

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 98 (1972)  
**Heft:** 26: SIA spécial, no 7, 1972

**Artikel:** Représentation de surfaces en perspective par traceur de courbe  
**Autor:** Kunt, Murat  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-71574>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Représentation de surfaces en perspective par traceur de courbe

par MURAT KUNT

## Préambule

*L'évolution des technologies électroniques et la mise au point de puissants algorithmes de calcul, telle que la transformation de Fourier rapide, ont favorisé le développement de méthodes digitales de traitement des signaux.*

*C'est ainsi que l'ordinateur joue un rôle de plus en plus important dans le traitement de signaux bi-dimensionnels (images), domaine auquel le Laboratoire de traitement de signaux du Département d'électricité de l'EPFL accorde un intérêt tout particulier.*

*La publication qui suit résulte d'une étude effectuée dans le cadre d'une recherche en cours sur l'application des transformations orthogonales en traitement d'images (pour la transmission de fac-similé par exemple). La mise au point d'un programme permettant la représentation en perspective de signaux bi-dimensionnels s'est avérée être une étape nécessaire dans cette recherche. Les résultats obtenus par M. Kunt présentent un intérêt très général et nous espérons qu'ils pourront rendre service à d'autres utilisateurs.*

Professeur F. DE COULON  
Laboratoire de traitement de signaux  
de l'EPFL

## 1. Introduction

Dans de nombreux domaines scientifiques, et particulièrement pour l'étude de signaux bi-dimensionnels, on se trouve souvent devant le problème de représenter des surfaces du type  $z = f(x, y)$  sur un plan (feuille de papier ou éventuellement écran graphique). Cette représentation, loin d'être quantitative, doit par contre permettre de tirer des conclusions qualitatives sur les caractéristiques des surfaces étudiées.

Deux raisons majeures conduisent à confier un tel travail de dessin à un traceur de courbe par l'intermédiaire d'un ordinateur. La première est la rapidité d'exécution offerte par un tel système. La seconde est que dans la plupart des études théoriques et expérimentales, la surface à représenter est déjà sous une forme compatible avec un traitement par ordinateur : elle est donnée soit par un calcul sur ordinateur soit par un ensemble de valeurs numériques (échantillons). D'autre part, dans le cas où l'expression analytique est connue, elle peut être aisément mise sous la forme appropriée pour un traitement numérique.

C'est ainsi qu'on a réalisé, au Laboratoire de traitement de signaux de l'EPFL, un sous-programme<sup>1</sup> écrit en FORTRAN et baptisé DISPLAY permettant de représenter en perspective des surfaces du type  $z = f(x, y)$ . Bien que ce sous-programme soit prévu pour être utilisé sur les installations du Centre de calcul de l'EPFL, la généralité du langage utilisé permet, moyennant de légères modifications, de l'adapter à un grand nombre d'autres systèmes.

## 2. Méthode

Un observateur (voir fig. 1) placé au point  $A$  de coordonnées  $(a_1, a_2, a_3)$  dans le repère  $(\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3)$  vise le point  $O'$  de coordonnées  $(o'_1, o'_2, o'_3)$ . La surface observée est projetée sur le plan passant par  $O'$ , et perpendiculaire à  $O'A$  qui sera le plan du dessin. Il faut alors déterminer les coordonnées du point  $M_p$  du plan dans le système d'axes

<sup>1</sup> Le listage de ce sous-programme et son mode d'emploi peuvent être obtenus sur demande au Laboratoire de traitement de signaux de l'EPFL. Ils sont également disponibles au Centre de calcul de l'EPFL.

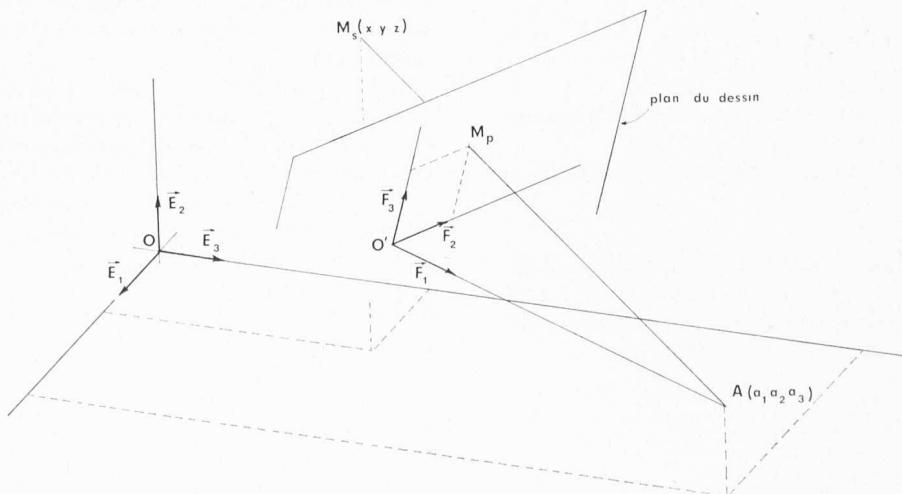
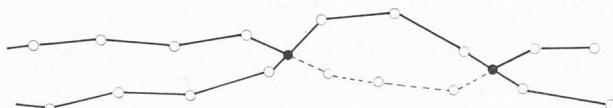


