

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 96 (1970)  
**Heft:** 10

**Artikel:** Analyse non linéaire des contraintes dans le fût d'un caisson de béton précontraint pour réacteur rapide  
**Autor:** Khan, Mukhtar Hussain / Saugy, Bernard  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-70849>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Analyse non linéaire des contraintes dans le fût d'un caisson de béton précontraint pour réacteur rapide

par

MUKHTAR HUSSAIN KHAN, D<sup>r</sup> ès sc. techn. EPFL, ingénieur principal chez Bonnard & Gardel, ingénieurs-conseils S.A., Lausanne, et BERNARD SAUGY, ingénieur EPFL, assistant à la Chaire d'aménagements de production d'énergie de l'EPFL.

## 1. Introduction

Les études de la disposition intégrée de réacteurs de grande puissance font ressortir l'intérêt qu'il y a à utiliser pour la cuve un caisson en béton précontraint, comportant de grandes cavités dans ses parois. Dans ces cavités sont disposés soit des échangeurs de chaleur [1], [2]<sup>1</sup> soit des turbines à gaz placées en cycle direct [3].

La présence de pénétrations ou de cavités dans les parois d'un caisson en béton précontraint pose le problème délicat des concentrations de contraintes. Nous avons déjà eu l'occasion d'analyser dans le domaine élastique [4], [5] l'effet de pénétrations de 1 à 2 m de diamètre dans des parois d'environ 5 m d'épaisseur d'un caisson pour réacteur à eau bouillante de 1000 MW.

Ces analyses ont montré que les contraintes élastiques peuvent être très élevées dans certaines zones. Elles dépassent souvent les valeurs usuelles admises dans le dimensionnement de la structure.

Or, en réalité, le problème ne semble pas se poser avec une telle acuité; en effet, le béton possède une capacité d'adaptation que sous-estime le modèle élastique. Ce modèle peut se révéler insuffisant pour permettre un jugement précis sur le comportement réel de l'ouvrage.

Ce problème est accentué dans le cas du caisson d'un réacteur rapide, refroidi au gaz<sup>2</sup>, doté de turbines à gaz placées en cycle direct et aménagées dans des cavités verticales de diamètre important (fig. 1).

Les études préliminaires de ce caisson, effectuées par la société Bonnard & Gardel, ingénieurs-conseils S.A., pour le compte de l'Institut fédéral suisse de recherches en matière de réacteurs, ont abouti à la conclusion qu'une analyse non linéaire des contraintes dans ce cas est nécessaire.

Désirant entreprendre des études de développement dans ce domaine, cette société a sollicité la collaboration de la Chaire d'aménagements de production d'énergie de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, qui avait entrepris des recherches sur l'analyse du comportement non linéaire des structures. Signalons notamment que cette chaire a mis au point un programme de calcul par éléments finis dans le domaine non linéaire et que des études se poursuivent actuellement sur ce sujet. Les bases théoriques de ce programme ont fait l'objet d'une publication [6].

L'exposé qui suit a pour objet de présenter les résultats de l'analyse non linéaire des contraintes dans le fût d'un caisson en béton précontraint pour réacteur rapide, soumis à des charges de différentes natures, et d'examiner le com-

portement de ce fût lors d'une augmentation rapide de la pression à l'intérieur des cavités du réacteur et des turbines et ceci jusqu'à la rupture du fût.

Nous tenons ici à remercier le professeur Dr A. Gardel, qui dirige le programme de recherche cité ci-dessus, et M. R. Lafitte, ingénieur, qui a participé à ces recherches.

## 2. Définition des formes géométriques du caisson et des charges

La figure 1 présente la disposition de principe du caisson pour réacteur rapide. Il comporte une cavité centrale cylindrique dans laquelle est aménagé le cœur du réacteur. Cette cavité a un diamètre de 6,5 m et une hauteur de 13,80 m. Le diamètre extérieur du caisson est de 25,5 m et sa hauteur extérieure est de 25,8 m. Il comprend dans ses parois six turbines logées dans des cavités de 4 m de diamètre.

