

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 84 (1958)  
**Heft:** 7

**Artikel:** Essais de systématisation de l'étude du réglage d'un groupe hydro-électrique  
**Autor:** Borel, Lucien  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-63485>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

paraissant tous les 15 jours

## ORGANE OFFICIEL

de la Société suisse des ingénieurs et des architectes  
de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes (S.V.I.A.)  
de la Section genevoise de la S.I.A.  
de l'Association des anciens élèves de l'E.P.U.L. (Ecole polytechnique  
de l'Université de Lausanne)  
et des Groupes romands des anciens élèves de l'E.P.F. (Ecole  
polytechnique fédérale de Zurich)

## COMITÉ DE PATRONAGE

Président: J. Calame, ing. à Genève  
Vice-président: † G. Epitoux, arch. à Lausanne

### Membres:

Fribourg: H. Gicot, ing.; M. Waeber, arch.  
Genève: Cl. Grosgrin, arch.; E. Martin, arch.  
Neuchâtel: J. Béguin, arch.; R. Guye, ing.  
Valais: G. de Kalbermatten, ing.; D. Burgener, arch.  
Vaud: A. Chevalley, ing.; A. Gardel, ing.; E. d'Okolski, arch.;  
Ch. Thévenaz, arch.

## CONSEIL D'ADMINISTRATION

de la Société anonyme du « Bulletin technique »  
Président: A. Stucky, ing.  
Membres: M. Bridel; R. Neeser, ing.; P. Waltenpuhl, arch.  
Adresse: Ch. de Roseneck 6, Lausanne

## RÉDACTION

D. Bonnard, ing.  
Rédaction et Edition de la S. A. du « Bulletin technique »  
Tirés à part, renseignements  
Adresse: Case Chauderon 475, Lausanne

## ABONNEMENTS

1 an . . . . .	Suisse Fr. 26.—	Etranger. . . Fr. 30.—
Sociétaires . . .	» » 22.—	» . . . » 27.—
Prix du numéro . . .	» » 1.60	

Chèques postaux: « Bulletin technique de la Suisse romande »,  
N° II. 87 75, Lausanne.

Adresser toutes communications concernant abonnement, changements  
d'adresse, expédition, etc., à: Imprimerie La Concorde, Terreaux 29,  
Lausanne

## ANNONCES

Tarif des annonces:

1/1 page . . . . .	Fr. 275.—
1/2 » . . . . .	» 140.—
1/4 » . . . . .	» 70.—
1/8 » . . . . .	» 35.—

Adresse: Annonces Suisses S. A.  
Place Bel-Air 2. Tél. (021) 22 33 26. Lausanne et succursales



## SOMMAIRE

Essai de systématisation de l'étude du réglage d'un groupe hydro-électrique, par Lucien Borel, professeur à l'E.P.U.L., ingénieur-conseil aux Ateliers de Constructions Mécaniques de Vevey S. A.

Un ouvrage d'art: le pont, par Marcel-D. Mueller, architecte S.I.A., urbaniste D.I.U.P.

Nécrologie: Charles Jambé, ingénieur

Bibliographie — Divers — Les Congrès — Carnet des concours

Documentation générale — Documentation du bâtiment — Service de placement

## ESSAI DE SYSTÉMATISATION DE L'ÉTUDE DU RÉGLAGE D'UN GROUPE HYDRO-ÉLECTRIQUE

par LUCIEN BOREL, professeur à l'E.P.U.L.

ingénieur-conseil aux Ateliers de Constructions Mécaniques de Vevey S.A.

### 1. Introduction

Nombreuses sont les publications concernant d'une part la représentation du fonctionnement d'un groupe hydro-électrique et d'autre part le réglage de ce dernier. Mais, en général, il n'est pas facile d'introduire d'une manière exacte les caractéristiques de fonctionnement dans les équations de réglage du groupe, parce qu'il n'est pas possible d'exprimer ces caractéristiques analytiquement.

Dans ce qui suit, nous proposons une méthode systématique permettant de traiter un problème de réglage quelconque en utilisant les caractéristiques réelles de la machine d'une façon aisée et rigoureuse.

Pour cela, nous avons repensé la représentation des caractéristiques et refondu les équations de réglage. Au cours de ce travail, nous avons été quelquefois amené à rompre avec les symboles de l'hydraulique traditionnelle, de façon à intégrer la turbine hydraulique dans le cadre plus vaste d'une théorie générale des turbomachines. Nous nous excusons de ces infidélités et nous efforcerons chaque fois de justifier par des

arguments scientifiques et techniques l'introduction des notions et des notations nouvelles proposées.

Nous avons un plaisir tout particulier à exprimer ici notre gratitude à M. Pierre de Haller, directeur, pour tous les précieux conseils qu'il nous a prodigués à l'occasion de ce travail.

### 2. Notations, symboles et unités

$s$	$= \frac{S}{R^2}$	= section de référence	en valeur relative
$\mu$		= masse volumique	en $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$R$		= rayon de référence	en m
$N$		= vitesse de rotation	en $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
$k$		= énergie massique nette	en $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
$A$		= ouverture du vannage	en m ou degrés
$\dot{V}$		= débit volumique	en $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
$\dot{E}$		= puissance extérieure	en kW
$T$		= couple extérieur	en $\frac{\text{kJ}}{\text{rad}}$

$U$ = vitesse périphérique	en $\frac{m}{s}$
$C_n$ = vitesse équivalente nette	en $\frac{m}{s}$
$C_m$ = vitesse méridienne moyenne	en $\frac{m}{s}$
$C_e$ = vitesse équivalente extérieure	en $\frac{m}{s}$

L'introduction de la grandeur  $s$  permet, dans tout ce qui suit, de laisser ouvert le choix de la *section de référence*  $S$ . Si l'on songe aux discussions interminables auxquelles donne lieu le choix de  $S$ , cette méthode présente le grand avantage de conduire à des formules dont la structure est indépendante de  $S$ .

La *figure 1* montre le *rayon de référence*  $R$  que nous avons choisi. C'est celui qui correspond à l'intersection de l'arête de sortie de la roue avec la surface extérieure de l'écoulement. Dans le cas particulier des turbines Kaplan, c'est le rayon de la sphère extérieure. Notre choix a été guidé par le fait que, dans une turbo-machine, le régime d'écoulement est essentiellement déterminé par la région de sortie de la roue.

Nous avons admis comme section de référence :

— pour les turbines Francis, Kaplan et hélices :

$$S = \pi (R^2 - R_n^2)$$

où  $S$  est une section située dans un plan perpendiculaire à l'axe de la machine et

$R_n$  le rayon du moyeu ;

— pour les turbines Pelton :

$$S = \pi R_e^2$$

où  $S$  est une section perpendiculaire à l'axe du jet et  $R_e$  le rayon de l'embouchure de l'injecteur.

En effet, si l'on désire étendre les avantages de la similitude des écoulements à des machines qui ne sont pas rigoureusement semblables au point de vue géométrique, il nous paraît indispensable de faire apparaître une section réelle de passage, de sorte que le quotient :

$$\frac{\dot{V}}{S} = C_m$$

représente une vitesse se rapprochant d'une *vitesse méridienne moyenne*.

La section  $S$  proposée est telle que les chiffres caractéristiques adimensionnels définis plus loin varieront d'une façon continue à partir des Francis lentes jusqu'aux Kaplan rapides. Dans le cas particulier représenté par la *figure 1 b* où le plan de référence ne coupe pas l'ogive de la roue à cause du troncage de celle-ci, il nous paraît logique de tenir tout de même compte d'un rayon  $R_n$  obtenu en estimant la forme de l'ogive que l'on aurait pu mettre, c'est-à-dire en tenant compte du sillage probable de la roue. Ainsi sera assurée la continuité à laquelle on doit s'attendre quand on passe progressivement d'un type de machine à un autre.

Néanmoins, comme les opinions sont très partagées au sujet du choix de la section de référence, nous donnons dans le tableau I les différentes valeurs de  $s$  correspondant aux différentes sections  $S$  susceptibles d'être choisies.

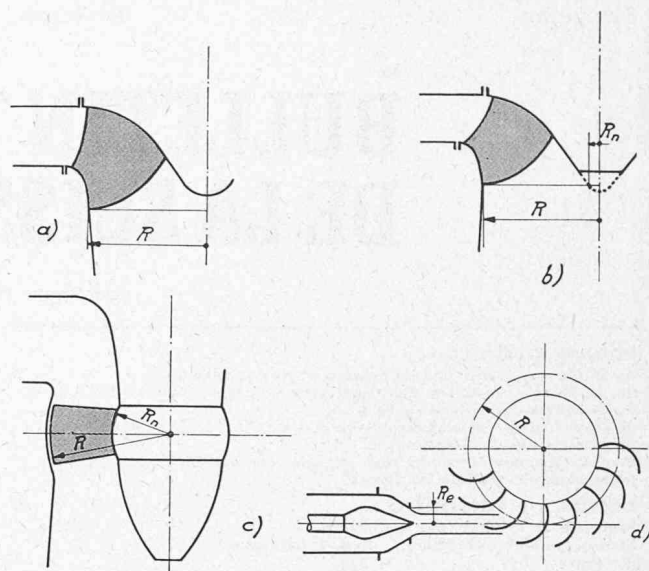


Fig. 1. — Choix de la section de référence d'une turbine hydraulique.

TABLEAU I  
Sections de référence susceptibles d'être choisies en turbo-machines

$S$	$s$	Observations
$\pi(R^2 - R_n^2)$	$\pi(1 - r_n^2)$	$r_n = \frac{R_n}{R}$
$\pi R^2$	$\pi$	
$R^2$	1	
$\pi R_e^2$	$\pi r_e^2$	$r_e = \frac{R_e}{R}$
$2\pi RB$	$2\pi b$	$b = \frac{B}{R}$

(La dernière ligne concerne les pompes et les compresseurs radiaux, pour lesquels  $R$  est le rayon extérieur de la roue et  $B$  la largeur à la sortie de la roue.)

Rompant avec la tradition, nous avons choisi comme *longueur de référence* le rayon  $R$  (au lieu du diamètre  $D = 2R$ ) et nous exprimons la *vitesse de rotation*  $N$  en rad/s (et non en tours/min) pour les raisons suivantes :

a) Une turbo-machine présentant une symétrie axiale, la grandeur géométrique fondamentale est le rayon et non le diamètre.

b) Les relations donnant :

$$\text{la vitesse périphérique : } U = RN$$

$$\text{la puissance extérieure : } \dot{E} = TN$$

$$\text{et la force centrifuge : } F = MRN^2$$

prennent une forme particulièrement heureuse puisqu'elles ne comportent aucun coefficient numérique. Nous pensons qu'il serait regrettable de ne pas profiter de ces circonstances très favorables au point de vue formel.

On nous objectera que le praticien désire mesurer des diamètres et des tours/min. Mais nous répondrons que ce n'est pas le praticien qui spéculer sur la similitude des écoulements, dimensionne une machine et fait les calculs de réglage. Nous pensons qu'il n'est pas difficile de passer du rayon au diamètre et des rad/s aux tours/min lorsque le travail arrive entre les mains du praticien.

En ce qui concerne les énergies, il est logique de considérer les *énergies massiques*, c'est-à-dire les énergies

rapportées à l'unité de masse de fluide traversant la machine. Nous considérons comme une tradition regrettable la division de toutes les énergies massiques par l'accélération terrestre  $g$ . Cet usage conduit à faire figurer  $g$  dans tous les termes où l'accélération terrestre n'a rien à dire (exemples : énergie de pression, énergie cinétique, énergie de frottement) et à faire disparaître  $g$  du seul terme où l'accélération terrestre doit intervenir, c'est-à-dire dans l'énergie potentielle de position. C'est pourquoi nous abandonnons la notion de chute en général et de chute nette  $H_n$  en particulier au profit de la notion d'énergie massique nette :

$$k = gH_n \quad (2)$$

En principe, nous avons, pour un fluide quelconque, compressible ou non :

$$k = - \left[ \int_1^2 \frac{dP}{\mu} + \Delta \frac{C^2}{2} + \Delta gZ \right] \quad (2a)$$

où  $\Delta$  représente l'accroissement entre l'entrée 1 et la sortie 2 de la machine,

$P$  la pression et

$Z$  l'altitude du fluide.

L'expression (2a) est valable aussi bien en thermique qu'en hydraulique.

Dans le cas particulier de l'hydraulique, le fait de considérer le fluide comme pratiquement incompressible, c'est-à-dire d'admettre  $\mu \simeq \text{cte}$ , simplifie les choses et permet d'écrire :

$$k = - \Delta \left( \frac{P}{\mu} + \frac{C^2}{2} + gZ \right)$$

Comme par définition, dans le système classique :

$$H_n = - \Delta \left( \frac{P}{\mu g} + \frac{C^2}{2g} + Z \right)$$

nous avons bien entre  $H_n$  et  $k$  la relation (2) indiquée plus haut.

Nous avons employé pour  $k$  une lettre minuscule conformément à l'usage introduit pour les grandeurs massiques (c'est-à-dire rapportées à l'unité de masse du fluide).

L'emploi des grandeurs  $\dot{V}$  et  $\dot{E}$  découle d'un système de notation où le point rappelle la dérivation par rapport au temps :

$V$ = volume	$\dot{V}$ = débit volumique
$M$ = masse	$\dot{M}$ = débit massique
$E$ = énergie	$\dot{E}$ = puissance
$Q$ = quantité de chaleur	$\dot{Q}$ = flux de chaleur.

Enfin, nous définissons la *vitesse équivalente nette* et la *vitesse équivalente extérieure* par les relations :

$$C_n = \sqrt{2k} \quad (3)$$

$$C_e = \sqrt{2 \frac{\dot{E}}{\mu \dot{V}}} \quad (4)$$

Cela nous permettra d'exprimer toutes les grandeurs fondamentales au moyen de vitesses, selon les relations suivantes :

$$N = \frac{U}{R} \quad (5)$$

$$k = \frac{C_n^2}{2} \quad (6)$$

$$\dot{V} = sR^2 C_m \quad (7)$$

$$\dot{E} = \frac{s\mu R^2 C_m C_e^2}{2} \quad (8)$$

$$T = \frac{s\mu R^3 C_m C_e^2}{2U} \quad (9)$$

Il s'ensuit que nous pourrions exprimer tous les chiffres adimensionnels définis plus loin par des relations ne contenant que les vitesses  $U$ ,  $C_n$ ,  $C_m$  et  $C_e$ . De plus, nous nous sommes arrangés pour que ces relations ne comportent aucun coefficient numérique, ce qui confère aux chiffres correspondants une *signification physique* particulièrement intéressante.

