

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 81 (1955)  
**Heft:** 21-22: École polytechnique fédérale Zurich: centenaire 1855-1955, fasc. no 2

**Artikel:** Mesure de la température d'un fluide en mouvement  
**Autor:** Écabert, R.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-61381>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 04.05.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

atteint ne dépassant pas les valeurs usuelles. On peut au surplus munir l'arbre de torsion de butées de façon que sa rupture n'entraîne pas un emballement du moteur de traction.

#### Avantages des transmissions à arbres à cardans et à engrenages cylindriques

Il résulte de ce qui précède que les nouvelles transmissions à arbres à cardans et à engrenages cylindriques ont un certain nombre d'avantages que l'on peut résumer comme suit :

##### 1. Poids réduit

Si l'on compare les poids des moteurs à induit creux et de leurs transmissions à cardans avec ceux des moteurs à suspension par le nez ou avec ceux des moteurs à arbre creux, la comparaison est presque toujours en faveur des premiers.

##### 2. Pas d'usure, ni d'entretien

Les mouvements relatifs entre moteur et essieu engendrent une déformation des accouplements métalliques, à lames ou à disques, qui ne subissent aucune usure et ne nécessitent aucun entretien.

##### 3. Pas d'interférence sur la suspension du véhicule

On sait que les transmissions à arbres à cardans ne provoquent pas de force de réaction lorsque l'essieu est déplacé hors de sa position normale et qu'elles ne

viennent ainsi pas « durcir » la suspension comme le font la plupart des systèmes d'entraînement à ressorts ou à caoutchouc.

##### 4. Possibilité de loger des moteurs de puissance maximum

L'absence d'arbre creux entourant l'essieu (qui permet de réduire la distance des axes du moteur et de l'essieu), la faible liberté au sol de la grande roue dentée (qui ne suit pas le jeu des ressorts de suspension) et le grand rapport de réduction des engrenages (que rend possible le pignon supporté de part et d'autre par des roulements) font que pour un diamètre de roue donné le moteur à induit creux a le maximum de puissance.

##### 5. Grande longévité des engrenages cylindriques

Le pignon au lieu d'être monté en porte-à-faux, comme sur le moteur à suspension par le nez, comporte un roulement de part et d'autre, ce qui donne d'excellentes conditions d'engrènement. Le carter d'engrenages d'autre part est très étanche. Ces deux facteurs sont un gage de longévité des engrenages.

Ces divers avantages ont fait qu'au cours des dernières années les transmissions à arbres à cardans et accouplements métalliques se sont beaucoup répandues. Elles ont été appliquées avec un égal succès aux motrices de tramways, où la puissance par essieu n'est que de 50 ch environ, et aux locomotives modernes les plus puissantes, où elle dépasse 1000 ch par essieu.

## MESURE DE LA TEMPÉRATURE D'UN FLUIDE EN MOUVEMENT

par R. ÉCABERT, ingénieur E.P.F.

Symboles employés (système d'unités Giorgi)

$T_a$	°K	température d'arrêt.
$T_s$	°K	température statique.
$\Delta T_d$	°K	« température dynamique », $\Delta T_d = T_a - T_s$ .
$T_m$	°K	température mesurée.
$T_m'$	°K	température fictive qui serait mesurée en l'absence de tout échange de chaleur entre le thermomètre et les parois.
$\Delta T_{m,r}$	°K	modification de la température mesurée due à l'échange de chaleur entre le thermomètre et les parois (ou au rayonnement seul), $\Delta T_{m,r} =  T_m - T_m' $ .
$\Delta T_m$	°K	différence des températures mesurées dans la section d'entrée et dans la section de mesure, $\Delta T_m = T_{m_0} - T_{m_1}$ .
$T_p$	°K	température des parois.
$p_a$	kg/ms <sup>2</sup>	pression d'arrêt.
$p_s$	kg/ms <sup>2</sup>	pression statique.
$\Delta p_d$	kg/ms <sup>2</sup>	pression dynamique, $\Delta p_d = p_a - p_s$ .
$Ma$		nombre de Mach, $Ma = c/s$ .
$c$	m/s	vitesse d'écoulement.
$s$	m/s	vitesse du son, $s = \sqrt{\kappa RT_s}$ .
$\kappa$		exposant isentropique, $\kappa = c_p/c_v$ .
$c_p$	kJ/kg <sup>0</sup>	chaleur spécifique à pression constante.
$c_v$	kJ/kg <sup>0</sup>	chaleur spécifique à volume constant.
$R$	kJ/kg <sup>0</sup>	constante des gaz, $R = 287$ kJ/kg <sup>0</sup> pour l'air.
$Re$		nombre de Reynolds, $Re = cl/v$ .
$l$	m	longueur de référence.
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	viscosité cinématique.
$Pr$		nombre de Prandtl, $Pr = \nu/a$ .
$a$	m <sup>2</sup> /s	diffusivité thermique.
$r$		coefficient d'échauffement, $r = (T_m - T_s) / \Delta T_d$ .

