Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 96 (1970)
Heft: 24

Artikel: La méthode du diagramme de Nyquist dans l'auscultation des ouvrages
Autor: Bovet, D.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-70881

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 26.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

quelque 25 m de profondeur. Le poids du broyeur et de son contenu est d'environ 340 t.

Nous avons placé sur chaque appui trois capteurs, un vertical, un horizontal parallèle à l'axe du broyeur, et le dernier horizontal et perpendiculaire à l'axe du broyeur. Nous avons ensuite mesuré et enregistré sur bande magnétique la vitesse des appuis, ceci pour le régime permanent et la mise en marche.

Par manque de temps et de moyens, après avoir vérifié leur faible importance au moyen du facteur d'ébranlement de Cancanni-Zeller ($k = 0{,}4\ v^2 f$), nous avons abandonné l'analyse détaillée des vibrations horizontales.

L'étude des vibrations verticales a montré que le facteur d'ébranlement pouvait atteindre, pour l'appui moteur, 5000 $mm^2\ s^{-3}$ et 2000 pour l'appui mobile. Pour un bâtiment d'habitation, ces valeurs sont élevées, mais elles sont tout à fait normales pour une machine de 2800 kW.

L'étude des spectres de l'analyse harmonique des vibrations verticales nous a permis certaines constatations assez intéressantes. Signalons avant, que la fréquence propre de l'appui mobile variait de 5 à 15 Hz selon les hypothèses que l'on puisse faire sur la constante élastique du sol ou des pieux et sur la masse apparente du sol, que celle de l'appui moteur variait de 4 à 10 Hz, que la fréquence des chocs éventuels dus à la chute de la matière dans le tambour était de 10 Hz, qu'au-dessous de 6 Hz les capteurs utilisés n'étaient plus guère sensibles et, qu'enfin, l'appréciation de l'analyse harmonique était d'environ 2 Hz. Connaissant ces chiffres, on constate, sur la figure n° 11, que pour l'appui mobile il y a bien une pointe à environ 14 Hz qui se trouve dans la bande des fréquences propres possibles et qui n'est pas très éloignée de la fréquence de chute des boulets et de la matière à l'intérieur du tambour. Le phénomène craint lors de l'étude des broyeurs du Havre existe donc peut-être dans une très faible mesure.

A l'appui moteur, il apparaît une zone de fréquence comprise entre 16 et 35 Hz, mais elle semble un peu trop éloignée des fréquences propres possibles de la fondation et de la fréquence de choc de la matière à l'intérieur du broyeur pour qu'elle en soit la conséquence ; il est cependant quand même possible qu'elle corresponde à la fréquence propre de la fondation dont les pieux réagiraient de façon différente de ceux de l'appui mobile, par exemple par la présence d'une couche plus dure à leur base ou par une meilleure qualité de leur béton ; cependant, tout cela n'est qu'hypothèse.

Dans ce spectre (vibrations verticales appui moteur), on remarque encore la fréquence de 92 Hz et ses multiples 184, 276, 368, 460, 552 qui sont certainement produites par les engrenages du réducteur ; alors que les fréquences verticales d'environ 340 et 360 Hz observées à l'appui moteur et à l'appui mobile doivent correspondre aux réflexions de l'onde de choc à l'intérieur des appuis en béton.

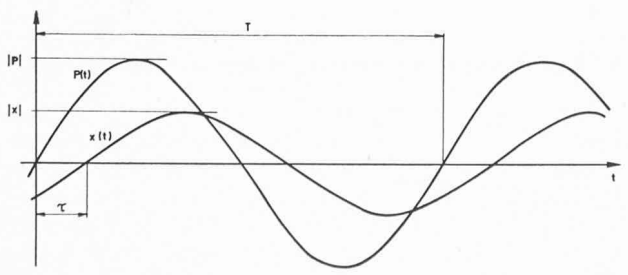
Adresse de l'auteur :
Michel Dysli, ingénieur EPFL-SIA
Société générale pour l'industrie,
71, av. Louis-Casaï, 1216 Cointrin/Genève

La méthode du diagramme de Nyquist dans l'auscultation des ouvrages[1]

par D. BOVET, ingénieur physicien, Laboratoire de géotechnique de l'EPFL

L'auscultation dans son sens général est l'investigation d'une structure inconnue par le moyen d'une excitation provoquée dont on observe la répercussion. Dans l'auscultation médicale, ou l'auscultation sismique classique, l'excitation est un *choc*, la répercussion est un son perçu par l'oreille, ou un ébranlement capté par un sismographe.

