

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 86 (1960)  
**Heft:** 18  
  
**Artikel:** Sur le calcul de réseaux électrotéléométriques  
**Autor:** Ansermet, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-64505>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## V. Tendances et conclusions

Pour de l'énergie de base, et par rapport aux prix du kWh obtenus en Suisse avec des centrales au fil de l'eau, ce coût de 4 à 6 c./kWh est encore élevé. Mais il est déjà du même ordre de grandeur que celui résultant de l'exploitation de centrales thermiques, ce qui justifie le point de vue des Britanniques lorsqu'ils prétendent que les centrales qui entreront en service dans leur pays dans une dizaine d'années produiront un courant meilleur marché que celui produit à partir du charbon dans les meilleures conditions.

Certaines tendances de l'évolution du coût de l'énergie peuvent être dégagées. Quiconque a eu l'occasion de se pencher d'un peu près sur un projet de centrale nucléaire est frappé par les considérables possibilités de simplification et d'économie qui subsistent et dont quelques années d'exploitation et d'expérience permettront de bénéficier. Les études sont actuellement encore fort coûteuses, nous l'avons déjà noté, parce que des solutions nouvelles doivent être apportées à de nombreux problèmes et par souci d'une grande sécurité nucléaire. Les dispositions constructives imposées par cette préoccupation de sécurité sont innombrables et pourront certainement être beaucoup simplifiées dans l'avenir. Le coût de la fabrication des éléments de combustible

est extraordinairement élevé, parce qu'il s'agit d'une technique délicate et complètement neuve. Les limites d'exploitation ne sont pas connues et les performances des réacteurs sont déterminées de manière très prudente. Nous rappellerons, à cet égard, le cas frappant du réacteur à eau bouillante d'Argonne (EBWR), construit pour une puissance thermique de 20 MW en 1955, dont on a depuis porté la puissance à 60 MW et que l'on compte pousser prochainement à 100 MW. Une puissance spécifique élevée réduit d'autant la part des charges fixées dans le prix du kWh.

Si l'on peut envisager que les progrès de la technique permettent d'abaisser encore un peu le prix du kWh d'origine thermique, là où les conditions d'approvisionnement et de construction sont favorables, il apparaît, par contre, que le coût de l'énergie hydroélectrique évolue en sens inverse, en Suisse et dans les pays européens.

L'énergie nucléaire, comme toute technique nouvelle, verra ses prix de revient baisser rapidement au cours des années à venir. C'est pourquoi notre programme doit être pensé, non en fonction de la situation présente, mais de celle que l'on estime probable dans une dizaine d'années.

Lausanne, le 18 mars 1960.

621.317.0837

## SUR LE CALCUL DE RÉSEAUX ÉLECTROTÉLÉMÉTRIQUES

par A. ANSERMET, ingénieur-professeur

Au cours de ces dernières années, le *Bulletin technique* a déjà consacré quelques lignes aux méthodes modernes de mesures linéaires, qu'il s'agisse d'appareils électro-optiques (géodimètres, etc.) ou électroniques purs (telluromètres, équipements Hiran, etc.). En Suisse, on commence à se rendre compte de l'importance que peuvent revêtir ces nouveaux moyens et on a, à cet effet, mesuré avec la collaboration des Etats voisins (Autriche et Allemagne occidentale) un réseau spécial de haute précision. Ce réseau est destiné surtout à procéder à des étalonnages qui doivent être nombreux et très variés si l'on veut que les radiotélémètres donnent leur plein rendement. Le côté principal est Sântis-Pfänder, déterminé à partir de la base d'Heerbrugg située sur la rive gauche du Rhin (longueur 7,2 km). La précision linéaire réalisée est  $\pm 1 : 1\,000\,000$  environ, ce qui est remarquable ; mais ce n'est pas trop, eu égard aux résultats déjà obtenus en électrotéléométrie. La base fut mesurée à l'aide de fils d'invar, étalonnés eux-mêmes, tour à tour, en laboratoire et hors laboratoire par comparaison avec la base standard de Munich, cette dernière étant vérifiée par le procédé de Väisälä (interférences).

