

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 82 (1956)
Heft: 3

Artikel: Dimensionnement des constructions fléchies
Autor: Szécsi, André
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-62051>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les quinze jours

Abonnements:
 Suisse: 1 an, 26 francs
 Etranger: 30 francs
 Pour sociétaires:
 Suisse: 1 an, 22 francs
 Etranger: 27 francs
 Prix du numéro: Fr. 1.60
 Ch. post. « Bulletin technique de la Suisse romande »
 N° II. 57 75, à Lausanne.

Adresser toutes communications concernant abonnements, changements d'adresse, expédition à Imprimerie La Concorde, Terreaux 31, Lausanne

Rédaction
 et éditions de la S. A. du Bulletin technique (très à part), Case Chauderon 475
**Administration de la S.A.
du Bulletin Technique**
 Ch. de Rosenegg 6 Lausanne

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des Anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

Comité de patronage — Président: R. Neeser, ingénieur, à Genève; Vice-président: G. Epitaux, architecte, à Lausanne; Secrétaire: J. Calame, ingénieur, à Genève — Membres, Fribourg: MM. H. Gicot, ingénieur; M. Waeber, architecte — Vaud: MM. F. Chenaux, ingénieur; A. Chevalley, ingénieur; E. d'Okolski, architecte; Ch. Thévenaz, architecte — Genève: MM. Cl. Grosgrain, architecte; E. Martin, architecte — Neuchâtel: MM. J. Béguin, architecte; R. Guye, ingénieur — Valais: MM. G. de Kalbermatten, ingénieur; D. Burgener, architecte.

Rédaction: D. Bonnard, ingénieur. Case postale Chauderon 475, Lausanne.

Conseil d'administration
 de la Société anonyme du Bulletin technique : A. Stucky, ingénieur, président ; M. Bridel; G. Epitaux, architecte; R. Neeser, ingénieur.

Tarif des annonces

1/1 page	Fr. 264.—
1/2 »	» 134.40
1/4 »	» 67.20
1/8 »	» 33.60

Annonces Suisses S. A. (ASSA)



Place Bel-Air 2. Tél. 22 33 26
 Lausanne et succursales

SOMMAIRE : Dimensionnement des constructions fléchies, par † ANDRÉ SZÉCSI, ingénieur. — NÉCROLOGIE : Maurice Paschoud, Dr h. c. — BIBLIOGRAPHIE. — LES CONGRÈS : Troisième Session internationale sur les Métaux Légers; 6^e Congrès international des fabrications mécaniques. — Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne : Cours d'introduction à l'énergie atomique. — COMMUNIQUÉ. — SERVICE DE PLACEMENT. — DOCUMENTATION GÉNÉRALE. — NOUVEAUTÉS, INFORMATIONS DIVERSES.

Supplément : « Bulletin S. I. A. » n° 8.

DIMENSIONNEMENT DES CONSTRUCTIONS FLÉCHIES

par † ANDRÉ SZÉCSI, ingénieur

1. Préface

Les méthodes de dimensionnement appliquées dans la pratique se bornent à déterminer la sollicitation maximum dans la fibre extrême de la section et la comparent à la sollicitation admissible. En outre, elles examinent si la construction ne subit pas des déformations inadmissibles sous l'effet des charges effectives.

Dans l'étude qui suit nous voulons évoquer très brièvement les imperfections de la méthode de dimensionnement précitée et, d'autre part, nous nous proposons d'esquisser une méthode de dimensionnement qui corresponde beaucoup mieux au fonctionnement réel des constructions. Enfin, nous démontrons par des essais appropriés que les bases de calcul concordent très bien avec la réalité.

2. Les imperfections de la méthode de dimensionnement appliquée généralement dans la pratique

Cette méthode n'a pas donné satisfaction pour certaines constructions. Pour ce motif, on a déterminé des groupes de constructions pour lesquels la tension admissible dépend aussi de la forme (et de données particulières) de la section, ainsi que de la manière d'appliquer les charges. Le problème de dimensionne-

ment de ces constructions a été considéré généralement comme problème de stabilité.

Il est significatif que les opinions ne concordent pas entièrement sur l'appartenance de telle ou telle construction au groupe de problèmes de stabilité ou au contraire à celui des problèmes de tensions.

Il y a, en effet, des constructions pour lesquelles la déformation ne joue pas grand rôle ; elle n'y influence pas ou très peu le jeu des forces. Par contre, il y en a d'autres pour lesquelles la déformation a une importance capitale.

Mais il est tout de même erroné de diviser, en partant de ce fait, les constructions en groupes différents, parce que la séparation des divers groupes ne peut être qu'arbitraire, donc fausse.

