Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 89 (1963)
Heft: 5

Artikel: Sur le calcul des déformations en hyperstatique spatiale
Autor: Ansermet, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-66297

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

CLAA. Ce bloc, avec celui de Wantage, en Grande-Bretagne, sont les deux seuls existant actuellement.

Quelques caractéristiques

Murs : 2,50 m de béton ; toit : 1,50 m de béton ; piscine : 7×3 m, 6 m de profondeur ; convoyeur : 1 tour 30,′ 1 tour 24 ; hublot : 1,25 m, en six blocs ; plomb cerium Saint-Gobain.

Conclusion

Comme vous venez de le voir, l'industrie française s'engage résolument dans l'utilisation des radio-isotopes. Comme toute technique nouvelle, ce développement subit des poussées et des périodes de ralentissement. Il convient cependant de noter que l'industrie a fait un effort important par elle-même, que peu d'autres pays ont fait. Le Commissariat à l'Energie atomique français, par son dynamisme et son esprit d'entreprise, l'a beaucoup encouragée et aidée.

Il reste beaucoup à faire ; le travail est dur, étant d'avant-garde. Mais si l'on considère les résultats obtenus en peu d'années, malgré les difficultés de tous ordres et les possibilités très larges offertes par les radio-isotopes, cet effort sera payant.

Les utilisations se feront de plus en plus nombreuses, les radio-isotopes apporteront à l'industrie une aide incomparable lui permettant d'améliorer et même de transformer ses techniques et de coopérer à l'amélioration de ses prix de revient.

Aussi toute personne doit être convaincue que les radio-isotopes joueront directement ou indirectement un rôle dans ses activités et même dans certains cas bouleverseront ses activités.

J'en ai terminé, en espérant qu'en ce court laps de temps j'ai pu réussir la gageure de vous faire connaître l'intérêt des radio-éléments.

Il ne faut pas craindre les radio-isotopes et les radiations, il faut les respecter et ils sont sans danger.

L'industrie suisse est renommée, entre autres par sa qualité et sa précision ; les radio-isotopes doivent lui être d'une grande aide pour maintenir sa renommée.

SUR LE CALCUL DES DÉFORMATIONS EN HYPERSTATIQUE SPATIALE

par A. ANSERMET, ing.-prof.

Les lignes qui suivent sont en corrélation avec l'article du *Bulletin technique* du 2 décembre 1961. Elles portent surtout sur les systèmes articulés spatiaux quand le nombre des éléments surabondants tend à devenir élevé (voir [6]). Parmi les solutions développées dans la littérature statique, trois sont plus particulièrement envisagées ici ; désignons-les par A, B et C.

A la base de tout calcul de ce genre, on aura en général les équations aux déformations qui expriment les allongements ou raccourcissements des barres en fonction des variations des coordonnées des nœuds du système. Pour un nœud déterminé on peut avoir jusqu'à trois variations différentes de zéro et, pour une barre, jusqu'à six. De plus, comme on le verra, ces variations seront éventuellement fractionnées lorsque le calcul du système est lui-même fractionné ; la solution B surtout se prête à un tel mode de calcul lorsqu'on ajoute subséquemment des liaisons.

Solution A

Elle est traitée ici plutôt pour mémoire, car son intérêt est plus théorique que pratique au point de vue hyperstatique ; une des caractéristiques de A est d'éviter la coupure de barres surabondantes. Analytiquement on a, sous forme générale, pour chaque barre :

$$(1) \qquad a(dx - dx') + b(dy - dy') + c(dz - dz') = \\ = v = mT \qquad ([3] \text{ p. } 50\text{-}57)$$

où $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, m est le module, T la tension.