Fig. 1. — Définition des repères et de la perspective.



- points données
- points obtenus par interpolation linéaire
- lignes dessinées (visibles)
- lignes non dessinées (invisibles)

Fig. 2. — Interpolation linéaire pour les points d'intersection.

$(\vec{F}_2, \vec{F}_3)$  à partir des coordonnées  $(x, y, z)$  du point  $M_s$  dans le repère  $(\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3)$ . Ceci peut être réalisé en deux étapes.

Dans une première étape, on effectue un changement de coordonnées pour passer du repère  $(\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3)$  au repère  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$ . Ce changement est en général composé d'une translation  $OO'$  suivie d'une rotation. La rotation est obtenue par une transformation linéaire dont la matrice, avec l'hypothèse que le plan  $(\vec{F}_1, \vec{F}_3)$  est parallèle à  $\vec{E}_3$ , est donnée par (le détail des calculs est présenté en annexe) :

$$T = \begin{Bmatrix} \frac{c_1}{c_m} & \frac{c_2}{c_m} & \frac{c_3}{c_m} \\ -\frac{c_2}{c_0} & \frac{c_1}{c_0} & 0 \\ \frac{c_1 c_3}{c_m c_0} & \frac{c_2 c_3}{c_m c_0} & \frac{c_0}{c_m} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

où  $c_i = a_i - o'_i$  avec  $i = 1, 2, 3$ .

$$c_m = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2} \quad \text{et} \quad c_o = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} \quad (2.2)$$

Les coordonnées du point  $M_s$  dans le nouveau repère sont alors obtenues à l'aide de l'équation matricielle suivante :

$$M = T \cdot (m - o') \quad (2.3)$$

où  $M = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}$  est la matrice des nouvelles coordonnées de  $M_s$  et  $m - o' = \begin{Bmatrix} x - o'_1 \\ y - o'_2 \\ z - o'_3 \end{Bmatrix}$  est la matrice de la translation.

Dans la seconde étape, on déduit la position du point  $M_p$  dans le plan à partir des nouvelles coordonnées  $X, Y$  et  $Z$  de  $M_s$ . A l'aide des triangles semblables on obtient aisément :

$$\overrightarrow{O'M_p} = \frac{Y c_m}{c_m - X} \vec{F}_2 + \frac{Z c_m}{c_m - X} \vec{F}_3 \quad (2.4)$$

Dans ce qui suit, on se réfère au repère  $(\vec{F}_2, \vec{F}_3)$  comme étant les axes du traceur.

D'autre part, le sous-programme ne dessine que les parties visibles des coupes de la surface donnée par des plans parallèles au plan  $(\vec{E}_2, \vec{E}_3)$ . La visibilité est définie de la manière suivante : on dessine tout d'abord la coupe de la surface la plus proche de l'observateur. Ensuite, on ne dessine que les parties de la coupe suivante qui sont supérieures en ordonnée à la précédente, et ainsi de suite jusqu'à la dernière. Etant donné que le traceur dessine un segment de droite entre deux points donnés, les points d'intersection des différentes coupes sont calculés par une interpolation linéaire. Une interpolation d'ordre plus élevé est inutile (fig. 2).

### 3. Données nécessaires

La surface  $z = f(x, y)$  est représentée pour les couples  $(x, y)$  appartenant au domaine de variation  $D$  de dimensions finies du plan  $(\vec{E}_1, \vec{E}_2)$ . Une des restrictions du sous-programme est que ce domaine doit être rectangulaire de côtés parallèles aux axes  $(\vec{E}_1, \vec{E}_2)$  (fig. 3).

La fonction  $f(x, y)$  doit être transférée au sous-programme sous forme d'un ensemble de valeurs numériques (échantillons). Cet échantillonnage s'effectue de la manière suivante :

- 1) Les variables indépendantes  $x$  et  $y$  sont remplacées par leur version discrète :

$$x \leftrightarrow x_i = x_0 - i \Delta x \quad (3.1)$$

$$y \leftrightarrow y_j = y_0 + j \Delta y$$

avec  $\Delta x$  et  $\Delta y$  constantes.