La figure 2 présente la coupe horizontale du fût à mi-hauteur. Nous avons analysé une tranche de fût de 1 m de hauteur.

La partie médiane du fût du caisson est soumise aux charges suivantes :

- une pression de 90 bars dans la cavité du réacteur et de 80 bars dans les cavités des turbines;
- un gradient thermique, correspondant à la marche normale du réacteur, défini à la figure 3 par les isothermes dans le fût du caisson. Le gradient thermique est caractérisé par un écart de température de 20° entre les parois intérieure et extérieure du caisson;
- une force annulaire de précontrainte de 10 500 t par mètre courant de fût réalisée par 19 câbles de 550 t utiles (fig. 2).

Il a été en outre tenu compte de l'influence de la précontrainte axiale (parallèle à l'axe du fût) en admettant en première approximation une contrainte axiale de 100 kg/cm<sup>2</sup> uniforme sur toute la section du fût.

## 3. Hypothèse de calcul

Nous avons admis pour les calculs un béton ayant une résistance uniaxiale à la rupture à 28 jours de 450 kg/cm<sup>2</sup>.

Les valeurs de ses caractéristiques mécaniques initiales sont les suivantes :

- module d'élasticité,  $E = 450\,000$  kg/cm<sup>2</sup>;
- coefficient de Poisson,  $\nu = 0,167$ .

Le modèle de déformation du béton sollicité par des charges rapides est basé sur les hypothèses suivantes (voir [6]) :

<sup>1</sup> Les numéros entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

<sup>2</sup> Un tel réacteur fait actuellement l'objet d'études par l'Institut fédéral suisse de recherches en matière de réacteurs, à Würenlingen.