Cette équation aux déformations ou aux v (ou aux T) est à mettre en corrélation avec la relation fondamentale connue :

$$(2) \qquad [pvv] = \text{minimum} = \sum \left\{ \frac{ES}{2L} \left(\frac{TL}{ES} \right)^2 \right\} \qquad (\text{voir } [6])$$

Les (dx, dy, dz) et (dx', dy', dz') sont les variations inconnues. Pour les déterminer on serait tenté de réaliser $[pvv]$ = minimum, mais on aboutirait à une impasse, car il n'y a pas de terme absolu dans (1) et les équations normales relatives au minimum n'auraient pas de tels termes. La difficulté fut tournée en ajoutant des équations d'équilibre qu'il ne paraît pas nécessaire de développer ici ; mais le nombre des inconnues peut devenir fort élevé ; il y a les T en plus des dx, dy ...

Les poids p interviennent par leurs valeurs relatives :

$$(3) \qquad p_1 : p_2 : p_3 \ldots = \frac{E_1 S_1}{L_1} : \frac{E_2 S_2}{L_2} : \frac{E_3 S_3}{L_3} \ldots$$

Les E sont les coefficients d'élasticité, les S et L les sections transversales et les longueurs des barres. Ces p sont les poids à priori qu'il ne faut pas confondre avec ceux à posteriori P dont il sera question plus loin. Cette notion de poids à posteriori se rattache à ce que l'on appelle parfois la seconde théorie de Gauss. C'est l'application du principe des moindres carrés qui donne lieu, pour les inconnues ou des fonctions de celles-ci, aux gains les plus élevés pour les poids.

La solution A fut transposée dans le plan (voir [3]) ; les nœuds sont alors matérialisés par des plaques infiniment minces. Les variations dz, pour chaque nœud, deviennent des grandeurs angulaires ; ce sont les rotations des plaques. Cette représentation plane s'applique surtout aux structures statiquement déterminées ; elle fournira les termes absolus f qui manquent dans l'équation (1). Celle-ci prend, en représentation plane, une forme qui n'est plus linéaire.

Solution B

Elle a ceci d'intéressant qu'elle constitue, à certains égards, un mode de calcul intérmédiaire entre A et C. Les coordonnées des nœuds varient et l'équation (2)

est appliquée ; l'équation aux v devient, sous forme générale :

(3') $\quad -f + v = a(dx - dx') \ldots \qquad$ (poids p)

Mais les variations de coordonnées ne sont ici plus les mêmes que précédemment. On opère des coupures pour réaliser un état $[pff] \geqq [pvv]$; cet état $[pff]$ sera défini ci-après. L'équation (2) se prête remarquablement à l'application de la méthode des moindres carrés et au calcul des déformations.

Solution C

Pour les praticiens, elle est familière ; à la base des calculs on a les inconnues hyperstatiques X_i (i = indice des barres coupées). D'après la « Baustatik » du professeur Dr Stüssi, ces X_i revêtent la forme :

(4) $\quad X_i = \alpha_{i1} a_{10} + \alpha_{i2} a_{20} + \alpha_{i3} a_{30} + \ldots$

Les a_{10}, a_{20}, a_{30} sont les termes absolus des équations d'élasticité tandis que les α_{i1}, α_{i2}, α_{i3} ... sont des éléments de la matrice conjuguée de celle des dites équations. La solution C peut devenir précaire si la valeur que prend le déterminant relatif aux équations d'élasticité est dangereusement petite ([4], p. 68).

Ce qui importe, c'est l'état final F :

(5) $\quad$ Etat F = Etat 0 + X_1 (Etat 1) + X_2 (Etat 2) + + X_3 (Etat 3) + ...

La condition du travail de déformation minimum est réalisée.

Revenons à la *solution B* :

L'état pour lequel $X_1 = X_2 = X_3 = 1$ est supposé connu, par exemple en appliquant la représentation plane. C'est l'état $[pff]$ et les praticiens calculent à triple la différence $[pvv] - [pff]$:

1° en fonction des v et des f.

2° en fonction des inconnues (les variations de coordonnées).

(6)

3° par : $[pvv] = [pff] - \dfrac{[paf]^2}{[paa]} - \dfrac{[pbf\ 1]^2}{[pbb\ 1]} - \dfrac{[pcf.2]^2}{[pcc.2]} \ldots$ (voir [2])

où les dénominateurs sont positifs.

