Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 93 (1967)

Heft: 8

Artikel: Sur la détermination par voie semi-électronique des déformations

d'ouvrages d'art

Autor: Ansermet, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-69070

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BULLETIN TECHNIQUE **DE LA SUISSE ROMANDE**

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE OFFICIEL

de la Société suisse des ingénieurs et des architectes de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes (SVIA) de la Section genevoise de la SIA

de l'Association des anciens élèves de l'EPUL (Ecole polytechnique

de l'Université de Lausanne) et des Groupes romands des anciens élèves de l'EPF (Ecole polytechnique fédérale de Zurich)

COMITÉ DE PATRONAGE

Président: E. Martin, arch. à Genève Vice-président: E. d'Okolski, arch. à Lausanne Secrétaire: S. Rieben, ing. à Genève

Fribourg:

H. Gicot, ing.; M. Waeber, arch.
G. Bovet, ing.; Cl. Grosgurin, arch.; J.-C. Ott, ing.
J. Béguin, arch.; R. Guye, ing.
G. de Kalbermatten, ing.; D. Burgener, arch.
A. Chevalley, ing.; A. Gardel, ing.;
M. Renaud, ing.; J.-P. Vouga, arch. Genève

Neuchâtel:

Vaud:

CONSEIL D'ADMINISTRATION

de la Société anonyme du « Bulletin technique »

de la Société anonyme au « buneun rechauque » Président: D. Bonnard, ing. Membres: Ed. Bourquin, ing.; G. Bovet, ing.; M. Bridel; J. Favre, arch.; A. Robert, ing.; J.-P. Stucky, ing. Adresse: Avenue de la Gare 10, 1000 Lausanne

D. Bonnard, E. Schnitzler, S. Rieben, ingénieurs; M. Bevilacqua,

Rédaction et Editions de la S.A. du « Bulletin technique »

Tirés à part, renseignements Avenue de Cour 27, 1000 Lausanne

ARONNEMENTS

l an Sociétaires		Suisse	40.— 33.—	Etranger	Fr.	44.—
Prix du numéro		»	 2.—	»	>>	2.50

Chèques postaux: « Bulletin technique de la Suisse romande », N° 10 - 5775, Lausanne

Adresser toutes communications concernant abonnement, vente au numéro, changement d'adresse, expédition, etc., à: La Concorde, Terreaux 29, 1000 Lausanne Imprimerie

ANNONCES

Tar	if des	a	nn	on	ce	es:		
	page						Fr.	423
	»						>>	220.—
1/4	>>						>>	112.—
1 10	200						199	F77



Adresse: Annonces Suisses S.A. Place Bel-Air 2. Tél. (021) 22 33 26, 1000 Lausanne et succursales

SOMMAIRE

Sur la détermination par voie semi-électronique des déformations d'ouvrages d'art, par A. Ansermet, ing. prof. Bibliographie.

Documentation générale. — Documentation du bâtiment. — Informations diverses.

SUR LA DÉTERMINATION PAR VOIE SEMI-ÉLECTRONIQUE DES DÉFORMATIONS D'OUVRAGES D'ART

par A. ANSERMET, ing. prof.

Le calcul de déformations d'ouvrages d'art est un problème-fleuve ayant suscité déjà de nombreuses publications, surtout en ce qui concerne les barrages; les méthodes modernes comportent en principe des mesures angulaires et linéaires, ces dernières de préférence électrotélémétriques. Dans ce dernier domaine on dispose maintenant d'une documentation assez abondante (voir [8], [9]). Les lignes qui suivent sont valables pour des ouvrages de tous genres mais sont consacrés plus spécialement à des charpentes; elles présentent un intérêt particulier, car on peut confronter des éléments calculés et ceux déduits de mesures. Dans le cas concret traité ci-après, on déterminera non seulement des ellipsoïdes de déformation mais aussi des ellipsoïdes standards, notion empruntée à la statistique mathématique (voir [3]).