L'excitation par choc est la plus simple à produire ; mais on peut en imaginer une infinité d'autres, par exemple l'excitation par des fonctions aléatoires ; le type dont nous nous occupons ici est l'excitation par des fonctions *sinusoïdales* de fréquence variable.



T = période $\qquad f = \frac{1}{T}$ = fréquence

τ = retard $\qquad \alpha = \frac{\tau}{T} = \tau . f$ = déphasage entre x et P

Le déphasage est un angle mesuré en tour

Fig. 1.

Les fonctions du temps sinusoïdales jouissent d'une propriété extrêmement importante : c'est que si l'on excite un système linéaire à propriétés constantes en un de ses points par une force sinusoïdale de fréquence donnée, tous les points du système oscilleront sinusoïdalement avec la même fréquence ; les oscillations en deux points distincts ne pourront différer que par leur *amplitude* et leur *phase* (fig. 1).

Le rapport d'amplitude et de phase existant entre deux sinusoïdes de même fréquence peut être symbolisé par un *nombre complexe* : le rapport des amplitudes est représenté par le *module*, et le déphasage par l'*argument* de ce nombre complexe. Lorsqu'en particulier l'une des sinusoïdes est une *force* excitatrice P, l'autre sinusoïde une *vitesse* de déplacement observée, v, le rapport de v à P est appelé une *admittance* : admittance *d'entrée* si v est la vitesse du point d'application de P, admittance de transfert si v est la vitesse d'un autre point du système.

Supposons donc que nous soyons en présence d'un système linéaire à propriétés constantes, c'est-à-dire un système auquel puisse être appliquée la généralisation dynamique du fameux *principe de superposition* de la statique. Choisissons un point de ce système comme *point d'attaque*, ou point d'application de la force variable P ; et un second point du système comme point d'observation,

[1] Exposé présenté à la réunion d'automne 1969 de la *Société suisse de mécanique des sols et des travaux de fondation* (Lucerne, novembre 1969).

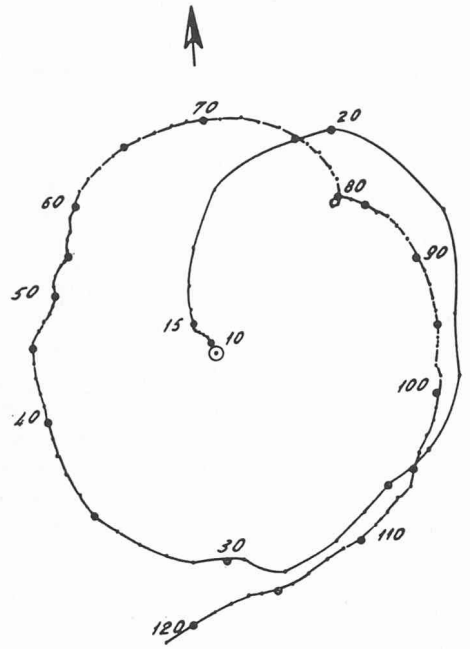


Fig. 2. — Diagramme de Nyquist, représentant, pour les fréquences de 10 à 121 Hz, le rapport d'amplitude et le déphasage entre la force verticale exercée au point d'attaque et la vitesse verticale mesurée à 2 m de distance.