Un exemple typique est le problème du flambage excentrique. Ce problème est traité par quelques auteurs qui se basent sur la théorie d'élasticité classique, comme un problème de tension d'ordre supérieur. Mais en même temps, ils considèrent le problème du flambage axial comme un problème de stabilité par excellence.

Que la distinction n'est pas juste est facile à prouver. Il n'y a qu'à faire varier l'excentricité : il est absolument impossible de déterminer une grandeur de l'excentricité

pour laquelle le problème de tension se mue en un problème de stabilité.

Dans un article précédent (*Flambage excentrique*, B.T. n° 10 du 19 mai 1951), l'auteur a déjà établi que, pour le dimensionnement des constructions, les déformations qui sont provoquées par les charges et effets multipliés par les facteurs de sécurité sont déterminantes.

La différence entre ce principe fondamental et l'examen des déformations provoquées par les charges effectives selon la méthode classique est essentielle. Il suffit, pour s'en convaincre, de remarquer qu'au-dessus d'une certaine charge les déformations augmentent beaucoup plus rapidement que les charges et les tensions.

Par ailleurs, on peut constater que les valeurs admissibles des tensions ne sont souvent en réalité que des valeurs moyennes et que, dans nos constructions dimensionnées par la méthode classique d'élasticité, les tensions réelles maximum sont bien au-dessus de la limite élastique de la matière (voir l'exemple des trous de rivets). Or, si dans un point quelconque de la construction la tension dépasse la limite élastique de la matière, il se produit non seulement des déformations élastiques, mais aussi des déformations plastiques, donc supplémentaires. Ces déformations supplémentaires peuvent être limitées à des régions très restreintes de telle façon que leur effet dans la déformation totale de la construction soit minime.

Elles peuvent avoir un effet défavorable pour la résistance des constructions ou, au contraire, un effet avantageux.

Dans le groupe « effet défavorable » se rangent les colonnes comprimées, soit les problèmes du flambage ; par contre, dans le groupe « effet avantageux » se placent notamment les constructions fléchies.

On peut considérer que la méthode de calcul qui tient compte des déformations réelles (donc élastique et plastique) des colonnes comprimées (problèmes de stabilité) est connue, mais on ne peut en dire autant au sujet des constructions fléchies. C'est précisément cette méthode de calcul basée sur les déformations réelles et applicable aux constructions fléchies que nous voulons établir ici.

3. L'effet extérieur — déformation — tensions intérieures

Pour déterminer la nouvelle position d'équilibre d'une construction chargée, il faut se baser sur le fait que cette position s'établit à la suite du développement des tensions intérieures et que celles-ci sont naturellement précédées par leur cause soit par la déformation due aux charges.

Dans le calcul, nous sommes obligés de procéder comme suit :

On évalue d'abord la nouvelle position d'équilibre et, après détermination des tensions intérieures, on contrôle si les déformations calculées et évaluées concordent. On peut parfois calculer directement les tensions intérieures et, à partir de ce résultat, les déformations.

Dans tous les cas, il faut connaître les relations tensions-déformations.

Tandis que dans le domaine élastique ces relations

peuvent être considérées comme connues, ce n'est pas le cas dans le domaine plastique.

A titre d'exemple, on peut rappeler que dans le domaine élastique le facteur de Poisson détermine la déformation transversale et, par cela, la relation tensions-déformations est strictement déterminée. Par contre, dans le domaine plastique la situation est toute différente.

Le facteur de Poisson n'est plus constant. La relation force extérieure-tensions intérieures-déformations n'est plus strictement déterminée. Les tensions intérieures ne dépendent plus uniquement des forces extérieures momentanées, mais aussi des déformations antérieures.

Ce dernier fait peut être constaté facilement si l'on examine la déformation permanente après suppression des charges. Cette déformation permanente signifie que des tensions spéciales sont présentes, qui peuvent être appelées tensions de structure. Elles correspondent aux déformations permanentes, bien qu'il n'y ait aucune charge extérieure.

Ce point peut être mis en évidence de la manière la plus simple avec l'essai de traction.

Selon les essais, même si la charge (tension) σ_1 dépasse la limite de proportionnalité σ_p , la ligne de décharge sera parallèle à la droite E donc elle se comporte d'une manière élastique.

Dans la zone $O\sigma_p$ le facteur de Poisson (« m ») est une constante de matériaux. Après décharge, le diagramme se retrouve au point O en suivant la ligne droite aO d'inclinaison $\tan \alpha = E$.

En augmentant la charge (tension) jusqu'à σ_1 les déformations sont décrites par la courbe ab . En déchargeant, les déformations suivent une ligne droite qui est parallèle à la ligne E , passe par le point C et coupe l'axe $\epsilon^{\circ}/_{100}$ dans le point « d ».