Si la charpente est assimilable à un système articulé, la théorie des déformations est due à l'origine au professeur Mayor; récemment elle fut développée à nouveau, notamment dans les Mémoires internationaux des Ponts et Charpentes, par des staticiens éminents, en particulier par le professeur Naruoka (voir [7]). La chaire de statique de Zurich, après avoir émis judicieusement l'avis que la notion d'ellipsoïde de déformation était susceptible d'être encore développée, s'exprimait comme suit:

« Quant aux équations permettant de déterminer les déplacements inconnus des nœuds, les auteurs précités les obtiennent par des équations d'équilibre des forces intérieures et extérieures à chaque nœud..

» ... Il n'est pas nécessaire d'introduire un état initial (Grundsystem). »

Il convient de préciser ce qui suit : les professeurs Mayor, Naruoka, Li ne font pas de coupures mais il y a des équations aux déformations initiales. Dans le cas de coupures, l'état initial est arbitraire, ce qui est essentiel; les poids des barres a posteriori sont alors calculables avant de connaître les termes absolus des équations initiales. Ce calcul peut devenir fort laborieux mais il procure un avantage : le nombre des inconnues est égal à la somme des quotients des poids des barres a priori par ceux a posteriori. Ce contrôle est le bienvenu. Dans l'exemple numérique ci-après, les six poids a posteriori sont égaux mais pas ceux a priori, ce qui est assez rare, surtout spatialement. L'ellipsoïde de déformation du nœud est sphérique.

¹ Publication patronnée par la chaire de statique de l'EPUL.

Le cas traité ici a été choisi pour montrer le rôle que peut jouer la statistique mathématique en corrélation avec la méthode des moindres carrés.

L'équation fondamentale, initiale, est, sans couper des barres :

(2)
$$\varphi_i = a_i \Delta x + b_i \Delta y + c_i \Delta z \quad (a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 = 1)$$

l'indice i étant celui de la barre, et o_i la déformation, variation de longueur; Δx , Δy , Δz les variations de coordonnées du nœud libre 1.

Exemple: On a six équations (2) et trois équations d'équilibre (nœud 1); ces dernières fournissent les termes absolus; inconnues: Δx , Δy , Δz et les efforts axiaux dans les barres.

Les p_i et P_i sont respectivement les poids a priori et a posteriori (voir ci-dessous).

i =	barres	a_i	b_i	c_i	p_i	P_i
1	1-2	+0,142	+0,804	+0,577	1	2,2
2	1-3	+0,625	-0,525	+0,577	1	2,2
3	1-4	-0,767	-0,279	+0,577	1	2,2
4	1-5	+0,740	+0,345	+0,577	1,2	2,2
5	1-6	-0,071	-0,813	+0,577	1,2	2,2
6	1-7	-0,669	+0,469	+0,577	1,2	2,2

Si on adopte la solution avec coupure de barres, on a la forme :

$$(3) \qquad \qquad \nu_i = a_i \delta x + b_i \delta y + c_i \delta z + f_i$$

où, pratiquement, on a les mêmes coefficients; une question controversée est de faire un choix entre les solutions avec ou sans coupures de barres. Le genre de structure joue ici un rôle. Dans les deux cas, les éléments de base sont des déformations (Verformungs-grössenverfahren).

La méthode sans coupures, préconisée par la chaire de statique de Lausanne (professeur Mayor) et deux collaborateurs éminents des *Mémoires internationaux* des *Ponts et Charpentes*, est remarquable; il n'y a pas de dérivées partielles de l'énergie à former.

Une confrontation des deux solutions dans la pratique serait désirable; ce n'est pas le but de ces lignes de développer ce problème, qui est vaste, de façon plus étendue *.