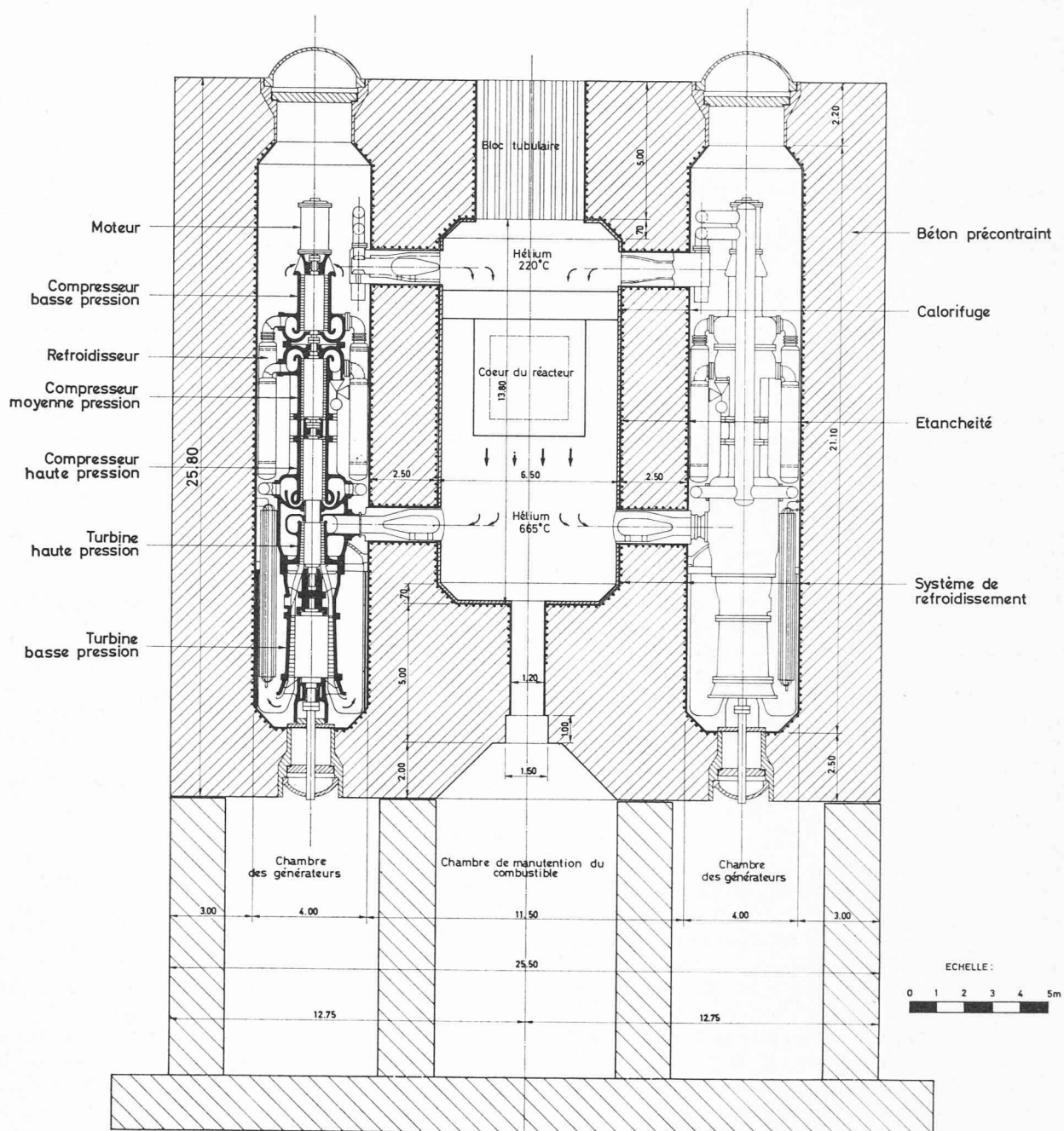


Fig. 1. — Caisson du réacteur rapide. Disposition de principe.

- l'élément de béton est isotrope jusqu'à sa rupture ;
- les variations du volume ne dépendent que de la contrainte moyenne  $\bar{\sigma}$  ;
- le module de glissement de Lamé  $\mu^1$  dépend uniquement de la distorsion ;
- les caractéristiques du béton sont indépendantes du temps et de la température.

Pour un bon béton, tel que celui que nous avons admis, les essais ont montré [7] que le module de compressibilité  $k = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\theta}}$  (où  $\bar{\sigma}$  = contrainte moyenne et  $\bar{\theta}$  = dilatation cubique) peut être admis constant. C'est ce que nous avons fait dans cette analyse. Par contre le coefficient de Lamé  $\mu$  est admis fonction du deuxième invariant  $I_2^2$  du tenseur des contraintes d'après la courbe de la figure 4.

La rupture du béton est définie par un critère de rup-

ture représenté par une surface de révolution composée d'un cône et d'un tronc de cône, dans l'espace des contraintes. La figure 5 présente cette surface de rupture ainsi que la section de celle-ci dans le plan  $\sigma_1 = 0$ . Dès sa fissuration, l'élément de béton ne résiste plus aux sollicitations perpendiculaires au plan des fissures.

La figure 6 présente le schéma de calcul admis. Il comporte 183 éléments triangulaires de béton et 7 éléments filiformes de câble de précontrainte.

La symétrie de la géométrie du caisson et des charges nous permet de n'étudier qu'un douzième de la section plane du fût.

En ce qui concerne les caractéristiques mécaniques de

$$^1 \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

<sup>2</sup>  $I_2 = \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 - \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3^2 - \sigma_3 \sigma_1$  où  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  sont les contraintes selon les trois axes principaux.