On conçoit sans peine que, pour réaliser de telles précisions, une foule de problèmes assez complexes sont à résoudre ; ils portent sur le rôle des conditions atmosphériques, l'influence de la proximité, parfois très variable, du sol par rapport aux trajectoires sur lesquelles les ondes se propagent, la courbure de ces trajectoires, etc. Mais surtout la propagation des erreurs

pose des problèmes ardu ; pour chaque appareil il faut compter avec une erreur de caractère interne, indépendante de la distance mesurée. Cet élément est d'une détermination malaisée même si l'on procède à des étalonnages nombreux et judicieux. Un réseau radio télémétré libre peut donner lieu à des résultats favorables quant à la compensation ; malgré cela, des erreurs subsistent qu'il n'a pas été possible de déceler (erreurs d'échelle surtout).

De plus, à la base de toute compensation, en topographie ou géodésie, on admet l'hypothèse que les quantités mesurées sont indépendantes mutuellement ; si ce n'est pas le cas, il y a de la covariance, dont l'importance n'est pas facile à exprimer en chiffres mais dont il faut aussi tenir compte. En radiotéléométrie, on ne peut pas exclure une telle éventualité. Certains praticiens suggèrent de soumettre à une précompensation les éléments mesurés puis, ensuite, d'effectuer la compensation définitive. Le problème est complexe ; il fait l'objet de controverses et le but de ces lignes est de formuler quelques suggestions en traitant des exemples de caractère élémentaire.

Avant de poursuivre, il convient de rappeler dans leurs grandes lignes les principes de l'électrotéléométrie ; il s'agit de convertir en mesures linéaires des mesures de temps. C'est dans la haute précision à atteindre que réside surtout la difficulté.

Dans le géodimètre un faisceau lumineux, dont l'intensité est modulée, est émis à partir d'une extrémité A de la base D à mesurer ; à l'autre extrémité B, il est

réfléchi par des miroirs ou des prismes et, au retour en  $A$ , on enregistre la distance  $D$  en fonction de la longueur d'onde  $L$  et du décalage de phase  $k$  :

$$2.D = nL + k.$$

Si on effectue un étalonnage, c'est  $D$  qui est connu. Comme modulateur, on utilise en général une cellule Kerr ; ce n'est pas une solution idéale mais plutôt le résultat d'un compromis. Actuellement les constructeurs s'efforcent de rendre l'appareil utilisable aussi de jour. Un élément du dispositif mesureur est la photocellule, dont le pouvoir résolvant doit être aussi élevé que possible. Si on opère de nuit, il faut effectuer encore avant la nuit l'orientation mutuelle du miroir en  $B$  et de l'optique émettrice en  $A$  pour éviter de grandes difficultés. Lorsqu'on emploie en  $B$  un miroir triple, il suffit d'orienter ce dernier à  $\pm 8^\circ$  près.

La source lumineuse est soumise à la double condition que la consommation de courant soit la plus faible possible mais que le degré de clarté de la lumière qui revient en  $A$  soit élevé ; ce n'est pas facile à concilier. Certains physiciens suggèrent de réaliser la source par le bombardement de substances luminescentes. Quant à la fréquence, elle ne doit pas être inférieure à 100 KHz, si l'on veut que la distance mesurée (jusqu'à 30 km) soit obtenue avec une précision de  $\pm 1 : 100\,000$ . Il y a en ce moment déjà trois types de géodimètres.

Le telluromètre, qui est en général mieux connu en Suisse que le géodimètre, ne repose pas sur un principe électro-optique. Il fut conçu vers 1955 en Afrique du Sud grâce à la collaboration des services topographiques et de laboratoires de recherches scientifiques. On peut se demander si cette appellation « telluromètre » est heureusement choisie. De la station maîtresse en  $A$  est émis un faisceau d'ondes décimétriques dans la direction de la station antagoniste  $B$  ; ce faisceau est réémis à une fréquence légèrement différente. Le faisceau est caractérisé par une modulation choisie de façon judicieuse en vue de mesurer le temps qui correspond au double parcours  $2D$ . L'amplitude est modulée. On peut opérer de jour et de nuit, par une pluie légère et la brume. Il n'est pas nécessaire que les opérateurs en  $A$  et  $B$  se voient mutuellement et il suffit qu'ils connaissent la direction  $AB$  à  $10^\circ - 15^\circ$  près ; l'orientation plus précise a lieu par voie électronique. Entre les stations  $A$  et  $B$  existe une liaison téléphonique sur la même fréquence que celle servant aux mesures. Le telluromètre jouit d'une grande vogue (prix : 30 000 fr., environ, équipement complet).

