

Zeitschrift:	Bulletin technique de la Suisse romande
Band:	95 (1969)
Heft:	3
Artikel:	Sur le rôle hyperstatique spatial de la matrice de rigidité
Autor:	Ansermet, A.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-70220

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE OFFICIEL

de la Société suisse des ingénieurs et des architectes
de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes (SVIA)
de la Section genevoise de la SIA
de l'Association des anciens élèves de l'EPUL (Ecole polytechnique
de l'Université de Lausanne)
et des Groupes romands des anciens élèves de l'EPF (Ecole poly-
technique fédérale de Zurich)

COMITÉ DE PATRONAGE

Président: E. Martin, arch. à Genève
Vice-président: E. d'Okolski, arch. à Lausanne
Secrétaire: S. Rieben, ing. à Genève
Membres:
Fribourg: H. Gicot, ing.; M. Waeber, arch.
Genève: G. Bovet, ing.; M. Mozer, arch.; J.-C. Ott, ing.
Neuchâtel: J. Béguin, arch.; M. Chevalier, ing.
Valais: G. de Kalbermatten, ing.; D. Burgener, arch.
Vaud: A. Chevallay, ing.; A. Gardel, ing.;
M. Renaud, ing.; J.-P. Vouga, arch.

CONSEIL D'ADMINISTRATION

de la Société anonyme du « Bulletin technique »
Président: D. Bonnard, ing.
Membres: Ed. Bourquin, ing.; G. Bovet, ing.; M. Bridel; M. Cosandey, ing.; J. Favre, arch.; A. Métraux, ing.; A. Rivoire, arch.; J.-P. Stucky, ing.
Adresse: Avenue de la Gare 10, 1000 Lausanne

RÉDACTION

F. Vermeille, rédacteur en chef; E. Schnitzler, ingénieur, et
M. Bevilacqua, architecte, rédacteurs
Rédaction et Editions de la S.A. du « Bulletin technique »
Tirés à part, renseignements
Avenue de Cour 27, 1000 Lausanne

ABONNEMENTS

1 an	Suisse	Fr. 46.—	Etranger	Fr. 50.—
Sociétaires	»	» 38.—	»	» 46.—
Prix du numéro	»	» 2.30	»	» 2.50

Chèques postaux: « Bulletin technique de la Suisse romande »
N° 10 - 5778, Lausanne

Adresser toutes communications concernant abonnement, vente au
numéro, changement d'adresse, expédition, etc., à: Imprimerie
La Concorde, Terreaux 29, 1000 Lausanne

ANNONCES

Tarif des annonces:
1/1 page Fr. 495.—
1/2 » » 260.—
1/4 » » 132.—
1/8 » » 68.—

Adresse: Annonces Suisses S.A.
Place Bel-Air 2. Tél. (021) 22 33 26 1000 Lausanne et succursales



SOMMAIRE

Sur le rôle en hyperstatique spatiale de la matrice de rigidité, par A. Ansermet, ing.-professeur.
Essai d'injection d'un câble de précontrainte à forte courbure et d'une capacité supérieure à 300 t, par G. Crivelli, ing. EPF/SIA.
Bibliographie — Documentation générale. — Informations diverses.

SUR LE RÔLE EN HYPERSTATIQUE SPATIALE DE LA MATRICE DE RIGIDITÉ

par A. Ansermet ing.-professeur, La Tour-de-Peilz *

L'évolution assez spectaculaire réalisée en hyperstatique des systèmes triangulés a donné lieu à plusieurs publications ; il convient de citer celle ayant paru, en été, dans le numéro 14 du *Bulletin technique* (voir [2]). Elle doit faciliter aux praticiens le calcul des déformations de ces structures ; l'auteur de cet exposé, très judicieusement développé, s'adressait à un groupe d'ingénieurs des Ponts et charpentes.

La matrice de rigidité présente de l'intérêt à la fois pour les staticiens qui coupent les barres surabondantes et pour ceux, toujours plus nombreux, qui ne font pas de coupures. C'est la chaire de statique de Lausanne (professeur Mayor) qui eut le mérite de préconiser cette seconde solution, sans coupures, en priorité.

Le problème fut traité avec compétence, dans ce numéro 14, pour les systèmes planimétriques ; l'auteur montra que les équations dont les coefficients constituent la matrice de rigidité pouvaient être obtenues à partir de l'équilibre des nœuds ou à partir du minimum de l'énergie potentielle. Cette condition du minimum,

toujours dans ce même texte, porte sur l'expression, qui doit être maintenant bien familière à tous les praticiens : *somme des pww*, où les *w* sont les allongements ou raccourcissements des barres et les *p* des poids, proportionnels aux sections transversales des barres, aux inverses des longueurs de celles-ci et aux coefficients d'élasticité. Les poids, heureusement, ne donnent pas lieu à des controverses comme en électrotélémétrie par exemple.