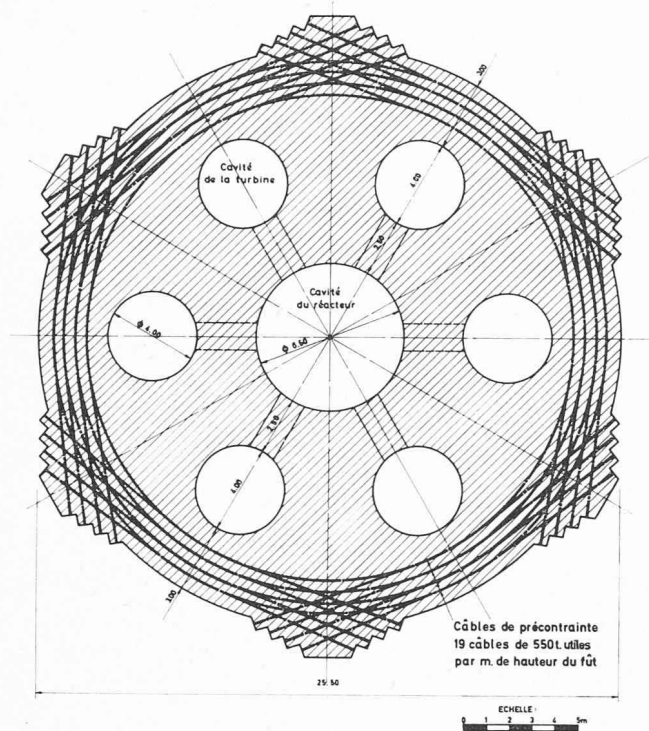


Fig. 2. — Caisson du réacteur rapide. Coupe horizontale du fût.

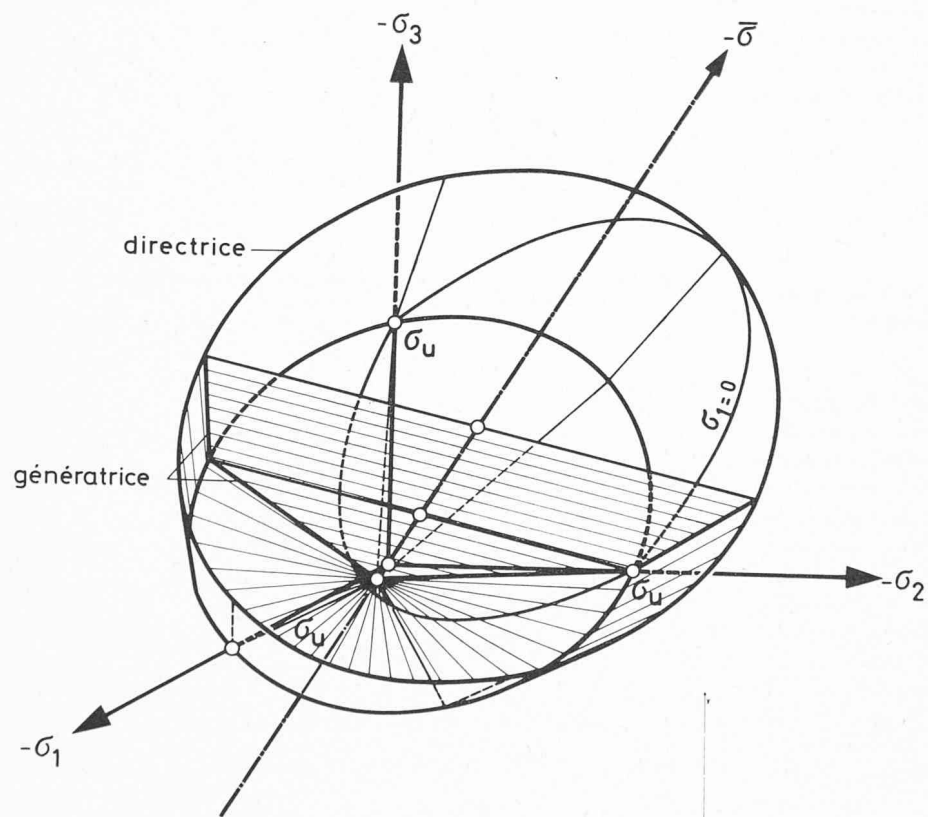


Fig. 5. — Surface tronconique de rupture du béton.