On a de plus : $\quad m_0^2 \cong [pvv] : r$

(r éléments surabondants).

m_0 est la déformation quadratique moyenne relative à l'unité de poids.

Avant de poursuivre, rappelons quelques caractéristiques de la méthode des moindres carrés ; K. Friedrich ([1], p. 97), un des premiers, a montré le rôle que pouvait jouer cette méthode en hyperstatique spatiale ou même dans l'espace à n dimensions.

Considérons tout d'abord un système avec un nœud (x, y, z) variable, les autres nœuds étant définis par les valeurs (x_i, y_i, z_i)

$$L_i + v_i = \{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2\}^{1/2} =$$
$$= \{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2 + (z_0 - z_i)^2\}^{1/2} +$$
$$+ a_i\, dx + b_i dy + c_i dz$$

où : $\quad x = x_0 + dx, \quad y = y_0 + dy, \quad z = z_0 + dz.$

L_i étant la longueur de la barre non déformée ; les x_0, y_0, z_0 correspondent à un certain état, ainsi que les f_i.

On en déduit : $(-f_i + v_i) = a_i dx + b_i dy + c_i dz$.

Dans la solution A, les dx, dy, dz ne sont pas les mêmes ; admettons $i = 1, 2, 3, 4$ et éliminons les trois variables :

(7) $\quad [a'v] + w = 0 \quad$ et $\quad [pvv] =$ minimum.

(Solution A : $w = 0$.)

L'extrémum devient lié ; c'est le terme w qui caractérise la différence entre A et B. Certains des f_i peuvent être nuls (éventuellement autant qu'il y a d'inconnues).

Extrémum non lié

Les a_i, b_i, c_i sont les dérivées partielles des v_i par rapport aux variables ; donc la condition du minimum entraîne :

(8) $\quad [pav] = 0 \quad [pbv] = 0 \quad [pcv] = 0$

équations normales sous forme implicite avec les termes absolus $[paf]$, $[pbf]$, $[pcf]$ et la matrice des coefficients :

$$\begin{bmatrix} [paa] & [pab] & [pac] \\ [pba] & [pbb] & [pbc] \\ [pca] & [pcb] & [pcc] \end{bmatrix}$$

Une remarque ici est essentielle : les L_i et f_i ne diffèrent mutuellement que d'une quantité arbitraire, laquelle dépend des x_0, y_0, z_0 ; la seule réserve à formuler est que les accroissements dx, dy, dz soient suffisamment petits. Les L_i et f_i ont donc mêmes poids. En d'autres termes, l'état initial n'est pas le même pour les solutions A et B.

K. Friedrich a basé sa théorie en faisant varier la température dans la ou les barres surabondantes.

Poids des inconnues

Ces dernières sont exprimées en fonction des f_i :

$$dx = [\alpha f], \quad dy = [\beta f], \quad dz = [\gamma f]$$

les f_i étant considérés comme des quantités mutuellement indépendantes ; la loi connue de propagation des poids est applicable. Or il n'est pas nécessaire de connaître individuellement les coefficients αi, βi, γi. Admettons pour simplifier : $p_i = 1$; on calcule directement les coefficients de poids : $[\alpha\alpha] = Q_{11}$, $[\beta\beta] = Q_{22}$, $[\gamma\gamma] = Q_{33}$ (voir [8]).

Emettons de plus l'hypothèse que dans la matrice ci-dessus des équations normales les éléments non diagonaux soient nuls ou négligeables ; on obtient :

$$[paa]Q_{11} = 1 \qquad [pbb]Q_{22} = 1 \qquad [pcc]Q_{33} = 1$$

A cet effet traitons un cas fort simple : le sommet libre d'un pylône à quatre barres.

i =	a_i	b_i	c_i	p_i	P_i
1	+ 0,577	+ 0,577	+ 0,577	1	1,33
2	+ 0,577	— 0,577	+ 0,577	1	1,33
3	— 0,577	+ 0,577	+ 0,577	1	1,33
4	— 0,577	— 0,577	+ 0,577	1	1,33

Les P_i sont les poids à posteriori.

