés et provisoires. Pour les coefficients, les éléments servant à les calculer seront connus à $1/2000$ près. Pour un côté du réseau AB , on a les corrections d'altitude ΔH_a et ΔH_b , tandis que Az est l'azimut du côté. Les composantes de la déviation sont ξ et η , leur résultante $\sqrt{\xi^2 + \eta^2}$.

Pour chaque sommet du réseau, ce sont deux inconnues de plus.

Il y a deux formes, respectivement linéaire ou angulaire (unité : le centimètre ou la seconde ancienne ou nouvelle, soit v'' ou v^{ce}) $\rho'' = 206265 \quad \rho^{ce} = 636620$.

$$(1) \quad v^{cm} = -\Delta H_a + \Delta H_b + \frac{D \cos Az}{\rho \cos^2 \alpha} \xi_a + \frac{D \sin Az}{\rho \cos^2 \alpha} \eta_a + f^{cm} \quad (\text{voir [4], [6]})$$

$$(2) \quad v'' = -\frac{\rho \cos^2 \alpha}{D} \Delta H_a + \rho \frac{\cos^2 \alpha}{D} \Delta H_b + \cos Az \cdot \xi_a + \sin Az \cdot \eta_a + f''$$

Le praticien choisira selon ses préférences.

Il faut former $[\nu\nu]$ et ses dérivées (poids = 1 pour toutes les mesures, sinon $[p\nu\nu]$). Ces dérivées sont les équations normales, dont les coefficients se présentent sous forme de matrice symétrique. En désignant les coefficients des inconnues dans (1) ou (2) par $a, b, c \dots$ on a $[av] = [bv] = [cv] = \dots = 0$.

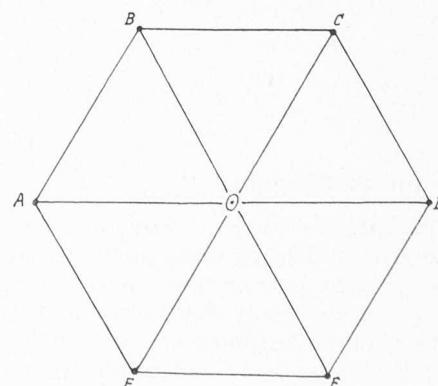


Fig. 1

Première application

Réseau de 12 côtés, donc 24 équations (1) ou (2).

Les 6 sommets $A, B \dots F$ donnent lieu à 18 inconnues, les $\Delta H, \xi, \eta$. En 0 l'altitude est arbitraire et, par hypothèse, on a : $\xi = \eta = 0$, toujours en 0.

La déviation de la verticale dans un plan de visée est

$$(\cos Az \cdot \xi + \sin Az \cdot \eta) \leq \sqrt{\xi^2 + \eta^2}.$$

La formation des équations normales ainsi que sa matrice symétrique des coefficients ne donnent pas lieu à des commentaires.

Puis, par inversion, on obtient la matrice ci-après :

Matrice aux coefficients de poids des inconnues (symétrique)
(Calcul par le Centre électronique EPUL)

0,64	+ 0,18	- 0,07	- 0,11	- 0,07	+ 0,18	0,00	- 0,74	- 0,16	- 0,38	...
0,64	+ 0,18	- 0,07	- 0,11	- 0,07	+ 0,41	- 0,05	+ 0,64	- 0,37	...	
0,64	+ 0,18	- 0,07	- 0,11	+ 0,16	+ 0,12	+ 0,25	+ 0,33	...		
0,64	+ 0,18	- 0,07	0,00	- 0,10	- 0,02	+ 0,20	...			
0,64	+ 0,18	- 0,16	+ 0,12	- 0,08	+ 0,05	...				
0,64	- 0,41	- 0,05	- 0,19	- 0,08	...					
1,14	0,00	+ 0,48	- 0,16	...						
1,62	+ 0,37	+ 0,36	...							
1,50	- 0,21	...								
1,26	...									

Matrice partielle
L'ordre des inconnues
est $\Delta H_a, \Delta H_b \dots \Delta H_f$
puis $\xi_a \eta_a \xi_b \eta_b \dots$

On possède ainsi des éléments pour des calculs de précision et même de déformations.

Barrage de Sambuco

Ici on a un réseau de 13 côtés pour le contrôle de l'ouvrage, donc 26 équations telles que celles ci-dessus (1), (2). Six piliers reçoivent les instruments de mesure. Pour un point l'altitude est arbitraire, ainsi que ξ, η . Il y a donc 15 inconnues pour ces 26 équations. Le plus long côté mesure 387 mètres [6].

Les observations furent échelonnées sur cinq périodes et les résultats obtenus favorables. Il fut tenu compte des déviations de la verticale.