### 3. Chiffres caractéristiques adimensionnels

D'une façon générale, il est toujours possible de former un chiffre adimensionnel à partir d'une grandeur quelconque  $A$ , en la multipliant par trois grandeurs de référence  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  affectées d'exposants convenables, ce qui s'exprime par la relation :

$$A_{XYZ} = \alpha = AaX^xY^yZ^z \quad (10)$$

Nous avons laissé un coefficient numérique «  $a$  », de façon à satisfaire à la propriété mentionnée ci-dessus, selon laquelle  $\alpha$  doit pouvoir s'exprimer par une relation *sans coefficient numérique*, quand celle-ci ne contient que les vitesses  $U$ ,  $C_n$ ,  $C_m$  et  $C_e$ .

D'autre part, en hydraulique, nous allons profiter du fait que la masse volumique  $\mu$  est constante et prendre :

$$X = \mu$$

ce qui réduit à deux le nombre des grandeurs de référence. Nous pouvons alors écrire :

$$A_{YZ} = \alpha = Aa\mu^xY^yZ^z \quad (11)$$

Exemple :

$$\begin{aligned} k_{RN} &= \psi = ka\mu^xR^yN^z \\ &= \frac{C_n^2}{2} a\mu^xR^yU^zR^{-z} \end{aligned}$$

Pour que  $\psi$  soit adimensionnel, il faut :

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= -2 \\ z &= -2 \end{aligned}$$

Pour que  $\psi$  s'exprime en fonction de  $C_n$  et  $U$  par une relation sans coefficient numérique, il faut :

$$a = 2$$

Nous aurons donc finalement :

$$k_{RN} = \psi = k \frac{2}{R^2 N^2} = \frac{C_n^2}{U^2}$$

Nous avons calculé tous les chiffres adimensionnels qu'il est possible de former à partir des grandeurs :

$$R \ N \ k \ \dot{V} \ \dot{E} \ T$$

en prenant les grandeurs de référence deux à deux dans la suite :

$$R \ N \ k \ \dot{V} \ \dot{E}$$

Nous obtenons quarante chiffres caractéristiques adimensionnels découlant de dix systèmes de référence



# Théorie générale des turbomachines

Tableau II  
Chiffres caractéristiques adimensionnels

Système de référence	Symboles		Définition	Signification physique
RN	$k_{RN}$	$\psi$	$k \cdot \frac{2}{R^2 N^2}$	$\frac{C_n^2}{U^2}$
	$\dot{V}_{RN}$	$\varphi$	$\dot{V} \cdot \frac{1}{s R^3 N}$	$\frac{C_m}{U}$
	$\dot{E}_{RN}$	$\lambda$	$\dot{E} \cdot \frac{2}{s \mu R^5 N^3}$	$\frac{C_m C_e^2}{U^3}$
	$T_{RN}$	$\lambda$	$T \cdot \frac{2}{s \mu R^5 N^2}$	$\frac{C_m C_e^2}{U^3}$
Rk	$N_{Rk}$	$\rho$	$N \cdot \frac{R}{\sqrt{2k}}$	$\frac{U}{C_n}$
	$\dot{V}_{Rk}$	$\gamma$	$\dot{V} \cdot \frac{1}{s R^2 \sqrt{2k}}$	$\frac{C_m}{C_n}$
	$\dot{E}_{Rk}$	$\nu$	$\dot{E} \cdot \frac{2}{s \mu R^2 (2k)^{3/2}}$	$\frac{C_m C_e^2}{C_n^3}$
	$T_{Rk}$	$\xi$	$T \cdot \frac{1}{s \mu R^3 k}$	$\frac{C_m C_e^2}{U C_n^2}$
RV	$N_{RV}$	$\alpha_1$	$N \cdot \frac{s R^3}{\dot{V}}$	$\frac{U}{C_m}$
	$k_{RV}$	$\alpha_2$	$k \cdot \frac{2 s^2 R^4}{\dot{V}^2}$	$\frac{C_n^2}{C_m^2}$
	$E_{RV}$	$\alpha_3$	$\dot{E} \cdot \frac{2 s^2 R^4}{\mu \dot{V}^3}$	$\frac{C_e^2}{C_m^2}$
	$T_{RV}$	$\alpha_4$	$T \cdot \frac{2 s R}{\mu \dot{V}^2}$	$\frac{C_e^2}{U C_m}$
RE	$N_{RE}$	$\alpha_5$	$N \cdot \sqrt[3]{\frac{s \mu R^5}{2 \dot{E}}}$	$\frac{U}{C_m^{1/3} C_e^{2/3}}$
	$k_{RE}$	$\alpha_6$	$k \cdot \sqrt[3]{\frac{2 s^2 \mu^2 R^4}{\dot{E}^2}}$	$\frac{C_n^2}{C_m^{2/3} C_e^{4/3}}$
	$\dot{V}_{RE}$	$\alpha_7$	$\dot{V} \cdot \sqrt[3]{\frac{\mu}{2 s^2 R^4 \dot{E}}}$	$\frac{C_m^{2/3}}{C_e^{2/3}}$
	$T_{RE}$	$\alpha_8$	$T \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{s \mu R^5 \dot{E}^2}}$	$\frac{C_m^{1/3} C_e^{2/3}}{U}$
Nk	$R_{Nk}$	$\rho$	$R \cdot \frac{N}{\sqrt{2k}}$	$\frac{U}{C_n}$
	$\dot{V}_{Nk}$	$\mathcal{L}$	$\dot{V} \cdot \frac{N^2}{s (2k)^{3/2}}$	$\frac{U^2 C_m}{C_n^3}$
	$\dot{E}_{Nk}$	$\theta$	$\dot{E} \cdot \frac{2 N^2}{s \mu (2k)^{5/2}}$	$\frac{U^2 C_m C_e^2}{C_n^5}$
	$T_{Nk}$	$\theta$	$T \cdot \frac{2 N^3}{s \mu (2k)^{5/2}}$	$\frac{U^2 C_m C_e^2}{C_n^5}$

# Théorie générale des turbomachines

Tableau III

Relations entre les chiffres caractéristiques adimensionnels

Système de référence	RN	Rk	RV	RE	Nk	NV	NE	kV	kE	VE
k	$\psi$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_1^2}$	$\frac{\alpha_6}{\alpha_5^2}$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{\alpha_{10}}{\alpha_9^2}$	$\frac{\alpha_{13}}{\alpha_{12}^2}$	$\frac{1}{\delta^2 \varepsilon^2}$	$\frac{1}{\alpha_{15}^2 \omega^2}$	$\frac{\alpha_{16}}{\alpha_{18}^2 \alpha_{19}^2}$
V	$\varphi$	$\frac{\tau}{s}$	$\frac{1}{\alpha_1}$	$\frac{\alpha_7}{\alpha_5}$	$\frac{\partial e}{s^3}$	$\frac{1}{\alpha_9^3}$	$\frac{\alpha_{14}}{\alpha_{12}^3}$	$\frac{1}{\delta^3 \varepsilon}$	$\frac{\alpha_{16}}{\alpha_{15}^3 \omega}$	$\frac{1}{\alpha_{18}^3 \alpha_{19}}$
E	$\lambda$	$\frac{\nu}{s^3}$	$\frac{\alpha_3}{\alpha_1^3}$	$\frac{1}{\alpha_5^3}$	$\frac{\theta}{s^5}$	$\frac{\alpha_{11}}{\alpha_9^5}$	$\frac{1}{\alpha_{12}^5}$	$\frac{\eta}{\delta^5 \varepsilon^3}$	$\frac{1}{\alpha_{15}^5 \omega^3}$	$\frac{1}{\alpha_{18}^5 \alpha_{19}^3}$
T	$\lambda$	$\frac{\nu}{s^3}$	$\frac{\alpha_3}{\alpha_1^3}$	$\frac{1}{\alpha_5^3}$	$\frac{\theta}{s^5}$	$\frac{\alpha_{11}}{\alpha_9^5}$	$\frac{1}{\alpha_{12}^5}$	$\frac{\eta}{\delta^5 \varepsilon^3}$	$\frac{1}{\alpha_{15}^5 \omega^3}$	$\frac{1}{\alpha_{18}^5 \alpha_{19}^3}$
N	$\frac{1}{\psi^{1/2}}$	s	$\frac{\alpha_1}{\alpha_2^{1/2}}$	$\frac{\alpha_5}{\alpha_6^{1/2}}$	s	$\frac{\alpha_9}{\alpha_{10}^{1/2}}$	$\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{13}^{1/2}}$	$\delta \varepsilon$	$\alpha_{15} \omega$	$\frac{\alpha_{18} \alpha_{19}}{\alpha_{16}^{1/2}}$
V	$\frac{\varphi}{\psi^{1/2}}$	$\tau$	$\frac{1}{\alpha_2^{1/2}}$	$\frac{\alpha_7}{\alpha_6^{1/2}}$	$\frac{\partial e}{s^2}$	$\frac{1}{\alpha_9^2 \alpha_{10}^{1/2}}$	$\frac{\alpha_{14}}{\alpha_{12}^2 \alpha_{13}^{1/2}}$	$\frac{1}{\delta^2}$	$\frac{\alpha_{16}}{\alpha_{15}^2}$	$\frac{1}{\alpha_{16}^{1/2} \alpha_{18}^2}$
E	$\frac{\lambda}{\psi^{3/2}}$	$\nu$	$\frac{\alpha_3}{\alpha_2^{3/2}}$	$\frac{1}{\alpha_6^{3/2}}$	$\frac{\theta}{s^2}$	$\frac{\alpha_{11}}{\alpha_9^2 \alpha_{10}^{3/2}}$	$\frac{1}{\alpha_{12}^2 \alpha_{13}^{3/2}}$	$\frac{\eta}{\delta^2}$	$\frac{1}{\alpha_{15}^2}$	$\frac{1}{\alpha_{16}^{3/2} \alpha_{18}^2}$
T	$\frac{\lambda}{\psi}$	$\xi = \frac{\nu}{s}$	$\frac{\alpha_3}{\alpha_1 \alpha_2}$	$\frac{1}{\alpha_5 \alpha_6}$	$\frac{\theta}{s^3}$	$\frac{\alpha_{11}}{\alpha_9^3 \alpha_{10}}$	$\frac{1}{\alpha_{12}^3 \alpha_{13}}$	$\frac{\eta}{\delta^3 \varepsilon}$	$\frac{1}{\alpha_{15}^3 \omega}$	$\frac{1}{\alpha_{16} \alpha_{18}^3 \alpha_{19}}$
N	$\frac{1}{\varphi}$	$\frac{s}{\tau}$	$\alpha_1$	$\frac{\alpha_5}{\alpha_7}$	$\frac{s^3}{\partial e}$	$\alpha_9^3$	$\frac{\alpha_{12}^3}{\alpha_{14}}$	$\delta^3 \varepsilon$	$\frac{\alpha_{15}^3 \omega}{\alpha_{16}}$	$\alpha_{18}^3 \alpha_{19}$
k	$\frac{\psi}{\varphi^2}$	$\frac{1}{\tau^2}$	$\alpha_2$	$\frac{\alpha_6}{\alpha_7^2}$	$\frac{s^4}{\partial e^2}$	$\alpha_9^4 \alpha_{10}$	$\frac{\alpha_{12}^4 \alpha_{13}}{\alpha_{14}^2}$	$\delta^4$	$\frac{\alpha_{15}^4}{\alpha_{16}^2}$	$\alpha_{16} \alpha_{18}^4$
E	$\frac{\lambda}{\varphi^3}$	$\frac{\nu}{\tau^3}$	$\alpha_3$	$\frac{1}{\alpha_7^3}$	$\frac{s^4 \theta}{\partial e^3}$	$\alpha_9^4 \alpha_{11}$	$\frac{\alpha_{12}^4}{\alpha_{14}^3}$	$\delta^4 \eta$	$\frac{\alpha_{15}^4}{\alpha_{16}^3}$	$\alpha_{18}^4$
T	$\frac{\lambda}{\varphi^2}$	$\frac{\nu}{s \tau^2}$	$\alpha_4 = \frac{\alpha_3}{\alpha_1}$	$\frac{1}{\alpha_5 \alpha_7^2}$	$\frac{s \theta}{\partial e^2}$	$\alpha_9 \alpha_{11}$	$\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{14}^2}$	$\frac{\delta \eta}{\varepsilon}$	$\frac{\alpha_{15}}{\omega \alpha_{16}^2}$	$\frac{\alpha_{18}}{\alpha_{19}}$
N	$\frac{1}{\lambda^{1/3}}$	$\frac{s}{\nu^{1/3}}$	$\frac{\alpha_1}{\alpha_3^{1/3}}$	$\alpha_5$	$\frac{s^{5/3}}{\theta^{1/3}}$	$\frac{\alpha_9^{5/3}}{\alpha_{11}^{1/3}}$	$\alpha_{12}^{5/3}$	$\frac{\delta^{5/3} \varepsilon}{\eta^{1/3}}$	$\alpha_{15}^{5/3} \omega$	$\alpha_{18}^{5/3} \alpha_{19}$
k	$\frac{\psi}{\lambda^{2/3}}$	$\frac{1}{\nu^{2/3}}$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_3^{2/3}}$	$\alpha_6$	$\frac{s^{4/3}}{\theta^{2/3}}$	$\frac{\alpha_9^{4/3} \alpha_{10}}{\alpha_{11}^{2/3}}$	$\alpha_{12}^{4/3} \alpha_{13}$	$\frac{\delta^{4/3}}{\eta^{2/3}}$	$\alpha_{15}^{4/3}$	$\alpha_{16} \alpha_{18}^{4/3}$
V	$\frac{\varphi}{\lambda^{1/3}}$	$\frac{\tau}{\nu^{1/3}}$	$\frac{1}{\alpha_3^{1/3}}$	$\alpha_7$	$\frac{\partial e}{s^{4/3} \theta^{1/3}}$	$\frac{1}{\alpha_9^{4/3} \alpha_{11}^{1/3}}$	$\frac{\alpha_{14}}{\alpha_{12}^{4/3}}$	$\frac{1}{\delta^{4/3} \eta^{1/3}}$	$\frac{\alpha_{16}}{\alpha_{15}^{4/3}}$	$\frac{1}{\alpha_{18}^{4/3}}$
T	$\lambda^{1/3}$	$\frac{\nu}{s}$	$\frac{\alpha_3^{1/3}}{\alpha_1}$	$\alpha_8 = \frac{1}{\alpha_5}$	$\frac{\theta^{1/3}}{s^{5/3}}$	$\frac{\alpha_{11}^{1/3}}{\alpha_9^{5/3}}$	$\frac{1}{\alpha_{12}^{5/3}}$	$\frac{\eta^{1/3}}{\delta^{5/3} \varepsilon}$	$\frac{1}{\alpha_{15}^{5/3} \omega}$	$\frac{1}{\alpha_{18}^{5/3} \alpha_{19}}$
R	$\frac{1}{\psi^{1/2}}$	s	$\frac{\alpha_1}{\alpha_2^{1/2}}$	$\frac{\alpha_5}{\alpha_6^{1/2}}$	s	$\frac{\alpha_9}{\alpha_{10}^{1/2}}$	$\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{13}^{1/2}}$	$\delta \varepsilon$	$\alpha_{15} \omega$	$\frac{\alpha_{18} \alpha_{19}}{\alpha_{16}^{1/2}}$
V	$\frac{\varphi}{\psi^{3/2}}$	$s^2 \tau$	$\frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^{3/2}}$	$\frac{\alpha_5^2 \alpha_7}{\alpha_6^{3/2}}$	$\partial e$	$\frac{1}{\alpha_{10}^{3/2}}$	$\frac{\alpha_{14}}{\alpha_{13}^{3/2}}$	$\varepsilon^2$	$\omega^2 \alpha_{16}$	$\frac{\alpha_{19}^2}{\alpha_{16}^{3/2}}$
E	$\frac{\lambda}{\psi^{5/2}}$	$s^2 \nu$	$\frac{\alpha_1^2 \alpha_3}{\alpha_2^{5/2}}$	$\frac{\alpha_5^2}{\alpha_6^{5/2}}$	$\theta$	$\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{10}^{5/2}}$	$\frac{1}{\alpha_{13}^{5/2}}$	$\varepsilon^2 \eta$	$\omega^2$	$\frac{\alpha_{19}^2}{\alpha_{16}^{5/2}}$
T	$\frac{\lambda}{\psi^{5/2}}$	$s^2 \nu$	$\frac{\alpha_1^2 \alpha_3}{\alpha_2^{5/2}}$	$\frac{\alpha_5^2}{\alpha_6^{5/2}}$	$\theta$	$\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{10}^{5/2}}$	$\frac{1}{\alpha_{13}^{5/2}}$	$\varepsilon^2 \eta$	$\omega^2$	$\frac{\alpha_{19}^2}{\alpha_{16}^{5/2}}$