- 2) Les valeurs de la fonction  $z = f(x, y)$  pour les différents couples  $(x_i, y_j)$  sont mémorisées dans une matrice  $A(I, J)$

$$A(I, J) = z_{ij} = f(x_i, y_j) \quad (3.2)$$

avec  $I = i = 1, \dots, NP$

$J = j = 1, \dots, N$

La surface est alors représentée par  $NP$  courbes (correspondant aux différents couples), chacune à  $N$  points.

On dispose cependant d'une souplesse sur les échelles selon les trois axes  $\vec{E}_1, \vec{E}_2$  et  $\vec{E}_3$ . Les dimensions  $L_x, L_y$  et  $L_z$  (mesurées en cm) du volume contenant la surface définie sur le domaine  $D$  sont trois paramètres que l'utilisateur peut choisir.

Les coordonnées des points  $A$  et  $O'$  (observateur et point visé) constituent les paramètres les plus importants de la représentation. Elles déterminent complètement, au choix des échelles près, la vision de la surface.

On dispose également d'un paramètre optionnel qui, s'il est utilisé, permet de normaliser les dimensions du dessin conformément aux formats A4, A3, A2, A1 et A0. Le dessin s'adapte alors automatiquement par homothétie au cadre prescrit. Celui-ci est mis en évidence sur le papier par des croix.

### 4. Caractéristiques et limitations

Le sous-programme détermine d'abord les coordonnées extrémum du dessin. Il vérifie ensuite si les dimensions du dessin sont compatibles avec les dimensions déclarées pour

le papier. Au cas où ces tests ne sont pas satisfaisants, il génère les messages d'erreur : « Le dessin est plus large que le papier » ou « Le dessin est plus long que prévu ». L'exécution est alors supprimée automatiquement. Pour satisfaire ces tests, avant la mise en œuvre du sous-programme, une réflexion préalable sur le choix des paramètres de dimensions  $L_x$ ,  $L_y$  et  $L_z$  et les coordonnées des points  $A$  et  $O'$  est donc très utile.

Une fois ces tests satisfaisants, quelles que soient les valeurs des coordonnées extrémum du dessin par rapport à l'origine dans le plan  $(\vec{F}_2, \vec{F}_3)$ , le sous-programme effectue les translations nécessaires pour cadrer le dessin dans les dimensions déclarées.

Au cas où l'option du format normalisé est prise, le sous-programme effectue des tests similaires pour vérifier si le format choisi est compatible avec les dimensions déclarées pour le papier. Si ces tests ne sont pas satisfaisants, il génère les messages d'erreur correspondants et supprime l'exécution.

D'autre part, les données principales de la représentation sont automatiquement reportées sur la feuille du dessin. Ces données sont, dans l'ordre, les coordonnées des points  $A$  et  $O'$  (fig. 1), les dimensions du volume contenant la surface (fig. 3), les nombres  $NP$  et  $N$  et les dimensions du domaine  $D$  de variation des variables  $x$  et  $y$ . Ces nombres s'inscrivent en colonne à droite du dessin. Les dimensions des lettres et des chiffres s'adaptent automatiquement au format ou à la largeur du papier.

#### 4.1 Ordre de la matrice $A$ ( $I, J$ )

L'ordre maximum de cette matrice est conditionné par la place disponible en mémoire centrale de l'ordinateur après le chargement du programme. Cependant, étant donné que le traceur dessine un segment de droite entre deux points, pour éviter de faire apparaître des contours polygonaux, il faut choisir  $N$  assez grand.

Tant que le rapport  $\frac{L_y}{N}$  reste de l'ordre

de grandeur du millimètre, le contour polygonal peut être évité dans une grande majorité des cas. Une fois que  $N$  est fixé, on peut déterminer  $NP$  de manière à ce que le produit  $(NP \cdot N)$  ne dépasse pas la place disponible en mémoire.

#### 4.2 Domaine $D$ de variation de $x$ et $y$

Ainsi qu'on l'a relevé plus haut, ce domaine doit être rectangulaire et de côtés parallèles aux axes  $(\vec{E}_1, \vec{E}_2)$ .