La distance Od , égale à la distance b_1b , est la déformation permanente. La déformation permanente est égale à la différence entre la déformation effective et la déformation élastique. Ainsi, la déformation supplémentaire et la déformation permanente ont les mêmes valeurs.

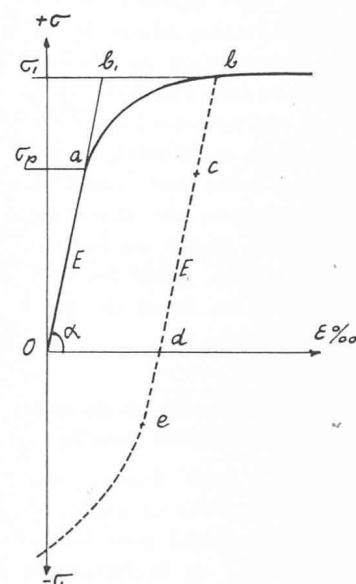


Fig. 1.

Si, après la décharge, nous rechargeons l'éprouvette, nous constatons que la déformation, en partant du point « *d* », suit la ligne *E* jusqu'au point « *b* » correspondant à la tension maximale initiale.

Entre les points « *d* » et « *b* » la matière se comporte comme si la limite de proportionnalité initialement déterminée par le point « *a* » correspondant à la tension σ_p avait été déplacée (donc augmentée), jusqu'au point « *b* », correspondant à la tension initiale σ_1 .

Si nous augmentons les charges (les tensions) au-delà du point « *b* », les déformations suivent une courbe qui se joint tangentielle à la courbe *ab*.

On utilise souvent dans la pratique l'élévation apparente de la limite de proportionnalité, par exemple, pour les armatures du béton étiré à froid.

La cause de l'élévation apparente de la limite de proportionnalité peut être trouvée dans les tensions de structure mentionnées plus haut et dans le changement du coefficient de Poisson « *m* » qui sont liées à la déformation supplémentaire. Ce changement provoque dans la matière un état qui est différent de l'état initial.

L'effet Bauschinger peut être également expliqué de la même manière.

Nous soumettons notre éprouvette initialement à la charge σ_1 ; $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ et nous constatons que la déformation dans la direction *l* est ϵ_b . Après déchargement, nous chargeons l'éprouvette graduellement mais dans le sens contraire par les tensions $\bar{\sigma}_1$; $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3 = 0$. Les essais démontrent que la déformation dans la direction *l* est décrite par une courbe qui se joint tangentielle à la ligne droite *E*. Le point de jonction n'est pas constant ($\bar{\sigma}_{p_1}$). Si la valeur de σ_1 devient plus grande, celle de $\bar{\sigma}_{p_1}$ diminue. La relation n'est pas linéaire.

On peut constater que la déformation initiale totale, donc la déformation élastique et supplémentaire, détermine entièrement les déformations ultérieures, à condition que les tensions restent entre les valeurs σ_1 et $\bar{\sigma}_{p_1}$.

4. Bases du calcul

L'idée fondamentale de la méthode de calcul détaillée ci-après est établie dans le paragraphe précédent. Ce calcul est à appliquer surtout pour les matières ductiles (acier doux). Sa signification n'est pas sans importance pour les constructions en béton armé ainsi que pour le béton précontraint.

Nous nous proposons d'établir dans ce travail les relations pour l'acier doux. Nous fonderons ces relations sur le diagramme (σ, ϵ) idéalplastique ci-contre.

Nous voulons établir une méthode de calcul facilement applicable dans la pratique, donc relativement simple. Elle est appelée à décrire dans ses grandes lignes le comportement réel de la matière — donc des constructions — même si les tensions extrêmes en dépassent la limite élastique.

Nous faisons les hypothèses simplificatrices suivantes :

1. Les sections planes restent planes après déformation : donc la répartition des déformations spécifiques dans toute section reste linéaire.

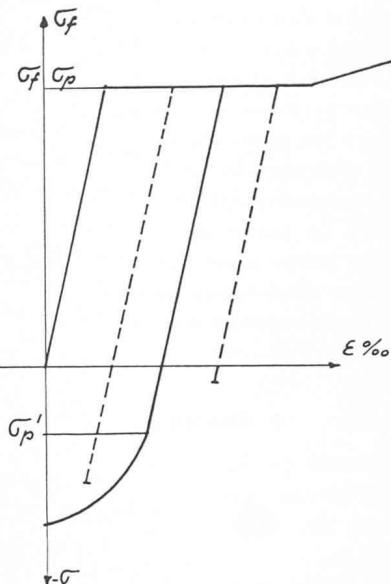


Fig. 2.