Les quelques lignes ci-après poursuivent un double but :

- 1) généraliser le problème au point de vue tridimensionnel en traitant certains exemples d'ellipsoïdes de déformation ;
- 2) faire un rappel succinct de la représentation plane des systèmes gauches.

Auparavant, il convient d'énumérer les notations essentielles sous formes générales, sans indices.

* Publication patronnée par la direction de l'EPUL.

<i>f</i>	Les termes absolus des équations aux déformations
<i>A</i>	Travail de déformation (Energieaufwand)
<i>v</i>	Variation de longueur des barres (au lieu de ω)
<i>a, b, c ...</i>	Coefficients des inconnues (équations aux déformations)
<i>Dx, Dy, Dz</i>	Variations coordonnées des nœuds (sans coupures)
<i>dx, dy, dz</i>	Variations coordonnées des nœuds (après coupures)
<i>p, P</i>	Poids des barres respectivement à priori et à posteriori
<i>Mr, Mi</i>	Matrices de rigidité et leurs inverses (Federungsmatrix)
<i>m</i>	Modules des barres (inverses des <i>p</i>)
<i>M</i>	Déformation quadratique moyenne relative à $p = 1$

Par hypothèse les *f* sont connus.

Par hypothèse les coefficients *a, b, c ...* sont pratiquement les mêmes avec ou sans coupures bien que l'état initial ne soit pas rigoureusement le même.

Dans la littérature, outre-Rhin, on écrit tantôt « Deformationsellipse » ou « Verschiebungsellipse » ; depuis assez longtemps, toujours outre-Rhin, on a pris une certaine avance dans ce domaine ; les staticiens se sont documentés auprès des spécialistes de l'électrotélémétrie qui avaient eu à résoudre à fond le même problème. Il n'y avait guère que la terminologie à changer. Mais, au point de vue chronologique, il faut commencer par faire un rappel des recherches à attribuer à la *chaire de statique de Lausanne*.

Dans cette dernière, déjà en 1915 (voir [1]) on a eu le mérite de choisir judicieusement les inconnues : les variations de coordonnées des nœuds sous l'action des forces extérieures ; par hypothèse, les termes absolus étaient donc nuls dans les équations aux déformations. Mais celles-ci contenaient tous les éléments susceptibles de former les matrices de rigidité : les coefficients des inconnues et les modules des barres *m* ; ces derniers sont inversement proportionnels aux poids *p*. L'idéal serait que ces matrices soient diagonales.

Puis vint la représentation plane des systèmes tridimensionnels dont il sera question plus loin.

Malgré ces mérites réels, les droits de priorité furent parfois méconnus : une première fois dans des importants périodiques tels que le « Zeitschrift für Mathematik und Physik » et le « Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik » puis, récemment, notamment dans le « Stahlbau » et les « Mémoires de l'Association internationale des Ponts et charpentes » ; mais il faut savoir gré à la Rédaction de ces Mémoires. Grâce à celle-ci, ainsi qu'il en était déjà fait mention dans une précédente publication, ces textes rédigés en langue anglaise purent être confrontés et la bonne foi des auteurs reconnue. Il s'agissait d'éminents staticiens, professant hors d'Europe, et qui traitèrent le problème l'un planimétriquement, l'autre spatialement. Dans le « Stahlbau », l'auteur paraît aussi de bonne foi.

Représentation plane : Dans son mémoire à l'Académie des Sciences, le professeur Mayor passait immédiatement du calcul spatial à celui dans le plan ; au point de vue des mathématiques pures il s'agissait d'un chan-

gement de variables ; en faisant abstraction des indices on a la forme générale

$$Dx = -\eta d\omega \quad Dy = \xi d\omega \quad Dz = ad\omega$$

Cette représentation plane n'a rien perdu de son actualité dans certains cas où *a* est le paramètre du complexe directeur (voir [1]) ; $d\omega$ est une rotation des coordonnées.

La représentation plane fut appliquée notamment au calcul de la coupole du Reichstag (thèse Yung) ; des barres surabondantes furent ajoutées (Publication EPUL n° 86). Planimétriquement, le calcul des déformations devient simple ([1] p. 73).

Rôle des matrices Mr, Mi : Ces éléments jouent un rôle capital, car ils sont indépendants des charges ; il suffit de les former une fois pour toutes (voir [2]). Le calcul des ellipsoïdes de déformations dépend surtout de la matrice *Mi* ; il faut s'efforcer de rendre négligeables les éléments non diagonaux voisins de la diagonale. Des cas concrets le montreront. Les inconnues seront déterminées en général autrement, par exemple en ayant recours à l'algorithme de Gauss sous forme modernisée (voir [3]) ou à la méthode de Cholesky.

Traitons le cas simple d'un seul nœud libre pour commencer. On peut procéder de deux façons :

- 1) Poser la condition : $A = \text{constante}$, puis réaliser le minimum pour *A*.
- 2) Commencer par la recherche du minimum pour *A*.