Enfin, plutôt pour mémoire, rappelons en quoi consiste le procédé Hiran destiné à mesurer des distances  $AB$  de quelques centaines de kilomètres. La station  $S$  émettrice et réceptrice (poids de l'appareil 100 kg env.) est montée sur un aéronef qui virevolte dans le voisinage immédiat du plan vertical contenant  $AB$ . La trajectoire de l'aéronef forme, dans la règle, douze fois sa trace dans le plan vertical et le nombre des mesures n'est pas inférieur à 40. L'opérateur observe les spots sur la base circulaire des temps. La somme  $(SA + SB)$  est enregistrée cinématographiquement ; graphiquement on obtient une ponctuelle curviligne (sensiblement une parabole) pour cette somme. A des valeurs linéaires 1/10/100 milles correspondent, pour la base des temps, des fréquences 93109/9310,9/931,09 HZ

(vitesse de propagation des ondes = 186219 milles/sec dans l'atmosphère inférieure).

Bien entendu, le nouveau réseau d'Heerbrugg ne convient guère pour des étalonnages d'équipements Hiran, puisque le côté Säntis-Pfänder mesure 45 km environ seulement. Par contre, pour des géodimètres et telluromètres, il se prête très bien à des vérifications. Certains praticiens suggèrent de renforcer la précision des réseaux en combinant des mesures linéaires et angulaires. Une éventuelle erreur d'échelle, fort dangereuse, ne sera pas décelée en ajoutant des mesures angulaires. Il faut toujours en revenir à des étalonnages rationnellement conçus. D'où l'entente intervenue entre la Suisse et deux pays voisins.

Avant de passer aux applications, il convient de rappeler qu'aucun mode de compensation en topographie, géodésie, radiotéléométrie n'est absolument exempt d'arbitraire.

### Applications

Il paraît indiqué de laisser parler ici le langage des chiffres, après avoir fait un bref rappel des notions qui sont à la base de ces calculs.

Un premier exemple sera consacré à la *détermination spatiale d'une station* en fonction de mesures télémétriques effectuées à partir de stations déjà connues. Le second exemple sera en réalité un problème standard destiné à mettre en évidence le rôle joué par la covariance.

Admettons que pour déterminer le point  $P(x, y, z)$ , où se trouve la station, on ait mesuré par voie radiotéléométrique neuf distances à partir du sol ; mais on émet l'hypothèse que deux des longueurs sont exemptes d'erreurs. Une solution consiste à en faire tout d'abord abstraction. On aura donc un système de sept et non neuf équations (1<sup>re</sup> phase des calculs) :

$$(1) \quad -f_i + v_i = a_i dx + b_i dy + c_i dz \quad \text{où } a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 = 1 \\ i = 1, 2, \dots, 7 \quad ([6] \text{ p. 395})$$

Une solution approchée étant connue, ces  $dx, dy, dz$  sont des corrections à apporter aux coordonnées approchées  $(x_0, y_0, z_0)$  de  $P$  tandis que  $f_i$  est la différence entre la longueur déduite de ces valeurs  $(x_0, y_0, z_0)$  et la longueur mesurée. C'est la méthode dite aux variations des coordonnées.

Le système d'équations normales est, en fonction des poids  $p_i$  :

$$(2) \quad [pav] = [pbv] = [pcv] = 0$$

pour une matrice des coefficients indiquée sous (3) :

		Calcul des coefficients aux poids				
	$a_i$	$b_i$	$c_i$	$p_i$	$[pab] = [pac]$ $= [pbc] = 0$	
(3)	1	0	0	-1	1	$Q_{12} = Q_{13} =$
	2	0	+0,943	+0,333	1	$= Q_{23} = 0$
	3	-0,816	-0,4714	+0,333	1	(coeff. non
	4	+0,816	-0,4714	+0,333	1	quadratiques)
	5	+1	0	0	1,5	$[paa] = [pbb]$
	6	0	+1	0	1,5	$= [pcc] =$
	7	0	0	+1	1,5	$= 17/6$
						$Q_{11} = Q_{22} =$ $Q_{33} = 6/17$

résultat contrôlé par la relation :

$$[p_i : P_i] = 4 \times \frac{6}{17} + 3 \times 1,5 \times \frac{6}{17} = 3 \quad (3 \text{ inconnues})$$

l'ellipsoïde d'erreur en  $P$  est sphérique. Bien entendu, ces  $a_i, b_i, c_i$  furent choisis arbitrairement ; c'est un problème de caractère didactique. Les  $P_i$  sont les poids des sept distances après compensation ( $P_1 = P_2 = \dots = P_7 = 17/6$ ) ; ce sont donc les poids des binômes  $(-f_i + v_i)$ .