2. Les déformations des diverses fibres de la matière suivent la loi du diagramme idéalplastique tension-déformation selon figure 2.

Les hypothèses qui précèdent appellent quelques remarques :

Les sections, comme on le sait, ne restent planes que dans le cas où il n'y a pas d'efforts tranchants. Mais en présence d'efforts tranchants, même les sections avec sollicitations purement élastiques se déforment de telle façon que leur forme ne reste plus plane après la déformation.

Remarquons ici que dès que la limite élastique apparente de la matière est atteinte, l'allongement (raccourcissement naturel) de la matière est accompagné par des tensions de cisaillement considérables, ceci à cause de la limite élastique apparente supérieure et inférieure.

Ces tensions de cisaillement sont en équilibre entre elles dans la section. Mais leurs effets se manifestent d'une part par l'augmentation, rapide une fois amorcée, de l'allongement (raccourcissement) correspondant à la limite élastique, d'autre part dans la diminution de la tension nécessaire pour atteindre la limite élastique apparente de la matière.

Par la suite et justement pour cette raison, nous appellerons « limite élastique apparente » la limite *inférieure*.

La condition 2 exclut la thèse selon laquelle la partie élastique de la section soutient la partie de la section qui est déjà dans le domaine de la limite élastique apparente. Ce fait est démontré irréfutablement par les essais.

Ceci dit, nous avons déjà la possibilité d'établir les relations : forces-déformations même dans le domaine plastique et élasto-plastique.

Au sujet des efforts tranchants, nous pouvons dire que leur effet est facile à calculer, car on peut admettre d'une manière assez exacte que l'effort tranchant est porté dans son ensemble par la partie encore élastique de la section. La justesse de cette supposition ne laisse

pas de doutes si l'on examine l'expression de la tension de comparaison « σ_g ».

De la condition 1, il s'ensuit que, si dans une section, sans tensions permanentes, nous connaissons la délimitation entre les zones élastiques et plastiques, il est suffisant de calculer les déformations de la partie élastique — naturellement en fonction des charges qui lui incombent. La partie plastique va suivre les déformations de la partie élastique.

Nous voulons aussi examiner dans la présente étude, l'effet des charges répétées concernant les constructions fléchies.

5. Flexion pure

Nous supposons que le plan des moments fléchissants contient l'un des axes d'inertie principaux de la section. Il s'agit donc de la flexion droite. La section peut être quelconque.

Dans une étude précédente déjà mentionnée (1), nous avons examiné les déformations occasionnées par l'effet simultané de la force normale (traction ou compression) et du moment fléchissant.

Dans les équations de cette étude, il faut poser $\sigma_o = 0$. (En flexion pure, il n'y a pas de tension occasionnée par la force normale car cette dernière est nulle.)

De cette manière, nous obtenons les conditions d'équilibre pour une section quelconque.

Nous pouvons distinguer les cas suivants :

1. La sollicitation maximum ne dépasse nulle part la limite élastique :

$$k = \frac{1}{\rho} = - \frac{M}{EJ}.$$

2. La sollicitation maximum atteint la limite élastique d'un côté de la section.

Entre les droites $y = o$, et $y = \beta y_o$ les sollicitations dans la section dues au moment fléchissant ont pour valeur σ_f (fig. 3).

Entre les droites $y = \beta y_o$; $y = y_o$ elles valent :

$$\sigma_y = \sigma_f - kE(y - \beta y_o).$$

La somme de sollicitations est nulle :

$$\int_{F_o} \sigma_y \cdot dF = 0.$$

Après intégration, il vient :

$$F_o \sigma_f - kE(S_2 - \beta y_o F_2) = 0 \quad (1)$$

S_2 est le moment statique de la surface F_2 par rapport à la droite $y = 0$.

Les moments des sollicitations dues au moment fléchissant équilibrivent ce dernier :

$$\int_{F_o} \sigma_y \cdot y \cdot dF + M = 0.$$

Après substitution de l'expression de σ_y et intégration, nous obtenons :

$$\sigma_f S_o - kE(J_2 - \beta y_o S_2) + M = 0. \quad (2)$$

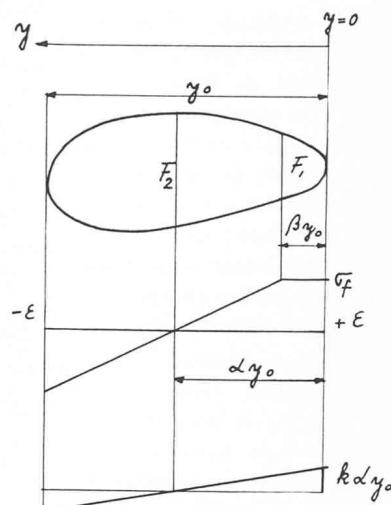


Fig. 3.