# Théorie générale des turbomachines

## Tableau II Chiffres caractéristiques adimensionnels

Système de référence	Symboles		Définition	Signification physique
$N\dot{V}$	$R_{N\dot{V}}$	$\alpha_9$	$R \cdot \sqrt[3]{\frac{s N}{\dot{V}}}$	$\frac{U^{1/3}}{C_m^{1/3}}$
	$k_{N\dot{V}}$	$\alpha_{10}$	$k \cdot \sqrt[3]{\frac{8 s^2}{N^4 \dot{V}^2}}$	$\frac{C_n^2}{U^{4/3} C_m^{2/3}}$
	$\dot{E}_{N\dot{V}}$	$\alpha_{11}$	$\dot{E} \cdot \sqrt[3]{\frac{8 s^2}{\mu^3 N^4 \dot{V}^5}}$	$\frac{C_e^2}{U^{4/3} C_m^{2/3}}$
	$T_{N\dot{V}}$	$\alpha_{11}$	$T \cdot \sqrt[3]{\frac{8 s^2}{\mu^3 N \dot{V}^5}}$	$\frac{C_e^2}{U^{4/3} C_m^{2/3}}$
$N\dot{E}$	$R_{N\dot{E}}$	$\alpha_{12}$	$R \cdot \sqrt[5]{\frac{s \mu N^3}{2 \dot{E}}}$	$\frac{U^{3/5}}{C_m^{1/5} C_e^{2/5}}$
	$k_{N\dot{E}}$	$\alpha_{13}$	$k \cdot \sqrt[5]{\frac{8 s^2 \mu^2}{N^4 \dot{E}^2}}$	$\frac{C_n^2}{U^{4/5} C_m^{2/5} C_e^{4/5}}$
	$\dot{V}_{N\dot{E}}$	$\alpha_{14}$	$\dot{V} \cdot \sqrt[5]{\frac{\mu^3 N^4}{8 s^2 \dot{E}^3}}$	$\frac{U^{4/5} C_m^{2/5}}{C_e^{6/5}}$
	$T_{N\dot{E}}$	1	$T \cdot \frac{N}{\dot{E}}$	1
$k\dot{V}$	$R_{k\dot{V}}$	$\delta$	$R \cdot \sqrt{\frac{s (2k)^{1/2}}{\dot{V}}}$	$\frac{C_n^{1/2}}{C_m^{1/2}}$
	$N_{k\dot{V}}$	$\varepsilon$	$N \cdot \sqrt{\frac{\dot{V}}{s (2k)^{3/2}}}$	$\frac{U C_m^{1/2}}{C_n^{3/2}}$
	$\dot{E}_{k\dot{V}}$	$\eta$	$\dot{E} \cdot \frac{1}{\mu \dot{V} k}$	$\frac{C_e^2}{C_n^2}$
	$T_{k\dot{V}}$	$\zeta$	$T \cdot \sqrt{\frac{4 s}{\mu^2 (2k)^{1/2} \dot{V}^3}}$	$\frac{C_e^2}{U C_n^{1/2} C_m^{1/2}}$
$k\dot{E}$	$R_{k\dot{E}}$	$\alpha_{15}$	$R \cdot \sqrt{\frac{s \mu (2k)^{3/2}}{2 \dot{E}}}$	$\frac{C_n^{3/2}}{C_m^{1/2} C_e}$
	$N_{k\dot{E}}$	$\omega$	$N \cdot \sqrt{\frac{2 \dot{E}}{s \mu (2k)^{5/2}}}$	$\frac{U C_m^{1/2} C_e}{C_n^{5/2}}$
	$V_{k\dot{E}}$	$\alpha_{16}$	$\dot{V} \cdot \frac{\mu k}{\dot{E}}$	$\frac{C_n^2}{C_e^2}$
	$T_{k\dot{E}}$	$\alpha_{17}$	$T \cdot \sqrt{\frac{s \mu (2k)^{5/2}}{2 \dot{E}^3}}$	$\frac{C_n^{5/2}}{U C_m^{1/2} C_e}$
$\dot{V}\dot{E}$	$R_{\dot{V}\dot{E}}$	$\alpha_{18}$	$R \cdot \sqrt[4]{\frac{2 s^2 \dot{E}}{\mu \dot{V}^3}}$	$\frac{C_e^{1/2}}{C_m^{1/2}}$
	$N_{\dot{V}\dot{E}}$	$\alpha_{19}$	$N \cdot \sqrt[4]{\frac{\mu^3 \dot{V}^5}{8 s^2 \dot{E}^3}}$	$\frac{U C_m^{1/2}}{C_e^{3/2}}$
	$k_{\dot{V}\dot{E}}$	$\alpha_{16}$	$k \cdot \frac{\mu \dot{V}}{\dot{E}}$	$\frac{C_n^2}{C_e^2}$
	$T_{\dot{V}\dot{E}}$	$\alpha_{20}$	$T \cdot \sqrt[4]{\frac{8 s^2}{\mu^3 \dot{V}^5 \dot{E}}}$	$\frac{C_e^{3/2}}{U C_m^{1/2}}$



# Théorie générale des turbomachines

**Tableau III**  
**Relations entre les chiffres caractéristiques adimensionnels**

Système de référence	$RN$	$Rk$	$R\dot{V}$	$RE$	$Nk$	$N\dot{V}$	$NE$	$k\dot{V}$	$kE$	$\dot{V}E$
$R$	$\frac{1}{\varphi^{1/3}}$	$\frac{g^{1/3}}{\tau^{1/3}}$	$\alpha_1^{1/3}$	$\frac{\alpha_5^{1/3}}{d_7^{1/3}}$	$\frac{g}{2e^{1/3}}$	$\alpha_9$	$\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{14}^{1/3}}$	$\delta \varepsilon^{1/3}$	$\frac{\alpha_{15} \omega^{1/3}}{\alpha_{16}^{1/3}}$	$\alpha_{18} \alpha_{19}^{1/3}$
$k$	$\frac{\psi}{\varphi^{2/3}}$	$\frac{1}{g^{4/3} \tau^{2/3}}$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_1^{4/3}}$	$\frac{\alpha_6}{\alpha_5^{4/3} \alpha_7^{2/3}}$	$\frac{1}{2e^{2/3}}$	$\alpha_{10}$	$\frac{\alpha_{13}}{\alpha_{14}^{2/3}}$	$\frac{1}{\varepsilon^{4/3}}$	$\frac{1}{\omega^{4/3} \alpha_{16}^{2/3}}$	$\frac{\alpha_{16}}{\alpha_{19}^{4/3}}$
$\dot{E}$	$\frac{\lambda}{\varphi^{5/3}}$	$\frac{\nu}{g^{4/3} \tau^{5/3}}$	$\frac{\alpha_3}{\alpha_1^{4/3}}$	$\frac{1}{\alpha_5^{4/3} \alpha_7^{5/3}}$	$\frac{\theta}{2e^{5/3}}$	$\alpha_{11}$	$\frac{1}{\alpha_{14}^{5/3}}$	$\frac{\eta}{\varepsilon^{4/3}}$	$\frac{1}{\omega^{4/3} \alpha_{16}^{5/3}}$	$\frac{1}{\alpha_{19}^{4/3}}$
$T$	$\frac{\lambda}{\varphi^{5/3}}$	$\frac{\nu}{g^{4/3} \tau^{5/3}}$	$\frac{\alpha_3}{\alpha_1^{4/3}}$	$\frac{1}{\alpha_5^{4/3} \alpha_7^{5/3}}$	$\frac{\theta}{2e^{5/3}}$	$\alpha_{11}$	$\frac{1}{\alpha_{14}^{5/3}}$	$\frac{\eta}{\varepsilon^{4/3}}$	$\frac{1}{\omega^{4/3} \alpha_{16}^{5/3}}$	$\frac{1}{\alpha_{19}^{4/3}}$
$R$	$\frac{1}{\lambda^{1/5}}$	$\frac{g^{3/5}}{\nu^{1/5}}$	$\frac{\alpha_1^{3/5}}{\alpha_3^{1/5}}$	$\alpha_5^{3/5}$	$\frac{g}{\theta^{1/5}}$	$\frac{\alpha_9}{\alpha_{11}^{1/5}}$	$\alpha_{12}$	$\frac{\delta \varepsilon^{3/5}}{\eta^{1/5}}$	$\alpha_{15} \omega^{3/5}$	$\alpha_{18} \alpha_{19}^{3/5}$
$k$	$\frac{\psi}{\lambda^{1/5}}$	$\frac{1}{g^{4/5} \nu^{2/5}}$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_1^{4/5} \alpha_3^{2/5}}$	$\frac{\alpha_6}{\alpha_5^{4/5}}$	$\frac{1}{\theta^{2/5}}$	$\frac{\alpha_{10}}{\alpha_{11}^{2/5}}$	$\alpha_{13}$	$\frac{1}{\varepsilon^{4/5} \eta^{2/5}}$	$\frac{1}{\omega^{4/5}}$	$\frac{\alpha_{16}}{\alpha_{19}^{4/5}}$
$\dot{V}$	$\frac{\varphi}{\lambda^{3/5}}$	$\frac{g^{4/5} \tau}{\nu^{3/5}}$	$\frac{\alpha_1^{4/5}}{\alpha_3^{3/5}}$	$\alpha_5^{4/5} \alpha_7$	$\frac{2e}{\theta^{3/5}}$	$\frac{1}{\alpha_{11}^{3/5}}$	$\alpha_{14}$	$\frac{\varepsilon^{4/5}}{\eta^{3/5}}$	$\omega^{4/5} \alpha_{16}$	$\alpha_{19}^{4/5}$
$T$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$R$	$\frac{\psi^{1/4}}{\varphi^{1/2}}$	$\frac{1}{\tau^{1/2}}$	$\alpha_2^{1/4}$	$\frac{\alpha_6^{1/4}}{\alpha_7^{1/2}}$	$\frac{g}{2e^{1/2}}$	$\alpha_9 \alpha_{10}^{1/4}$	$\frac{\alpha_{12} \alpha_{13}^{1/4}}{\alpha_{14}^{1/2}}$	$\delta$	$\frac{\alpha_{15}}{\alpha_{16}^{1/2}}$	$\alpha_{16}^{1/4} \alpha_{18}$
$N$	$\frac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}}$	$g \tau^{1/2}$	$\frac{\alpha_1}{\alpha_2^{3/4}}$	$\frac{\alpha_5 \alpha_7^{1/2}}{\alpha_6^{3/4}}$	$2e^{1/2}$	$\frac{1}{\alpha_{10}^{3/4}}$	$\frac{\alpha_{14}^{1/2}}{\alpha_{13}^{3/4}}$	$\varepsilon$	$\omega \alpha_{16}^{1/2}$	$\frac{\alpha_{19}}{\alpha_{16}^{3/4}}$
$\dot{E}$	$\frac{\lambda}{\psi \varphi}$	$\frac{\nu}{\tau}$	$\frac{\alpha_3}{\alpha_2}$	$\frac{1}{\alpha_6 \alpha_7}$	$\frac{\theta}{2e}$	$\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{10}}$	$\frac{1}{\alpha_{13} \alpha_{14}}$	$\eta$	$\frac{1}{\alpha_{16}}$	$\frac{1}{\alpha_{16}}$
$T$	$\frac{\lambda}{\psi^{1/4} \varphi^{3/2}}$	$\frac{\nu}{g \tau^{1/2}}$	$\frac{\alpha_3}{\alpha_1 \alpha_2^{1/4}}$	$\frac{1}{\alpha_5 \alpha_6^{1/4} \alpha_7^{3/2}}$	$\frac{\theta}{2e^{3/2}}$	$\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{10}^{1/4}}$	$\frac{1}{\alpha_{13}^{1/4} \alpha_{14}^{3/2}}$	$\zeta = \frac{\eta}{\varepsilon}$	$\frac{1}{\omega \alpha_{16}^{3/2}}$	$\frac{1}{\alpha_{16}^{1/4} \alpha_{19}}$
$R$	$\frac{\psi^{3/4}}{\lambda^{1/2}}$	$\frac{1}{\nu^{1/2}}$	$\frac{\alpha_2^{3/4}}{\alpha_3^{1/2}}$	$\alpha_6^{3/4}$	$\frac{g}{\theta^{1/2}}$	$\frac{\alpha_9 \alpha_{10}^{3/4}}{\alpha_{11}^{1/2}}$	$\alpha_{12} \alpha_{13}^{3/4}$	$\frac{\delta}{\eta^{1/2}}$	$\alpha_{15}$	$\alpha_{16}^{3/4} \alpha_{18}$
$N$	$\frac{\lambda^{1/2}}{\psi^{5/4}}$	$g \nu^{1/2}$	$\frac{\alpha_1 \alpha_3^{1/2}}{\alpha_2^{5/4}}$	$\frac{\alpha_5}{\alpha_6^{5/4}}$	$\theta^{1/2}$	$\frac{\alpha_{11}^{1/2}}{\alpha_{10}^{5/4}}$	$\frac{1}{\alpha_{13}^{5/4}}$	$\varepsilon \eta^{1/2}$	$\omega$	$\frac{\alpha_{19}}{\alpha_{16}^{5/4}}$
$\dot{V}$	$\frac{\psi \varphi}{\lambda}$	$\frac{\tau}{\nu}$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_3}$	$\alpha_6 \alpha_7$	$\frac{2e}{\theta}$	$\frac{\alpha_{10}}{\alpha_{11}}$	$\alpha_{13} \alpha_{14}$	$\frac{1}{\eta}$	$\alpha_{16}$	$\alpha_{16}$
$T$	$\frac{\psi^{5/4}}{\lambda^{1/2}}$	$\frac{1}{g \nu^{1/2}}$	$\frac{\alpha_2^{5/4}}{\alpha_1 \alpha_3^{1/2}}$	$\frac{\alpha_6^{5/4}}{\alpha_5}$	$\frac{1}{\theta^{1/2}}$	$\frac{\alpha_{10}^{5/4}}{\alpha_{11}^{1/2}}$	$\alpha_{13}^{5/4}$	$\frac{1}{\varepsilon \eta^{1/2}}$	$\alpha_{17} = \frac{1}{\omega}$	$\frac{\alpha_{16}^{5/4}}{\alpha_{19}}$
$R$	$\frac{\lambda^{1/4}}{\varphi^{3/4}}$	$\frac{\nu^{1/4}}{\tau^{3/4}}$	$\alpha_3^{1/4}$	$\frac{1}{\alpha_7^{3/4}}$	$\frac{g \theta^{1/4}}{2e^{3/4}}$	$\alpha_9 \alpha_{11}^{1/4}$	$\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{14}^{3/4}}$	$\delta \eta^{1/4}$	$\frac{\alpha_{15}}{\alpha_{16}^{3/4}}$	$\alpha_{18}$
$N$	$\frac{\varphi^{5/4}}{\lambda^{3/4}}$	$\frac{g \tau^{5/4}}{\nu^{3/4}}$	$\frac{\alpha_1}{\alpha_3^{3/4}}$	$\alpha_5 \alpha_7^{5/4}$	$\frac{2e^{5/4}}{\theta^{3/4}}$	$\frac{1}{\alpha_{11}^{3/4}}$	$\alpha_{14}^{5/4}$	$\frac{\varepsilon}{\eta^{3/4}}$	$\omega \alpha_{16}^{5/4}$	$\alpha_{19}$
$k$	$\frac{\psi \varphi}{\lambda}$	$\frac{\tau}{\nu}$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_3}$	$\alpha_6 \alpha_7$	$\frac{2e}{\theta}$	$\frac{\alpha_{10}}{\alpha_{11}}$	$\alpha_{13} \alpha_{14}$	$\frac{1}{\eta}$	$\alpha_{16}$	$\alpha_{16}$
$T$	$\frac{\lambda^{3/4}}{\varphi^{5/4}}$	$\frac{\nu^{3/4}}{g \tau^{5/4}}$	$\frac{\alpha_3^{3/4}}{\alpha_1}$	$\frac{1}{\alpha_5 \alpha_7^{5/4}}$	$\frac{\theta^{3/4}}{2e^{5/4}}$	$\alpha_{11}^{3/4}$	$\frac{1}{\alpha_{14}^{5/4}}$	$\frac{\eta^{3/4}}{\varepsilon}$	$\frac{1}{\omega \alpha_{16}^{5/4}}$	$\alpha_{20} \frac{1}{\alpha_{19}}$