### Introduction

La mesure de la température d'un fluide en mouvement demande certaines précautions. L'indication de l'instrument peut, dans certains cas, être faussée de plus de 100° C, soit par l'échange de chaleur entre le thermomètre plongé dans le fluide et les parois limitant l'écoulement de ce dernier, soit par l'échauffement de la couche limite autour du thermomètre.

Nous esquisserons tout d'abord les problèmes que pose le premier effet cité, nous considérerons ensuite avec quelques détails le second et décrirons enfin une mesure visant à déterminer le coefficient d'échauffement  $r$  d'un thermomètre à mercure placé dans une douille de protection (voir fig. 3). Cette mesure, effectuée dans le domaine  $c = 40 \dots 100$  m/s, nous a donné

$$r = 0,60 \begin{matrix} + 0,04 \\ - 0,03 \end{matrix}$$

### Echange de chaleur avec les parois

Le thermomètre échange de la chaleur par conduction avec le fluide (et aussi par rayonnement dans certains cas) ; il en échange également avec les parois, par rayonnement et par conduction. La température mesurée est la résultante de ces différents échanges de chaleur. On augmentera la précision de la lecture en réduisant autant que possible l'échange de chaleur avec les parois,

tout en favorisant l'échange de chaleur avec le fluide (1), (2), (3)<sup>1</sup>.

Dès que les températures à mesurer sont élevées, l'erreur due au rayonnement devient importante. On la réduira tout d'abord en diminuant l'écart entre la température du fluide et celle des parois, en calorifugeant soigneusement ces dernières à l'extérieur, ou même en les chauffant; ensuite, en entourant le thermomètre d'un ou de plusieurs écrans réfléchissants qui prennent une température située entre celle du thermomètre et celle des parois. La figure 1 montre à titre d'exemple un thermomètre spécialement conçu pour des mesures aux hautes températures. A l'extrémité du tube central se trouve la soudure chaude du thermocouple; le fluide circule librement entre les quatre écrans réfléchissants disposés autour de la soudure. King (1) ne donne pas de renseignements précis sur la sensibilité au rayonnement de ce thermomètre.

Dans la suite de l'article, nous supposons que les températures à mesurer diffèrent peu de la température ambiante, et que l'on peut négliger l'échange de chaleur entre le thermomètre et les parois.

#### Influence de la vitesse d'écoulement

On distingue la température statique  $T_s$  d'un fluide en mouvement de sa température d'arrêt  $T_a$ . La température statique est celle qui serait mesurée par un thermomètre se déplaçant avec le fluide; la température d'arrêt, celle que prendrait le fluide si on le comprimait, sans échange de chaleur ni de travail avec le milieu ambiant, jusqu'à la vitesse zéro. On pourrait désigner la différence entre la température d'arrêt et la température statique par « température dynamique »  $\Delta T_d$ :

$$T_a - T_s = \Delta T_d = c^2/2c_p,$$

$c$  désignant la vitesse d'écoulement du fluide, et  $c_p$  sa chaleur spécifique à pression constante. Dans le cas de l'air, par exemple ( $c_p \cong 1000 \text{ kJ/kg}^\circ$ ),  $\Delta T_d = 5^\circ \text{ K}$  pour  $c = 100 \text{ m/s}$ , et  $\Delta T_d = 45^\circ \text{ K}$  pour  $c = 300 \text{ m/s}$ .