S_o est le moment statique de la surface F_o par rapport à la droite $y = 0$ et J_2 le moment d'inertie de F_2 par rapport à cette même droite.

Nous tirons successivement des équations (1) et (2) :

$$k = \frac{1}{E} \frac{F_o \sigma_f}{S_2 - \beta y_o F_2} \quad (3)$$

$$\text{et } M = kE(J_2 - \beta y_o S_2) - \sigma_f S_o. \quad (4)$$

Les équations ci-dessus sont absolument générales quelle que soit la forme de la section. Elles sont valables aussi longtemps que les contraintes n'atteignent pas la limite d'élasticité aussi de l'autre côté de la section. Dès que cette limite est atteinte, le paramètre β a une valeur particulière β_o .

Nous pouvons alors écrire :

$\sigma_{y_o} = + \bar{\sigma}_f$, relation qui donne avec l'équation $\sigma_{y_o} = \sigma_f - k_o E \times (y_o - \beta_o y_o)$:

$$\bar{\sigma}_f = \sigma_f - k_o E (y_o - \beta_o y_o). \quad (5)$$

Cette équation avec (3) nous livre β_o .

Si $\beta > \beta_o$, la distribution des tensions dans la section sera selon figure 4.

Entre les droites $y = 0$ et $y = \beta y_o$ $\sigma = \sigma_f$.

Entre les droites $y = \beta y_o$ et $y = \beta y_o + \frac{\sigma_f - \bar{\sigma}_f}{kE}$

$$\sigma = \sigma_f - kE(y - \beta y_o).$$

Enfin, entre les droites $y = \beta y_o + \frac{\sigma_f - \bar{\sigma}_f}{kE}$

$$\text{et } y = y_o; \quad \sigma = \bar{\sigma}_f.$$

L'équation d'équilibre des forces (tensions) s'écrit :

$$\sigma_f F_1 + \sigma_f F_2 - kE(S_2 - \beta y_o F_2) + \bar{\sigma}_f F_3 = 0 \quad (6)$$

et celle des moments :

$$\sigma_f S_1 + \sigma_f S_2 - kE(J_2 - \beta y_o S_2) + \bar{\sigma}_f S_3 + M = 0. \quad (7)$$

Les formules ci-dessus étant valables pour toute forme de section, leur application au cas d'une section rectangulaire est la suivante :

De l'équation (6)

$$k = \frac{1}{2Ey_o} \times \frac{(\sigma_f - \bar{\sigma}_f)^2}{-\bar{\sigma}_f - \beta(\sigma_f - \bar{\sigma}_f)} \quad \text{qui devient avec}$$

$$-\bar{\sigma}_f = \sigma_f$$

$$\underline{k = \frac{1}{Ey_o} \times \frac{2\sigma_f}{1-2\beta}} \quad (8)$$

et de l'équation (7)

$$M = \frac{by_o^2}{6} \left\{ (\sigma_f - \bar{\sigma}_f) [3(1 - R^2) - (\beta - R)^2] - 3\sigma_f^2 \right\}$$

qui devient avec

$$-\bar{\sigma}_f = \sigma_f; \quad R = \frac{-\bar{\sigma}_f}{\sigma_f - \bar{\sigma}_f} = \frac{1}{2} \quad \text{nous tisons :}$$

$$\underline{M = \frac{by_o^2}{12} \sigma_f [3 - (2\beta - 1)^2]}.$$

Les valeurs M et k peuvent également être exprimées sans utiliser le paramètre β :

$$\underline{M = \frac{by_o^2 \sigma_f}{4} - \frac{b \sigma_f^3}{3k^2 E^2}} \quad (10)$$

$$\text{ou } k = \pm \frac{\sigma_f}{E} \sqrt{\frac{b \sigma_f}{\frac{3}{4} b y_o^2 \sigma_f - 3M}} \quad (11)$$

On peut imaginer que la rotation spécifique effective $k = \frac{1}{\rho}$ est composée de deux parties :

La première partie k_{el} est la valeur que l'on obtiendrait si la section avait un comportement entièrement élastique et la deuxième partie est la différence entre la rotation réelle et la rotation élastique, soit la rotation spécifique supplémentaire.

Nous pouvons donc écrire : $k_{el} + \Delta k = k$.