$[pab] = [pac] = [pbc] = 0$

$Q_{12} = Q_{13} = Q_{23} = 0$ (coefficients de corrélation)

$[paa] = [pbb] = [pcc] =$

$= 4/3 = \dfrac{1}{Q_{11}} = \dfrac{1}{Q_{22}} = \dfrac{1}{Q_{33}}$ (voir [6]).

$$\frac{1}{P_i} = (0{,}577)^2(Q_{11} + Q_{22} + Q_{33}) = \frac{1}{3} \times 2{,}25 = 0{,}75$$

(P_i : poids à posteriori)

$[p_i : P_i]_1^4 = 4 \times 0{,}75 = 3{,}00$ (trois inconnues).

Pour le moment, les f_i n'interviennent pas.

C'est grâce au principe des moindres carrés que les poids des inconnues et de fonctions de celles-ci sont amplifiés dans la plus forte proportion ; pour certains, c'est une façon de définir cette méthode.

Au sommet libre (x, y, z) du pylône, on a une sphère moyenne de déformation dont le rayon est $m_0 \sqrt{1/P_i} = m_0 \sqrt{0{,}75}$.

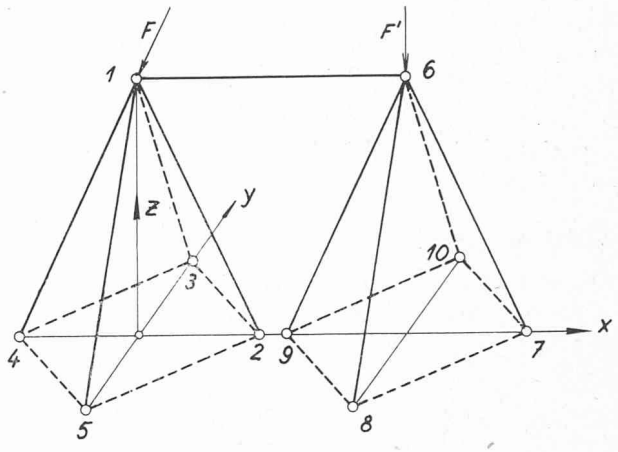
Au lieu de quatre barres, on pourrait en avoir trois :

$i =$	a_i	b_i	c_i	p_i	P_i
1	1,00	0,00	0,00	1	1
2	0,00	1,00	0,00	1	1
3	0,00	0,00	1,00	1	1

$$[pab] = [pac] = [pbc] = 0$$
$$[paa] = [pbb] = [pcc] = 1$$

On peut faire des calculs de poids même en l'absence d'éléments surabondants, mais ici $m_0^2 = \frac{0}{0}$. On a une sphère moyenne de déformation de rayon m_o et non plus $m_0\sqrt{0{,}75}$; toutefois ce m_0 devrait être connu d'une autre façon. C'est pourquoi en géodésie on enregistre, catalogue, les m_0 obtenus dans des conditions déterminées. En hyperstatique on y viendra peut-être ; l'ordre de grandeur de m_0 est alors plus ou moins connu.

Dans l'exemple ci-dessus à quatre barres, on a $[pvv]$ = min. au point (x, y, z) et des sphères concentriques, lieux des points pour lesquels $[pv'v']$ = constant (travail de déformation constant). On redoutera les ellipsoïdes de déformation de forme très allongée. (voir [6])



Cas d'indétermination

On sait que le déterminant relatif au système d'équations d'élasticité peut prendre des valeurs dangereusement faibles ([4], p. 68) ; qu'en est-il du déterminant D du système d'équations normales de la solution B ? Cette valeur D est la somme de déterminants élevés au carré (voir [8]) ; c'est, on doit le présumer, un avantage.

A cet effet traitons un exemple :

$$-f_i + v_i = a_i dx + b_i dy + c_i dz \quad \text{(poids } p_i\text{)}.$$

Jacobi a montré qu'on pouvait grouper ces équations trois par trois :

$$(9) \qquad dx = \frac{\pi_1 dx_{123} + \pi_2 dx_{124} + \pi_3 dx_{134} + \pi_4 dx_{234}}{[\pi]}$$

($[pvv]$ minimum).