Sans faire de calculs, on constate la forme ellipsoïdale pour les surfaces telles que $A = \text{constante}$. Il est étonnant que dans la littérature hyperstatique on ait procédé de manière assez simpliste :

$$v = adx + bdy + cdz + f \quad (\text{poids } p)$$

Les dérivées partielles pour *A* (ou somme des pvv) sont déduites immédiatement sous la forme dite implicite :

Les sommes des pav, pbv, pcv sont nulles ; on obtient alors :

$$Mr = \begin{bmatrix} [paa] & [pab] & [pac] \\ [pbb] & [bbc] & [pbc] \\ \text{Symétrique} & [pcb] & [bcc] \end{bmatrix} \quad Mi = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix}$$

Voir [4] $[paa] = \text{somme}$

Les éléments diagonaux dans *Mi* sont les coefficients de poids des inconnues (inverses des poids) ; les non diagonaux sont les coefficients non quadratiques, plus ou moins indésirables pour les praticiens :

Exemple numérique (caractère didactique) :

Sommet d'un pylône

Tableau des coefficients des équations aux déformations

Barres	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>p</i>	<i>P</i>
1-2	+ 0,490	+ 0,653	+ 0,577	0,75	2
1-3	+ 0,653	- 0,490	+ 0,577	0,75	2
1-4	- 0,490	- 0,653	+ 0,577	0,75	2
1-5	- 0,653	+ 0,490	+ 0,577	0,75	2
1-6	+ 0,707	- 0,408	+ 0,577	1,00	2
1-7	0,00	+ 0,816	+ 0,577	1,00	2
1-8	- 0,707	- 0,408	+ 0,577	1,00	2

Les matrices sont diagonales.

$$Mr = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad Mi = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Pour $A = \text{constante}$, on a des surfaces de déformation sphériques ($P = 2$) tandis que $p = 0,75$ ou $1,00$.

La somme des quotients p/P est égale au nombre des inconnues (théorème de mathématiques appliquées). Ces P sont les poids des $(-f + v)$.

Un exemple de calcul des P sera donné plus loin.

Il y a ici 3 groupes d'équations aux coefficients de poids Q_{gh} donc 9 équations en tout ($Q_{gh} = Q_{hg} \quad g \leq 3, h \leq 3$).

Dans l'exemple ci-après, il y aura 6 inconnues avec 9 barres dont 3 surabondantes et 6 groupes de 6 équations ($g \leq 6, h \leq 6$), les termes absous étant respectivement :

1 0 0 ...	Les matrices aux coefficients des
0 1 0 ...	équations normales et aux coefficients de poids des inconnues sont
0 0 1 etc.	les Mr ; ce sont donc plutôt les
0 0 0 ...	inverses Mi qui jouent un rôle quant
0 0 0 ...	aux déformations.

Enfin pour la coupole à 15 inconnues calculée successivement à Lausanne et Zurich on rencontre 15 groupes de 15 équations ; on comprend pourquoi le calcul électronique amena une révolution en hyperstatique.

Structure à 9 barres

(2 sommets libres 1 et 6), aussi de caractère didactique
Tableau des coefficients des équations aux déformations

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \text{Barres} & a & b & c & a' & b' & c' & p & P \\ \hline 1-2 & +0,5 & 0 & +0,866 & & & & 1 & 1,5 \\ 1-3 & +0,5 & 0 & -0,866 & & & & 1 & 1,5 \\ 1-4 & +0,5 & +0,866 & 0 & & & & 1 & 1,5 \\ 1-5 & +0,5 & -0,866 & 0 & & & & 1 & 1,5 \\ 1-6 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1,5 \\ 6-7 & & & & -0,5 & 0 & -0,866 & 1 & 1,5 \\ 6-8 & & & & -0,5 & 0 & +0,866 & 1 & 1,5 \\ 6-9 & & & & -0,5 & -0,866 & 0 & 1 & 1,5 \\ 6-10 & & & & -0,5 & +0,866 & 0 & 1 & 1,5 \\ \hline \end{array}$$

Somme des $p/P = 6$

La formation des matrices est aisée ; la moitié des éléments non diagonaux sont indiqués :

$$Mr = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{symétrique} & & & 1,5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Mi = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & 0 & +1/3 & 0 & 0 \\ 2/3 & 2/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2/3 & 2/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{symétrique} & & & 2/3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les matrices ne sont pas diagonales mais presque.

On obtient 2 sphères de déformation ; pour 3 nœuds libres mutuellement liés, il n'est déjà plus facile de réaliser rigoureusement la forme sphérique.

Double pylône à 3 barres surabondantes

Le tableau des coefficients des équations aux déformations est :

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \text{Barres} & a & b & c & a' & b' & c' & p \\ \hline 1-2 & +0,557 & +0,575 & +0,60 & & & & 1 \\ 1-3 & +0,557 & -0,575 & +0,60 & & & & 1 \\ 1-4 & -0,557 & -0,575 & +0,60 & & & & 1 \\ 1-5 & -0,557 & +0,575 & +0,60 & & & & 1 \\ 1-6 & +1,00 & 0 & 0 & -1,00 & 0 & 0 & 0,6 \\ 6-7 & & & & +0,557 & +0,575 & +0,60 & 1 \\ 6-8 & & & & +0,557 & -0,575 & +0,60 & 1 \\ 6-9 & & & & -0,557 & -0,575 & +0,60 & 1 \\ 6-10 & & & & -0,557 & +0,575 & +0,60 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Ces chiffres permettent de se rendre compte de la structure comme précédemment.