#### 4.3 Position du vecteur $\vec{O'A}$

Etant donné la méthode utilisée pour mettre en évidence la visibilité, le vecteur  $\vec{O'A}$  (point visé-observateur) ne peut pas avoir toutes les positions possibles dans l'espace. Il faut d'abord que l'observateur soit, par rapport au plan

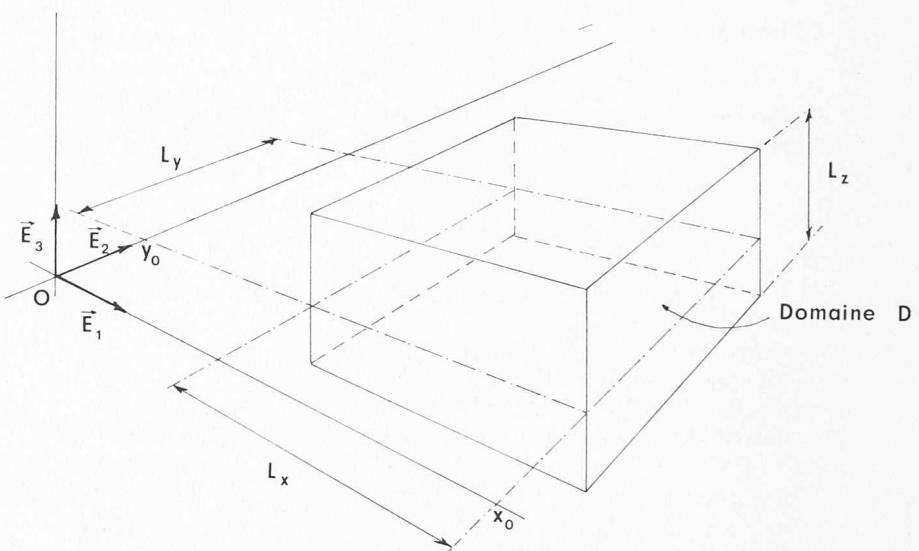


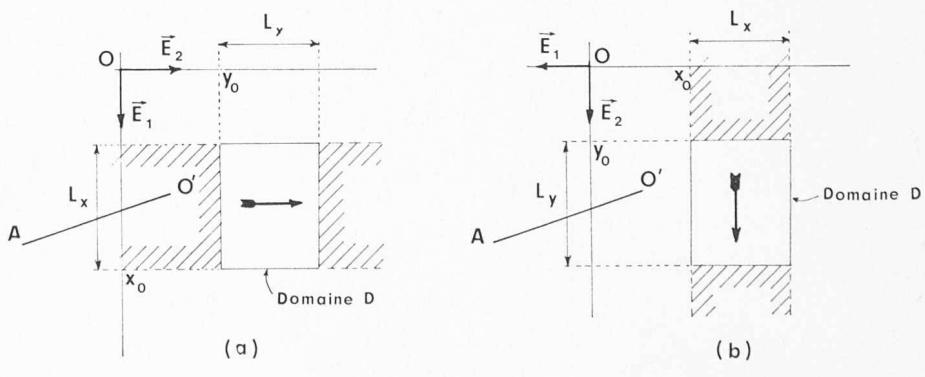
Fig. 3. — Volume contenant la surface à représenter.

horizontal, placé plus haut (éventuellement au même niveau) que le point visé pour éviter de rendre invisible une grande partie de la surface. On ne peut pas observer la surface par le dessous.

D'autre part, pour satisfaire les contraintes de cette méthode, la coordonnée  $a_1$  de  $A$  selon  $\vec{E}_1$  ne peut pas se trouver dans l'intervalle  $(x_0 - L_x, x_0)$ . La figure 4 illustre la zone interdite à la projection de  $A$  sur le plan horizontal. Toutefois, on peut éviter cet inconvénient aisément. Si l'on désire observer la surface avec  $a_1$  à l'intérieur de cet intervalle, il suffit de permute le rôle des variables  $x$  et  $y$ . Il faut appeler  $\vec{E}_1$  l'axe  $-\vec{E}_2$  et  $\vec{E}_2$  l'axe  $\vec{E}_1$  pour conserver un trièdre direct. Dans ce cas, le sous-programme dessine les coupes qui sont parallèles au nouvel axe  $\vec{E}_2$ . On peut donc, moyennant ce changement, pivoter le vecteur  $\vec{O'A}$  autour de la surface.

#### 5. Exemples

Pour illustrer l'utilisation du sous-programme DISPLAY, on présente dans ce paragraphe cinq exemples d'applications.



→ Sens des coupes dessinées

//// Zones interdites pour la projection de A

(a) Choix interdit pour O'A

(b) Changements nécessaires pour le même choix de O'A

Fig. 4. — Choix du vecteur  $\vec{O'A}$ .