Dans les équations normales, les coefficients quadratiques sont seuls différents de 0.

Par suite : $D = [paa]\,[pbb]\,[pcc] = 0{,}72 \times 1{,}08 \times 3{,}20 = 2{,}49$.

Pour $i = 1, 2, 3, 4$ les groupes sont :

				poids
I	$v_1 = v_2 = v_3 = 0$	résultat :	$dx = dx_{123}$	π_1
II	$v_1 = v_2 = v_4 = 0$	»	$dx = dx_{124}$	π_2
III	$v_1 = v_3 = v_4 = 0$	»	$dx = dx_{134}$	π_3
IV	$v_2 = v_3 = v_4 = 0$	»	$dx = dx_{234}$	π_4 de même pour dy, dz

$$\pi_1 = \begin{vmatrix} a_1b_1c_1 \\ a_2b_2c_2 \\ a_3b_3c_3 \end{vmatrix}^2 \quad \pi_2 = \begin{vmatrix} a_1b_1c_1 \\ a_2b_2c_2 \\ a_4b_4c_4 \end{vmatrix}^2 \quad \pi_3 = \begin{vmatrix} a_1b_1c_1 \\ a_3b_3c_3 \\ a_4b_4c_4 \end{vmatrix}^2 \quad \pi_4 = \begin{vmatrix} a_2b_2c_2 \\ a_3b_3c_3 \\ a_4b_4c_4 \end{vmatrix}^2 \quad (p_i = 1)$$

et pour D : $D = [\pi]$. En général : $a_i\sqrt{p_i}$, $b_i\sqrt{p_i}$, $c_i\sqrt{p_i}$.

Exemple numérique

Considérons encore la figure avec les quatre barres ci-après :

Barres	a_i	b_i	c_i	p_i
1-2	+ 0,6	0	+ 0,8	1,0
1-3	0	+ 0,6	+ 0,8	1,5
1-4	— 0,6	0	+ 0,8	1,0
1-5	0	— 0,6	+ 0,8	1,5

$$\pi_1 = \begin{vmatrix} +0{,}6 & 0 & +0{,}8 \\ 0{,}0 & +0{,}6\sqrt{1{,}5} & +0{,}8\sqrt{1{,}5} \\ -0{,}6 & 0 & +0{,}8 \end{vmatrix}^2 = 0{,}576^2 \times 1{,}5$$

$$\pi_2 = \begin{vmatrix} +0{,}6 & 0 & +0{,}8 \\ 0 & +0{,}6\sqrt{1{,}5} & +0{,}8\sqrt{1{,}5} \\ 0 & -0{,}6\sqrt{1{,}5} & +0{,}8\sqrt{1{,}5} \end{vmatrix}^2 = 0{,}576^2 \times 2{,}25$$

$[\pi] = 0{,}576^2 \times 7{,}5 = 2{,}49 = D$.

De même : $\pi_3 = 0{,}576^2 \times 1{,}5$ $\pi_4 = 0{,}576^2 \times 2{,}25$

Le double pylône comprend neuf barres et il y a six inconnues, donc 84 manières de combiner les neuf équations :

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{6!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3!} = 84.$$

Il n'y a indétermination que si 84 déterminants sont nuls séparément.

Calcul du double pylône

Il y a deux sommets ou nœuds libres (1) et (6) ; ce cas est analogue à celui traité dans [6], mais ici les ellipsoïdes de déformation sont plus aplatis.

(10) $$-f_i + v_i = a_i dx_1 + b_i dy_1 + c_i dz_1 + a'_i dx_6 + b'_i dy_6 + c'_i dz_6 \quad (\text{poids } p_i).$$
$$(i = 1, 2, \ldots 9)$$

Certains termes absolus peuvent être nuls.