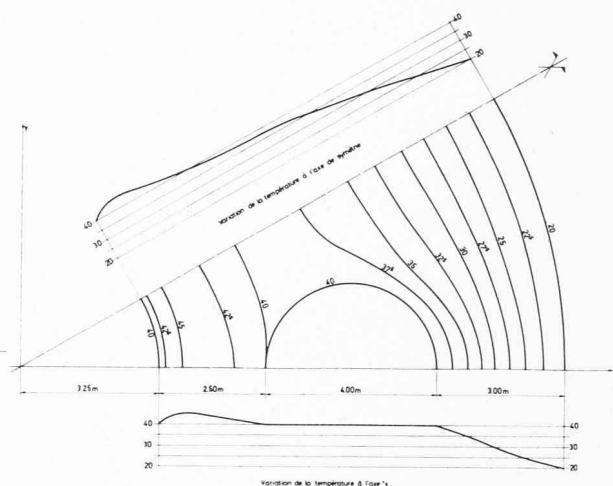


Fig. 3. — Isothermes (degrés Celsius) dans le fût du caisson lors de la marche normale du réacteur.

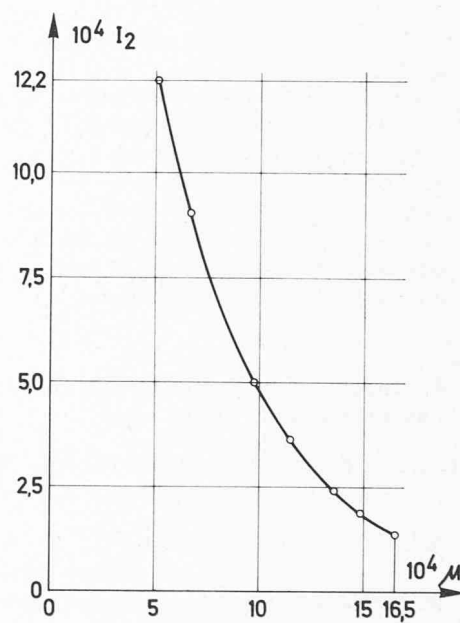


Fig. 4. — Loi de variation de  $\mu$  en fonction de  $I_2$ .

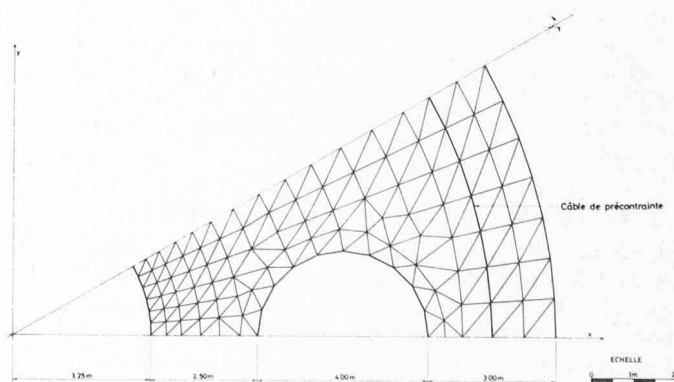


Fig. 6. — Réseau des éléments finis.

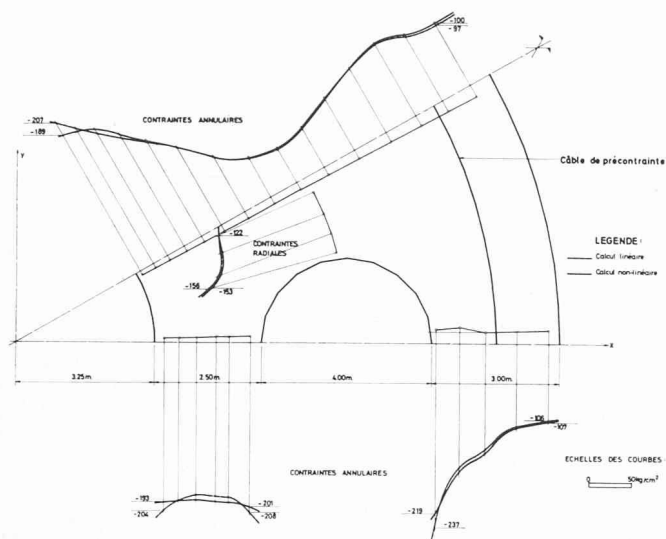


Fig. 7. — Contraintes dues à la précontrainte.