liés aux grandeurs  $Y$  et  $Z$ . Tous ces chiffres figurent dans le tableau II avec leurs symboles, leur formule de définition et leur relation de signification physique.

Nous proposons deux symboles pour chaque chiffre caractéristique adimensionnel et les justifions ainsi :

- Quand on parle d'un chiffre ou qu'on le porte sur un diagramme, il faut un symbole qui rappelle clairement la genèse de ce chiffre. Dans ce cas, le symbole  $ARZ$  répond parfaitement à cette exigence, alors que le symbole  $\alpha$  est peu clair.
- Quand on effectue des calculs avec ce chiffre, il faut un symbole qui soit aussi léger que possible. Dans ce cas, le symbole  $\alpha$  convient très bien, alors que le symbole  $ARZ$  est beaucoup trop lourd.

Il est évident que certains des chiffres calculés font double emploi avec d'autres ou ne présentent pas d'intérêt pratique. Nous les avons néanmoins donnés par souci de systématique.

Ne disposant pas de quarante signes grecs, nous avons réservé aux chiffres principaux les signes à disposition, tandis que nous avons attribué aux autres le caractère  $\alpha$  muni d'un indice.

Afin de faciliter le raccord entre ce travail et l'hydraulique traditionnelle, nous indiquons ci-après la correspondance entre les chiffres proposés et les chiffres déjà connus en hydraulique :

Vitesse spécifique	$n_{11} \sim N_{Rk} = \rho$
Débit	$q_{11} \sim \dot{V}_{Rk} = \tau$
Puissance	$N_{11} \sim \dot{E}_{Rk} = \nu$
Couple	$C_{11} \sim T_{Rk} = \xi$
Vitesse	$n_q \sim N_k \dot{V} = \varepsilon$
Vitesse	$n_s \sim N_k \dot{E} = \omega$
Rendement	$\eta = \dot{E}_k \dot{V} = \eta$

On objectera peut-être que l'introduction d'un si grand nombre de chiffres caractéristiques adimensionnels complique la situation et embrouille les esprits. Nous pensons au contraire que la considération de tous les chiffres possibles doit permettre d'utiliser à fond les ressources de la similitude. D'autre part, il ne doit pas se présenter de difficultés si ces chiffres sont définis d'une façon absolument claire et si l'on connaît une fois pour toutes les relations qui les lient entre eux. C'est pourquoi nous avons calculé d'une manière systématique toutes les relations qui existent entre les chiffres caractéristiques adimensionnels définis dans le tableau II. Ces relations font l'objet du tableau III qui permet de passer instantanément d'un système de référence à un autre.

#### 4. Représentation des caractéristiques de fonctionnement d'une turbine

Le comportement d'une turbine, en régime permanent et en dehors des phénomènes de cavitation, est entièrement déterminé par deux relations dont l'une lie les trois premiers chiffres d'un système de référence (le couple s'en déduisant immédiatement) et dont l'autre lie deux de ces chiffres à l'ouverture  $A$  du vannage de la turbine. Par exemple, la représentation à l'aide du système de référence  $RN$  s'exprime par les relations implicites :

$$\begin{aligned} F(\psi, \phi, \lambda) &= 0 \\ F(\psi, \phi, A) &= 0 \end{aligned}$$

qui se traduisent par deux surfaces dans un système de représentation en coordonnées cartésiennes spatiales.

Il est commode d'utiliser la représentation paramétrique de façon à tout représenter sur un plan. On aura par exemple :

$$\begin{aligned} \psi &= f(\phi) \text{ avec } \lambda \text{ comme paramètre ;} \\ \psi &= f(\phi) \text{ avec } A \text{ comme paramètre.} \end{aligned}$$

En pratique, il est intéressant de substituer à  $\lambda$  une combinaison de  $\psi$ ,  $\phi$  et  $\lambda$  qui n'est autre que :

$$\eta = \frac{\lambda}{\psi \phi}$$

de sorte que l'on aura finalement :

$$\begin{aligned} \psi &= f(\phi) \text{ avec } \eta \text{ comme paramètre} \\ \psi &= f(\phi) \text{ avec } A \text{ comme paramètre} \end{aligned} \quad (12)$$

la première de ces relations donnant lieu à ce que l'on appelle la *colline de rendement*, et la deuxième à la *colline d'ouverture* (fig. 2).

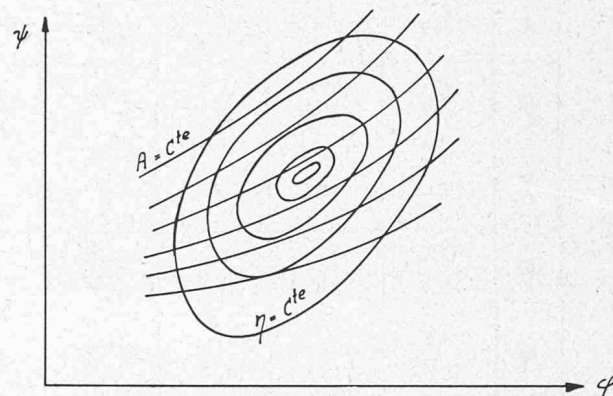


Fig. 2. — Représentation des caractéristiques hydrauliques d'une turbine dans le système de référence  $RN$ .

Il semble bien que cette représentation soit la plus opportune en matière de turbo-machine en général et de turbine hydraulique en particulier. En effet, une turbine hydraulique en service est caractérisée par un rayon  $R$  évidemment constant et par une vitesse  $N$  sensiblement constante. Dès lors, le praticien pourra immédiatement graduer l'échelle des  $\psi$  en énergie massique nette  $k \frac{J}{kg}$  et l'échelle des  $\phi$  en débit volumique  $\dot{V} \frac{m^3}{s}$ . Il pourra alors examiner directement quelle est l'influence de la variation des plans d'eau amont et aval sur le fonctionnement de la machine.

#### 5. Paramètres fondamentaux de réglage

Dans ce qui suit, nous nous proposons essentiellement d'examiner le problème de stabilité d'un groupe hydro-électrique. Soit  $O$  le point du diagramme caractérisant le régime permanent de la turbine. Il est bien entendu que, afin de conserver à notre méthode son caractère général, nous ne faisons aucune hypothèse restrictive et admettons que le point  $O$  est un point quelconque du diagramme (fig. 3).

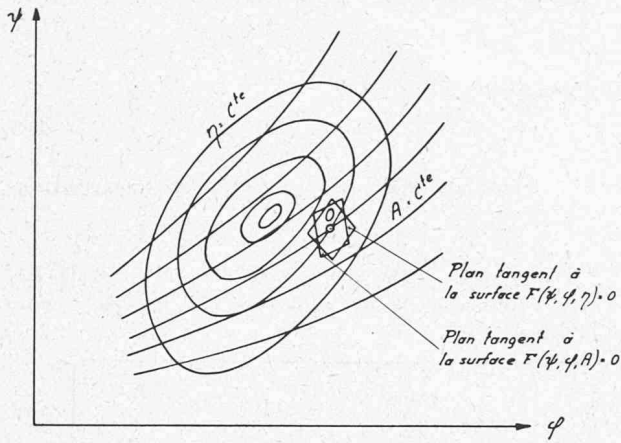


Fig. 3. — Choix des paramètres fondamentaux de réglage autour d'un point  $O$  de régime permanent.

Le fait de considérer un problème de stabilité conduit à admettre que toutes les grandeurs varient en restant voisines de leur valeur de régime permanent. Ceci nous autorise à négliger les infiniment petits d'ordre supérieur, c'est-à-dire à ne retenir que le premier terme du développement en série de ces grandeurs autour du point  $O$  de régime permanent. C'est le *procédé de linéarisation*, bien connu, qui revient à remplacer, dans le voisinage du point  $O$  de régime permanent, toute courbe par sa tangente et toute surface par son plan tangent.

En particulier, le comportement de la turbine, au point de vue de la stabilité, sera entièrement déterminé par deux plans tangents, au point  $O$ , aux surfaces :

$$\begin{aligned} F(\psi, \phi, \eta) &= 0 \\ F(\psi, \phi, A) &= 0 \end{aligned}$$

Or, l'orientation de chaque plan est déterminée par deux coefficients angulaires. Donc, *théoriquement*, il doit être suffisant de connaître quatre coefficients angulaires pour traiter exactement n'importe quel problème de stabilité autour d'un point déterminé de régime permanent.

La question épineuse est de choisir ces quatre coefficients angulaires de façon qu'ils apparaissent le plus simplement possible dans les équations de réglage et qu'ils correspondent à des notions concrètes facilement accessibles au praticien. Un examen approfondi de la question nous a amené à choisir les coefficients suivants :

$$\begin{aligned} t_1 &= \left( \frac{\partial \Phi^*}{\partial \psi^*} \right)_{A_o} & t_2 &= \left( \frac{\partial \Phi^*}{\partial A^*} \right)_{\psi_o} \\ t_3 &= \left( \frac{\partial \eta^*}{\partial \psi^*} \right)_{A_o} & t_4 &= \left( \frac{\partial \eta^*}{\partial A^*} \right)_{\psi_o} \end{aligned} \quad (13)$$

où nous avons introduit les *valeurs relatives* :

$$\psi^* = \frac{\psi}{\psi_o} \quad \phi^* = \frac{\phi}{\phi_o} \quad \eta^* = \frac{\eta}{\eta_o} \quad A^* = \frac{A}{A_o}$$

Dans le cas où  $N$  est constant, les coefficients choisis prennent une signification particulièrement concrète :

- $t_1$  exprime la variation du débit  $\dot{V}$  en fonction de l'énergie massique nette  $k$ , à ouverture  $A$  constante et en valeurs relatives.
- $t_2$  exprime la variation du débit  $\dot{V}$  en fonction de l'ouverture  $A$ , à énergie massique nette  $k$  constante et en valeurs relatives.
- $t_3$  exprime la variation du rendement  $\eta$  en fonction de l'énergie massique nette  $k$ , à ouverture  $A$  constante et en valeurs relatives.
- $t_4$  exprime la variation du rendement  $\eta$  en fonction de l'ouverture  $A$ , à énergie massique nette  $k$  constante et en valeurs relatives.