La flèche indique la direction de l'axe réel positif ; les chiffres représentent la fréquence en Hz.

où sera mesurée la vitesse de déplacement v. La force imposée P est une *cause* dont la vitesse observée est l'*effet* ; on dit encore que le système, où l'on a distingué un point d'attaque et un point d'observation, forme un *transducteur linéaire*, qui transforme la grandeur d'entrée $P(t)$ dans *la grandeur de sortie* $v(t)$. Entre les deux fonctions du temps P et v existe une certaine relation, déterminée par la structure physique du système, et que l'on symbolise mathématiquement par une équation fonctionnelle :

$$v = \mathcal{T}P.$$

$\mathcal{T}$ est une *transformation linéaire* qui, grâce à la constance du système, présente des propriétés qui en facilitent grandement la description.

En particulier, si P est sinusoïdale de fréquence f, il en sera de même de v, et l'effet de la transformation $\mathcal{T}$ sera décrit par l'admittance complexe X. Si nous faisons varier la fréquence f, le rapport d'amplitude et de phase entre v et P variera également, ce qui signifie que X est fonction de f. Si donc nous donnons successivement à f toutes les valeurs contenues dans un certain intervalle, nous verrons le point représentatif de X décrire un arc de courbe dans le plan complexe : c'est cette courbe qui est le *diagramme de Nyquist* du transducteur linéaire considéré (fig. 2).

Si l'on a tracé le diagramme de Nyquist pour la gamme complète des fréquences (de 0 à ∞), on connaîtra la réponse du transducteur pour toute excitation *sinusoïdale*. Il se trouve que cette connaissance suffit pour déterminer la réponse du système à une excitation *quelconque*. En effet, on sait que l'*analyse harmonique* permet de représenter une fonction quelconque comme une somme de sinusoïdes : par une *série de Fourier* s'il s'agit d'une fonction périodique, ou plus généralement par une *intégrale de Fourier* ; nous pourrons donc faire l'analyse harmonique de l'excitation $P(t)$, trouver la réponse du transducteur à chacune de ses composantes sinusoïdales, puis recomposer la réponse totale $v(t)$ par application du principe de superposition. Le diagramme de Nyquist $X(f)$ nous offre donc une description complète de la transformation linéaire $\mathcal{T}$.

Il est vrai que la mesure de X pour *toutes* les fréquences comprises entre zéro et l'infini peut présenter quelques difficultés : heureusement X est le plus souvent une fonction continue ; on peut donc l'échantillonner point par point. Quant aux fréquences infinies, on peut souvent se passer de les prendre en considération : d'abord parce que pour tout système réel, X tend vers 0 quand f tend vers l'infini ; d'autre part, le spectre des excitations réalisables ne sortira jamais d'un certain intervalle, et il est alors inutile de connaître X en dehors de cet intervalle.

Pour ausculter une structure au moyen d'excitations sinusoïdales, on attaquera un point au moyen d'un excitateur, et on mesurera la vitesse d'oscillation au moyen d'un capteur fixé en un autre point ; l'ensemble formé par l'excitateur, la structure elle-même et le capteur, constitue un transducteur linéaire dont le comportement pourra être décrit au moyen d'un diagramme de Nyquist.

L'industrie produit plusieurs appareils permettant de mesurer une admittance complexe ; pour l'étude des routes, nous avons eu l'occasion d'utiliser le Vibro-O-Vid Schenk, qui est un double wattmètre ou wattmètre vectoriel : l'affixe de X est affichée au moyen d'un point lumineux qui se déplace sur un écran plan.

Voici le schéma d'un dispositif d'auscultation des routes par excitation sinusoïdale (fig. 3). Un oscillateur O commande un amplificateur de puissance A_p, qui alimente l'excitateur E ; cet excitateur, suspendu par un ressort à un trépied posé sur la route, attaque la surface du revêtement sur un certain point. A une distance d de l'excitateur est posé un capteur de vitesse C, dont le signal est amplifié par un amplificateur de tension A_t. Le courant d'excitation délivré par l'amplificateur de puissance est amené à l'une des bornes du wattmètre vectoriel W ; l'autre borne reçoit la tension produite par le capteur après amplification. La force exercée par l'excitateur, directement proportionnelle au courant d'excitation, est maintenue constante, tandis qu'on fait varier la fréquence ; on voit alors le point lumineux se déplacer sur l'écran du wattmètre. On peut coller un papier calque devant l'écran et suivre le point avec un crayon ; on trace ainsi le diagramme de Nyquist du transducteur formé par l'excitateur, le capteur et la route qui les relie.