En ce qui concerne les ellipsoïdes de déformations dans la mesure où des conditions de symétrie sont réalisées quant à la structure à calculer, on peut envisager des ellipsoïdes pour lesquels les coefficients de poids des inconnues Q_{xx} , Q_{yy} , Q_{zz} sont à peu près égaux, tandis que les Q_{xy} , Q_{xz} , Q_{yz} sont faibles. Dans l'exemple numérique ci-dessus, on a :

$$[paa] = [pbb] = [pcc] = 2,2 = \frac{1}{Q_{xx}} = \frac{1}{Q_{yy}} = \frac{1}{Q_{zz}}$$

tandis que

$$Q_{xy} = Q_{xz} = Q_{yz} = 0$$
 ([pab] = [pac] = [pbc] = 0).

Au nœud 1 on a une sphère de déformation, ce qui correspond à la valeur constante $P_i=2,2$ pour tous les poids a posteriori; les valeurs p_1 , p_2 , p_3 sont amplifiées 2,2 fois, tandis que p_4 , p_5 , p_6 sont amplifiés, 2,2/1,2=1,83 fois.

D'autre part, $\nu_i = \frac{T_i l_i}{E_i S_i} \ (T \ {\rm tension}, \ S \ {\rm section} \ {\rm trans-}$

versale de la barre), tandis que $p_i = \frac{E_i S_i}{l_i}$. La condition du minimum porte donc sur $[v^2 p][\ldots] = \Sigma(\ldots)$

Certains staticiens paraissent avoir appliqué le principe des moindres carrés sans s'en rendre compte.

Pour simplifier, admettons $p_i = 1$.

Les dérivées de l'énergie peuvent revêtir la forme :

(4)
$$[a\nu] = 0, [b\nu] = 0, [c\nu] = 0$$

(termes absolus: $[af], [bf], [cf]$)

équations normales sous forme condensée (matrice des coefficients (6)).

Multiplions ces trois équations respectivement par Q_{xx} , Q_{xy} , Q_{xz} , valeurs provisoirement indéterminées, puis posons :

(5)
$$\begin{cases} [aa]Q_{xx} + [ab]Q_{xy} + [ac]Q_{xz} = 1 \text{ (coefficient de } \delta x) \\ [ab]Q_{xx} + [bb]Q_{xy} + [bc]Q_{xz} = 0 \text{ (coefficient de } \delta y) \\ [ac]Q_{xx} + [bc]Q_{xy} + [cc]Q_{xz} = 0 \text{ (coefficient de } \delta z) \end{cases}$$

équations dites aux coefficients de poids; les δy , δz sont éliminés.

Il reste :
$$\delta x + \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2 + \alpha_3 f_3 \dots = 0$$

et, en appliquant la loi connue de propagation des poids:

$$\frac{1}{p_x} = \alpha_1^2 \, \frac{1}{p_1} + \, \alpha_2^2 \, \frac{1}{p_2} \, \ldots = \left[\alpha \alpha \right] \frac{1}{p} = \left[\alpha \alpha \right] \, \stackrel{\text{(hypothèse)}}{p_i = 1}$$

 $p_x = \text{poids de } \delta x$. De plus, on voit que:

$$\lceil a\alpha \rceil = 1, \lceil b\alpha \rceil = 0, \lceil c\alpha \rceil = 0.$$

D'où :
$$[\alpha \alpha] = Q_{xx} = \frac{1}{p_x}$$
 Calcul analogue pour p_y, p_z .

Il n'est pas nécessaire de connaître les α pris séparément.

Les matrices symétriques ci-après sont donc réciproques :

(6)
$$\begin{bmatrix} [aa] & [ab] & [ac] \\ & [bb] & [bc] \\ & [cc] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xz} \\ Q_{yy} & Q_{yz} \\ Q_{zz} \end{bmatrix}$$

(7) $m_o^2 \simeq [\nu\nu]$: (nombre de barres surabondantes) $(m_o:$ déformation quadratique moyenne) $M_x^2 = m_o^2 Q_{xx}; M_y^2 = m_o^2 Q_{yy}; M_z^2 = m_o^2 Q_{zz}.$

Ces valeurs M_x , M_y , M_z fournissent trois paires de plans tangents à l'ellipsoïde de déformation; ces paires sont normales aux axes de coordonnées. Il est aisé de généraliser si les p_i sont inégaux; ces p_i interviennent par leurs valeurs relatives. On aura des $[p^{\varrho\varrho}]$, $[pa\varrho]$, $[pb\varrho]$, $[pe\varrho]$, etc.