D'une manière générale, le passage de la valeur absolue à la valeur relative sera indiqué par l'adjonction d'un astérisque. Exemples :

$$N^* = \frac{N}{N_o} \quad k^* = \frac{k}{k_o} \quad \dot{V}^* = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_o} \quad \psi^* = \frac{\psi}{\psi_o}$$

D'autre part, les écarts par rapport aux valeurs de consigne seront indiqués, en valeurs relatives, par le signe  $\Delta$ . Exemples :

$$\begin{aligned} \Delta N^* &= N^* - 1 \\ \Delta k^* &= k^* - 1 \\ \Delta \dot{V}^* &= \dot{V}^* - 1 \\ \Delta \psi^* &= \psi^* - 1 \end{aligned}$$

Calculons maintenant un certain nombre de différentielles qui nous seront utiles par la suite :

La relation :

$$\Phi^* = f(\psi^*, A^*)$$

donne :

$$d\Phi^* = \left( \frac{\partial \Phi^*}{\partial \psi^*} \right)_{A_o} d\psi^* + \left( \frac{\partial \Phi^*}{\partial A^*} \right)_{\psi_o} dA^*$$

c'est-à-dire :

$$d\Phi^* = t_1 d\psi^* + t_2 dA^* \quad (14)$$

De même, la relation :

$$\eta^* = f(\psi^*, A^*)$$

donne :

$$d\eta^* = \left( \frac{\partial \eta^*}{\partial \psi^*} \right)_{A_o} d\psi^* + \left( \frac{\partial \eta^*}{\partial A^*} \right)_{\psi_o} dA^*$$

c'est-à-dire :

$$d\eta^* = t_3 d\psi^* + t_4 dA^* \quad (15)$$

Le tableau III montre que :

$$\lambda^* = \psi^* \phi^* \eta^*$$

donc :

$$d\lambda^* = \phi^* \eta^* d\psi^* + \psi^* \eta^* d\phi^* + \psi^* \phi^* d\eta^*$$

Mais, autour du point  $O$ , tous les chiffres caractéristiques adimensionnels sont très voisins de 1. En particulier :

$$\psi^* \simeq 1 \quad \phi^* \simeq 1 \quad \eta^* \simeq 1$$

de sorte que :

$$d\lambda^* = d\psi^* + d\phi^* + d\eta^*$$

Tenant compte des relations (14) et (15), nous obtenons finalement :

$$d\lambda^* = (1 + t_1 + t_3) d\psi^* + (t_2 + t_4) dA^*$$

Le tableau III nous montre encore les relations :

$$\begin{aligned} \rho^* &= \frac{1}{\psi^{*1/2}} \\ \tau^* &= \frac{\phi^*}{\psi^{*1/2}} \end{aligned}$$



$$v^* = \tau^* \eta^*$$

$$\xi^* = \frac{v^*}{\rho^*}$$

qui, à l'aide d'une méthode identique à celle que nous avons développée ci-dessus, donnent les différentielles

$$d\rho^*, \quad d\tau^*, \quad dv^* \quad \text{et} \quad d\xi^*.$$

Toutes ces différentielles sont groupées dans le tableau IV.

TABLEAU IV

*Différentielles de quelques grandeurs importantes en fonction des différentielles fondamentales  $d\psi^*$  et  $dA^*$*

$d\phi^* =$	$t_1$	$d\psi^* +$	$t_2$	$dA^*$
$d\lambda^* = (1 + t_1 + t_3)$		$d\psi^* + (t_2 + t_4)$		$dA^*$
$d\rho^* =$	$-\frac{1}{2}$	$d\psi^*$		
$d\tau^* = (t_1 - \frac{1}{2})$		$d\psi^* +$	$t_2$	$dA^*$
$dv^* = (t_1 + t_3 - \frac{1}{2})$		$d\psi^* + (t_2 + t_4)$		$dA^*$
$d\xi^* = (t_1 + t_3)$		$d\psi^* + (t_2 + t_4)$		$dA^*$
$d\eta^* =$	$t_3$	$d\psi^* +$	$t_4$	$dA^*$

Etablissons maintenant quelques relations fondamentales en valeurs relatives.

#### 6. Equation des pertes de charge

D'une manière générale, nous avons, en valeurs relatives :

$$e_i^* = \dot{V}^{*2}$$

où  $e_i^*$  est l'énergie massique de perte de charge, en valeur relative.

Donc, autour du point  $O$  :

$$de_i^* = 2 d\dot{V}^*$$

ce qui donne, en vertu de la linéarisation :

$$\Delta e_i^* = 2\Delta\dot{V}^* \quad (16)$$

#### 7. Equation du coup de bélier en masse

Nous ne considérerons ici que le coup de bélier en masse, c'est-à-dire le phénomène que l'on obtient quand l'élasticité de l'eau et de la conduite est négligeable. On sait que la variation de l'énergie massique nette s'exprime par la relation :

$$\Delta e_c^* = -h_1 \frac{d(\Delta\dot{V}^*)}{dt} \quad (17)$$

où  $e_c^*$  est l'énergie massique due au coup de bélier, définie en valeur relative, exceptionnellement, par la relation :

$$e_c^* = \frac{e_c}{k_2}$$

et  $h_1$  le temps caractéristique de l'inertie hydraulique de l'installation.

#### 8. Equation de l'énergie massique nette

Nous avons :

$$k = e_b - e_f + e_c$$

où  $e_b$  est l'énergie massique brute.

En valeurs relatives, cette relation s'écrit :

$$k^* = (1 + h_2) e_b^* - h_2 e_f^* + e_c^*$$

où nous avons introduit :

$$h_2 = \frac{e_{fo}}{k_o} \quad (18)$$

Nous obtenons, après différentiation et linéarisation :

$$\Delta k^* = (1 + h_2) \Delta e_b^* - h_2 \Delta e_f^* + \Delta e_c^*$$

Portant dans cette expression les valeurs de  $\Delta e_f^*$  et  $\Delta e_c^*$  données par les relations (16) et (17), nous obtenons :

$$\Delta k^* = (1 + h_2) \Delta e_b^* - 2 h_2 \Delta\dot{V}^* - h_1 \frac{d(\Delta\dot{V}^*)}{dt} \quad (19)$$

#### 9. Equation du débit

Pour une turbine déterminée et étant donné les définitions de  $\psi$  et de  $\phi$  données par le tableau II, nous avons, en valeurs relatives :

$$\psi^* = \frac{k^*}{N^{*2}}$$

$$\phi^* = \frac{\dot{V}^*}{N^*}$$

Donc, autour du point  $O$  :

$$d\psi^* = dk^* - 2 dN^*$$

$$d\phi^* = d\dot{V}^* - dN^*$$

Portant ces valeurs dans l'expression de  $d\phi^*$  tirée du tableau IV, nous obtenons :

$$d\dot{V}^* = (1 - 2t_1) dN^* + t_1 dk^* + t_2 dA^*$$

ce qui donne, en tenant compte de la linéarisation :

$$\Delta\dot{V}^* = (1 - 2t_1) \Delta N^* + t_1 \Delta k^* + t_2 \Delta A^* \quad (20)$$

#### 10. Equation du couple moteur

Opérant comme précédemment, nous tirons du tableau III, en valeurs relatives :

$$\psi^* = \frac{k^*}{N^{*2}}$$

$$\lambda^* = \frac{T^*}{N^{*2}}$$

Donc, autour du point  $O$  :

$$d\psi^* = dk^* - 2 dN^* \quad (21)$$

$$d\lambda^* = dT^* - 2 dN^* \quad (22)$$

Portant ces valeurs dans l'expression de  $d\lambda^*$  tirée du tableau IV, nous obtenons, après linéarisation :

$$\Delta T^* = -2(t_1 + t_3) \Delta N^* + (1 + t_1 + t_3) \Delta k^* + (t_2 + t_4) \Delta A^* \quad (23)$$

#### 11. Equation du couple résistant

La puissance résistante, ou puissance absorbée par les utilisateurs, s'exprime, en valeurs relatives, par la relation :

$$\dot{E}_r^* = f(N^*, U^*, \lambda^*)$$

où  $U^*$  est la tension aux bornes de l'alternateur, en valeur relative, et

$\lambda^*$  le paramètre de charge, en valeur relative. (A ne pas confondre avec le chiffre caractéristique adimensionnel défini plus haut.)

Nous avons donc :

$$d\dot{E}_r^* = \left( \frac{\partial \dot{E}_r^*}{\partial N^*} \right)_{\lambda_o} dN^* + \left( \frac{\partial \dot{E}_r^*}{\partial U^*} \right)_{\lambda_o} (dU^* + dU_c^*) + \left( \frac{\partial \dot{E}_r^*}{\partial \lambda^*} \right)_{\lambda_o} d\lambda^*$$

où  $dU_c^*$  exprime l'effet du changement de tension.

Comme le réglage de tension est beaucoup plus rapide que celui de la vitesse, nous admettrons qu'il est pratiquement instantané. Nous négligerons en outre la faible influence de la charge du réseau sur la tension, influence d'ailleurs souvent annulée par un dispositif spécial. Nous avons alors :

$$U^* = f(N^*)$$

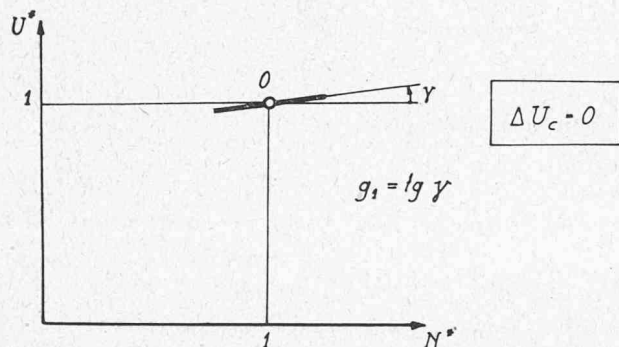


Fig. 4. — Courbe de statisme tension-fréquence du régulateur de tension.

Il est donc intéressant de mettre  $d\dot{E}_r^*$  sous la forme :

$$d\dot{E}_r^* = \left[ \left( \frac{\partial \dot{E}_r^*}{\partial N^*} \right)_{\lambda_o} + \left( \frac{\partial \dot{E}_r^*}{\partial U^*} \right)_{\lambda_o} \frac{dU^*}{dN^*} \right] dN^* + \left( \frac{\partial \dot{E}_r^*}{\partial U^*} \right)_{\lambda_o} dU_c^* + \left( \frac{\partial \dot{E}_r^*}{\partial \lambda^*} \right)_{\lambda_o} d\lambda^*$$

ce qui donne, en vertu de la linéarisation :

$$\Delta \dot{E}_r^* = (e_1 + g_1 e_2) \Delta N^* + e_2 \Delta U_c^* + \Delta \dot{E}_\lambda^* \quad (24)$$

et

$$\Delta U^* = g_1 \Delta N^* + \Delta U_c^*$$

où l'on a posé :

$$\begin{aligned} e_1 &= \left( \frac{\partial \dot{E}_r^*}{\partial N^*} \right)_{\lambda_o} \\ e_2 &= \left( \frac{\partial \dot{E}_r^*}{\partial U^*} \right)_{\lambda_o} \\ g_1 &= \frac{dU^*}{dN^*} = \text{tg} \gamma \end{aligned} \quad (25)$$

$$\Delta \dot{E}_\lambda^* = \left( \frac{\partial \dot{E}_\lambda^*}{\partial \lambda^*} \right)_{\lambda_o} d\lambda^*$$

Les coefficients  $e_1$  et  $e_2$  sont les sensibilités de la puissance résistante aux écarts de fréquence et de tension. Ils dépendent de la nature du réseau utilisateur. Donc, c'est en principe l'exploitant qui doit indiquer leurs valeurs au constructeur de turbines.

Par exemple, si le réseau est purement ohmique, nous aurons les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} e_1 &= 0 \\ e_2 &= 2 \end{aligned}$$

Le coefficient  $g_1$  est le statisme tension-fréquence du régulateur de tension, représenté sur la figure 4. Sa valeur doit résulter d'une entente entre l'exploitant et les constructeurs.

Par exemple, si le régulateur de tension réglait à tension constante, nous aurions :

$$g_1 = 0$$

La grandeur  $E_\lambda^*$  est la charge du réseau, c'est-à-dire la puissance résistante à la fréquence et à la tension de régime permanent. Elle dépend du nombre et de la nature des machines réceptrices.

Par ailleurs, le couple résistant est, en valeurs relatives :

$$T_r^* = \frac{\dot{E}_r^*}{N^*}$$

ce qui donne :

$$\Delta T_r^* = \Delta \dot{E}_r^* - \Delta N^*$$

et finalement, en tenant compte de la relation (24), l'équation du couple résistant :

$$\Delta T_r^* = (e_1 + g_1 e_2 - 1) \Delta N^* + e_2 \Delta U_c^* + \Delta \dot{E}_\lambda^* \quad (26)$$

## 12. Equation du rendement

Portant dans l'expression de  $d\eta^*$ , tirée du tableau IV la valeur de  $d\psi^*$  donnée par la relation (21), nous obtenons, en valeurs relatives et après linéarisation :

$$\Delta \eta^* = -2t_3 \Delta N^* + t_3 \Delta k^* + t_4 \Delta A^* \quad (27)$$

## 13. Equation des masses tournantes

Le théorème du moment cinétique s'exprime, en valeurs relatives, par la relation :

$$m_1 \frac{d(\Delta N^*)}{dt} = \Delta T^* - \Delta T_r^* \quad (28)$$

où  $T_r^*$  est le couple résistant, en valeur relative et

$m_1$  le temps caractéristique de l'inertie mécanique du groupe.

Introduisant dans cette relation les expressions de  $\Delta T^*$  et  $\Delta T_r^*$  qui figurent dans les relations (23) et (26), nous obtenons :

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d(\Delta N^*)}{dt} &= -(2t_1 + 2t_3 + e_1 + g_1 e_2 - 1) \Delta N^* + \\ &+ (1 + t_1 + t_3) \Delta k^* + (t_2 + t_4) \Delta A^* + \\ &+ e_2 \Delta U_c^* - \Delta \dot{E}_\lambda^* \end{aligned}$$



Telle est l'équation des masses tournantes qui fait apparaître d'une façon extrêmement simple et claire toutes les diverses influences auxquelles le groupe est soumis.

L'équation du mouvement du vannage est :

$$\Delta A^* = r_2 \Delta X^* \quad (31)$$

où  $r_2 = \operatorname{tg} \gamma_2$  est la pente de la caractéristique servomoteur-vannage, représentée sur la figure 7 et s'exprimant par un chiffre adimensionnel.

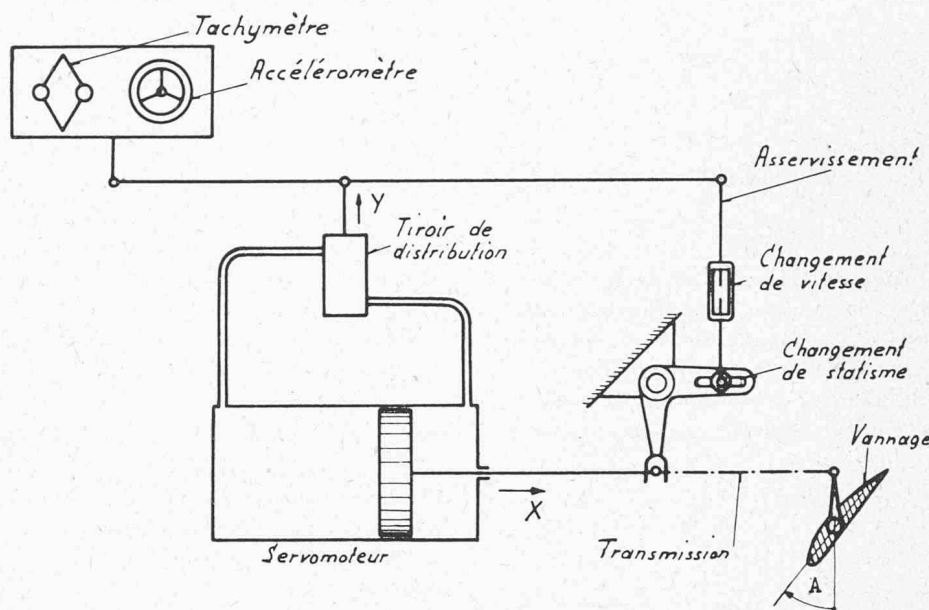


Fig. 5. — Schéma d'un régulateur de vitesse accéléro-tachymétrique avec asservissement permanent.