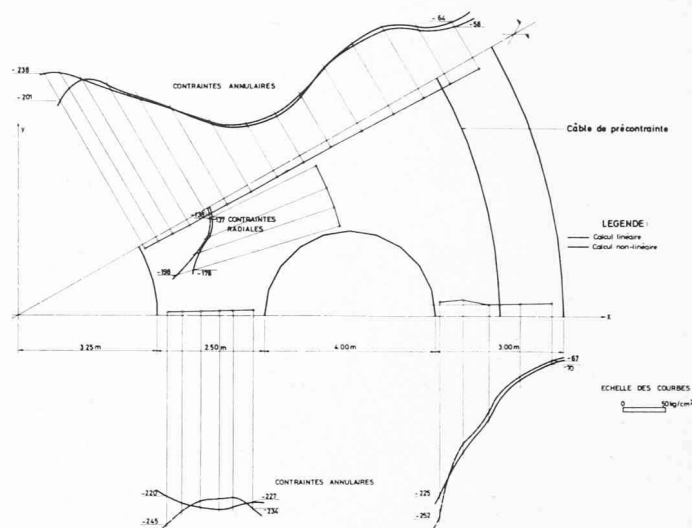


Fig. 8. — Contraintes dues à la précontrainte et au gradient thermique.

l'acier de précontrainte, les valeurs suivantes ont été admises :

- module d'élasticité =  $2\,100\,000\text{ kg/cm}^2$  ;
- limite élastique :  $160\text{ kg/mm}^2$ .

Le programme de calcul par éléments finis au sens de M. O. C. Zienkiewicz [8] utilise pour tenir compte de la non-linéarité et de la fissuration une série d'analyses élastiques. A chaque itération, les matrices de rigidité des éléments évoluent en fonction de l'état de contrainte obtenu au cours de l'analyse précédente.

#### 4. Résultats de l'analyse des différents cas de charge

Nous donnons ci-après les résultats des cas de charge analysés dans le domaine linéaire et non linéaire.

##### 4.1 Précontrainte seule (fig. 7)

Les contraintes élastiques extrêmes dépassent  $240\text{ kg/cm}^2$  autour de la cavité des turbines. La prise en considération de la non-linéarité du comportement du béton réduit ces contraintes extrêmes de 10 à 20 % sans modifier notablement la répartition d'ensemble des contraintes. Il est important de remarquer que cette prise en considération conduit à un état de contrainte tridimensionnel beaucoup plus stable en réduisant pour les éléments les plus sollicités la distorsion de 20 à 50 %. Cette distorsion est un facteur déterminant de la rupture locale du béton. Ainsi, l'état de contrainte tend à se rapprocher d'un état de pression hydrostatique et par conséquent la sécurité à la rupture locale du béton est plus importante que ne le laisseraient supposer les valeurs des contraintes évaluées d'après un modèle élastique.

##### 4.2 Précontrainte et température (fig. 8)

Ce cas de charge conduit à de fortes contraintes autour des cavités des turbines ainsi que du réacteur lorsque l'analyse est basée sur un modèle élastique. Les valeurs extrêmes de celles-ci ( $250\text{ kg/cm}^2$ ) sont réduites de 15 à 25 %, du fait de la non-linéarité, notamment sur tout le pourtour de la cavité du réacteur. Les remarques précédentes restent valables.