L'introduction d'un thermomètre dans le fluide perturbe l'écoulement de ce dernier. A l'avant du thermomètre se forme un point d'arrêt, autour duquel les vitesses sont plus petites que dans l'écoulement non perturbé. De plus, il y a frottement du fluide sur les parois du thermomètre. L'élévation de température correspondant à la diminution de vitesse d'une part, la chaleur dégagée par frottement d'autre part font que le thermomètre prend toujours une température supérieure à la température statique du fluide en mouvement. Généralement, la température mesurée  $T_m$  se situe entre la température statique et la température

d'arrêt; dans certains cas (grands nombres de Prandtl en particulier; pour de l'eau à  $20^\circ \text{ C}$   $Pr = 7$  par exemple) elle dépasse même la température d'arrêt.

On peut déterminer indirectement la température d'un gaz en mouvement, de composition connue, par une mesure de pression accompagnée d'une détermination optique ou électrique (4) de la densité. Par ce procédé, on évite de perturber l'écoulement du fluide par l'introduction d'un thermomètre, avantage qui dans certains cas est essentiel. Les désavantages de cette méthode, manque de précision et appareillage compliqué, sont toutefois tels qu'on préfère utiliser un simple thermomètre dans la grande majorité des cas.

#### Coefficient d'échauffement

On désigne par « coefficient d'échauffement »  $r$  la fraction de la température dynamique que l'on mesure en plus de la température statique:

$$r = (T_m - T_s)/\Delta T_d.$$

La valeur de ce coefficient  $r$  dépend du genre de thermomètre employé; de son aspect et de ses dimensions; de son orientation relative à la direction d'écoulement du fluide; ainsi que des nombres de Mach, de Reynolds et du degré de turbulence de l'écoulement; et enfin, du nombre de Prandtl du fluide. La connaissance du coefficient d'échauffement du thermomètre employé est indispensable à la mesure précise de la température d'un fluide en mouvement. Sa détermination est un problème complexe, même si on néglige les effets de l'échange de chaleur entre le thermomètre et les parois.

Le calcul de  $r$  n'a abouti que dans le cas d'une plaque plane placée dans un courant uniforme, avec un angle d'attaque nul. Pohlhausen (5) a calculé (en 1921) en fluide incompressible le cas de la couche limite en régime laminaire, et a trouvé  $r = \sqrt{Pr}$  pour les valeurs de  $Pr$  inférieures à 10. Pour l'air ( $Pr = 0,71$ ), il en résulte  $r = 0,84$ , en bon accord avec les mesures d'Eckert (6). Busemann (7), Ackermann (8), Frankl (9), Emmons et Brainerd (10) ont étendu les calculs aux cas laminaire compressible et turbulent incompressible. Pour toutes les autres formes de thermomètres, le coefficient d'échauffement n'a été déterminé jusqu'ici que par l'expérience.

#### Mesures

Les premières mesures de température dans des fluides s'écoulant à des vitesses élevées ont été effectuées par Stodola en 1903 (11), par Batho en 1908 (12) et par Nusselt en 1916 (13), le long de l'axe d'une tuyère de Laval. Alors que Batho mesurait à peu près la température (statique) calculée, Nusselt et Stodola arrivaient à la conclusion qu'il n'était pas possible de mesurer la température d'un fluide en écoulement supersonique, la mesure donnant des valeurs excédant de plus de  $100^\circ \text{ C}$  les températures (statiques) calculées. En 1920, Muller (14) répéta ces essais, et s'aperçut qu'en employant de la vapeur humide (comme l'avait fait Batho), il mesurait une température de peu supérieure à la température statique, tandis qu'avec de la vapeur sèche (comme l'avait fait Stodola, alors que Nusselt avait employé de l'air) il mesurait une température de peu inférieure à la température en amont de la tuyère (égale à la température d'arrêt). Il en conclut

<sup>1</sup> Les chiffres entre parenthèses renvoient aux publications citées en fin d'article.

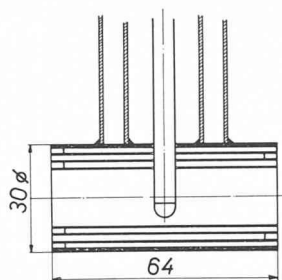


Fig. 1. — Thermomètre de King (1) pour hautes températures.

justement que si la vapeur était humide, de l'eau se déposait sur le thermomètre, lequel prenait de ce fait une température voisine de la température statique de la vapeur. Ainsi s'expliquait la différence entre les résultats de Batho d'une part, ceux de Stodola et de Nusselt d'autre part. Notons que les mesures de Nusselt conduisent à une valeur du coefficient d'échauffement bien constante, égale à 0,81 ou 0,85 suivant le diamètre des fils du thermocouple employé.