Les éléments diagonaux de la matrice de droite sont à la fois les coefficients de poids des inconnues et les inverses des poids de celles-ci.

Poids des barres à posteriori

La matrice de droite fournit les éléments pour ce calcul portant sur les poids des binômes $(-f_i + v_i)$ exprimés en fonction des inconnues ([2], p. 290).

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{P_1} = \frac{1}{P_3} = \frac{1}{P_6} = \frac{1}{P_8} = (0{,}6)^2 \times 0{,}91 + \\ &\quad + (0{,}8)^2 \times 0{,}312 = 0{,}528 \\ &\frac{1}{P_2} = \frac{1}{P_4} = \frac{1}{P_7} = \frac{1}{P_9} = 0{,}36 \times 0{,}926 + \\ &\quad + 0{,}64 \times 0{,}312 = 0{,}533 \end{aligned}\right\} \text{toutes les barres, sauf (1-6)}$$

$$\frac{1}{P_5} = Q_{11} + Q_{44} - 2Q_{14} = 2 \times 0{,}91 - 2 \times 0{,}48 = 0{,}86$$
(voir [6], [7])

$$[p_i : P_i]_1^9 = 4 \times 0{,}528 + 4 \times 1{,}5 \times 0{,}533 + 0{,}8 \times 0{,}86 = 6{,}00$$
(6 inconnues).

Les ellipsoïdes de déformation relatifs aux nœuds (1) et (6) sont connus à l'échelle près indépendamment des f ; c'est m_0 qui donne l'échelle.

Si l'on considère des paires de plans mutuellement parallèles, tangents aux ellipsoïdes, mais respectivement normaux aux axes des coordonnées ainsi qu'aux barres (sauf 1-6), on peut calculer les distances du centre de ces surfaces à tous ces plans ; on obtient ici, pour les valeurs contenues dans le tableau (10') :

$$\pm m_0\sqrt{0{,}91}\,;\ \pm m_0\sqrt{0{,}926}\,;\ \pm m_0\sqrt{0{,}312}\,;$$
$$\pm m_0\sqrt{0{,}528}\,;\ \pm m_0\sqrt{0{,}533}.$$

Les pieds de ces perpendiculaires sont sur la surface podaire de l'ellipsoïde par rapport à son centre ; l'équation de cette surface, qui est unicursale, contient un groupe de termes de quatrième ordre indépendant de l'orientation des axes de coordonnées et une forme quadratique ternaire (voir [7]). Il n'y a pas de terme absolu.

Ici les axes principaux des ellipsoïdes coïncident avec les axes de coordonnées ou sont parallèles à ceux-ci. En statique, comme en géodésie, avec les ellipsoïdes d'erreur, on évitera les surfaces très aplaties ou allongées.

Fractionnement

Le calcul comporte deux phases ; ce cas fut traité dans le *Bulletin technique*, 1960, page 304. C'est un avantage de la méthode des moindres carrés de se prêter à ce fractionnement.

Faisons l'hypothèse suivante : on ajoute une liaison au système représenté par la figure ; il en résulte une équation de plus mais, aux inconnues dx_1, dy_1 ... déjà calculées, il faut ajouter des valeurs (dx_1), (dy_1) ... appelées surcorrections :

(12) $$A_1(dx_1) + A_2(dy_1) + \ldots A_6(dz_6) + A_0 = 0.$$

Le contrôle des poids à posteriori devient, avec les nouveaux poids P'_i :

$$[p_i : P'_i]_1^9 = 5 \quad \text{au lieu de } [p_i : P_i]_1^9 = 6.$$

Les poids sont amplifiés en moyenne 1,8 fois au lieu de 1,5 fois.