5.1 Fonction  $z = \frac{\sin(\pi \sqrt{x^2 + y^2})}{\pi \sqrt{x^2 + y^2}}$

Le domaine de variation  $D$  des variables  $x$  et  $y$  est déterminé par :

$$\begin{aligned} -4,5 + \varepsilon &< x < 4,5 + \varepsilon \\ -4,5 + \varepsilon &< y < 4,5 + \varepsilon \end{aligned}$$

où  $\varepsilon = 10^{-5}$  est utilisé pour éviter une division du type 0/0 à l'origine.

Les autres données sont les suivantes :  $L_x = 17$ ,  $L_y = 15$ ,  $L_z = 12$ ,  $o'_1 = o'_2 = 0$ ,  $o'_3 = 20$ ,  $a_1 = 75$ ,  $a_2 = 30$ ,  $a_3 = 50$ ,  $N = 150$ ,  $NP = 70$ ,  $\Delta x = 9/69$  et  $\Delta y = 9/149$ .

Le résultat obtenu est illustré par la figure 5.

5.2 Fonction  $z = x^2 - y^2$

Le domaine  $D$  de variation des variables  $x$  et  $y$  est donné par :

$$\begin{aligned} -2,19 &< x < 2,19 \\ -2,68 &< y < 2,68 \end{aligned}$$

La surface représentée est définie par :

$$z' = \begin{cases} x^2 - y^2 & \text{pour } |x| < 2, |y| < 2,5 \text{ et } z > -2,25 \\ -2,25 & \text{pour } |x| < 2, |y| < 2,5 \text{ et } z < -2,25 \\ -2,25 & \text{pour } 2 < |x| < 2,19 \text{ et } 2,5 < |y| < 2,68 \end{cases}$$

Les autres données sont les suivantes :  $L_x = L_y = 15$ ,  $L_z = 11$ ,  $o'_1 = o'_2 = 0$ ,  $o'_3 = 60$ ,  $a_1 = 45$ ,  $a_2 = 70$ ,  $a_3 = 60$ ,  $N = 150$ ,  $NP = 70$ ,  $\Delta x = 4/63$  et  $\Delta y = 5/139$ .

Le résultat obtenu est illustré par la figure 6.

5.3 Fonction  $z = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \cdot \frac{\sin(\pi y)}{\pi y}$

Le domaine de variation  $D$  des variables  $x$  et  $y$  est le même que celui de l'exemple 5.1.

Les autres données sont les suivantes :  $L_x = 17$ ,  $L_y = 15$ ,  $L_z = 12$ ,  $o'_1 = o'_2 = 0$ ,  $o'_3 = 60$ ,  $a_1 = 70$ ,  $a_2 = -45$ ,  $a_3 = 60$ ,  $n = 150$ ,  $NP = 70$ ,  $\Delta x = 9/69$  et  $\Delta y = 9/149$ .

Le résultat obtenu est illustré par la figure 7.

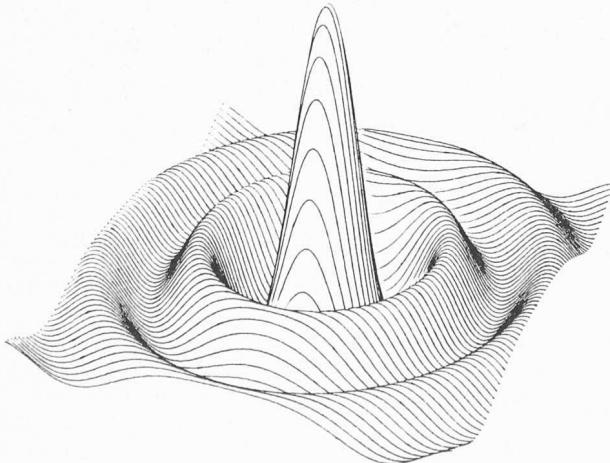


Fig. 5. — Représentation de la surface  $z = \frac{\sin(\pi \sqrt{x^2 + y^2})}{\pi \sqrt{x^2 + y^2}}$

#### 5.4 Ensembles de données numériques

Deux ensembles de données numériques ont été formés :

- dans une matrice de dimension  $30 \times 80$  pour représenter en relief les lettres LTS (fig. 8),
- dans une matrice de dimension  $88 \times 40$  pour représenter en relief les lettres EPFL (fig. 9).

Le domaine de variation  $D$  des variables  $x$  et  $y$  est, pour les deux cas, défini par :

$$\begin{aligned} 0 &< x < 1 \\ 0 &< y < 1 \end{aligned}$$

Les autres données sont les suivantes :

Cas a) :  $L_x = 10$ ,  $L_y = 20$ ,  $L_z = 4$ ,  $o'_1 = o'_2 = 0$ ,  $o'_3 = 60$ ,  $a_1 = 60$ ,  $a_2 = 35$ ,  $a_3 = 80$ ,  $\Delta x = 1/29$  et  $\Delta y = 1/79$ .