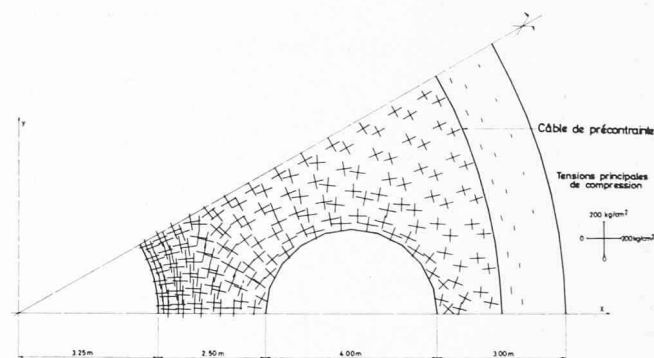


Fig. 9. — Tensions principales dues à la précontrainte, à la pression de calcul et au gradient thermique.

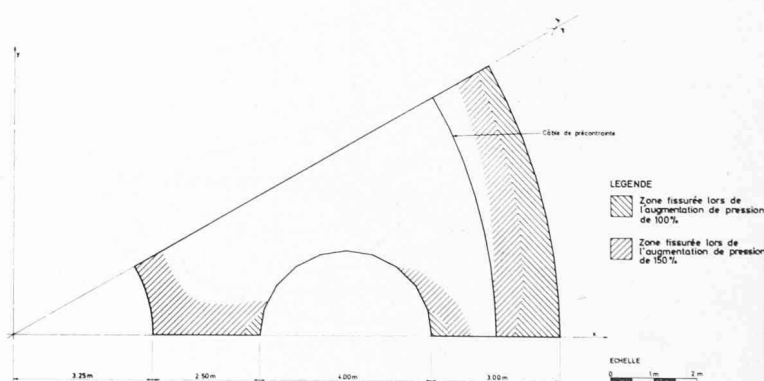


Fig. 10. — Zones fissurées lors d'une croissance rapide de la pression dans les cavités du réacteur et des turbines.

##### 4.3 Précontrainte, température et pression

Sous la pression de service, le caisson est faiblement sollicité et l'est de façon très homogène. La figure 9 montre les tensions principales dans le fût pour le cas de charge de la marche normale du réacteur.



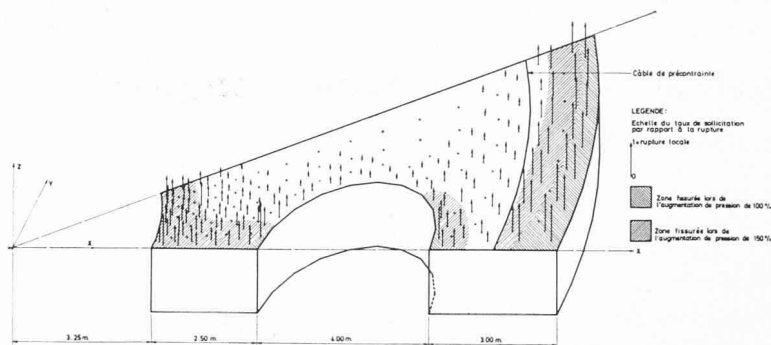


Fig. 11. — Taux de sollicitation par rapport à la rupture pour l'augmentation de pression de 100 %.

## 5. Comportement du fût soumis à une pression intérieure croissante

Une analyse du comportement non linéaire du fût soumis à une pression croissante à l'intérieur des cavités du réacteur et des turbines a été effectuée. Il a été admis d'autre part que les charges dues à la précontrainte et aux effets thermiques restaient inchangées.

La figure 10 montre les résultats de cette analyse. Les premières fissures apparaissent simultanément, à l'extérieur du caisson et autour de la cavité des turbines, sous une charge égale à deux fois la pression de calcul. Pour une pression de 2,5 fois la pression de calcul, la fissuration s'est propagée dans toute la zone séparant les cavités du réacteur et des machines, mais sans rompre l'équilibre statique de la section.