2<sup>e</sup> phase des calculs : Pour une raison ou une autre, on a effectué encore deux mesures, mais à une date ultérieure, d'où la solution par fractionnement. Aux corrections premières  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  viennent s'en ajouter de nouvelles ( $dx$ ), ( $dy$ ), ( $dz$ ) liées par deux équations (4), puisque ces 8<sup>e</sup> et 9<sup>e</sup> mesures sont admises exemptes d'erreurs, étant beaucoup plus précises que les précédentes :

$$(4) \quad \begin{cases} A_1(dx) + A_2(dy) + A_3(dz) + A_0 = 0 \\ B_1(dx) + B_2(dy) + B_3(dz) + B_0 = 0 \end{cases}$$

Soient  $A_1 = A_2 = A_3 = +0,577$  et  $B_1 = B_2 = -0,408$ ;  $B_3 = +0,816$ .

Il faut faire intervenir les éléments auxiliaires (coefficients transitoires) :

$$\begin{aligned} (A_1) &= A_1Q_{11} + A_2Q_{12} + A_3Q_{13} = +0,577 \frac{6}{17} & (B_1) &= B_1Q_{11} + B_2Q_{12} + B_3Q_{13} \\ (A_2) &= A_1Q_{21} + A_2Q_{22} + A_3Q_{23} = +0,577 \frac{6}{17} & (B_2) &= B_1Q_{21} + B_2Q_{22} + B_3Q_{23} \\ (A_3) &= A_1Q_{31} + A_2Q_{32} + A_3Q_{33} = +0,577 \frac{6}{17} & (B_3) &= B_1Q_{31} + B_2Q_{32} + B_3Q_{33} \\ (B_1) &= (B_2) = -0,408 \frac{6}{17} & (B_3) &= +0,816 \frac{6}{17} \end{aligned}$$

$$[A(A)] = 6/17 = [B(B)]; [A(B)] = [B(A)] = 0 \quad ([3] \text{ p. 317-321}).$$

Les poids initiaux  $p_i$  deviennent  $P'_i$  en passant par  $P_i$ .

$$(5) \quad \frac{1}{P'_i} = \frac{1}{P_i} - \frac{[(A)f']^2}{[A(A)]} - \frac{[(B)f']^2}{[B(B)]}$$

formule valable pour  $[A(B)] = [B(A)] = 0$

où les  $f'$  sont les 21 coefficients de la matrice (3) groupés trois à trois, ces  $P'_i$  sont les poids des sept distances *a posteriori*. Ici encore il y a un contrôle bienvenu, si l'on calcule les  $(p_i : P'_i)$  et les sommes comme le tableau ci-après le montre explicitement :

Calcul des  $(p'_i : P'_i)$  et de leurs sommes

$$\begin{array}{ccccccc} p_i : P_i & & & & & & \\ 0,353 - 0,118 - 0,235 = 0,000 & 1 & & & & & \\ 0,353 - 0,192 - 0,004 = 0,157 & 2 & & & & & \\ 0,353 - 0,107 - 0,225 = 0,021 & 3 & & & & & \\ 0,353 - 0,054 - 0,006 = 0,293 & 4 & & & & & \\ 0,530 - 0,177 - 0,088 = 0,265 & 5 & & & & & \\ 0,529 - 0,176 - 0,088 = 0,265 & 6 & & & & & \\ 0,529 - 0,176 - 0,354 = 0,000 & 7 & & & & & \\ \text{Sommes : } 3,000 & 1,000 & 1,000 & 1,000 & & & \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{en} \\ \text{application} \\ \text{de la} \\ \text{formule (5)} \end{array} \right\}$$

Ces poids *a posteriori* varient entre des limites étendues;  $P'_1$  et  $P'_7$  tendent même vers l'infini, ce qui s'explique, car l'inconnue ( $dz$ ) se déduit des équations (4) indépendamment de la compensation (2<sup>e</sup> phase).