Depuis 1938, de nombreuses mesures ont été publiées, presque toutes effectuées dans de l'air. On peut classer ces mesures en deux groupes : dans le premier, celles visant à déterminer le coefficient d'échauffement d'un thermomètre donné à priori ; dans le second, celles visant à trouver une forme de thermomètre spécialement adaptée à la mesure de la température d'un fluide en mouvement, c'est-à-dire d'un thermomètre jouissant des propriétés suivantes :

- le coefficient d'échauffement ne dépend que dans une faible mesure des nombres de Mach et de Reynolds, ainsi que du degré de turbulence,
- le thermomètre est insensible à une variation de direction de l'écoulement du fluide allant jusqu'à 10° environ,
- il est facile à fabriquer, et robuste,
- l'échange de chaleur entre le thermomètre et les parois est minime.

Notons en passant qu'un thermomètre en forme de plaque plane ne convient pas, son coefficient d'échauffement dépendant dans une trop forte mesure du nombre de Reynolds et du degré de turbulence, ainsi que d'une variation de l'angle d'attaque.

Parmi les mesures du premier groupe, citons celles d'Eckert (6), (15) et de Hottel et Kalitinsky (16) pour des thermocouples, donnant pour  $r$  des résultats variant de 0,65 à 0,9 suivant la forme de la soudure, la direction de l'écoulement et le diamètre des fils ; les mesures de Hartmann (17) et de Wimmer (18) pour des thermomètres à mercure placés dans une douille de protection courante. Hartmann a mesuré  $r = 0,59$  ; Wimmer,  $r = 0,63$ .

Parmi les mesures du second groupe, citons celles de Franz (19), de Wimmer (18), d'Eckert (6), (15), de King (1), de Hottel et Kalitinsky (16), et enfin d'Eber (2). A titre d'exemple, nous reproduisons (fig. 2) un des thermomètres essayés par Hottel et Kalitinsky, ainsi que ses courbes d'étalonnage. La soudure du

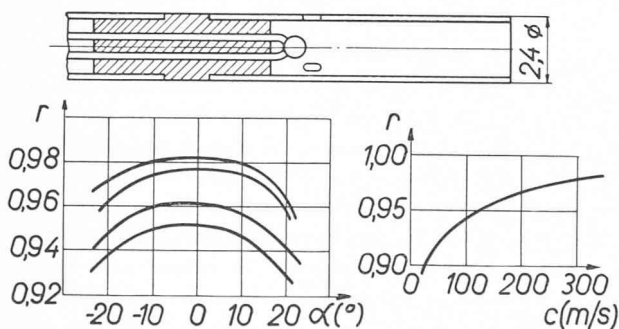


Fig. 2. — Thermomètre de Hottel et Kalitinsky (16), avec ses courbes d'étalonnage.

A gauche, le coefficient d'échauffement  $r$  en fonction de l'angle  $\alpha$  entre la direction d'écoulement et l'axe du thermomètre, pour  $c = 300, 270, 175$  et  $130$  m/s ; à droite,  $r$  en fonction de la vitesse d'écoulement  $c$ , pour  $\alpha = 0$ .

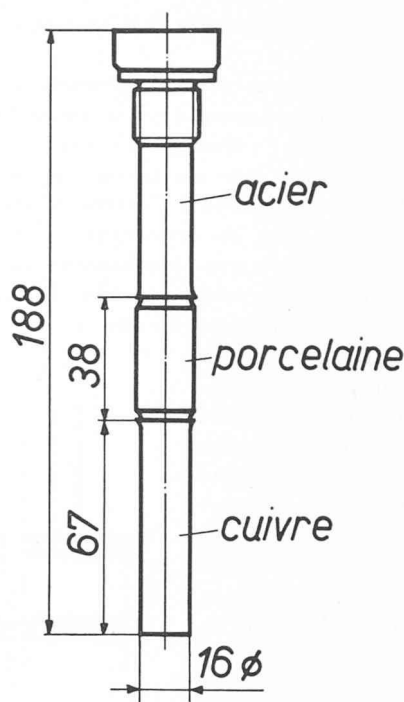


Fig. 3. — Douille de protection pour thermomètre à mercure.