Nous avons d'autre part essayé de donner, sur la figure 11, une représentation graphique du mode de travail de la structure ainsi que du taux de sollicitation des différents éléments. La longueur des vecteurs attachés au centre de gravité des éléments symbolise le taux de contrainte auquel est soumis chaque élément sous cette pression. Ce taux caractérise l'homothétie qui transforme le point représentatif de l'état de contrainte d'un élément en un point de la surface de rupture.

Notons enfin que la définition du coefficient de sécurité est fonction des dangers contre lesquels on veut se prémunir, et parmi ceux-là notons l'instabilité générale de la structure, la perte d'étanchéité, l'impossibilité de réutiliser le caisson après un accident. Si nous prenons comme critère l'importance de la fissuration qui intervient dans la définition des dangers cités ci-dessus, nous dirons au vu de ces résultats que le coefficient de sécurité de la section du fût face à la pression, et rapporté à la pression de calcul, se situe entre 2 et 2,5.

## 6. Conclusion

Cette analyse a permis de montrer l'influence de la prise en compte de la non-linéarité instantanée du béton dans le calcul des contraintes d'une structure précontrainte massive. Dans le cas particulier de ce caisson de réacteur, on a noté une réduction des contraintes dans les éléments les plus sollicités de l'ordre de 10 à 20 %

et une réduction de leur distorsion de 20 à 50 %, cette dernière étant un facteur déterminant du critère de rupture.

Notons d'autre part que la présence de cavités dans les parois du caisson conduit à des concentrations de contraintes. Cependant, en raison du comportement non linéaire du béton, ces concentrations ne sont pas aussi défavorables que ne le laisserait supposer l'analyse élastique.

Enfin, cette analyse montre qu'il est possible de suivre le comportement de la structure pour une augmentation rapide de la pression intérieure, jusqu'à des valeurs très importantes, permettant ainsi de déterminer un coefficient de sécurité à la rupture.

Adresse des auteurs :

M. Hussain Khan, Bonnard & Gardel, ingénieurs-conseils S. A.,  
10, avenue de la Gare, 1003 Lausanne.  
B. Saugy, Chaire d'aménagements de production d'énergie,  
17, avenue Dapples, 1006 Lausanne.

## BIBLIOGRAPHIE

- 1] LOCKETT G. E. & KINKEAD A. N. : *Pressure Vessels for Helium High-temperature Reactors*. Proceedings of the PCPV conference London 1967.
- 2] BURROW R. E. D. & WILLIAMS A. J. : *Hartlepool AGR Reactor Pressure Vessel*. Nuclear Engineering International, November 1969, Vol. 14, No. 162.
- 3] LYS L. A. et BROIDO J. H., FRUSTSCHI H. : *Gas Turbine Fast Reactor Design*. Journal of the British Nuclear Energy Society, Vol. 8, No. 3, July 1969.
- 4] LAFITTE R., HUSSAIN KHAN M., MÉROT J.-P. et TARBÉS B. : *Caisson en béton précontraint pour un réacteur de 250 MWe modéré à l'eau lourde et refroidi au gaz carbonique*. Nuclear Engineering and Design, No. 6 (1967), pp. 163-180.
- 5] HUSSAIN KHAN M. et LAFITTE R. : *Analysis of a cylindrical prestressed concrete pressure vessel with a large central penetration in the slab*. Nuclear Engineering and Design, No. 5 (1967), pp. 191, 198.
- 6] SAUGY B. : *Contribution à l'étude théorique du comportement non linéaire des structures massives en béton armé sous charges rapides*. Bulletin technique de la Suisse romande, n° 22, novembre 1969.
- 7] WEIGLER H. und BECKER G. : *Untersuchungen über das Bruch- und Verformungsverhalten von Beton bei zweiachsiger Beanspruchung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 157, Berlin 1965.
- 8] ZIENKIEWICZ O. C. : *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*. Mc Graw-Hill, London 1967.