De plus on a, par suite du fractionnement :

(10')

$i =$	Barre	a_i	b_i	c_i	a'_i	b'_i	c'_i	p_i
1	1-2	+ 0,6	0	+ 0,8	0	0	0	1,0
2	1-3	0	+ 0,6	+ 0,8	0	0	0	1,5
3	1-4	— 0,6	0	+ 0,8	0	0	0	1,0
4	1-5	0	— 0,6	+ 0,8	0	0	0	1,5
5	1-6	+ 1,0	0	0	— 1,0	0	0	0,8
6	6-7	0	0	0	+ 0,6	0	+ 0,8	1,0
7	6-8	0	0	0	0	— 0,6	+ 0,8	1,5
8	6-9	0	0	0	— 0,6	0	+ 0,8	1,0
9	6-10	0	0	0	0	+ 0,6	+ 0,8	1,5

Equations normales :

(11) $$[pav] = 0$$
$$[pbv] = 0$$
$$\ldots$$
$$\ldots$$
$$[pc'v] = 0$$
$$[pvv] = [pff \cdot 6]$$
(voir [2], [6]).

Cette symétrie a pour but de simplifier les calculs.

Les matrices symétriques, mutuellement réciproques, des équations normales et des coefficients de poids des inconnues sont :

$$\begin{bmatrix} 1{,}52 & 0 & 0 & -0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}08 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3{,}20 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 0 & 1{,}52 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}08 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3{,}20 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0{,}91 & 0 & 0 & +0{,}48 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}926 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}312 & 0 & 0 & 0 \\ +0{,}48 & 0 & 0 & 0{,}91 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}926 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}312 \end{bmatrix}$$

$$v = v' + v''$$

$[pvv] = [pv'v'] + [pv''v'']$ car $[pv'v''] = 0$ et il faut diviser $[pvv]$ par 4 et non plus par 3.

Résumé

Trois solutions A, B, C furent envisagées ici portant sur le même problème ; les deux solutions A et C ont ceci de caractéristique qu'elles n'ont pas ou presque pas de points communs. Avec A, les coordonnées des nœuds varient mais la condition du minimum n'intervient pas, avec C les X_i varient. La solution B chevauche, si l'on peut s'exprimer ainsi, sur les deux autres : les coordonnées varient et le minimum pour $[pvv]$ est réalisé. En outre les cas d'indétermination sont moins à craindre avec la solution B. Ce problème est complexe et n'est guère ici qu'effleuré. Dans chaque cas on choisira la solution appropriée.

LITTÉRATURE

[1] Friedrich, K. : *Zwei aus den Grundgesetzen der Mechanik abgeleitete Beweise für die Richtigkeit der Methode der kleinsten Quadrate* (Zeitschr. für Vermessungswesen, 1943).

[2] Koll, O. : *Methode der kleinsten Quadrate* (Springer, Berlin).

[3] Mayor, B. : *Statique graphique des systèmes de l'espace* (Payot, Lausanne, 1926).

[4] Salles, F. : *Initiation à la théorie de l'énergie élastique* (Dunod, Paris, 1961).

[5] Stüssi, F. : *Baustatik I, II* (Birkhäuser, Bâle).

[6] Ansermet, A. : *Similitude des calculs hyperstatiques et radiotélémétriques* (Publication EPUL, nº 68).

[7] Ansermet, A. : *Théorie de l'équivalence et calcul d'ellipsoïdes d'erreur* (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1960, nº 3).

[8] Ansermet, A. : *Les calculs de compensation* (Publication EPUL, nº 18).

SOCIÉTÉ VAUDOISE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

(SECTION S.I.A.)

Rapport d'activité 1962

La Société vaudoise des ingénieurs et des architectes a été créée en 1874. Le présent rapport embrasse la période allant du 1er janvier au 31 décembre 1962 et relate les principales activités de notre société au cours de cet exercice.

1. Effectif

Nous avons enregistré 39 admissions et 15 départs. Le nombre des membres de la SVIA, qui était de 547 au 1er janvier 1962, a ainsi passé à 571 au 31 decembre de la même année.

Nous avons eu le chagrin de perdre quatre membres : MM. *Jean Tschumi*, architecte, Lausanne ; *Jean Gaulis*, ingénieur civil, Lausanne ; *Adil Gabay*, ingénieur mécanicien, Lausanne ; *Paul Flouck*, ingénieur chimiste, Penthalaz. Notre société conservera le meilleur souvenir de ces disparus.