Avant de passer au second problème, considérons les éléments *a priori* et les matrices diagonales réciproques :

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ & & 1 \end{array} \right\| & \left\| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ & & 1 \end{array} \right\| & \text{matrice} \\ & & & \text{des poids} \\ & & & (1^{\text{re}} \text{ phase}) \end{aligned}$$

Il n'y a ici pas de covariance, donc pas d'éléments non diagonaux différents de zéro. Ces deux matrices sont dites respectivement des comultiplicateurs et des poids. Il n'y a que des éléments quadratiques. Le calculateur ne doit jamais perdre de vue que la matrice des comultiplicateurs des inconnues compensées est égale à la matrice réciproque du système d'équations normales. Cela revient à interpréter la résolution, sous forme

indéterminée, du système d'équations normales ([4] p. 77). Considérons la matrice symétrique des comultiplicateurs en  $a$  et  $b$  et sa réciproque en  $c$  et  $d$  (des poids) :

$$\left\| \begin{array}{cccc} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{array} \right\| \quad \left\| \begin{array}{cccc} c & d & d & d \\ d & c & d & d \\ d & d & c & d \\ d & d & d & c \end{array} \right\|$$

On a immédiatement :

$$(6) \quad \begin{cases} ac + (n-1)bd = 1 \\ bc + \{a + (n-2)b\}d = 0 \end{cases} \quad ([4] \text{ p. 34, 79}) \quad \text{ici } n = 4$$

Exemple :  $n = 7$   $a = 1$   $b = +0,25$

$$c = 1,2 \quad d = -\frac{1}{7,5} = -0,133.$$

Appliquons ce résultat au système très simple ci-après donnant lieu à compensation; les notations sont les mêmes que précédemment :

$$(7) \quad -f_i + v_i = a_ix + b_iy \quad (i = 1, 2, 3)$$

avec la matrice des poids revêtant la forme

$$\left\| \begin{array}{ccc} p & p' & p' \\ p' & p & p' \\ p' & p' & p \end{array} \right\| \quad (\text{les } p \text{ et } p' \text{ jouant le rôle des } c \text{ et } d)$$

et formons les deux produits matriciels : matrice des coefficients par matrice des poids, ce premier produit étant multiplié par la matrice des coefficients

$$(7') \quad \begin{array}{l} \text{premier produit} \\ \left\| \begin{array}{ccc} p & p' & p' \\ p' & p & p' \\ p' & p' & p \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{ccc} pa_1 + p'(a_2 + a_3) & pb_1 + p'(b_2 + b_3) \\ pa_2 + p'(a_1 + a_2) & pb_2 + p'(b_1 + b_3) \\ pa_3 + p'(a_1 + a_2) & pb_3 + p'(b_1 + b_2) \end{array} \right\| \\ \text{second produit} \\ \left\| \begin{array}{ccc} paa & + 2p'(a_1a_2 + a_2a_3 + a_1a_3) ; \\ pab & + p'(a_1b_2 + a_2b_1 + a_1b_3 + a_3b_1 + a_2b_3 + a_3b_2) \\ pbb & + 2p'(b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3) \end{array} \right\| \end{array}$$

Ce sont les quatre coefficients des équations normales obtenues en rendant minimum l'expression :

$$[p'v] + 2p'(v_1v_2 + v_1v_3 + v_2v_3) = \text{minimum} \quad (\text{voir (7)})$$

Si la matrice des poids a une forme générale tout en étant symétrique :

$$\left\| \begin{array}{ccc} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{array} \right\|$$

les coefficients des équations normales sont ([5] p. 115) :

$$(8) \quad \begin{cases} \{11\} = p_{11}a_1a_1 + p_{12}a_1a_2 + \dots \\ \{12\} = p_{11}a_1b_1 + p_{12}a_1b_2 + \dots \\ \quad + p_{12}a_2a_1 + p_{22}a_2a_2 + \dots \quad + p_{12}a_2b_1 + p_{22}a_2b_2 + \dots \\ \dots \dots \dots \end{cases}$$

$$(9) \quad \begin{cases} \{11\} x + \{12\} y \dots \\ \{12\} x + \{22\} y + \dots \end{cases}$$

Ce cas ne se produira guère en pratique, tout au moins en télémétrie; on sera déjà content de posséder les éléments nécessaires à l'application des formules (6) avec sa matrice des poids très particulière.