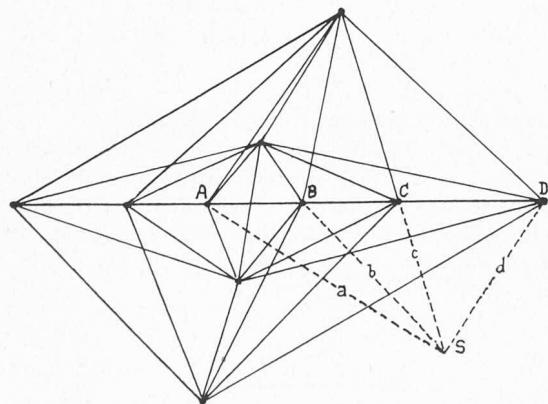


Fig. 2

Téléphérique de Klosters

Ce cas présente de l'intérêt : 6 mâts $A, B \dots F$ (voir figure) se trouvaient dans un même profil vertical mais la stabilité des lieux est précaire. Les contrôles furent effectués par voie spatiale sans dissociation de l'altimétrie. L'électrotélémétrie fut appliquée et, pour les calculs, les équations (1), (2) comme à Sambuco (déviations).

Variante. Elle consisterait à opérer par niveling direct pour les calculs altimétriques, tandis que, planimétrique-

ment, on a une correspondance projective (instrument de mesure en S) :

$$(ABCD) = (abcd) = \frac{\sin (ca)}{\sin (cb)} \cdot \frac{\sin (da)}{\sin (db)} = \\ = r = \frac{\lambda_1 - \lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_3} \cdot \frac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_2 - \lambda_4}$$

Analytiquement, on a les relations connues :

$$(3) \quad L_1 + \lambda_1 L_2 = 0; \quad L_1 + \lambda_2 L_2 = 0; \quad L_1 + \lambda_3 L_2 = 0; \\ L_1 + \lambda_4 L_2 = 0.$$

$$(4) \quad P_1 + \lambda_1 P_2 = 0; \quad P_1 + \lambda_2 P_2 = 0; \quad P_1 + \lambda_3 P_2 = 0; \\ P_1 + \lambda_4 P_2 = 0$$

où $L_1 = 0, L_2 = 0$ sont les équations de deux droites, tandis que $P_1 = 0, P_2 = 0$ sont celles de deux points. Le rapport r n'est pas modifié quand S est déplacé. C'est l'avantage de la variante. Les 6 mâts peuvent être combinés 4 à 4 de 15 façons différentes, tandis que $r = (abcd) = (cdab) = (badc) = (dcba)$; par des permutations on obtient en tout 24 rapports mais 6 valeurs : $r, 1/r, 1-r,$

$\frac{1}{1-r}, \frac{r}{r-1}$ et $\frac{r-1}{r}$. Une variation Δr s'exprime par :

$\Delta r = F(\Delta x_i, \Delta y_i)$ sous forme linéaire ($i = 1, 2 \dots$). Les Δz_i sont obtenus par voie de niveling direct si possible.

Cas d'un amphithéâtre

Le cas traité ici est celui de Pola, qui donna lieu à des controverses quant au mode de calcul (voir publication EPUL, N° 18). C'est la planimétrie qui est en cause en ce qui concerne le mur d'enceinte. Les altitudes sont contrôlées à part.

L'équation initiale était : $Ay_i^2 + Bx_i y_i + Cx_i^2 + Dy_i + Ex_i + 1 = v_i$.

Les v_i ne sont plus nuls pour $i > 5$ (ici $i = 1, 2, 3 \dots 12$). Ces 12 points mesurés, combinés 5 à 5, donnent lieu à 792 ellipses pas rigoureusement confondues. Une compensation s'impose et des valeurs provisoires $A_0, B_0 \dots$ furent calculées : $A = A_0 + \Delta A; B = B_0 + \Delta B \dots$ tandis que les $x_i y_i$ mesurés donnaient lieu à des $(x_i + v'_i)$ et $(y_i + v''_i)$ compensés. C'est un cas d'extrémum lié facile à traiter.

Si les poids des coordonnées mesurées x_i, y_i sont égaux, on réalise la condition : $[\rho\rho] = \text{minimum}$, où les ρ sont les plus courtes distances des 12 points à l'ellipse calculée [4].

Variante. Ici encore, une variante peut être envisagée ; si deux points S et S' peuvent être considérés comme stables, on les choisit comme sommets de faisceaux projectifs.

A l'équation (3) valable pour le faisceau S s'ajoute l'équation (5), revêtant la même forme, avec r' comme biraport.

$$(5) \quad L'_1 + \lambda'_1 L'_2 = 0; \quad L'_1 + \lambda'_2 L'_2 = 0; \quad L'_1 + \lambda'_3 L'_2 = 0; \quad L'_1 + \lambda'_4 L'_2 = 0$$

$$\text{avec la condition } r = r' = \frac{\lambda_1 - \lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_3} : \frac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_2 - \lambda_4}$$

Pratiquement, on préférera la forme trigonométrique, en fonction des sinus et des variations très petites Δr , $\Delta r'$ revêtant une forme linéaire : $\Delta r = F(\Delta x_i, \Delta y_i)$; $\Delta r' = F'(\Delta x_i, \Delta y_i)$. Il convient, pour faire un choix, de remarquer que les mesures angulaires sont souvent plus précises que les linéaires.