Cas b) :  $L_x = 75$ ,  $L_y = 10$ ,  $L_z = 4$ ,  $o'_1 = 50$ ,  $o'_2 = 0$ ,  $o'_3 = 40$ ,  $a_1 = 135$ ,  $a_2 = 20$ ,  $a_3 = 25$ ,  $\Delta x = 1/87$  et  $\Delta y = 1/39$ .

Dans le premier cas, l'observateur est placé relativement haut ( $a_3 = 80$ ) par rapport à la hauteur maximum de la surface ( $L_z = 4$ ). Ceci a pour conséquence la diminution de l'effet de perspective. D'autre part, le vecteur  $\overrightarrow{O'A}$  est orienté dans le sens de la hauteur des lettres, ce qui les place face à l'observateur. Dans le deuxième cas, l'observateur est plus près du plan horizontal ( $a_3 = 25$ ). La hauteur maximum de la surface étant la même que précédemment, l'effet de perspective est très marqué. Le vecteur  $\overrightarrow{O'A}$  est ici orienté dans le sens de la largeur des lettres qui sont donc vues de profil.

Dans les deux cas, le sens des coupes a été choisi de manière à mieux faire ressortir le relief des lettres (plan de coupe faisant face à l'observateur).

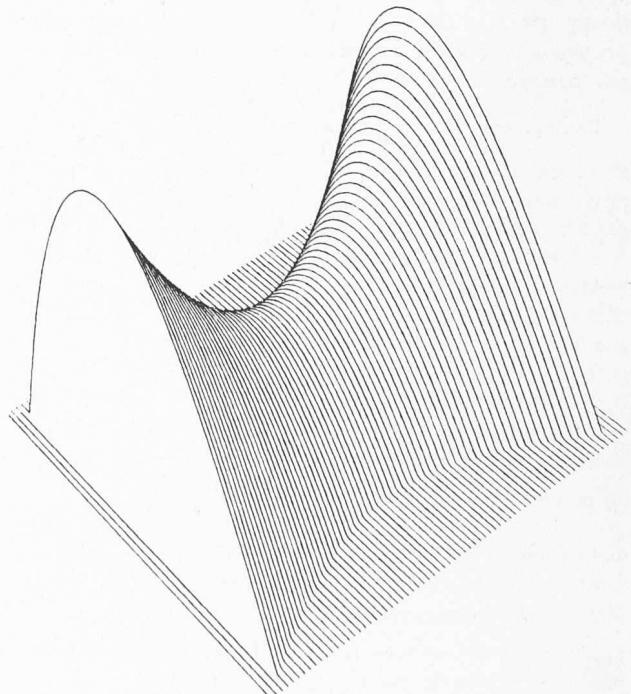


Fig. 6. — Représentation de la surface  $z = x^2 - y^2$ .

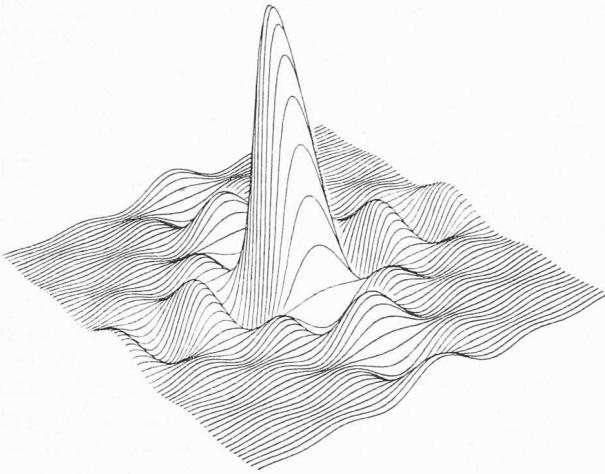


Fig. 7. — Représentation de la surface  $z = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \cdot \frac{\sin(\pi y)}{\pi y}$

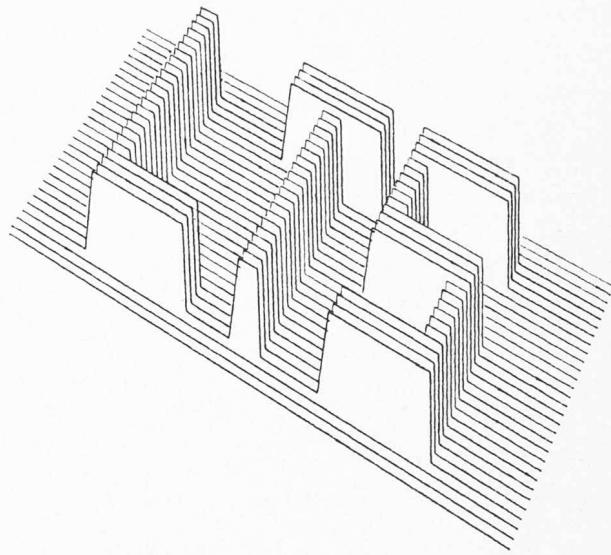


Fig. 8. — Représentation en relief des lettres LTS (Laboratoire de Traitement de Signaux).