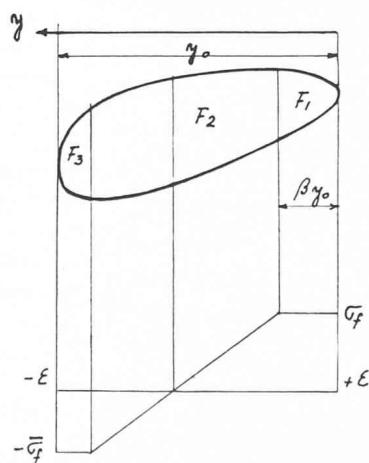


Fig. 4.

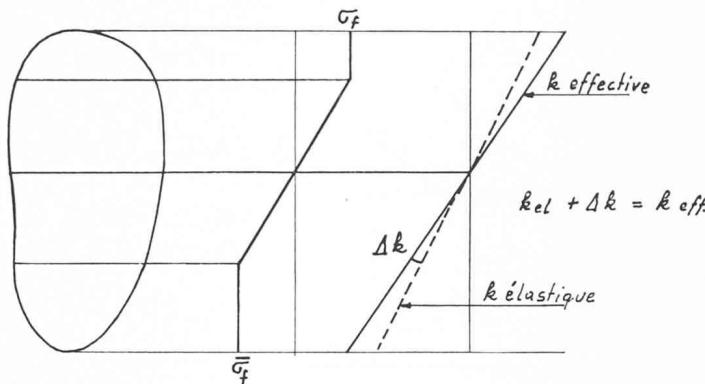


Fig. 5.

Dans la relation ci-dessus, nous connaissons la valeur $k_{el} = -\frac{M}{EJ}$ (J est le moment d'inertie total de la section par rapport à son axe de gravité).

Avec cela, nous avons un procédé général à notre disposition pour déterminer les déformations réelles des constructions fléchies dans le cas où les tensions dépassent la limite élastique.

Nous n'avons qu'à ajouter aux déformations élastiques connues les déformations occasionnées par les rotations supplémentaires.

Si les moments effectifs de la construction sont connus, la déformation de la dite construction est donc possible à déterminer avec plus ou moins de travail mais sans difficulté. On peut donc considérer que la solution des constructions fléchies isostatiques est connue dans le cadre de la méthode indiquée.

La solution des constructions hyperstatiques n'est plus aussi simple.

Les conditions de déformations expriment que les valeurs hyperstatiques recherchées doivent avoir des grandeurs strictement définies.

Cependant, dès que les tensions effectives dépassent la limite de proportionnalité de la matière, la relation force-déformation cesse de rester linéaire et ce fait complique passablement la solution des constructions hyperstatiques. La loi de la superposition n'est plus valable.

La solution des systèmes hyperstatiques s'obtient aussi dans ce cas sur la base des conditions de déformation. Mais, en général, nous sommes obligés d'estimer les valeurs hyperstatiques recherchées et de contrôler si les conditions de déformation sont satisfaisantes ou non.

Nous supposons que nous connaissons la relation « moments fléchissants » — « rotations spécifiques » supplémentaires — par un ou plusieurs diagrammes selon les sections de la construction.

Nous pouvons avec ce ou ces diagrammes facilement calculer les efforts notamment les moments fléchissants par la méthode générale suivante :

Il s'agit donc de déterminer avec les indications de la figure 6 ci-contre, la valeur M_{eff} du moment fléchissant qui charge la section I—I.

On peut imaginer le jeu des forces de la construction réparti en deux composantes :

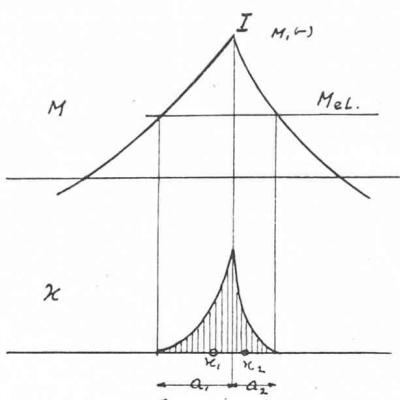


Fig. 6.

La première est la partie élastique avec les moments fléchissants $M_{\text{élastique}}$ et la seconde est l'effet des rotations spécifiques supplémentaires.

Par le diagramme mentionné ci-dessus, nous connaissons déjà la répartition de ces rotations spécifiques supplémentaires. Nous pouvons les considérer comme attachées à chaque section suivant la dimension longitudinale de la construction.

Si donc la section examinée se trouve à l'endroit où justement les rotations spécifiques supplémentaires existent, il faut les séparer en deux parties et déterminer les valeurs

$$\kappa_1 = \int_{a_1} \Delta k \, da \quad \text{et} \quad \kappa_2 = \int_{a_2} \Delta k \, da .$$

Si la section examinée se trouve d'un seul côté de l'endroit où les rotations spécifiques supplémentaires existent, il faut travailler avec l'expression

$$\kappa = \int_{a_1} \Delta k \, da + \int_{a_2} \Delta k \, da .$$

Nous pouvons donc écrire :

$$M_{\text{eff}} = M_{\text{el}} + M_{\kappa_1} + M_{\kappa_2} . \quad (12)$$

Si la valeur M_{eff} a été bien estimée, l'équation 12 est satisfaisante.