Un dispositif entièrement analogue peut naturellement servir à l'auscultation d'autres systèmes que des routes ; néanmoins, c'est dans ce domaine que nous avons le plus d'expérience, et par exemple le diagramme de la figure 2

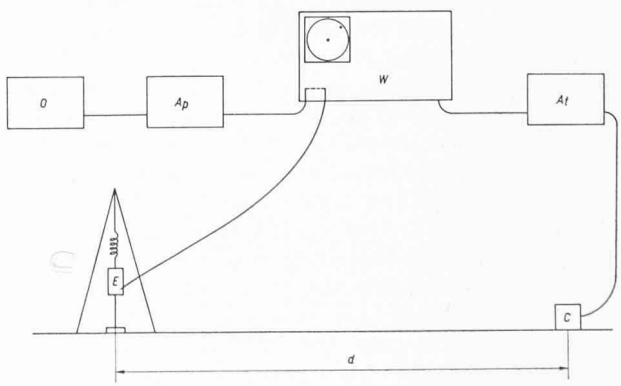


Fig. 3. — O : oscillateur ; A_p : amplificateur de puissance ; E : excitateur ; W : wattmètre vectoriel ; A_t : amplificateur de tension ; C : capteur.

a été relevé sur une route, pour une distance de 2 m entre l'excitateur et le capteur.

Ce diagramme a été tracé de Hz en Hz entre 10 Hz et 121 Hz. Il a un aspect grossièrement circulaire et l'on voit que le déphasage α est à peu près proportionnel à la fréquence f; cette rotation plus ou moins régulière de la phase est la traduction du *temps de propagation* de l'onde émise par l'excitateur jusqu'au capteur ; en effet, le déphasage étant le *quotient* du retard τ par la *période*, est le *produit* du retard par la *fréquence*. Connaissant le temps que met l'onde pour parcourir la distance fixe d, on en déduit la *célérité* :

$$c = \frac{d}{\tau} = \frac{df}{\alpha}.$$

Les déterminations de célérité fondées sur des mesures de phases sont couramment utilisées à l'étranger ; leur développement a été particulièrement stimulé par les travaux théoriques de MM. Jones en Angleterre, et Avramesco en France. La méthode du diagramme de Nyquist a été proposée il y a environ neuf ans par feu le docteur L. Bendel et l'auteur de ces lignes, et fait actuellement l'objet des recherches de M. H. Bendel et du Laboratoire de géotechnique de l'EPFL. Cette méthode est, en somme, une mesure de déphasage, mais il s'y ajoute une mesure d'amplitude. Nos recherches expérimentales n'ont pas encore atteint ce degré d'achèvement qui permettrait de donner une liste d'applications définitives. Les diagrammes obtenus révèlent un enchevêtrement très complexe de phénomènes superposés, et il s'agit de distinguer ce qui est immédiatement interprétable, ce qui pose un problème, peut-être difficile, mais résoluble, et enfin ce qui est contingence irreproductible, et de ce fait sans intérêt technique.

Un fait immédiatement interprétable, c'est celui que nous venons de signaler, à savoir l'aspect circulaire des diagrammes, lié, comme nous l'avons dit, à la célérité des ondes. A cet aspect général s'ajoutent certaines perturbations, comme par exemple de petites boucles ; ces boucles toujours très reproductibles quand on répète l'expérience au même point, sans rien déranger au dispositif, peuvent avoir pour cause soit des éléments de structure très importants, tels que la stratification du sol, soit des propriétés intrinsèques des matériaux constitutifs du système, soit enfin la présence fortuite d'une irrégularité dans le voisinage immédiat du capteur ou de l'excitateur. Il faut aussi toujours être en garde contre une imperfection de l'appareillage lui-même.