Les poids p interviennent toujours par leurs valeurs relatives.

La formation des matrices est immédiate :

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline Mr = & \begin{bmatrix} 1,84 & 0 & 0 & -0,60 & 0 & 0 \\ 1,32 & 1,44 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1,44 & 1,84 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1,32 & 0 & 0 \\ & & & & 1,44 & 0 \\ \text{symétrique} & & & & & & & \end{bmatrix} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline Mi = & \begin{bmatrix} 0,610 & 0 & 0 & +0,20 & 0 & 0 \\ 0,758 & 0,694 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0,694 & 0,610 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0,758 & 0 & 0 \\ & & & & 0,694 & 0 \\ \text{symétrique} & & & & & & & \end{bmatrix} \\ \hline \end{array}$$

La première des 36 équations aux coefficients de poids, par exemple, est :

$$1,84 \times Q_{11} - 0,60 Q_{14} = 1,84 \times 0,610 - 0,60 \times 0,20 = 1$$

et la quatrième :

$$\begin{aligned} -0,60 \times Q_{11} + 1,84 Q_{14} &= \\ = -0,60 \times 0,610 + 1,84 \times 0,20 &= 0 \\ (\text{calculs faits à la règle}) \end{aligned}$$

Poids à posteriori P : De suite on voit que pour 8 barres on obtient la même valeur de P :

$$\frac{1}{P} = \frac{2}{0,557 \times 0,610} + \frac{2}{0,575 \times 0,758} + \frac{2}{0,60 \times 0,694} = 0,69$$

et pour la barre 1-6 :

$$\frac{1}{P} = 0,610 + 0,610 - 2 \times 0,20 = 0,82$$

(Somme $p/P = 6$)

Les longueurs des axes principaux des ellipsoïdes de déformation sont proportionnelles à

$$\sqrt{0,610} : \sqrt{0,758} : \sqrt{0,694} = 0,78 : 0,87 : 0,83$$

pour les deux nœuds 1 et 6, valeurs favorables.

On constate donc combien la méthode aux déformations (Verformungsgrößenverfahren) est supérieure à celle dite aux forces (Kraftgrößenverfahren) ; en quelques phrases incisives un éminent staticien, Dr Mucha, l'exprimait récemment dans le « Stahlbau ». Ce staticien est précisément un de ceux qui, de bonne foi, méconnaissaient les droits de priorité de la chaire de statique de Lausanne.

Ces matrices dépendent uniquement de la structure d'un système (modules des barres). Encore une fois, en hyperstatique des systèmes triangulés, les variations de coordonnées des nœuds, choisies comme inconnues, fournissent la solution la plus générale.

Déformation quadratique moyenne relative à l'unité de poids

Cet élément M joue un rôle capital bien que sa détermination repose sur une formule que l'on ne peut pas rigoureusement démontrer. Pour le double pylône, par exemple :

$$M^2 \cong [pov] : 3 \text{ (3 barres surabondantes)}$$

Les spécialistes de l'électrotélémétrie enregistrent, cataloguent ces M (pour les erreurs). Pour les déformations, on pourrait constituer une documentation très utile en groupant les valeurs M pour de nombreuses structures hyperstatiques. Bien entendu, leur ordre de grandeur présente surtout de l'intérêt.

Choix d'une solution

Dans le *Bulletin technique* n° 13, 1968, des solutions, au nombre de six, furent énumérées, ce qui prouve combien est vaste et complexe le problème traité dans ces lignes. Il est fait abstraction de certaines méthodes approchées.

Emettons quelques considérations générales dans l'hypothèse où le nombre de barres surabondantes est assez élevé. La méthode Mayor-Mémoires AIPC, appellation un peu arbitraire, pourrait bien un jour être préférée par la plupart des staticiens ; le rôle des Mémoires AIPC fut, surtout, de développer la solution de Mayor sous forme matricielle (« Matrix Analysis of Indeterminate Space Trusses »).

La solution consistant à établir, pour chaque barre surabondante, une équation linéaire en $v_1, v_2, v_3 \dots$ est séduisante ; spatialement surtout, le calcul des coefficients et notamment des termes absolus peut devenir très laborieux. Le calcul électronique est ici peu efficace.

Quant à la méthode, dite classique par certains staticiens, elle peut être améliorée sérieusement et rendue plus générale en choisissant comme inconnues les variations de coordonnées des nœuds. Les barres coupées seront, en principe, celles qui ont les poids les plus faibles. D'autres éléments peuvent aussi jouer un rôle.