On s'efforce de réaliser l'égalité ou presque des éléments diagonaux des matrices (6), les éléments non diagonaux étant si possible négligeables. Le cas où on a un groupe de sommets libres (coupoles, etc.) fut

 $^{^\}star$ Pour encourager ces recherches, un Prix Mayor est institué à l'EPUL.

traité récemment. Autrefois le nombre d'équations linéaires à résoudre jouait un grand rôle pour choisir les inconnues; maintenant tout a changé. En particulier les matrices symétriques sont inversées avec une rapidité telle qu'une vraie révolution se manifeste dans les modes de calcul, pas seulement en hyperstatique des systèmes articulés.

Mesure de déformations

Ici de nouvelles méthodes sont à envisager, en s'aidant de la statistique mathématique (voir [3], [4]). Les considérations qui suivent sont valables pour les ouvrages d'art en général. Un point P d'une charpente (tour, etc.) se déplace d'une quantité PP' à déterminer. A partir de points fixes A, B, C ... connus, on effectue des mesures angulaires ou linéaires par voie électronique (télémétrie à ondes lumineuses), en nombre si possible très surabondant. Pour chacun des points P et P' on a un groupe d'équations appelées improprement aux erreurs. Une petite complication se manifeste quant aux dimensions: on aura tantôt des secondes, tantôt des millimètres ; une solution consiste à convertir ces équations (voir [5]). Il ne reste plus que des équations sans dimensions; de telles conversions sont devenues courantes. Admettons de plus, pour simplifier, que PP' est assez petit pour qu'on puisse attribuer les mêmes coefficients, à 1/1000 près, pour les inconnues dans les deux groupes d'équations ; à cet effet on a recours à un point provisoire P_o , situé dans le voisinage du milieu de PP'. On aura donc:

coordonnées de
$$P$$
: $x_o + \delta x, y_o + \delta y, z_o + \delta z$; coordonnées de P' : $x_o + \delta x', y_o + \delta y', z_o + \delta z'$;

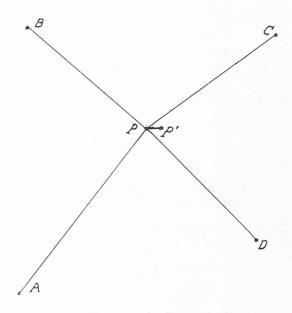
 $P_o(x_o, y_o, z_o)$ permet de calculer les coefficients des six inconnues.

C'est le mode de calcul dit aux variations de coordonnées; les termes absolus des équations sont obtenus en confrontant les valeurs mesurées avec les provisoires. Les ν sont fractionnés, comme c'est le cas pour les déformations.

Cas concret. Un exemple, de caractère didactique, facilite la compréhension.

Ces valeurs sont arrondies: $\sin 4'' = 1/206265$. Angles verticaux en A, B, C, D sur P_o $\alpha \cong 36^o52' \sin \alpha \cong 0,6$; $d \operatorname{tg} \alpha = d\alpha/\cos^2 \alpha$; $\cos^2 \alpha \cong 0,64$.

Les unités étant respectivement le millimètre puis la seconde, le calcul des coefficients des équations aux erreurs est immédiat :



Miroir en P, P'

Mesures linéaires (électroniques) (télémètre à ondes lumineuses) $p_i = 1$

Pour les matrices mutuellement réciproques, on obtient tout de suite : $i=1,\,2,\,3,\,4$

$$\begin{bmatrix} 1,28 & 0 & 0 \\ & 1,28 & 0 \\ & & 1,44 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} 0,78 & 0 & 0 \\ & 0,78 & 0 \\ & & 0,69 \end{bmatrix}$$
 puis :
$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ & 2 & 0 \\ & & 1,64 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ & 0,5 & 0 \\ & & 0,61 \\ & & i = 5,6 \dots 12 \end{bmatrix}$$

Les axes des ellipsoïdes d'erreur sont proportionnels à $\sqrt{0.78}$, $\sqrt{0.78}$ $\sqrt{0.69}$ (mesures linéaires).