Les mesures d'amplitude permettent de se rendre compte de la plus ou moins grande dureté du système essayé ; l'étude de la décroissance de l'amplitude en fonction de la distance permet aussi d'analyser la nature des ondes observées et de déterminer par exemple s'il s'agit d'ondes de surface, d'ondes de volume et si ces ondes sont amorties.

Le diagramme de Nyquist est donc une méthode avec laquelle on doit se familiariser par l'expérience, et le meilleur moyen de commencer, c'est de s'attacher à ce qu'il contient de plus clair, la rotation de la phase en fonction de la fréquence. Il semble bien que les mesures de célérité faites entre 30 Hz et 100 Hz environ permettent de déterminer le degré de compactage d'un sol à peu près indépendamment de la teneur en eau. C'est sur ce point que se concentrent actuellement nos recherches ; mais d'autres faits géotechniques paraissent accessibles à cette méthode, et en particulier il se pourrait que certaines boucles du diagramme soient liées à la composition granulométrique du sol qui transmet les ondes.

D'une façon générale, on peut dire que toute l'information révélée par une auscultation par choc est également contenue dans le diagramme de Nyquist. Dans l'auscultation sismique classique, on relève l'ébranlement produit au point de mesure par une *impulsion de Dirac* (choc élémentaire), au point d'attaque ; cet ébranlement est ce qu'on nomme la *réponse indicielle* du système. Or on peut démontrer que le diagramme de Nyquist n'est pas autre chose que la *transformée de Fourier* de la réponse indicielle : connaître complètement l'un, c'est connaître complètement l'autre ; autrement dit, l'une et l'autre de ces fonctions contiennent exactement la même information.

Pour illustrer cela, voici par quelles étapes il faut passer pour calculer la réponse indicielle correspondant au diagramme de Nyquist de la figure 2. Tout d'abord, il faut séparer la partie réelle et la partie imaginaire par projection sur les deux axes du plan complexe, ce qui nous donne deux courbes tracées en fonction de la fréquence (fig. 4). On peut démontrer qu'il existe entre la partie réelle et la partie imaginaire du diagramme une certaine *relation fonctionnelle*. Cette relation exprime le fait général que l'effet ne peut que suivre la cause ; en l'occurrence, l'ébranlement ne peut commencer qu'après que le choc ait été donné ; ou encore en termes mathématiques, que la réponse indicielle est identiquement nulle pour les valeurs négatives du temps. La répercussion de cette exigence pour ainsi dire philosophique est une propriété assez cachée du diagramme de Nyquist, qui fait que si l'on essaie d'en dessiner un à main levée, on a toutes les chances de faire quelque chose de tout à fait invraisemblable.

La réponse indicielle peut être calculée soit à partir de la partie réelle, soit à partir de la partie imaginaire : il faut