Le calcul par la statistique tient compte implicitement de la méthode des moindres carrés ; théoriquement, il n'est pas nouveau et les praticiens ne l'appliquent guère. Le principe fut développé il y a vingt-cinq ans déjà par K. Friedrich. Ce dernier a donc fait un rapprochement entre l'hyperstatique et l'électrotélémétrie.

Conclusions

Les lignes qui précèdent poursuivent plus d'un but : rarement des droits de priorité furent ignorés comme c'est le cas en hyperstatique spatiale, notamment en ce qui concerne un choix judicieux des inconnues. Le texte ci-dessus étant destiné aux praticiens surtout, il a paru opportun de montrer non seulement le rôle joué par la matrice de rigidité mais, dans une plus forte mesure, par son inverse au point de vue de la théorie des déformations. Cette dernière gagne toujours plus de terrain, vu ses avantages incontestables.

L'hyperstatique spatiale des systèmes articulés est un problème bien plus vaste et complexe que certains croient, d'où le nombre de publications récentes dans ce domaine important de la statique.

LITTÉRATURE

- [1] MAYOR, B. : *Statique graphique des systèmes spatiaux* (Lausanne, Payot, 1926).
- [2] DUPUIS, G. : *Le calcul électronique au service de l'ingénieur* (Bulletin technique n° 14, 1968).
- [3] WOLF, H. : *Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate* (Verlag Dümmler, Bonn).
- [4] ANSERMET, A. : *Détermination par voie semi-électronique de déformations* (Bulletin technique, 22 avril 1967).

Adresse de l'auteur :

A. Ansermet, case 106, 1814 La Tour-de-Peilz.

ESSAI D'INJECTION D'UN CÂBLE DE PRÉCONTRAINTE À FORTE COURBURE ET D'UNE CAPACITÉ SUPÉRIEURE À 300 T

par G. CRIVELLI, ingénieur EPF/SIA, Berne

1. Introduction

L'introduction de la technique du béton précontraint sur le marché de la construction a été accompagnée par l'apparition de problèmes plus ou moins nouveaux, parmi lesquels celui de la protection contre la corrosion de l'acier à haute résistance des câbles. La méthode consistant à enrober le câble dans sa gaine au moyen d'un coulis d'injection n'a peut-être pas donné entière satisfaction au tout début, mais on peut affirmer qu'elle représente aujourd'hui, après plus de trente ans d'expérience et d'amélioration (spécialement dans la composition du coulis, dans le choix de l'adjuvant, du malaxeur et de la pompe), une solution optimale au problème de la corrosion des aciers. Au cours de ces

dernières années cependant, l'inquiétude des ingénieurs au sujet de l'oxydation des câbles n'a fait que s'accroître, en raison de l'observation récente de phénomènes inconnus jusqu-là.

D'autre part, un nouveau domaine d'application de la précontrainte a vu le jour il y a environ dix ans et est en train de prendre un essor très rapide. Il s'agit du frettage des cuves ou des enceintes de confinement des réacteurs nucléaires. On sait que ces structures sont soumises à de très fortes surcharges (pression et gradient thermique), et les câbles de précontrainte que l'on utilise à leur construction doivent, par voie de conséquence, offrir toutes les garanties d'une protection durable de l'acier contre la corrosion.

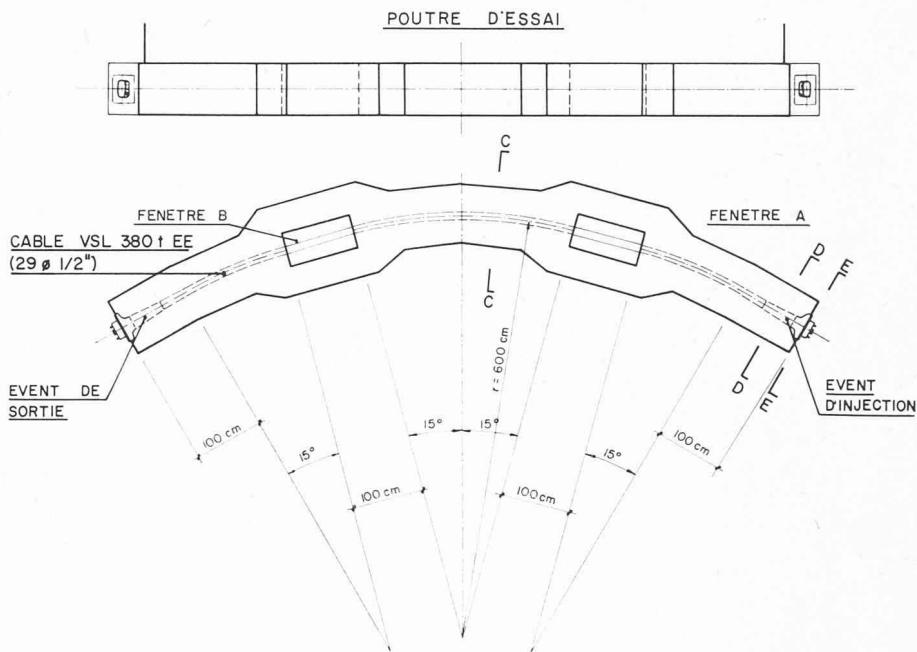


Fig. 1.