thermocouple est placée en un endroit où la vitesse d'écoulement est faible ; des trous percés latéralement assurent néanmoins un écoulement de l'air autour de la soudure, ce qui est essentiel. La protection contre le rayonnement est bonne ; Hottel et Kalitinsky ont mesuré, en chauffant les parois entourant le thermomètre, un accroissement de la température mesurée due à l'échange de chaleur avec les parois (qui a lieu surtout par rayonnement) égal à

$$\Delta T_{m,r} = (T_p^4 - T_m^4) / 7,5 \cdot 10^8 c^{1,4},$$

$T_m$  étant la température mesurée (en °K) ;  $T_p$ , celle des parois (en °K) ; et  $c$ , la vitesse d'écoulement (en m/s).

*Description d'une détermination du coefficient d'échauffement*

Au Laboratoire de mécanique des fluides de Brown Boveri & Cie, à Baden, nous nous sommes proposés de

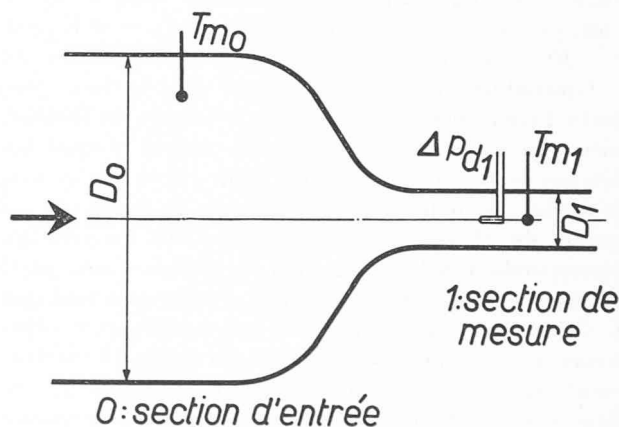


Fig. 4. — Principe de la détermination du coefficient d'échauffement  $r$ .

mesurer le coefficient d'échauffement  $r$  d'un thermomètre à mercure placé dans une douille de protection telle que nous les utilisons dans les mesures courantes du laboratoire (fig. 3), ceci pour des vitesses allant de 50 m/s à 100 m/s. Nous avons obtenu

$$r = 0,60 \begin{matrix} + 0,04 \\ - 0,03 \end{matrix}$$

en concordance avec les mesures de Hartmann (17) et de Wimmer (18). Dans le domaine considéré,  $r$  s'est révélé pratiquement indépendant de la vitesse de l'air.

**Principe de la mesure**

La figure 4 montre le principe de la mesure : l'air est accéléré de la section d'entrée (indice 0) à la section de mesure (indice 1). Nous mesurons  $T_{m0}$ ,  $T_{m1}$ ,  $p_{a0}$  et  $\Delta p_{d1}$  (la signification des symboles employés est indiquée en tête de l'article). L'accélération ayant lieu dans une tuyère aérodynamiquement bien conçue et la mesure de  $T_{m1}$  et de  $\Delta p_{d1}$  se faisant près de l'axe du tuyau, nous pouvons admettre que l'expansion de 0 à 1 est isentropique. Il en est de même pour la compression devant le tube de Prandtl utilisé pour la mesure de  $\Delta p_{d1}$ ; d'où

$$T_{a0} = T_{a1} = T_a.$$

On tire de la définition de  $r$

$$T_a = T_{m0} + (1 - r_0) \Delta T_{d0} = T_{m1} + (1 - r_1) \Delta T_{d1}$$

$$\begin{aligned} T_{m0} - T_{m1} &= \Delta T_m = \\ &= (1 - r_1) \Delta T_{d1} \left[ 1 - \frac{1 - r_0 \Delta T_{d0}}{1 - r_1 \Delta T_{d1}} \right] \end{aligned}$$