Problème standard. Considérons le système :

$$-f_i + v_i = a_ix + b_iy + c_iz \quad (i = 1, 2 \dots 7)$$

avec la matrice des coefficients  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  ci-dessous :

$$\begin{array}{l} \left\| \begin{array}{ccc} a_i & b_i & c_i \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right\| \quad \begin{array}{l} \text{En pratique, on peut con-} \\ \text{cevoir une base fractionnée} \\ \text{en trois tronçons } x, y, z \\ \text{mesurés isolément puis grou-} \\ \text{pés par deux ou par trois,} \\ \text{ce qui donne lieu à six des} \\ \text{sept équations (la cinquième} \\ \text{pour réaliser la symé-} \\ \text{trie).} \end{array} \end{array}$$

En appliquant le principe des moindres carrés, on trouve immédiatement, en admettant :  $p_1 = p_2 = \dots = p_7 = 1$  :

$$Q_{11} = Q_{22} = Q_{33} = 0,375 \quad (\text{coeff. aux poids})$$

$$Q_{12} = Q_{13} = Q_{23} = -0,125 \quad (\text{coeff. non quadratiques})$$

et pour les poids  $P_i$  des binômes  $(-f_i + v_i)$  :

$$\frac{1}{P_1} = \frac{1}{P_2} = \frac{1}{P_3} = 0,375; \quad \frac{1}{P_4} = \frac{1}{P_5} = \frac{1}{P_6} = 0,5; \quad \frac{1}{P_7} = 0,375$$

l'erreur quadratique moyenne *a posteriori* varie de  $m\sqrt{0,375}$  à  $m\sqrt{0,5}$  ( $m$  = err. moy. quadr. de poids 1) d'où le critère par la somme  $S$  :

$$(10) \quad S = [p_i : P_i] = 3 \times 0,375 + 3 \times 0,5 + 0,375 = 3 \quad (3 \text{ inconnues}).$$

Les poids initiaux sont amplifiés 2,33 fois en moyenne.

#### Rôle de la covariance

Appliquons les valeurs trouvées ci-dessus pour  $n = 7$  (d'après (6)) :

$$(11) \quad \begin{vmatrix} 1,2 & -0,133 & & & -0,133 \\ & 1,2 & -0,133 & & -0,133 \\ & & 1,2 & & \\ & & & 1,2 & \\ -0,133 & & & & 1,2 \\ -0,133 & & & & & 1,2 \end{vmatrix} \quad ([4] \text{ p. 79})$$

Remarque : Les  $a$ ,  $b$ ,  $p$ ,  $P$ ,  $q$ ,  $Q$  n'ont pas de dimensions, mais bien les  $m$ .

matrice des poids qui est l'inverse de celle des comultiplicateurs :  $a = 1$  (éléments diagonaux) et  $b = +0,25$  (éléments non-diagonaux).

La formation des équations normales exige le calcul de deux produits matriciels (voir (7')) ; le résultat est :

$$(12) \quad \begin{vmatrix} 3,2 & +0,533 & +0,533 \\ +0,533 & 3,2 & +0,533 \\ +0,533 & +0,533 & 3,2 \end{vmatrix} \quad \text{coefficients éq. normales.}$$

De ces trois équations normales, on déduit les coefficients aux poids pour les trois inconnues (comultiplicateurs *a posteriori*) :

$$Q_{11} = Q_{22} = Q_{33} = 0,328; \quad Q_{12} = Q_{13} = Q_{23} = -0,047.$$

Pour les sept binômes  $(-f_i + v_i)$  on obtient alors, en se bornant aux éléments quadratiques :

$$q_{11} = q_{22} = q_{33} = 0,328; \quad q_{44} = q_{55} = q_{66} = 0,562; \quad q_{77} = 0,702$$

et enfin pour le critère par la somme  $S$ , qui n'est plus égale au nombre des inconnues par suite de la covariance :

$$(13) \quad S = 3 \times 0,328 + 3 \times 0,562 + 0,702 = 3,37$$

résultat un peu inattendu, comparé à (10).

En d'autres termes, on a pour le critère par  $S$

$$S = [m_i'^2 : m_i^2]_1^n$$

où  $m_i'$  et  $m_i$  sont respectivement les écarts quadratiques (erreurs quadratiques moyennes) *a posteriori* et *a priori* des éléments mesurés (ici  $m_i = m$ , car  $a = 1$ )

$$m_1' = m_2' = m_3' = m\sqrt{0,328} \quad m_4' = m_5' = m_6' = m\sqrt{0,562}$$

$m_7' = m\sqrt{0,702}$  Si  $b = 0$  on a  $S = 3$  (3 inconnues); c'est une propriété caractéristique de la méthode des moindres carrés. Sans cela  $S$  est fonction de  $b$ . ([4] p. 81).