2. Conceptions différentes

Il existe aujourd'hui, parmi les ingénieurs projeteurs, deux tendances opposées dans la manière de concevoir la protection des câbles de précontrainte utilisés pour la construction de réacteurs nucléaires.

Les adeptes de la première de ces deux tendances craignent que la relaxation des aciers de précontrainte n'ait pour effet de réduire considérablement les efforts dans les câbles. Si ceux-ci sont injectés, il est alors impossible de compenser ces pertes. C'est pourquoi ils préconisent l'utilisation de câbles protégés uniquement par une graisse spéciale permettant à tout moment d'en remplacer un élément. Les adeptes de l'autre tendance sont d'avis que les pertes dues à la relaxation peuvent être pronostiquées par extrapolation et qu'il est possible de dimensionner les câbles de façon à éviter que les contraintes du béton ne dépassent ni la contrainte maximale de compression admissible ni la contrainte de traction entraînant la fissuration. Ce groupe d'ingénieurs a alors porté son choix sur des câbles injectés, en se basant sur la longue expérience accumulée au cours des années dans les domaines classiques du béton armé et du béton précontraint où la protection de l'acier est assurée par le milieu alcalin du ciment. Des études ont montré, à l'appui de cette théorie, qu'il était difficile et très onéreux de remplacer un câble de précontrainte dans un réacteur nucléaire ayant une fonction majeure dans la production nationale d'électricité (ce qui chez nous n'est pas encore le cas, mais qui ne nous laisse là qu'un sursis).

Notre propos n'est cependant pas de trancher ici entre ces deux conceptions mais plutôt de reproduire la brève description d'un essai d'injection dans un câble à forte courbure exécuté pour le compte d'une commission d'experts américains.

3. Essai d'injection

3.1 Dispositif d'essai

L'essai a été exécuté sur une poutre courbe (fig. 1) pourvue de deux fenêtres permettant de contrôler la qualité du coulis d'injection.

Le câble utilisé étant composé de 29 torons de $\frac{1}{2}$ " de diamètre, qualité Supa-7, fourni par British Ropes Ltd., Doncaster, Angleterre. Ce câble a été placé dans un tube bouilleur de diamètre 110/100 mm, donnant un rapport de 1,74 entre la section d'acier et la section restante du tube.

3.2 Matériaux d'injection

Ciment : Type Portland en sac, surface spécifique d'après Blaine : $2920 \text{ cm}^2/\text{g}$

Provenance : Cimenterie de Reuchenette

Age : 40 jours

Température : 10°C

Eau : Potable

Température : 10°C

Adjuvant : Marque : Intracrete VPN 269

Fabricant : Kaspar Winkler & Co., Zurich

Dosage : 2 % du poids du ciment

3.4 Tests sur coulis d'injection

Des échantillons de coulis ont été prélevés avant et pendant l'injection du câble, afin d'en déterminer les propriétés suivantes :

- Temps d'écoulement dans l'entonnoir (mesure du degré de fluidité au flow-cone).
- Expansion volumétrique et ségrégation de l'eau.
- Résistance à la compression.



Fig. 2.

3.4.1 Echantillons prélevés dans la cuve après 4 minutes de malaxage

Des éprouvettes ont été prélevées dans des cylindres en matière plastique de 10 cm de diamètre sur 10 cm de haut afin de permettre un essai à la compression. Après 28 jours de durcissement, les cylindres ont été meulés à la hauteur exacte de 10 cm et éprouvés.

Facteur eau/ciment	0,375
Temps d'écoulement (flow-cone)	16 secondes
Expansion après 13 heures	6 %
Ségrégation de l'eau après 13 heures . . .	aucune

Quatre cylindres ont été prélevés (expansion libre).	
Numéro des échantillons	1 2 3 4
Poids spécifique en kg/dm ³	1,92 1,92 1,91 1,91
Résistance à la compression à 28 jours, en kg/cm ²	224 248 235 242

3.4.2 Echantillons prélevés à l'évent de sortie du câble

Temps d'écoulement (25 minutes après le début de l'injection)	15 secondes
Expansion après 13 heures	5 %
Ségrégation de l'eau après 13 heures . . .	aucune

Deux cylindres ont été prélevés (expansion libre).	
Numéro des échantillons	1 2
Poids spécifique en kg/dm ³	1,91 1,91
Résistance à la compression à 28 jours, en kg/cm ²	200 197

3.5 Méthode d'injection

Température :	17°C
Facteur eau/ciment :	0,375
Ordre de malaxage :	eau - ciment - adjuvant
Durée du malaxage :	
eau - ciment :	2 minutes
eau - ciment - adjuvant :	2 minutes