Les longueurs des axes de l'ellipsoïde sont proportionnelles à $\sqrt{0.5}$, $\sqrt{0.5}$ $\sqrt{0.61}$ (mesures angulaires).

Si on groupe les douze équations aux erreurs au lieu de les dissocier (i=1, 2, 3, 4 puis $i=5, 6 \dots 12$), il faut unifier les dimensions et calculer les poids en conséquence. On obtient alors des coefficients de poids des inconnues :

 Q_{xx} , Q_{yy} , Q_{zz} pour P et $Q_{x'x'}$, $Q_{y'y'}$, $Q_{z'z'}$ pour P' ainsi que 24 valeurs pour les $\varphi: \varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_{12}$ puis $\varphi_1', \varphi_2' \ldots \varphi_{12}'$.

De plus :
$$PP'^2 = (\delta x - \delta x')^2 + (\delta y - \delta y')^2 + (\delta z - \delta z')^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$$

les poids respectifs des mesures étant $p_1, p_2 \ldots p_{12}$ pour P et $p_1', p_2' \ldots p_1'$ pour P'.

La statistique mathématique nous donne (voir [4]):

(8)
$$M_{\xi}^2: M_{\eta}^2: M_{\mathfrak{F}}^2 = (Q_{xx} + Q_{x'x'}): (Q_{yy} + Q_{y'y'}): (Q_{zz} + Q_{z'z'})$$

ces $M_{\xi},\,M_{\eta},\,M_{3}$ étant les erreurs quadratiques moyennes des $\xi,\,\eta,\,\zeta$, ces éléments étant les composantes du déplacement PP'.

L'erreur quadratique moyenne relative à l'unité de poids est M_o :

(9)
$$M_o^2 \cong ([p \nu \nu] + [p' \nu' \nu']) : 18$$

(18 mesures surabondantes).

On sait que cette formule ne peut pas être établie rigoureusement; et enfin:

$$(10) \qquad M_{\xi}^2 = M_o^2 \left(Q_{xx} + Q_{x'x'} \right)$$
 (formules analogues pour M_{η}, M_{ξ}).

A ces valeurs M_{ξ} , M_{η} , M_{3} correspondent trois paires de plans parallèles et normaux respectivement par rapport aux axes de coordonnées qui enveloppent un ellipsoïde de centre arbitraire, le milieu de PP' par exemple (voir [3]) ; il est dit standard en statistique mathématique. On s'efforcera aussi de réaliser la forme sphérique pour ces surfaces. On évitera pour ces ellipsoïdes (de

déformation, standard) des formes très défavorables. En résumé, dans les lignes ci-dessus, on a fait varier les coordonnées des nœuds de trois façons:

- 1º L'état initial, pour ces variations, est réalisé en faisant abstraction des forces extérieures.
- 2º On opère préalablement certaines coupures, d'où un autre état initial dont on déduit les termes absolus des équations aux déformations.
- 3º Pour déterminer le déplacement PP' d'un nœud, on a recours à des valeurs provisoires pour les coordonnées de P et P'. La statistique mathématique fournit un mode de calcul, mais ce n'est pas le seul. Cette solution est applicable à d'autres ouvrages d'art (voir [5]).