#### 14. Equation du régulateur

Le principe du régulateur de vitesse étant bien connu, nous ne reviendrons pas sur sa description et nous contentons de le représenter par le schéma de la figure 5.

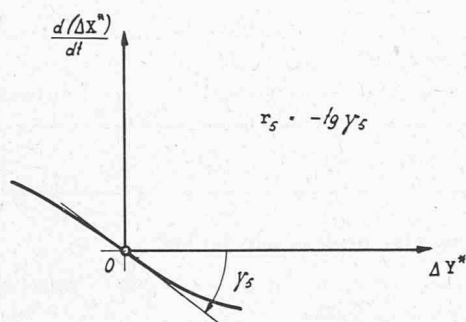


Fig. 6. — Courbe caractéristique du système tiroir de distribution - servomoteur.

Dans le voisinage du point O (fig. 3) de régime permanent, l'équation de remplissage du servomoteur est :

$$\frac{d(\Delta X^*)}{dt} = -r_5 \Delta Y^* \quad (30)$$

où  $X^*$  est la course du servomoteur, en valeur relative,

$Y^*$  la course du tiroir de distribution, en valeur relative, et

$r_5 = -\operatorname{tg} \gamma_5$  la pente de la caractéristique du système tiroir de distribution - servomoteur, représentée sur la figure 6.

Enfin, l'équation du tiroir de distribution est :

$$\Delta Y^* = r_6 (\Delta N^* - \Delta N_c^*) + r_7 \frac{d(\Delta N^*)}{dt} + r_8 \Delta X^* \quad (32)$$

où  $\Delta N_c^*$  exprime l'effet du changement de vitesse,

$r_6$  l'effet tachymétrique,  
 $r_7$  l'effet accélérométrique et  
 $r_8$  l'effet d'asservissement sur la course  $Y^*$  du tiroir de distribution.

L'élimination de  $\Delta X^*$  et  $\Delta Y^*$  entre les trois équations (30), (31) et (32) donne :

$$\frac{d(\Delta A^*)}{dt} = -r_2 r_5 \left[ r_6 (\Delta N^* - \Delta N_c^*) + r_7 \frac{d(\Delta N^*)}{dt} + \frac{r_8}{r_2} \Delta A^* \right] \quad (33)$$

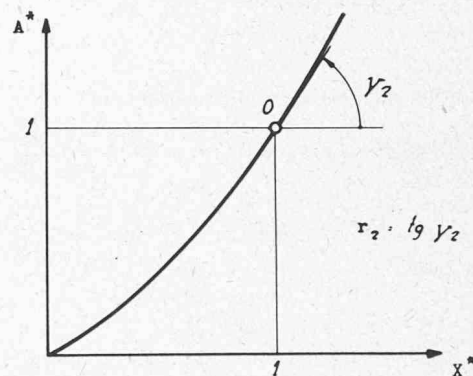


Fig. 7. — Courbe caractéristique de la transmission servomoteur - vannage.

Comme l'effet accélérométrique et l'effet d'asservissement sont secondaires par rapport à l'effet tachymétrique, il est intéressant, au point de vue pratique,

de considérer l'équation du régulateur sous la forme :

$$\frac{d(\Delta A^*)}{dt} = -r_1 r_2 \left[ \Delta N^* + r_3 \frac{d(\Delta N^*)}{dt} + \frac{r_4}{r_2} \Delta A^* - \Delta N_c^* \right] \quad (34)$$

$$\text{où } r_1 = r_5 r_6$$

$$r_3 = \frac{r_7}{r_6}$$

$$r_4 = \frac{r_8}{r_6}$$

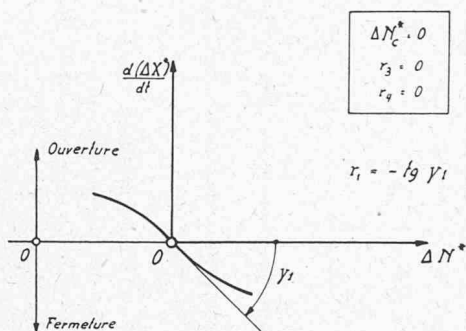


Fig. 8. — Courbe caractéristique du système tachymètre - tiroir - servomoteur dans le cas particulier où  $r_3 = 0$  et  $r_4 = 0$ .

Il est possible d'interpréter directement  $r_1$ ,  $r_3$  et  $r_4$  sans passer par  $r_5$ ,  $r_6$ ,  $r_7$  et  $r_8$ . En effet :

$r_1 = -tg \gamma_1$  est la pente de la caractéristique du système tachymètre — servomoteur dans le cas particulier où  $r_3 = 0$  et  $r_4 = 0$ , c'est-à-dire quand les effets accélérométrique et d'asservissement sont nuls (voir figure 8), s'exprimant en 1/s,

$r_3$  est le dosage accélérométrique, s'exprimant en s et

$r_4$  est le statisme du régulateur de vitesse, représenté sur la figure 9, s'exprimant par un chiffre adimensionnel.

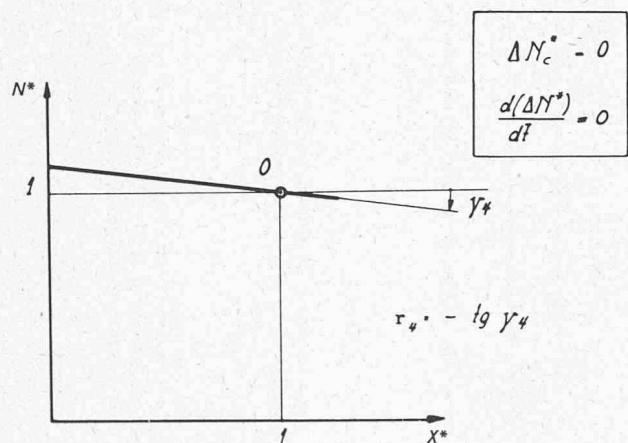


Fig. 9. — Courbe de statisme du régulateur de vitesse.

La grandeur  $r_1$  nous apparaît comme une grandeur fondamentale caractérisant le régulateur. En effet, elle traduit l'influence de l'effet tachymétrique sur la vitesse de déplacement du servo-moteur. C'est pourquoi nous proposons de la baptiser « rapidité tachymétrique ».

La grandeur  $r_2$  introduit dans les calculs l'effet de non-linéarité de la transmission servomoteur-vannage. En effet, sa valeur est égale à 1 dans le cas d'une trans-

mission linéaire et diffère d'autant plus de 1 que le caractère de non-linéarité est accentué. C'est pourquoi nous proposons de la baptiser « non-linéarité du vannage ».

En définitive, le comportement d'un groupe hydro-électrique en marche isolée peut se traduire par les quatre équations fondamentales suivantes :

Equation de l'énergie massique nette :

$$\Delta k^* = (1 + h_2) \Delta e_b^* - 2h_2 \Delta \dot{V}^* - h_1 \frac{d(\Delta \dot{V}^*)}{dt} \quad (19)$$

Equation du débit :

$$\Delta \dot{V}^* = (1 - 2t_1) \Delta N^* + t_1 \Delta k^* + t_2 \Delta A^* \quad (20)$$

Equation des masses tournantes :

$$m_1 \frac{d(\Delta N^*)}{dt} = -(2t_1 + 2t_3 + e_1 + g_1 e_2 - 1) \Delta N^* + (1 + t_1 + t_3) \Delta k^* + (t_2 + t_4) \Delta A^* + e_2 \Delta U_c^* - \Delta \dot{E}_\lambda^* \quad (29)$$

Equation du régulateur :

$$\frac{d(\Delta A^*)}{dt} = -r_1 r_2 \left[ \Delta N^* + r_3 \frac{d(\Delta N^*)}{dt} + \frac{r_4}{r_2} \Delta A^* - \Delta N_c^* \right] \quad (34)$$

Il s'agit d'un système différentiel constitué de quatre équations simultanées, linéaires, à coefficients constants, dont les quatre variables sont, en valeurs relatives, les accroissements des grandeurs suivantes :

- le débit  $\dot{V}$ ,
- la vitesse de rotation  $N$ ,
- l'énergie massique nette  $k$  et
- l'ouverture de la turbine  $A$ .

Ce système fait apparaître les grandeurs libres dont les variations imprévues provoquent des mouvements de réglage :

- l'énergie massique brute  $e_b^*$ , imposée par les niveaux des plans d'eau amont et aval, et
- la charge  $\dot{E}_\lambda^*$ , imposée par le nombre et la nature des machines réceptrices.

Il montre aussi l'effet du déplacement des manettes de réglage qui agissent sur les caractéristiques mécaniques des régulateurs :

- changement de vitesse  $\Delta N_c^*$ ,
- changement de dosage accélérométrique  $r_3$ ,
- changement de statisme  $r_4$  du régulateur de vitesse,
- changement de tension  $\Delta U_c^*$  et
- changement de statisme tension-fréquence  $g_1$  du régulateur de tension.

Tous les coefficients figurant dans le système se déduisent :

- des caractéristiques hydrauliques de la turbine (représentées à l'aide de chiffres caractéristiques adimensionnels définis d'une façon cohérente et logique) et du système d'alimentation
- des caractéristiques électriques du générateur et du réseau utilisateur et
- des caractéristiques mécaniques du groupe et du régulateur de vitesse.

#### 14. Schéma de réglage d'un groupe hydro-électrique en marche isolée

Toutes les relations précédentes sont représentées dans le schéma de réglage faisant l'objet de la figure 10.

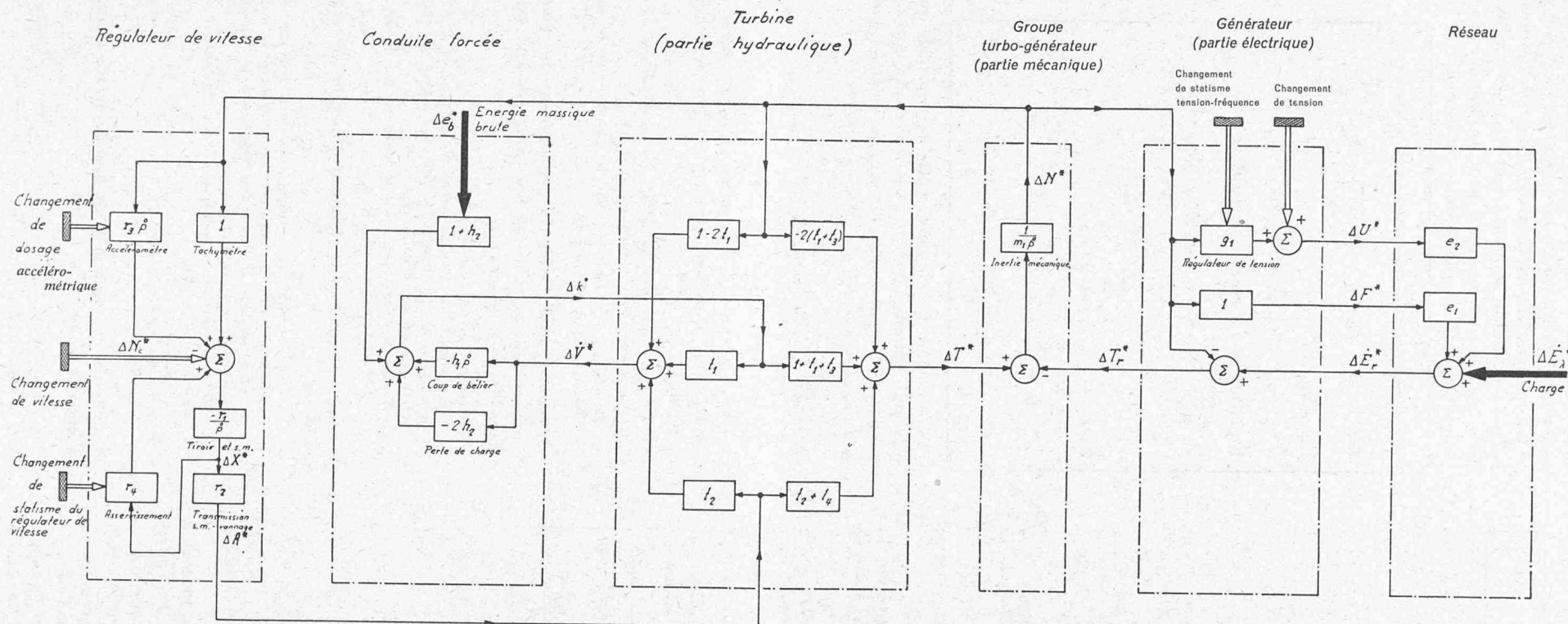


Fig. 10. — Schéma de réglage d'un groupe hydro-électrique en marche isolée.

Dans ce schéma :

- les *fonctions de transfert* sont indiquées dans des rectangles, la pulsation complexe étant :

$$p = i\omega - \alpha$$

- les sommations sont représentées par des cercles contenant la lettre  $\Sigma$ , le signe de chaque terme de la somme étant précisé par  $+$  ou  $-$ ,

- les grandeurs libres sont représentées par des flèches venant de l'extérieur et
- les manettes de réglage sont représentées par des boutons molletés.

Ce schéma fonctionnel est conçu de telle manière que certains groupes d'éléments particulièrement intéressants apparaissent clairement, par exemple les groupes faisant l'objet des figures 11 à 20.



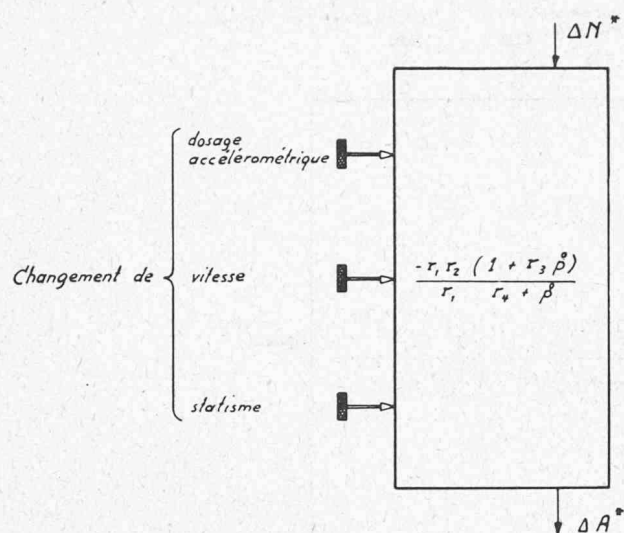


Fig. 11. — Schéma du régulateur de vitesse.