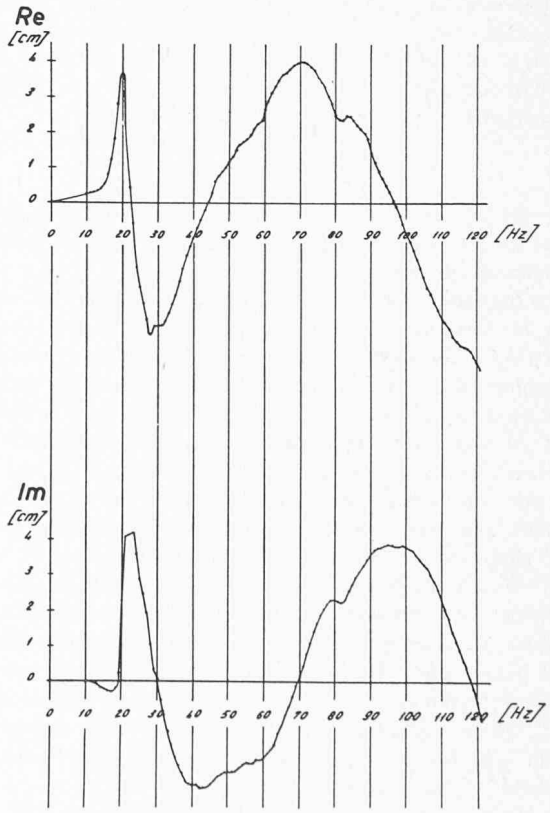


Fig. 4. — Parties réelle (Re) et imaginaire (Im) du diagramme de Nyquist.

Les longueurs reportées en ordonnées sont simplement mesurées sur le diagramme de Nyquist ; l'unité est donc tout à fait arbitraire.

naturellement que les deux résultats soient identiques. S'ils se superposent exactement, c'est que le diagramme est vraisemblable, en ce sens qu'il ne viole pas le principe de causalité physique.

Ce calcul a été fait (par un ordinateur) pour notre exemple. La superposition des deux courbes obtenues (fig. 5) est très satisfaisante : elles diffèrent entre elles essentiellement par une petite dentelure qui provient de ce que le relevé du diagramme a été brusquement interrompu à 121 Hz, ce qui viole les conditions de réalisabilité physique. Nous avons donc dans la coïncidence de ces deux courbes une vérification expérimentale d'un théorème général sur les transducteurs linéaires, et cela peut nous inspirer confiance dans la valeur de la méthode et le bon fonctionnement du dispositif.

Regardons ces courbes de plus près : elles correspondent bien à un choc violent suivi d'oscillations amorties ; c'est la vitesse qui est mesurée, c'est-à-dire la dérivée du déplacement : ce dernier atteint son maximum au moment où la vitesse s'annule en changeant brusquement de signe, et ce changement brusque de signe de la vitesse se produit environ à la 10e milliseconde ; ce retard est en accord avec le fait que le diagramme de Nyquist tourne, à partir de 50 Hz, d'environ 0,01 tour par Hz. Puisque la distance d est de 2 m, nous en déduisons une célérité d'onde de 200 m/s.

Un autre théorème, fondé également sur le principe de causalité physique, affirme que lorsque la phase est connue en fonction de la fréquence, le comportement de l'amplitude peut en être déduit, à un facteur près. Théoriquement donc, la connaissance de l'amplitude est superflue lorsqu'on connaît la phase : il en serait bien ainsi si les mesures de phase étaient absolument exactes, et s'étendaient sur tout le domaine des fréquences ; mais pratiquement, toute mesure n'est qu'approximative et ne s'étend qu'à un intervalle limité de fréquences. La connaissance de l'amplitude n'est donc pas une pure *redondance*. Nous avons observé que dans des conditions données, il pouvait arriver que la variation de certains facteurs, tels que la température, entraîne une variation sensible d'amplitude, alors que les variations de phase restaient imperceptibles. Il semble donc que les mesures de phase doivent nous renseigner sur les traits généraux d'une structure, existence de couches, d'inhomogénéités, etc., et que des variations de l'amplitude d'un essai à l'autre dans un site donné indique l'évolution de certains paramètres physiques.

Pour terminer, je reviens sur la réserve que j'ai faite au sujet de l'équivalence de l'information fournie par l'auscultation par choc et par l'auscultation sinusoïdale. Cette équivalence résulte d'un théorème qui suppose explicitement un comportement *linéaire* du système étudié. Or un choc est le plus souvent une excitation violente, qui fait sortir du domaine linéaire au moins un certain voisinage du point d'attaque. Au contraire, l'amplitude d'une excitation sinusoïdale peut être choisie très faible, grâce à la détection extrêmement sélective du signal opérée par le wattmètre. La méthode sinusoïdale permet donc de maintenir le système étudié dans des conditions de comportement linéaire, ce qui est un avantage, à moins qu'on ne s'intéresse précisément aux propriétés non linéaires. Dans ce cas, il peut être intéressant de comparer les résultats d'une auscultation sinusoïdale et d'une auscultation par choc, au moyen d'une transformation de Fourier. L'étude des divergences constatées est un moyen d'investigation des propriétés non linéaires du système.