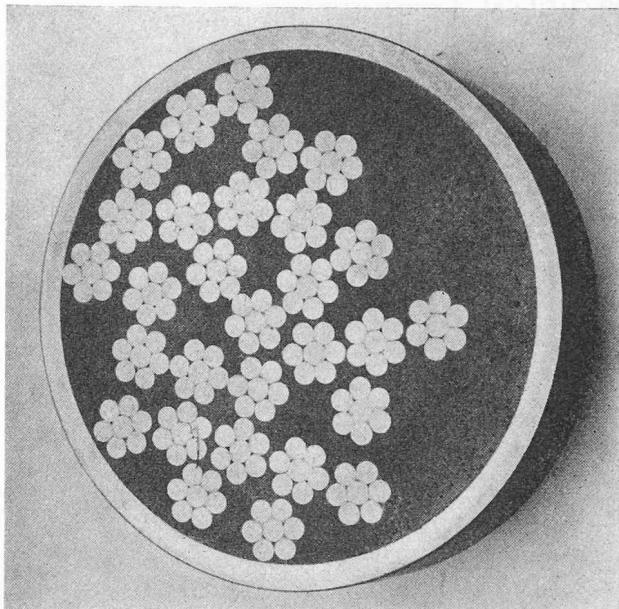


Fig. 3.

Préalablement à l'injection, 1 litre d'eau a été versé dans la gaine afin de lubrifier. Cette méthode facilite le pompage du coulis, spécialement lorsque le câble n'a pas été rincé à l'eau antérieurement. Lors de l'essai, le coulis a jailli à l'évent situé à l'autre extrémité de la poutre après 10 minutes de pompage. Celui-ci a été continué jusqu'à ce que la fluidité du coulis à l'évent de sortie soit voisine de celle à l'évent d'injection (essai au flow-cone). Le coulis a ensuite été recirculé pendant 5 minutes afin d'éliminer les bulles d'air résiduelles. Pendant toute cette opération, aucune élévation de pression n'a été enregistrée au manomètre. Finalement l'évent de sortie a été obturé et la pression élevée à 6 kg/cm². Bien qu'un maintien de la pression eût été désirable, il a malheureusement été impossible de l'obtenir en raison d'une fuite soudaine.

4. Inspection du câble injecté

Trois jours après l'injection du coulis, le segment de câble traversant la fenêtre A a été tronqué sous tension (fig. 2) et plusieurs sections de câble ont été mises à nu. L'une d'elles est représentée à la figure 3. Au travers de la fenêtre B, le tube bouilleur avait été remplacé au préalable par trois segments boulonnés permettant d'inspecter le câble injecté sans le détruire (fig. 4). Comme le câble était rectiligne dans les fenêtres A et B, il a fallu procéder à un tronçonnement de la poutre suivant la coupe C-C (fig. 1), afin de déterminer le degré de remplissage du tube à l'endroit où son rayon de courbure était de 6 m. Une section en est représentée à la figure 5. Enfin, pour examiner le degré de remplissage de l'ancrage, des sections ont été effectuées à travers la manchette et la tête d'ancrage. Les figures 6 et 7 représentent respectivement les coupes D-D et E-E définies sur la figure 1.

5. Conclusions

La surface extérieure irrégulière des torons a contribué dans une grande mesure au résultat favorable de l'essai.

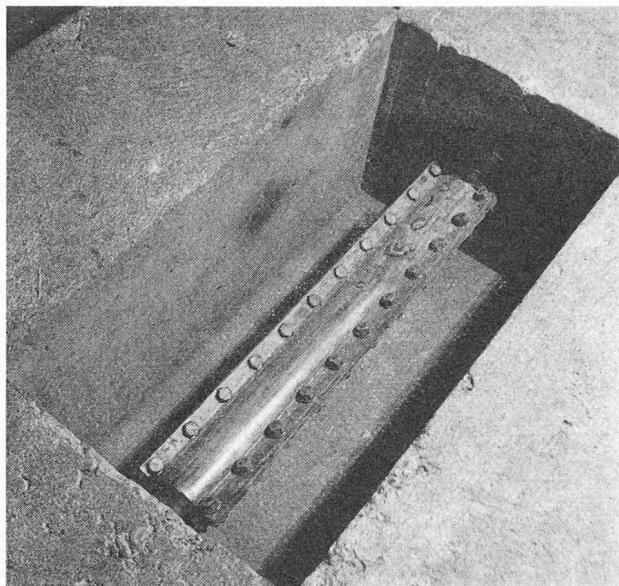


Fig. 4.

Le pompage n'a présenté aucun problème et le coulis s'est écoulé d'une manière constante, sans laisser aucune bulle d'air dans les endroits à forte courbure. L'impossibilité d'élèver la pression statique en fin d'injection n'a pas empêché la gaine d'être remplie à sa capacité maximum.