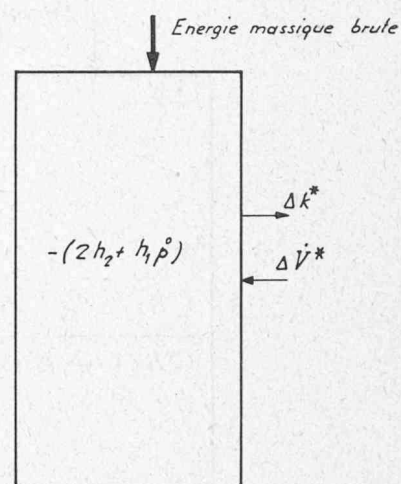


Fig. 12. — Schéma de la conduite forcée.

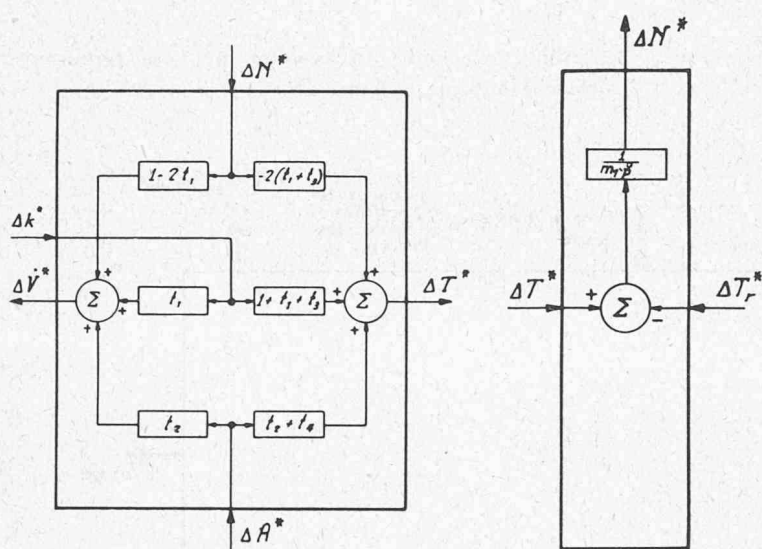


Fig. 13. — Schéma de la partie hydraulique de la turbine.

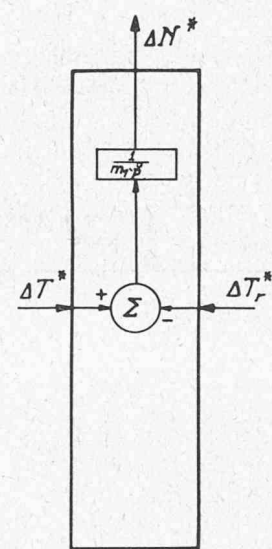


Fig. 14. — Schéma de la partie mécanique du groupe turbo-générateur.

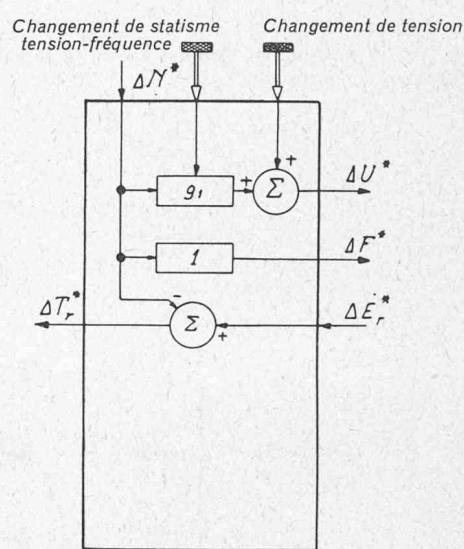


Fig. 15. — Schéma de la partie électrique du générateur.

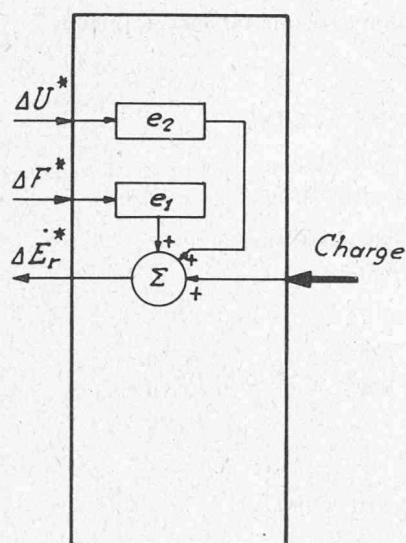


Fig. 16. — Schéma du réseau électrique.

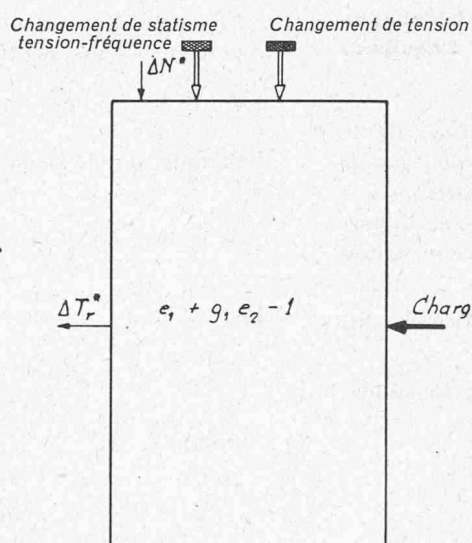


Fig. 17. — Schéma de l'ensemble de la partie électrique.

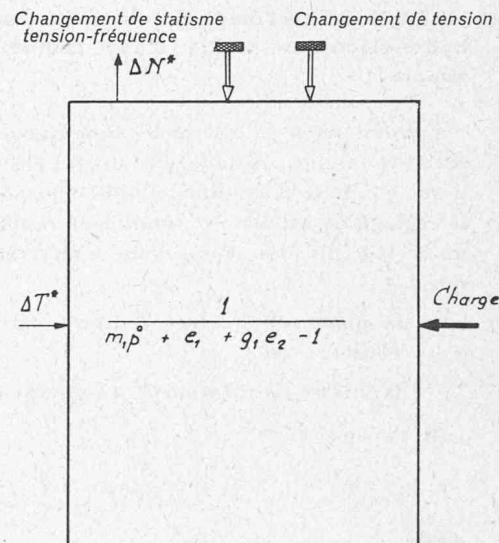


Fig. 18. — Schéma de l'ensemble des parties mécanique et électrique.



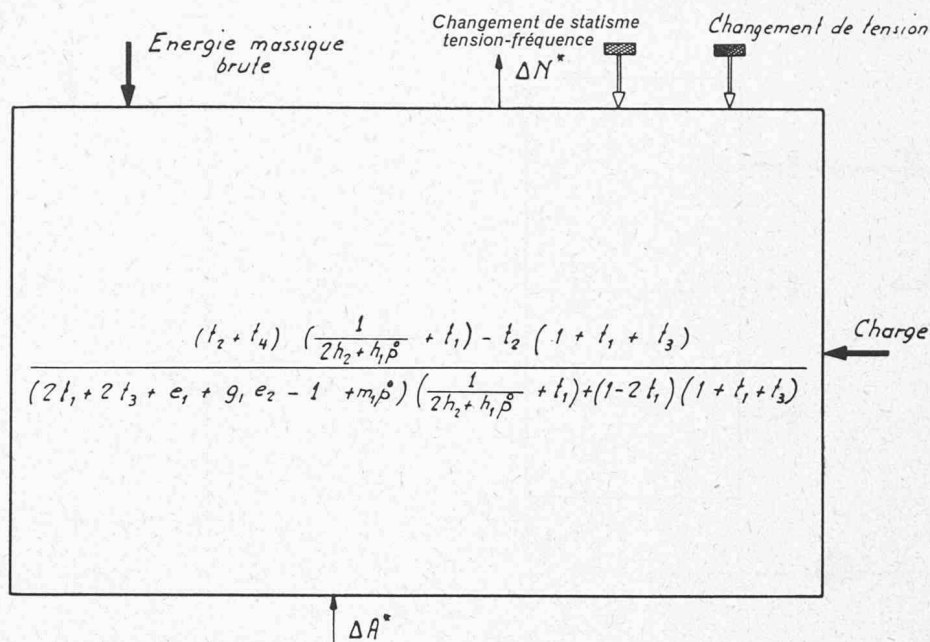


Fig. 19. — Schéma du groupe conduite forcée - turbo-générateur - réseau.

Enfin, l'ensemble du système peut se représenter comme l'indique la figure 20.

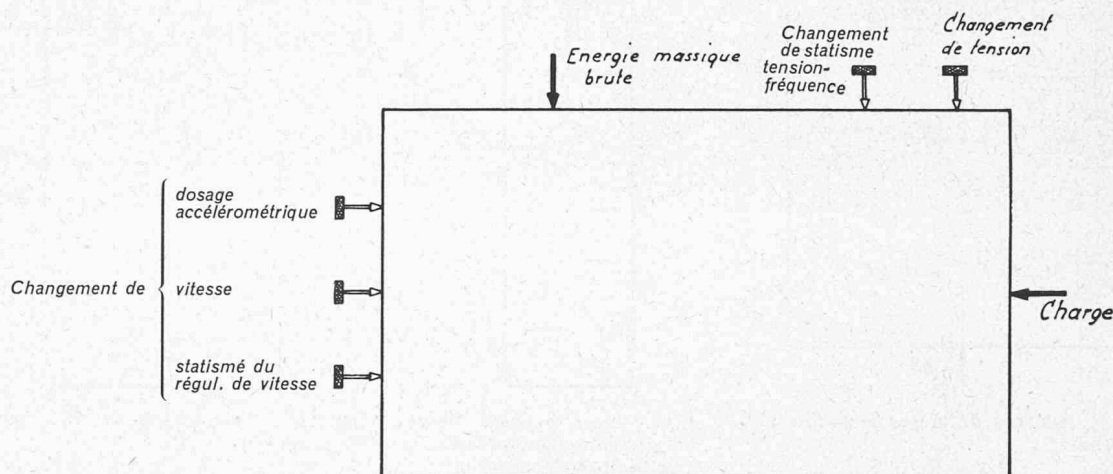


Fig. 20. — Schéma de l'ensemble du système.

### 1. Application à l'étude de la stabilité d'une installation hydro-électrique munie d'une chambre d'équilibre simple

Comme dans la méthode classique d'étude de la stabilité d'une installation hydro-électrique munie d'une chambre d'équilibre simple, nous admettrons que le réglage de vitesse est infiniment rapide par rapport au réglage du plan d'eau dans la chambre, c'est-à-dire que :

- la puissance externe  $\dot{E}$  livrée par le groupe est constante et
- la vitesse de rotation  $N$  du groupe est constante.

Il s'ensuit que :

$$\lambda = \dot{E} \frac{2}{s\mu R^5 N^3} = C^te$$

donc, en valeur relative :

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{\lambda_0} = 1$$

En vertu d'une relation tirée du tableau III, nous avons, en valeurs relatives :

$$\Phi^* = \frac{\lambda^*}{\Psi^* \eta^*} = \frac{1}{\Psi^* \eta^*}$$

Comme, d'une façon générale :

$$\eta^* = f(\Psi^*, \lambda^*)$$

nous avons, dans notre cas particulier :

$$\eta^* = f(\Psi^*) \text{ pour } \lambda_0$$

donc :

$$d\eta^* = \left( \frac{\partial \eta^*}{\partial \Psi^*} \right)_{\lambda_0} d\Psi^*$$

Posant :

$$\left( \frac{\partial \eta^*}{\partial \Psi^*} \right)_{\lambda_0} = t_5$$

et linéarisant, nous obtenons :

$$\Delta \eta^* = t_5 \Delta \Psi^*$$

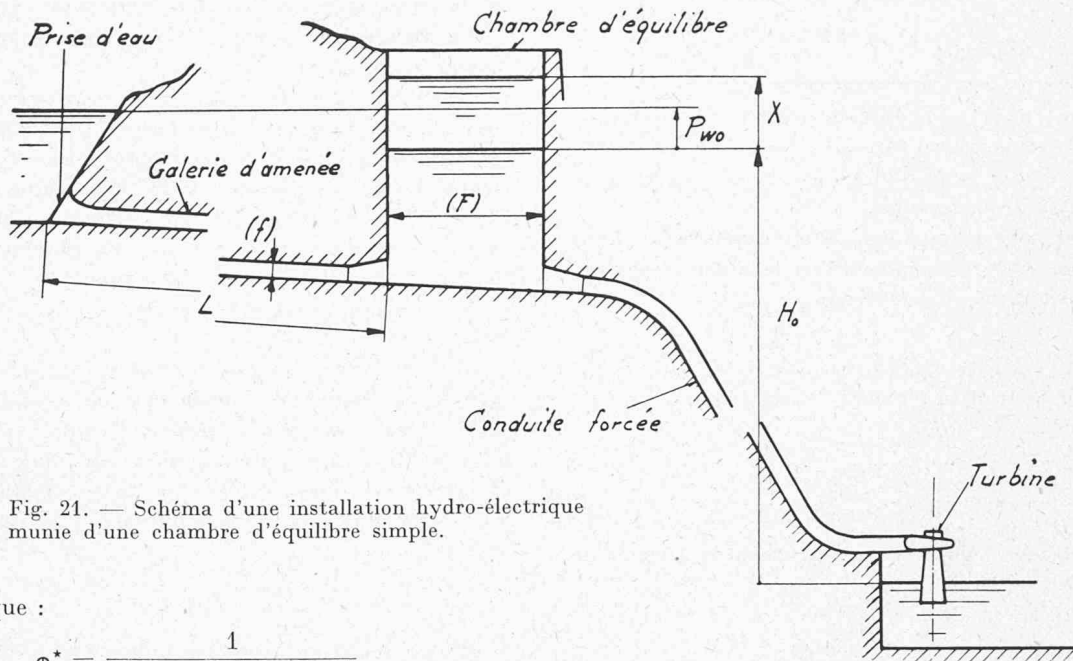


Fig. 21. — Schéma d'une installation hydro-électrique munie d'une chambre d'équilibre simple.

de sorte que :

$$\begin{aligned}\varphi^* &= \frac{1}{(1 + \Delta\psi^*)(1 + t_5\Delta\psi^*)} \\ &\simeq \frac{1}{1 + (1 + t_5)\Delta\psi^*} \\ &\simeq 1 - (1 + t_5)\Delta\psi^*\end{aligned}$$

Mais, à cause du fait que  $R$  et  $N$  sont constants, nous avons :

$$\begin{aligned}\varphi^* &= \dot{V}^* \\ \psi^* &= k^*\end{aligned}$$

Donc :

$$\Delta\psi^* = k^* - 1 = \frac{k}{k_0} - 1 = \frac{k - k_0}{k_0}$$

et finalement :

$$\dot{V}^* \simeq 1 - \frac{k - k_0}{k_0} (1 + t_5) \quad (35)$$

Calculons  $t_5$  à partir du tableau IV des différentielles selon la méthode déjà vue plus haut. Pour cela, éliminons  $dA^*$  entre les expressions de  $d\eta^*$  et  $d\lambda^*$  :

$$d\eta^* = \left[ t_3 - \frac{t_4(1 + t_1 + t_3)}{t_2 + t_4} \right] d\psi^* + \frac{t_4}{t_2 + t_4} d\lambda^*$$

Nous en déduisons immédiatement :

$$\left( \frac{\partial \eta^*}{\partial \psi^*} \right)_{\lambda_0} = t_3 - \frac{t_4(1 + t_1 + t_3)}{t_2 + t_4}$$

c'est-à-dire :

$$t_5 = \frac{t_2 t_3 - t_1 t_4 - t_4}{t_2 + t_4} \quad (36)$$

Nous allons maintenant passer aux notations généralement admises en matière de chambre d'équilibre. Dans ces notations, la relation (35) s'écrit :

$$u \simeq 1 - \frac{x}{h_0} (1 + t_5) \quad (37)$$

où  $u = \frac{U}{U_0}$  est la vitesse d'écoulement de l'eau dans la conduite, en valeur relative,

$x = \frac{X}{Z_*}$  l'écart de niveau dans la chambre, en valeur relative,

$$h_0 = \frac{H_0}{Z_*}$$

la dénivellation entre les plans d'eau dans la chambre et à l'aval, en régime permanent et en valeur relative,

$$Z_* = \frac{Q_0}{F} \sqrt{\frac{LF}{gf}}$$

l'amplitude de l'oscillation, résultant d'une fermeture instantanée du vannage de la turbine,

$Q_0$

le débit de régime permanent,

$F$

la section de la chambre,

$f$

la section de la galerie d'amenée et

$L$

la longueur de la galerie d'amenée.