La vitesse dans la section d'entrée est si faible que nous pouvons la négliger et poser

$$\Delta T_{d0} = 0, \text{ ou } T_{m0} = T_a$$

L'erreur relative  $e_r$  introduite de ce fait sur  $(1 - r_1)$  peut être estimée en supposant  $r_0 = r_1$ :

$$e_r = \frac{1 - r_0}{1 - r_1} \cdot \frac{\Delta T_{d0}}{\Delta T_{d1}} \approx \frac{\Delta T_{d0}}{\Delta T_{d1}} = \left( \frac{c_0}{c_1} \right)^2 = \left( \frac{D_1}{D_0} \right)^4 = 0,0025$$

(dans notre installation de mesure,  $D_0 = 900$  mm et  $D_1 = 200$  mm). Cette erreur de 2,5 ‰ environ est négligeable au regard des erreurs de mesure, ce qui justifie la simplification que nous avons faite. Par ailleurs

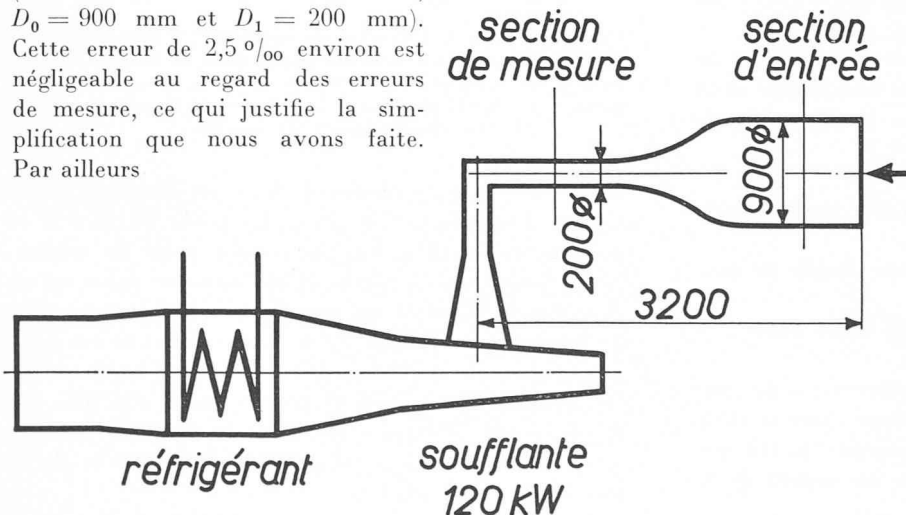


Fig. 5. — Installation de mesure.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T_{d1}}{T_a} &= \frac{T_a - T_{s1}}{T_a} = 1 - \frac{T_{s1}}{T_a} = 1 - \left( \frac{p_{s1}}{p_a} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} = \\ &= 1 - \left( \frac{p_a - \Delta p_{d1}}{p_a} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} = 1 - \left( 1 - \frac{\Delta p_{d1}}{p_a} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \end{aligned}$$

$\Delta p_{d1}$  étant beaucoup plus petit que  $p_a$ , nous pouvons interrompre le développement en série de  $(1 - \Delta p_{d1}/p_a)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}$  après le troisième terme :

$$\begin{aligned} \left( 1 - \frac{\Delta p_{d1}}{p_a} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} &\approx 1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{\Delta p_{d1}}{p_a} - \\ &- \frac{1}{2} \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{1}{\kappa} \left( \frac{\Delta p_{d1}}{p_a} \right)^2 \end{aligned}$$

D'où :

$$\frac{\Delta T_{d1}}{T_a} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{\Delta p_{d1}}{p_a} \left( 1 + \frac{1}{2\kappa} \cdot \frac{\Delta p_{d1}}{p_a} \right)$$

$$T_a - T_{m1} = \Delta T_m = (1 - r_1) \Delta T_{d1}$$

$$1 - r_1 = \frac{\Delta T_m}{T_a} \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{p_a}{\Delta p_{d1}} \left( 1 - \frac{1}{2\kappa} \cdot \frac{\Delta p_{d1}}{p_a} \right)$$

Cette équation permet de calculer  $r_1$  à partir des grandeurs mesurées  $\Delta T_m$ ,  $T_{m0}$ ,  $p_a$  et  $\Delta p_{d1}$  ( $\kappa$  est une fonction connue de  $T_s$ ).

La figure 5 montre l'installation de mesure employée, montée à l'entrée d'une soufflante. Le réfrigérant était mis en service de façon à ramener la température de l'air à la sortie de la soufflante à la température de l'air ambiant.