#### Annexe : Matrice de rotation pour le changement de coordonnées

Sans tenir compte de la translation  $OO'$  (voir fig. 1), le vecteur unitaire  $\vec{F}_1$  de support  $AO'$  peut être exprimé par :

$$\vec{F}_1 = \frac{c_1}{c_m} \vec{E}_1 + \frac{c_2}{c_m} \vec{E}_2 + \frac{c_3}{c_m} \vec{E}_3 \quad (\text{A.1})$$

où  $c_i = a_i - o'_i$  avec  $i = 1, 2, 3$

et  $c_m = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}$

Si l'on choisit le vecteur  $\vec{F}_3$  de manière à ce que le plan  $(\vec{F}_1, \vec{F}_3)$  contienne le vecteur  $\vec{E}_3$ , la composante selon  $\vec{E}_3$  du vecteur  $\vec{F}_3$  est :

$$\frac{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}}{c_m} \quad (\text{A.2})$$

Les deux premières composantes de  $\vec{F}_3$  sont proportionnelles à celles de  $\vec{F}_1$  (par symétrie par rapport à  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$ ). On a alors :

$$\vec{F}_3 = -\delta \frac{c_1}{c_m} \vec{E}_1 - \delta \frac{c_2}{c_m} \vec{E}_2 + \frac{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}}{c_m} \vec{E}_3 \quad (\text{A.3})$$

où  $\delta$  est le facteur de proportionnalité. Ce facteur est déterminé aisément en posant la condition

$$|\vec{F}_3| = 1 \quad (\text{A.4})$$

ce qui donne  $\delta = \frac{c_3}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}}$

En définissant  $c_0 = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$ , on a finalement :

$$\vec{F}_3 = -\frac{c_1 c_3}{c_m c_0} \vec{E}_1 - \frac{c_2 c_3}{c_m c_0} \vec{E}_2 + \frac{c_0}{c_m} \vec{E}_3 \quad (\text{A.5})$$

Les composantes du vecteur unitaire  $\vec{F}_2$  sont obtenues en effectuant le produit vectoriel  $\vec{F}_3 \wedge \vec{F}_1$ , ce qui donne :

$$\vec{F}_2 = -\frac{c_2}{c_0} \vec{E}_1 + \frac{c_1}{c_0} \vec{E}_2 + 0 \cdot \vec{E}_3 \quad (\text{A.6})$$

On peut écrire l'expression du vecteur  $\vec{OM}$  dans les deux repères de la manière suivante :

$$\vec{OM} = x \vec{E}_1 + y \vec{E}_2 + z \vec{E}_3 = X \vec{F}_1 + Y \vec{F}_2 + Z \vec{F}_3 \quad (\text{A.7})$$

En substituant les relations (A.1), (A.5) et (A.6) dans (A.7) et en identifiant les coefficients des vecteurs  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$  et  $\vec{E}_3$  on obtient la transformation suivante :

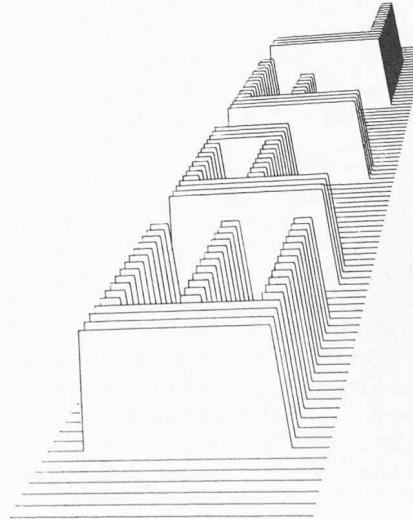


Fig. 9. — Représentation en relief des lettres EPFL.