LITTÉRATURE

- [1] Mayor, B.: Statique graphique des systèmes spatiaux (Lausanne, 1926).
- [2] Kobold, F.: Bestimmung von Deformationen an Bauwerken (Schw. Bauzeitung, mars 1958).
- [3] RICHARDUS, P.: Triangulation im Lichte der mathematischen Statistik (Messungen von Deformationen an Bauwerken).
- [4] Wolf, H.: Anwendung von Verfahren der mathematischen Statistik [3] et [4] (Zeitschr. f. Vermessungswesen, novembre 1964).
- [5] Ansermet, A.: Calcul de déformations d'ouvrages d'art (Schw. Zeitschr. für Vermessung Nr. 7, 1966).
- [6] Ansermet, A.: A propos de la théorie de Mayor en hyperstatique (Bulletin technique, août 1966).
- [7] NARUOKA: Formulation of Equilibrium Equations for Pin-Jointed Structures (Mémoires internationaux Ponts et Charpentes, 1962).
- [8] Kondraschkof: Elektrooptische Entfernungsmessung (VEB, Berlin).
- [9] Jordan-Eggert-Kneissl: Vermessungskunde VI; Entfernungsmessung (Stuttgart).

BIBLIOGRAPHIE

Tables tachéométriques, donnant aussi rapidement que la règle logarithmique tous les calculs nécessaires à l'emploi du tachéomètre, par P. Lons, ingénieur d'études de chemins de fer. 13° édition. Paris, Béranger, Dunod, 1966. — Un volume 14×22 cm, xIV + 220 pages. Prix: relié 24 F

Le tachéomètre est un instrument qui s'est rapidement vulgarisé: la célérité et la facilité avec lesquelles il se prête à rendre exactement le relief du terrain l'ont fait adopter pour les levés topographiques importants, et, actuellement il est devenu nécessaire pour tout avantprojet de chemin de fer en terrains difficiles.

Des essais de tables ont été tentés, mais ils sont tous restés sans résultats pratiques en raison du temps qu'en demandait l'application.

Pourtant, en réfléchissant, à la manière dont se pratiquent les opérations tachéométriques, on s'aperçoit que les calculs peuvent être resserrés dans des limites assez restreintes, et qui ne sont qu'exceptionnellement dépassées.

Le livre cité présente une méthode simple pour éviter que la recherche du sinus carré soit aussi longue que celle de la tangente : au lieu de calculer directement la distance horizontale, on détermine la différence entre cette distance et le nombre générateur, différence relativement faible et qui permet de trouver immédiatement la distance horizontale sans d'autre calcul qu'une soustraction pouvant être faite de tête.

Trois tables sont données dans ce livre :

Table 1: distances horizontales et hauteurs verticales de 80 à 120 grades.

 $Table\ 2$: cotangentes et sinus carrés naturels de 120 à 150 grades pour un rayon de 100 m.

Table 3: sinus et cosinus naturels pour un rayon de 100 m.

Ces tables pourront être utiles aux ingénieurs des ponts et chaussées et des travaux publics, au personnel des services topographiques et des bureaux d'études d'entreprise; elles pourront aussi être utilisées par les topographes se servant d'instruments gradués suivant la division centésimale.

A noter que les tableaux sont disposés d'une manière uniforme, ce qui facilite la consultation de ces tables pour le calculateur.

L'invention dans l'industrie. De la recherche à l'exploitation. 60 exemples récents, par J. Jewkes, D. Sawers, R. Stillerman, adapté de l'anglais par Anne Ciry. Paris, Les Editions d'organisation, Entreprise moderne d'édition, 1966. — Un volume 15×24 cm, 382 pages. Prix : broché, 35 F.

Comment naissent les inventions? Comment promouvoir la recherche? Pour répondre à ces questions, les auteurs ont analysé soixante inventions très diverses — de la direction assistée à la xérographie, du stylo à bille au cinérama — de manière systématique, en faisant porter leur observation sur trois variables : importance du groupe de chercheurs, statut du ou des inventeurs et, éventuellement, nature de l'institution.

Cet examen des faits, en lui-même très original et intéressant, conduit à infirmer plus d'un préjugé tenace. On constate, en particulier, que l'apport des chercheurs isolés reste très important à notre époque. L'originalité individuelle, l'imagination, l'indépendance à l'égard des