Voici maintenant les noms de ceux de nos membres qui, pour des raisons diverses, ont quitté la SVIA au cours de l'an passé :

Architectes : M. Marc Piccard, Lausanne.

Ingénieurs civils : MM. Georges Berthier, Genève ; Paulin Courtot, Paris ; Umberto Guglielmetti, Martigny.

Ingénieurs électriciens : MM. Jean-S. Desmeules, Genève ; Robert Schneeberger, Genève ; Jules Tâche, Vevey.

Ingénieurs mécaniciens : MM. Michel Bally, Winterthur ; René Mussard, Prilly ; Max Zangerl, Zollikofen.

Ingénieurs chimistes : M. Jean Wiswald, Lausanne.

Nous avons enfin eu le plaisir d'accueillir 39 nouveaux membres. Il s'agit de

Architectes : MM. Charles-Ed. Bachofen, Lausanne ; Jean Boever, Pully ; Mukkader Cizer, Lausanne ; Jean Duboux, Paris ; Jan Gryzaj, Lausanne ; Franz Guth, Lausanne ; David-R. Hotz, Lausanne ; Georges Jaunin, Lausanne ; Christophe-M. Jelenkiewicz, Prilly ; Ljubomir Milosavljevic, Lausanne ; Hanspeter Schmidt, Lausanne ; Jean Serex, Morges ; Paul Vallotton, Lausanne ; Oscar Winterhalter, Lausanne.

Ingénieurs civils : Justin Alberti, Lausanne ; Hermann Bergmann, La Tour-de-Peilz ; Pierre Berney, Lausanne ; Louis Cardinaux, Nyon ; Gilbert Etienne, Lausanne ; Carlo Francioli, Lausanne ; Yves Gander, Pully ; Jean Krähenbühl, Lausanne ; André Lambert, Lausanne ; Manuel Maestre Orts, Madrid ; René Masson, Lausanne ; Pierre Soutter, Küsnacht (ZH) ; Arthur Spagnol, Lausanne ; Mme Helena Szutorisz Homonnai, La Conversion.

Ingénieurs électriciens : MM. Gérard Järmann, Lausanne ; Gérard Lavanchy, Lausanne ; André Necker, Pully ; Michel Protopapas, Lausanne.

Ingénieurs mécaniciens : MM. Théophile Chevalley, Leysin ; Jean Joho, Lausanne ; Francis Pauli, Prilly ; Gerassimos Voutsinas, Winterthur.

Ingénieurs chimistes : M. Sarandos Kopitopoulos, Lausanne.

Ingénieurs physiciens : MM. Edouard-P. Eugster, La Neuveville ; Jean-Paul Meyer, Lausanne.

Le tableau de l'effectif de la SVIA se présente donc au 31 décembre 1962, de la manière suivante :

	Total 1961	Total 1962	Augmentations	Diminutions	+ / —
Architectes	150	162	+ 14	— 2	+ 12
Ingénieurs civils	246	256	+ 14	— 4	+ 10
Ingénieurs électriciens	60	61	+ 4	— 3	+ 1
Ingénieurs mécaniciens	58	58	+ 4	— 4	—
Ingénieurs chimistes	10	9	+ 1	— 2	— 1
Ingénieurs ruraux	4	4	—	—	—
Ingénieurs forestiers	8	8	—	—	—
Ingénieurs physiciens	4	6	+ 2	—	+ 2
Géomètres	6	6	—	—	—
Géologues	1	1	—	—	—
	547	571	+ 39	— 15	+ 24

Nous serions incomplets si nous n'ajoutions pas qu'au 31 décembre 10 demandes d'admission étaient en cours.

L'effectif de la SVIA, avec 24 membres supplémentaires, accuse une augmentation de 4,5 %, très voisine de la progression moyenne de la SIA. Au risque de nous répéter, nous ne saurions nous déclarer satisfaits de ce progrès qui aurait pu, sans difficultés, être plus important. Les membres de la SVIA devraient faire