Dans cette équation M_{κ_1} et M_{κ_2} sont les moments produits par les rotations relatives κ_1 et κ_2 . Ils agissent sur une construction fonctionnant d'une manière élastique.

Cette méthode est valable d'une manière générale et ne dépend pas du degré hyperstatique de la construction.

Il faut encore connaître la place exacte des valeurs κ donc des résultantes des rotations spécifiques supplémentaires.

Si la figure des moments est, par exemple, celle qui est dessinée sur la figure 6, il est évident que l'endroit des valeurs κ_1 et κ_2 sera très proche de la section $I-I$.

On peut même dire qu'en cas de symétrie, la résultante de $(\kappa_1, \kappa_2) = \kappa$ se trouvera exactement dans cette section.

La situation est différente si la figure des moments est telle que nous l'avons représentée sur la figure 7.

Mais avec les diagrammes, moments fléchissants - rotations spéc. supplémentaires, nous pouvons facile-

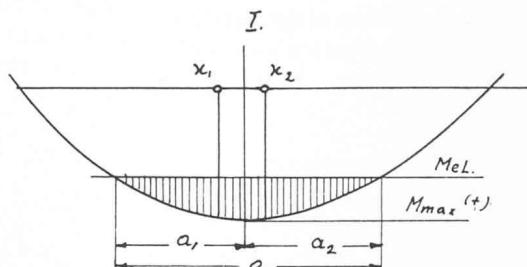


Fig. 7.

ment déterminer les résultantes κ_1 et κ_2 de ces rotations spéc. supplémentaires, ainsi que leur lieu, donc leur emplacement exact.

6. « Rotule » plastique

Nous ne voudrions pas aborder une autre partie de cette étude sans relater très brièvement la thèse de la « rotule » plastique souvent débattue dans le cadre de la théorie de la plasticité.

La matière des sections utilisée presque exclusivement dans la pratique est répartie de telle façon que la condition d'économie (c'est-à-dire le moment d'inertie maximum avec une quantité de matière minimum) soit satisfaite.

Dans ce cas, dès que la tension de la fibre extrême de la section la plus sollicitée atteint la limite élastique, la capacité de résistance de la section est déjà utilisée presque dans sa totalité. Une grande rotation spécifique supplémentaire suivra une augmentation des moments fléchissants relativement petite.

De ce fait, prouvée par les essais, résulte la notion de la rotule plastique qui signifie qu'avec un moment constant, la rotation de la section devient libre.

Cette condition, qui peut correspondre d'une manière satisfaisante à la réalité pour certaines constructions, ne peut être généralisée, par exemple, par la méthode d'égalisation des moments. Pour arriver à l'égalisation des moments, il est généralement nécessaire d'avoir des déformations d'une grandeur telle qu'elles sont déjà inadmissibles.

D'autre part, il est absolument erroné d'examiner uniquement la section la plus sollicitée de la construction. En effet, les rotations spécifiques supplémentaires apparaissent sur une longueur de la construction plus ou moins grande et leur grandeur est déterminée d'une manière précise par les moments fléchissants sur toute cette région.

En outre, les rotations spécifiques supplémentaires peuvent être également réparties d'une manière uniforme (voir fig. 8). Comme nous le voyons ici, toutes les sections sur la longueur « a » sont celles qui sont les plus sollicitées et, selon la thèse de la rotule plastique, il faudrait envisager un nombre infini de ces rotules.

Cette supposition sera absolument fausse pour une poutre avec section  pour laquelle il n'y aurait pas une augmentation rapide de déformation au moment où la sollicitation de la fibre extrême (i) de

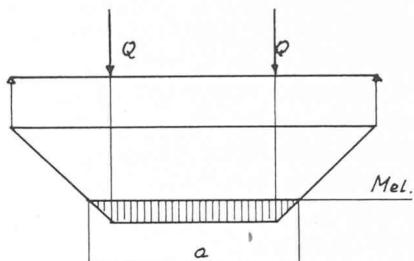


Fig. 8.