Or, la méthode classique au cours de laquelle on fait l'hypothèse simplificatrice que le rendement  $\eta$  est constant, conduit à la relation :

$$u \simeq 1 - \frac{x}{h_0}$$

Il suffira donc, pour tenir compte du calcul exact, de remplacer, dans les résultats donnés par la méthode classique,  $h_0$  par

$$\frac{h_0}{1 + t_5}$$

Ainsi, nous nous dispenserons de refaire tout le calcul de stabilité et nous contenterons de transposer les résultats connus. On sait que la méthode classique conduit à la condition de stabilité suivante, en valeurs relatives :

$$p_0 > \frac{1}{2h_0}$$

où  $p_0 = \frac{P_{wo}}{Z_*}$  est la perte de charge dans la galerie d'amenée, en régime permanent et en valeur relative.

Donc, la nouvelle condition de stabilité sera, en valeurs relatives :

$$p_0 > \frac{1 + t_5}{2h_0} \quad (38)$$

ce qui donne, en valeurs absolues :

$$F > \frac{W_0^2 L f (1 + t_5)}{2 g H_0 P_{wo}}$$

ou :

$$F > \frac{W_o^2 L f}{2 g H_o P_{wo}} \left[ 1 + \frac{t_2 t_3 - t_1 t_4 - t_4}{t_2 + t_4} \right] \quad (39)$$

Telle est, pour une installation hydro-électrique munie d'une chambre d'équilibre simple, la condition de stabilité tenant compte des caractéristiques hydrauliques exactes de la turbine.

Nous serions heureux si les praticiens pouvaient nous signaler leurs observations relatives à la confrontation de notre formule avec l'expérience.

Remarques :

- a) Dans le cas particulier où le point O de régime permanent est situé au sommet de la colline de rendement, nous avons :

$$\begin{aligned} t_3 &= 0 \\ \text{et } t_4 &= 0 \\ \text{c'est-à-dire } t_5 &= 0 \end{aligned} \quad (40)$$

de sorte que l'on retrouve exactement la formule de Thoma.

- b) Dans le cas particulier où :

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{1}{2} \\ t_3 &= 0 \end{aligned}$$

le coefficient  $t_5$  prend la valeur :

$$t_5 = - \frac{3t_4}{2(t_2 + t_4)}$$

de sorte que l'on retrouve la correction de la formule de Thoma proposée par MM. Calame et Gaden dans leur publication intitulée : « De la stabilité des installations hydrauliques munies de chambres d'équilibre » (*Schw. Bauzeit.*, juillet 1927).

Voici la correspondance entre leurs notations et les nôtres :

$$\frac{3}{2} \operatorname{tg} \beta = - \frac{3}{2} \left( \frac{\partial \eta^*}{\partial E^*} \right)_{N_o} = - \frac{3t_4}{2(t_2 + t_4)} \quad (41)$$

- c) La condition de stabilité que nous proposons a été établie en février 1951. Par ailleurs, M. André Gardel, dans son excellent ouvrage *Chambres d'équilibre* (Rouge, 1956), a aussi établi, d'une façon indépendante et sous une autre forme, une correction de la formule de Thoma tenant compte de la variation de rendement. Il nous est agréable de constater que, en définitive, ces formules coïncident. Voici la correspondance entre les notations de M. Gardel et les nôtres :

$$\begin{aligned} - \frac{3}{2} \operatorname{tg} \sigma &= \left( \frac{\partial \eta^*}{\partial \Psi^*} \right)_{\gamma_o} = t_5 \\ \operatorname{tg} \varphi &= \left( \frac{\partial T^*}{\partial N^*} \right)_{k_o} = -2(t_1 + t_3) \\ \operatorname{tg} \rho &= \left( \frac{\partial \eta^*}{\partial E^*} \right)_{N_o} = \frac{t_4}{t_2 + t_4} \\ \operatorname{tg} \psi &= \left( \frac{\partial \eta^*}{\partial N^*} \right)_{A_o} = -2t_3 \\ \operatorname{tg} \sigma &= \frac{2 - \operatorname{tg} \varphi}{3} \operatorname{tg} \rho + \frac{\operatorname{tg} \psi}{3} \end{aligned} \quad (42)$$

## 16. Conclusion

Il paraît peut-être audacieux que nous ayons abandonné certaines notions utilisées jusqu'ici dans le domaine du réglage d'un groupe hydro-électrique. Nous

nous en excusons et tenons à dire que nous y avons été contraint par notre désir de clarté, de logique et de systématisation.

Avant toute justification, nous voulons relever que nous avons, dans une large mesure, bénéficié des enseignements de M. Gaden et que nous admirons les vastes travaux qu'il a accomplis dans le domaine du réglage. Nous allons toutefois émettre certaines critiques qui, dans notre esprit, ne sont que de simples remarques dictées par l'intérêt scientifique commun.

Voici quelques-unes des raisons qui ont motivé notre attitude.

- a) Nous avons renoncé à utiliser les grandeurs  $p_o$  et  $q_o$  introduites par M. Gaden dans ses ouvrages, car ces notions nous paraissent prêter à confusion. En effet, elles sont censées représenter la puissance et le débit à vitesse et à énergie massique nette constantes. Voici la correspondance entre ces notions et les nôtres :

$$\begin{aligned} \Delta p_o &= (t_2 + t_4) \Delta A^* \\ \Delta q_o &= t_2 \Delta A^* \end{aligned} \quad (43)$$

Ces grandeurs représentent donc en réalité l'ouverture de la turbine multipliée par des coefficients numériques, d'ailleurs variables quand le point O de régime permanent se déplace. Dès lors, il semble plus simple de conserver précisément l'ouverture  $A^*$  comme grandeur fondamentale, la notion d'ouverture étant claire pour tout le monde.

Par ailleurs, l'indice  $o$  affectant  $p$  et  $q$  nous semble malheureux, puisqu'il sert en général à désigner les valeurs de régime permanent, alors que  $p_o$  et  $q_o$  sont essentiellement variables.

- b) Nous avons renoncé à utiliser la promptitude  $\tau'$  également introduite par M. Gaden, ceci pour les raisons suivantes :

- <sup>10</sup> La promptitude  $\tau'$  contient, non seulement des coefficients traduisant les caractéristiques mécaniques du régulateur, mais encore un coefficient  $k$  traduisant une caractéristique hydraulique de la turbine. Pour être plus précis, voici la correspondance entre  $\tau'$  et nos coefficients :

$$\tau' = \frac{1}{r_1 r_2 (t_2 + t_4)} \quad (44)$$

Il nous semble regrettable de mélanger ainsi, dans un coefficient unique, des caractéristiques mécaniques et hydrauliques, car alors, même pour une turbine donnée, munie d'un régulateur déterminé, la promptitude  $\tau'$  varie quand le point O de régime permanent se déplace. Par ailleurs, il est tout à fait inutile d'introduire  $(t_2 + t_4)$  dans l'équation du régulateur, car il faut alors l'introduire de la même manière dans les deux membres. Au contraire, si, comme nous l'avons fait, on introduit dans le premier membre de l'équation du régulateur  $A^*$  au lieu de  $p_o$  et dans le deuxième membre  $r_1$  au lieu de  $\tau'$ , on obtient l'équation (34) qui traduit uniquement les caractéristiques mécaniques du régulateur et est absolument indépendante des caractéristiques hydrauliques de la turbine.

- <sup>20</sup> Il nous a semblé intéressant de découpler les deux éléments du produit  $r_1 r_2$ . De cette manière, on obtient d'une part la grandeur  $r_1$ , baptisée



« rapidité tachymétrique », qui traduit une qualité fondamentale du régulateur, et d'autre part la grandeur  $r_2$ , baptisée « non-linéarité du vannage », qui traduit le caractère non linéaire affectant en général la transmission servomoteur - vannage de la turbine.

Cette séparation est d'autant plus opportune que les régulateurs de vitesse tendent de plus en plus à être normalisés, alors que les tringleries de transmission servomoteur - vannage varient d'une exécution à l'autre.

3° L'expérience a montré que, si « promptitude » est un mot qui sonne agréablement aux oreilles des exploitants, en revanche il est malheureux que sa qualité augmente quand le chiffre qui l'exprime diminue. Cet inconvénient est éliminé avec la notion de *rapidité tachymétrique* que nous avons introduite.

c) Nous avons renoncé à utiliser le statisme  $\delta$  sous la forme introduite par M. Gaden, pour des raisons analogues à celles qui nous ont fait abandonner  $p_0$ ,  $q_0$  et  $\tau'$ . Voici la correspondance entre  $\delta$  et notre statisme  $r_4$ :

$$\delta = \frac{r_4}{r_2(t_2 + t_4)} \quad (45)$$

Il nous semble de nouveau regrettable que  $\delta$  soit un mélange de caractéristiques mécaniques et hydrauliques. C'est pourquoi nous avons introduit pour le statisme du régulateur de vitesse la grandeur  $r_4$  qui traduit une caractéristique fondamentale du régulateur et est indépendante des caractéristiques hydrauliques de la turbine.

Nous sommes désormais en mesure de différencier les trois notions suivantes :

$-\frac{dN^*}{dX^*} = r_4$	Statisme du régulateur
$-\frac{dN^*}{dA^*} = \frac{r_4}{r_2}$	Statisme de la turbine
$-\frac{dN^*}{d\dot{E}^*} = \frac{1}{2(t_1 + t_3) + \frac{r_2}{r_4}(t_2 + t_4) - 1}$	Statisme du groupe. (Inverse de la puissance réglante.)

L'avantage de la méthode de calcul proposée nous semble résider en la simplicité de sa conception, la clarté des notions introduites et la souplesse de son application. En effet, elle est valable quel que soit le régime permanent envisagé. Il suffit de considérer le point représentatif correspondant sur les caractéristiques hydrauliques, électriques et mécaniques pour obtenir immédiatement les coefficients exacts du système différentiel représentant l'évolution du groupe hydro-électrique en réglage.

d) Enfin, nous rappelons que M. Gaden a introduit un coefficient  $\alpha$  pour caractériser la sensibilité de la différence entre les couples moteur et résistant à l'écart de vitesse. La correspondance entre  $\alpha$  et nos notations est donnée par la relation :

$$\alpha = 2t_1 + 2t_3 + e_1 + g_1 e_2 - 1$$

qui montre exactement quelles sont toutes les influences qui se cachent dans le coefficient  $\alpha$ . Elle permet de trouver facilement l'équation des masses tournantes sans passer par la détermination fastidieuse des courbes de couples moteur et résistant.

Pour illustrer notre méthode, nous nous sommes limité à l'examen d'un système de réglage assez simple. Il est bien entendu que cette méthode peut s'étendre facilement à tous les autres systèmes. (Exemples : réglage double, asservissements permanents ou temporaires.)

Nous ne saurions terminer sans adresser notre sincère reconnaissance à M. Edouard Volet, directeur général des Ateliers de Constructions Mécaniques de Vevey, pour l'aide qu'il nous a accordée et les encouragements dont il nous a honoré au cours de l'élaboration de ce travail.

Nos remerciements vont aussi à MM. Théodore Bovet, professeur, et Michel Fauconnet, ingénieur, pour les avis compétents qu'ils nous ont prodigués, ainsi qu'à M. Ugo Mocafico, ingénieur, pour ses travaux de contrôle et de présentation.

## UN OUVRAGE D'ART : LE PONT

par MARCEL-D. MUELLER, architecte S.I.A., urbaniste D.I.U.P.

Au lendemain de la guerre, la construction de ponts prit soudain de l'actualité, si l'on songe au nombre d'ouvrages détruits. Il fallait refaire tout ce qui avait été défait, ce qui allait donner aux ingénieurs l'occasion d'appliquer à ce genre d'ouvrage les procédés les plus modernes. L'Association internationale des ponts et charpentes en discuta dans ses congrès : c'est principalement l'emploi d'aciers spéciaux, la soudure dans la charpente métallique, et enfin les multiples possibilités qu'a ouvertes la précontrainte sous ses applications les plus diverses, qui fixent l'attention des ingénieurs.

Des programmes surchargés limitent généralement les discussions par la force des choses aux problèmes purement techniques. Ce n'est que tout récemment,

lors des journées des autoroutes organisées par la S.I.A. et l'A.S.P.R., à l'Ecole polytechnique de Lausanne, que l'on entendit un ingénieur, M. Pierre Soutter, évoquer l'esthétique des ponts. Il s'exprima en artiste, et fit songer à ce que dit Pierre-Louis Flouquet, parlant de Robert Maillart, rappelant que « ... au-delà des trouvailles géniales du spécialiste, nous nous intéressons surtout à l'artiste », tant il est vrai que l'ingénieur qui construit un pont doit, étant donné le rôle joué par cette construction dans le cadre géographique, faire œuvre d'artiste.

Le pont est, en effet, un ouvrage d'art d'un genre particulier, très différent d'un tunnel, voire d'un aménagement portuaire, car s'il joue un rôle utilitaire au