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{c_1}{c_m} X - \frac{c_2}{c_0} Y - \frac{c_1 c_3}{c_m c_0} Z \\
 y &= \frac{c_2}{c_m} X + \frac{c_1}{c_0} Y + \frac{c_2 c_3}{c_m c_0} Z \\
 z &= \frac{c_3}{c_m} X + 0 \cdot Y + \frac{c_0}{c_m} Z
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

A l'aide de la notation matricielle, on peut mettre la relation (A.8) sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{c_1}{c_m} & -\frac{c_2}{c_0} & -\frac{c_1 c_3}{c_m c_0} \\ \frac{c_2}{c_m} & \frac{c_1}{c_0} & \frac{c_2 c_3}{c_m c_0} \\ \frac{c_0}{c_m} & 0 & \frac{c_0}{c_m} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \tag{A.9}$$

ou encore :  $m = A \cdot M$  (A.10)

Or, on cherche les coordonnées  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  en fonction de  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Ceci est obtenu par :

$$M = A^{-1} \cdot m \tag{A.11}$$

où  $A^{-1}$  est la matrice de rotation cherchée. Etant donné que la matrice  $A$  est formée par les composantes de trois vecteurs unitaires, son déterminant est l'unité. La matrice  $A^{-1}$  est alors simplement la matrice transposée de  $A$  :

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{c_1}{c_m} & \frac{c_2}{c_m} & \frac{c_3}{c_m} \\ -\frac{c_2}{c_0} & \frac{c_1}{c_0} & 0 \\ -\frac{c_1 c_3}{c_m c_0} & \frac{c_2 c_3}{c_m c_0} & \frac{c_0}{c_m} \end{pmatrix} \tag{A.12}$$

Cette étude a été effectuée avec l'appui de la Fondation Hasler (AGEN) à laquelle nous adressons nos remerciements. Notre gratitude va également à M. le professeur F. de Coulon. Sans son encouragement, sa compréhension et ses précieuses remarques, DISPLAY n'aurait jamais vu le jour.

Adresse de l'auteur :

M. Kunt, ingénieur physicien EPFL  
Laboratoire de traitement de signaux de l'EPFL  
16, ch. de Bellerive, 1007 Lausanne

## Le dessin automatique des plans de coffrage dans le bâtiment

par J. VAISY, ing. civil EPFZ - SIA à la Société générale pour l'industrie, Genève

### Introduction

L'utilisation d'un traceur dirigé par un ordinateur, directement ou non, offre des solutions de plus en plus appréciées pour les problèmes de dessins en génie civil. Dans le cadre plus particulier des études de bâtiments, le tracé automatique des plans de coffrage constitue une possibilité d'application particulièrement intéressante.

### 1. Conception du système

Deux approches peuvent être envisagées pour analyser le problème du tracé automatique des plans de coffrage :

- a) système à logique interne ;
- b) système à logique externe.

Pour développer le système a) il faut élaborer une logique rigoureuse qui permette de déterminer et de tracer les plans à partir de la définition d'un petit nombre de paramètres. Cette solution peut être adoptée avec plein succès pour des ouvrages standards ou pour des constructions industrialisées. Les programmes pour ordinateurs qui sont alors développés sont très efficaces mais très spécialisés ; par conséquent, ils deviennent inutilisables pour traiter un ouvrage autre que ceux du type pour lequel ils ont été conçus.

Dans le système b), la logique reste extérieure aux programmes, ceux-ci ne sont alors plus qu'un moyen efficace

de dessiner les éléments choisis en les liant entre eux selon les critères fournis par les données. L'utilisateur doit dans ce cas décomposer le plan en éléments (murs, poutres, piliers, etc.) et définir leurs liaisons. La préparation des données du système b) est bien sûr plus importante que pour le système a), mais les possibilités d'application du système b) sont pratiquement illimitées.

La systématique générale du bâtiment est loin d'être définie (à supposer qu'elle puisse l'être un jour). Par conséquent, un bureau d'études, qui n'est pas spécialisé dans un type d'ouvrages standards ni lié à un système de construction industrialisé, ne peut envisager que l'utilisation du système b). Il faut aussi noter que le système b) offre l'avantage de pouvoir être ramené facilement au système a) par une spécialisation ultérieure réalisée pour un type bien défini de construction, par exemple un procédé de préfabrication.

Dans cette optique, SGI a élaboré et utilisé depuis quelques mois le système « TACOM » : tracé automatique des coffrages, métrés. Les programmes développés sont écrits en FORTRAN IV et sont conçus pour les petits ordinateurs, en particulier pour l'ordinateur IBM-1130/16 K de SGI. « TACOM » nécessite aussi l'emploi d'un traceur incrémental, par exemple chez SGI un traceur à rouleaux CIL relié directement à l'ordinateur. Le système « TACOM » traite tous les éléments principaux que l'on rencontre dans la structure des bâtiments : murs avec ou sans ouverture, poutres, piliers, semelles filantes ou isolées, évidements ou trémies, balcons, dalles.