#### Détermination simultanée d'une paire de points par radiotélémétrie

C'est le dernier problème traité ici ; il sera présenté sous une forme extrêmement simple. Les points in-

connus  $A$  et  $B$  sont rattachés linéairement chacun à deux points connus et l'on mesure aussi  $AB$ . Le système résiduel comporte donc cinq équations avec la matrice des coefficients (14) :

$$(14) \quad \begin{matrix} \text{Distances} \\ \text{mesurées} \end{matrix} \quad \begin{matrix} dx & dy & dx' & dy' & \text{Poids} \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} P_1'A & +0,781 & +0,6245 & & 1 \\ P_2'A & -0,781 & +0,6245 & & 1 \\ AB & 0 & +1 & 0 & -1 & 1 \\ P_3'B & & & -0,781 & -0,6245 & 1 \\ P_4'B & & & +0,781 & -0,6245 & 1 \end{vmatrix}$$

Il y a donc quatre inconnues qui sont les corrections à apporter à des valeurs approchées des coordonnées de  $A$  et  $B$  ; un des axes de coordonnées passe par  $AB$ . Par les moindres carrés, la solution est immédiate ; les ellipses d'erreur en  $A$  et  $B$  sont des cercles. Les données du problème furent choisies en conséquence.

Rôle de la covariance. Admettons les matrices symétriques et inverses ci-après pour les comultiplicateurs et les poids *a priori* ; on a encore admis  $b = +0,25$ , ce qui est élevé pour la géodésie.

$$(15) \quad \begin{vmatrix} 1 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ -1 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ - & -1 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ - & - & -1 & 1/4 & 1/4 \\ - & - & - & -1 & 1/4 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{vmatrix} 7/6 & -1/6 & -1/6 & -1/6 & -1/6 \\ - & 7/6 & -1/6 & -1/6 & -1/6 \\ - & - & 7/6 & -1/6 & -1/6 \\ - & - & - & 7/6 & -1/6 \\ - & - & - & - & 7/6 \end{vmatrix}$$

(Les tirets tiennent lieu d'éléments non diagonaux.)

L'équation (6) fut appliquée pour  $n = 5$ . On forme les deux produits matriciels d'après (7'). Le résultat est la matrice (16) :

$$(16) \quad \begin{vmatrix} 1,63 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 1,53 & 0,00 & -0,49 \\ 0,00 & 0,00 & 1,63 & 0,00 \\ 0,00 & -0,49 & 0,00 & 1,53 \end{vmatrix} \quad \text{matrice des équations normales}$$

La suite du calcul est aisée ; les ellipses d'erreur en  $A$  et  $B$  sont faiblement aplaties (rapport des axes = 1,09) ; le grand axe coïncide avec la droite  $AB$ .

Ces exemples de caractère fort élémentaire laissent pressentir des calculs assez complexes si les mesures télémétriques ne peuvent pas être considérées comme mutuellement indépendantes. Les étalonnages qui seront effectués sur le réseau d'Heerbrugg permettront de mieux fixer des normes pour la propagation des erreurs en télémétrie ; ils faciliteront le classement, quant à la précision, des divers appareils présentés sur le marché. Malgré les progrès déjà réalisés, il est prudent de renoncer aux réseaux radiotélémetrés libres ; un minimum de points, déterminés par d'autres méthodes, est désirable pour accroître la précision.

#### LITTÉRATURE

- [1] BLASER, J. P. : *Nouvelles méthodes de mesures de distances*. Schweiz. Zeitschr. f. Vermessung (1959, n° 10).
- [2] VAN DEUREN, P. : *Calcul des probabilités* (Namur, 1935).
- [3] KOLL, O. : *Methode der kleinsten Quadrate* (Springer, Berlin).
- [4] MARCHANT, R. : *La compensation des mesures* (Bruxelles, 1956).
- [5] WOLF, H. : *Ausgleichung von untereinander abhängigen Beobachtungen* (Zeitschr. f. Vermessungswesen, 1958).
- [6] ANSERMET, A. : *A propos d'une forme générale de compensation*.
- [7] — *Le fractionnement des calculs de compensation* (Schweiz. Zeitschr. f. Vermessung, 1959, n° 11 ; 1960, n° 7).