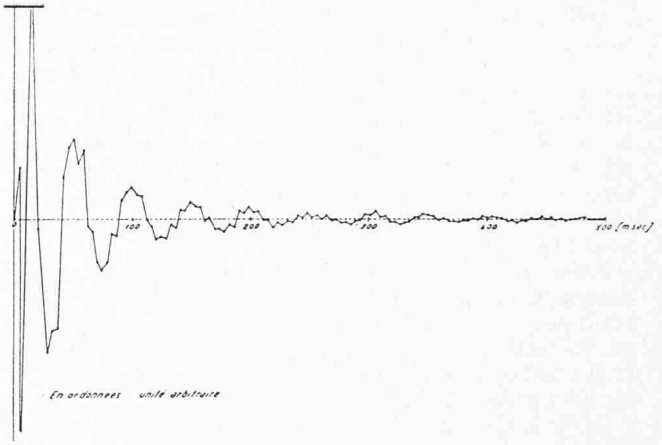


Fig. 5a. — Réponse indicielle, déduite de la partie réelle du diagramme de Nyquist par la transformation *cosinus*.

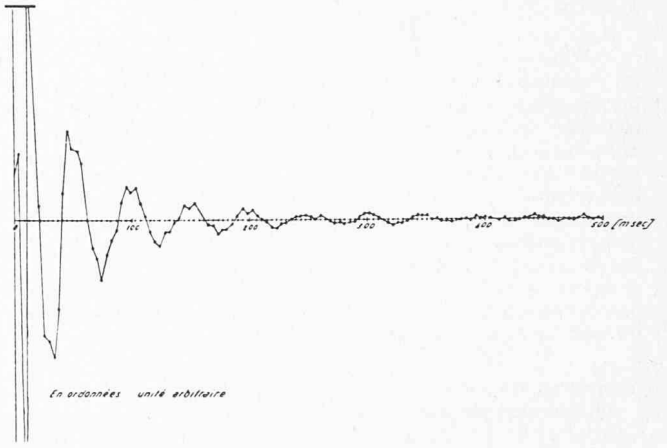


Fig. 5b. — Réponse indicielle, déduite de la partie imaginaire du diagramme de Nyquist par la transformation *sinus*.

Adresse de l'auteur :
D. Bovet, Laboratoire de géotechnique de l'Ecole polytechnique fédérale, 67, rue de Genève, 1004 Lausanne

Bibliographie

Comportement inélastique des structures porteuses, par *J.-O. Smith*, A.M., et *O.-M. Sidebottom*, M.S., professeurs de mécanique théorique et appliquée à l'Université de l'Illinois. Traduit de l'américain par R. Goldschild. Paris, Dunod, 1970. — Un volume 16×25 cm, XI + 467 pages, 177 figures. Prix : relié, 115 F.

Consacré à des problèmes relevant à la fois de la résistance des matériaux et de la mécanique des solides, le présent ouvrage traite du comportement non élastique des membrures chargées dans deux cas très différents :

— d'une part, lorsque dans des conditions d'environnement données, concernant notamment la température et le taux de charge, le facteur temps n'intervient pas ;

— d'autre part, lorsque ce comportement élastique devient dépendant du temps, du fait de la nature du matériau et de sa réaction aux conditions d'environnement, ainsi qu'à la durée d'application de la charge.

Grâce à une nouvelle méthode mise au point par les auteurs, les deux phénomènes sont traités en même temps dans chacun des chapitres de ce livre et en utilisant les mêmes opérations.

Cette méthode permet de passer d'un type de comportement inélastique à l'autre en transformant uniquement le