Cas des charpentes

Il est en général moins simple que les précédents, car à un défaut éventuel de stabilité du sous-sol vient s'ajouter une déformation, surtout si la structure est du type dit articulé avec barres surabondantes. Récemment la statistique fut appliquée (voir publication EPUL N° 98), mais son rôle est secondaire. Le problème revêt la voie spatiale avec mesures linéaires (électrotélémétrie) et angulaires, planimétriques et altimétriques. A la base du calcul on a la variation de coordonnées des nœuds comme inconnues, solution dont la supériorité n'est plus discutée.

La forme classique de l'équation à appliquer est (voir [4]) :

$$v_i = a_i dx + b_i dy + c_i dz + \dots + f_i \quad (\text{poids } p_i) \\ i = 1, 2, 3 \dots$$

Sous forme implicite, on a pour les dérivées de l'énergie :

$$[av] = [bv] = [cv] = \dots = 0 \quad (p_i = 1)$$

équations fournissant les éléments pour la matrice de rigidité. Les termes absous f_i sont obtenus en coupant les barres surabondantes ; la solution est semi-graphique parfois.

Les inconnues ne sont pas toujours indépendantes, par exemple si certains nœuds se déplacent sur des surfaces d'équation connue. Une solution usuelle est celle dite par fractionnement (nach Stufen).

Aux éléments de la première étape : $v, dx, dy, dz \dots$ viennent s'ajouter ceux de la seconde : $v', (dx), (dy), (dz) \dots$ Sous forme générale on a, les $dx, dy, dz \dots$ n'étant plus variables :

$$v + v' = a(dx + (dx)) + b(dy + (dy)) + \\ + c(dz + (dz)) + \dots + f$$

$$\text{d'où } [vv'] = 0; \quad [(v + v')^2] = [vv] + [v'v'] \quad [4]$$

les $(dx), (dy), (dz)$ étant liées, sous forme linéaire, par des conditions :

$$F_1((dx), (dy), (dz) \dots) = 0; \\ F_2((dx), (dy), (dz) \dots) = 0.$$

Cette solution, sans élimination de certaines inconnues, a des avantages. On choisira judicieusement les axes de coordonnées pour, autant que possible, éliminer les coefficients de poids non quadratiques.

En conclusion, on peut dire que de notables progrès furent réalisés récemment pour déterminer le manque de stabilité et les déformations d'ouvrages d'art ; l'électrotélémétrie joue un rôle ainsi, pour d'importants ouvrages, que la tendance à tenir compte toujours plus de la déviation de la verticale, élément perturbateur nuisant à la précision. En outre, il y a plus d'équations que d'inconnues.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] HUG, P.: *Anwendung der elektronischen Distanzmessung* (Revue mensurations, 1970).
- [2] ANSERMET, A.: *Compensations en cas de covariance* (Revue mensurations, 1960).
- [3] ANSERMET, A.: *Compensations de mesures interdépendantes* (Revue mensurations, 1961).
- [4] WOLF, H.: *Ausgleichungsrechnung...* (Dümmlers Verlag).
- [5] ANSERMET, A.: *Transformations affine et d'Helmut* (Revue mensurations, 1962).
- [6] GLEINSVÍK, P.: *Bestimmung von Höhen...* (Verlag Leemann, Zurich).
- [7] KOBOLD, F.: *Bestimmung von Deformationen an Bauwerken* (Schweiz. Bauzeitung, 1958).
- [8] LINKWITZ: *Theorie elastischer Systeme* (Stuttgart, 1911).

Adresse de l'auteur :

Auguste Ansermet, Les Glycines, 1814 La Tour-de-Peilz.

Sur le choix d'un mode de calcul en hyperstatique spatiale¹

par A. ANSERMET, ingénieur professeur

Rappel de notions usuelles

La plupart des problèmes se présentant dans le domaine des sciences techniques donnent lieu à plus d'une solution ; mais en général une indépendance complète entre les modes de calcul n'est pas réalisée. On peut faire des comparaisons et attribuer certains avantages à l'une ou l'autre solution. L'hyperstatique des systèmes articulés spatiaux, comme on le sait, fit l'objet de recherches, par des voies différentes aux Ecoles polytechniques de Zurich et Lausanne. Les

publications des professeurs Stüssi et Mayor sont considérées toutes deux comme remarquables à des titres divers. La *Baustatik* du premier vient d'être rééditée, ce qui prouve la faveur rencontrée chez les praticiens ; le *Cours* du second est épousé et ne sera probablement pas réédité. Cette publication présentait un caractère un peu spécial, car un chapitre fut rédigé à l'intention de l'Académie des sciences et pris en considération par celle-ci. Faire un

¹ Texte rédigé en hommage au professeur Dr Fritz Stüssi.