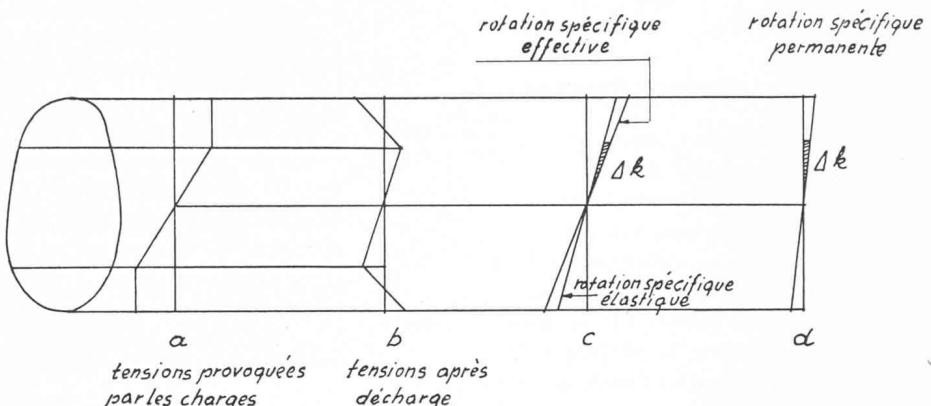


Fig. 9.

la section atteint la limite élastique. Par contre, si la même poutre est retournée à 90°, et si elle est de nouveau sollicitée dans le plan vertical, elle présente des particularités toutes différentes.

Dès que la tension dans les ailes atteint la limite élastique, la déformation (rotation spécifique supplémentaire) ne sera pratiquement plus limitée.

Par ce simple exemple, il est démontré entre autres que la tension des fibres extrêmes n'est pas une valeur à adopter pour le dimensionnement des constructions. Les déformations sont déterminantes.

7. Etat de tension après décharge

Dans notre étude, nous avons toujours supposé que la matière de la construction a été sans tension avant le chargement et que cette matière se comporte d'une manière idéoplastique exprimée par les conditions (1) et (2).

Si la tension maximum de la fibre extrême d'une section quelconque n'atteint pas la limite élastique sous l'effet des charges, la construction n'a aucune tension après le déchargement.

Par contre, si sous l'effet des charges les fibres extrêmes de la section ont atteint la limite élastique et si elles ont subi une déformation non élastique (plastique), nous aurons des tensions dans la construction après la décharge.

Ces tensions sont composées de deux composantes. La première appartient à la section, la deuxième à la construction, plus exactement aux conditions d'appui de la construction. Cette dernière ne se manifestera que si la construction est hyperstatique.

Nous nous occuperons tout d'abord des tensions du premier groupe.

Il découle des conditions 1 et 2 que la rotation spécifique de la section, provoquée par le déchargement :

$$\bar{k} = + \frac{M}{EJ} = -k_{el}$$

se produira d'une manière parfaitement élastique.

Conséquence : La rotation spécifique résiduelle $\Delta\bar{k}$ aura la même valeur que la rotation spécifique supplémentaire Δk . $\Delta\bar{k} = \Delta k$.

Les tensions résiduelles auront pour n'importe quelle

distance de fibre « y » une valeur qui sera la différence entre les tensions dessinées sur la figure 9 « a » et celles qui sont données par la formule $\sigma_{y el} = - \frac{M}{J} Z$. Ces tensions résiduelles sont représentées sur la figure 9b.

Les tensions résiduelles du deuxième groupe peuvent être calculées en déterminant les efforts de la construction provoquée par les Δk uniquement.

Naturellement, pour obtenir les valeurs des tensions résiduelles effectives, il faut tenir compte des effets des deux groupes.

8. L'effet des charges répétées

Après les explications du chapitre précédent, nous sommes en mesure d'admettre que les tensions provoquées par les charges et par les déchargements sont connues. En outre, si les effets de la première charge ne sont pas dépassés en grandeur par les effets des charges ultérieures, le comportement de la construction sera entièrement élastique, bien que la construction ait subi des déformations plastiques lors du premier chargement.

Par contre, si une charge suivante est plus grande que celle qui a provoqué la première déformation plastique, cette déformation plastique augmentera. Elle atteindra la valeur qui correspond à cette dernière et le jeu des forces s'établira donc comme si la première déformation plastique n'avait pas existé.

Etant donné que, conformément à la condition 2, nous avons supposé que les fibres de la section se déforment selon la loi exprimée par les diagrammes tensions-déformations concernant la matière, la prise en considération de l'effet des charges variables et répétées n'occasionne aucune difficulté. Nous devons seulement prendre garde que les sollicitations réelles des fibres de la section ne dépassent pas les limites de fatigue alternée de la matière.

En fait, cela n'est que rarement restrictif car généralement le poids propre de la construction et les charges utiles provoquent des sollicitations dans le même sens. De ce fait, il résulte qu'après décharge les tensions correspondant aux poids propres auront généralement les mêmes sens et direction que les tensions maximum.

(A suivre)