L'échantillon de câble mis à nu dans la fenêtre *B* a démontré que l'air avait été complètement véhiculé à l'extérieur par le coulis en mouvement. Cet échantillon a ensuite été repiqué et quelques torons en ont été coupés et écartés, ce qui a permis de vérifier que les empreintes des torons, sur le coulis, étaient également libres de toute poche d'air. Le sectionnement du câble dans la coupe *C-C* démontre enfin l'absence d'air dans la partie courbe. Les coupes à travers l'ancre ont démontré que l'air ainsi que l'eau de lubrification ont été complètement évacués et que tous les interstices ont été remplis de coulis.

Le coulis d'injection a présenté de bonnes propriétés, telles que plasticité, expansion, résistance. La ségrégation de l'eau a été minimum et la composante de l'adjugant dissolvant l'azote s'est bien répartie dans le mélange, lui conférant ainsi de bonnes propriétés mécaniques et une résistance au gel satisfaisante.

L'essai a été effectué de manière à simuler des conditions de chantier. La recirculation du coulis peut en effet être appliquée sans autre sur le chantier, bien que ce facteur ne semble pas avoir été déterminant à l'issue de ce test.

On peut dire en conclusion que cet essai justifie entièrement l'enrobage des câbles de précontrainte au moyen d'un coulis de ciment Portland comme mesure de protection contre la corrosion. Cette méthode peut donc être prise en considération dans l'établissement de projets de structures ayant des câbles à forte courbure et un nombre de torons même supérieur à 29 ; ce genre de structure est le type même des enceintes de confinement ou des caissons en béton précontraint abritant les réacteurs des centrales nucléaires.

Adresse de l'auteur :
M. G. Crivelli, ingénieur EPF/SIA, Losinger + Co S.A.,
Berne.

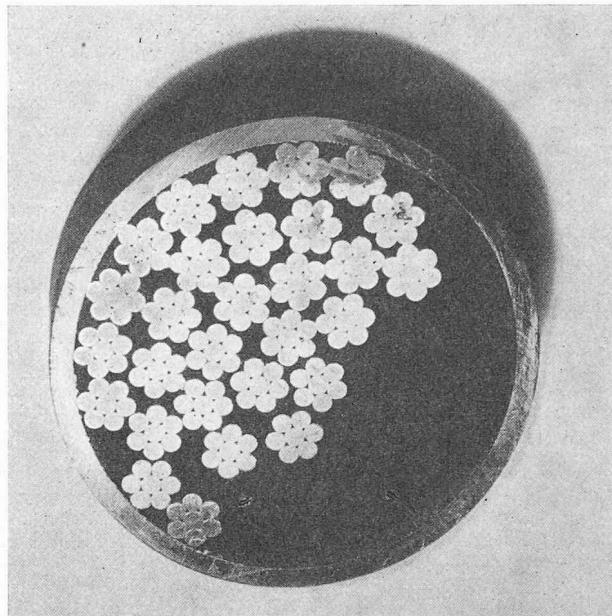


Fig. 5.

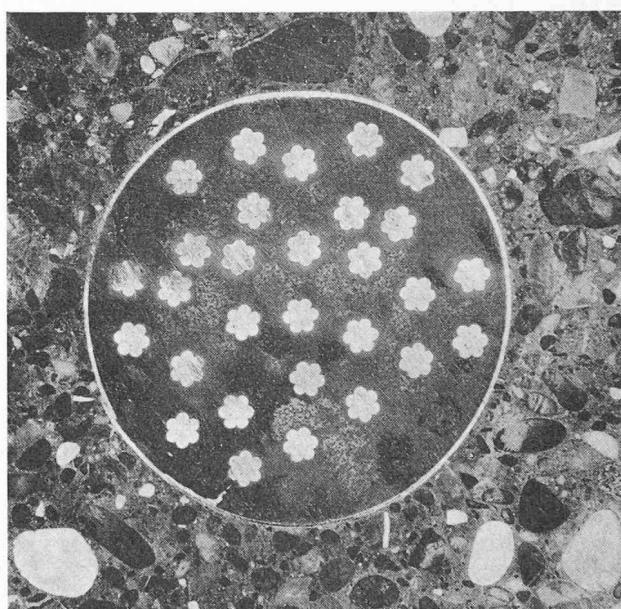


Fig. 6.

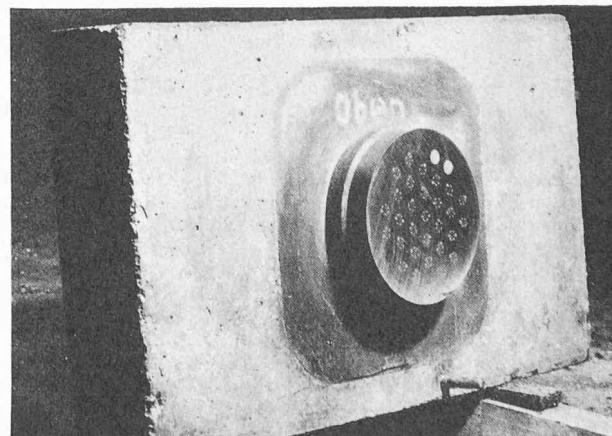


Fig. 7.