**Mesure des pressions**

$p_a$  était égal à la pression atmosphérique.  $\Delta p_{d1}$  était mesuré avec un tube de Prandtl, placé immédiatement devant le thermomètre d'essai. Pendant les essais, on retirait ce tube contre la paroi du tuyau, afin de ne pas perturber l'écoulement autour du thermomètre. Ce n'est qu'après avoir mesuré  $T_{m1}$  que l'on mettait le tube de Prandtl en place pour la mesure de  $\Delta p_{d1}$ . Nous avons effectué divers contrôles qui nous permettent d'affirmer que l'erreur systématique sur  $\Delta p_{d1}$  était certainement inférieure à  $\pm 2\%$ .

**Mesure des températures**

Nous avons espéré pouvoir mesurer  $\Delta T_m = T_{m0} - T_{m1}$  au moyen d'un thermocouple. La répartition des températures dans la section d'entrée n'était malheureusement pas uniforme; en conséquence, nous déterminions la température moyenne à l'entrée avec sept thermomètres à mercure répartis sur cette section. L'écart moyen de chacune des déterminations de  $T_{m0}$  par rapport à la valeur moyenne des sept lectures variait entre 10 ‰ et 25 ‰ de  $\Delta T_m$ . L'échange fréquent des thermomètres entre eux montrait qu'il ne s'agissait

pas d'erreurs de mesure, mais de différences de température existant réellement. Pour le calcul, nous admettions que  $T_{m0}$  était égal à la moyenne des sept mesures.

Le thermomètre d'essai était placé dans une douille de protection à extrémité en cuivre (fig. 3). La section en porcelaine diminuait l'échange de chaleur par conduction entre le thermomètre et les parois; le thermomètre était plongé dans de l'huile (le niveau de l'huile n'atteignant pas tout à fait la porcelaine), et entouré d'amiante à hauteur de la porcelaine, afin d'éviter un échange de chaleur par convection. Après la mise en service de la soufflante, nous attendions au moins une heure avant de faire une première mesure, puis encore une demi-heure avant de faire une deuxième mesure. La bonne concordance de ces deux mesures nous montrait que le régime stationnaire était établi.

Les thermomètres employés avaient été spécialement étalonnés en vue de cet essai au Laboratoire de physique de la maison Brown Boveri. La correction pour le filet émergent, qui aurait été de l'ordre de  $0,01^\circ\text{C}$ , pouvait être négligée.

#### Echange de chaleur avec les parois

Il est bon de connaître l'ordre de grandeur de l'influence que peut exercer sur la lecture du thermomètre l'échange de chaleur entre le thermomètre et les parois, par conduction et par rayonnement. La température des parois  $T_p$  n'a pas été mesurée. L'échange de chaleur entre l'air et les parois étant meilleur à l'intérieur du tuyau qu'à l'extérieur, du fait de la vitesse élevée de l'air à l'intérieur,  $T_p$  sera plus près de  $T_s$  que de  $T_a$ , donc inférieur à  $T_{m1}$ . Désignons par  $T_{m1}'$  la température que l'on mesurerait en l'absence de tout échange de chaleur entre le thermomètre et les parois. La température mesurée  $T_{m1}$  sera inférieure à  $T_{m1}'$  d'une quantité  $\Delta T_{m,r}$  telle que le passage supplémentaire de chaleur du gaz au thermomètre dû à l'abaissement de la température du thermomètre de  $T_{m1}'$  à  $T_{m1}$  soit égal au passage de chaleur du thermomètre aux parois.

La quantité de chaleur supplémentaire échangée entre le gaz et le thermomètre est

$$Q_g = S\alpha \Delta T_{m,r} \quad \text{kcal/h}$$

où  $S = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$  est la surface de la partie en cuivre de la douille de protection du thermomètre,

$\alpha = 0,09 \text{ Pe}^{0,75} \lambda_a/d \text{ kcal/h}^\circ\text{m}^2$ , le coefficient de transmission de chaleur pour un cylindre dont l'axe est perpendiculaire à la direction de l'écoulement,

$Pe = cd/a_a$ , le nombre de Péclet,

$\lambda_a = 0,021 \text{ kcal/mh}^\circ$ , la conductibilité thermique de l'air,

$d = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ , le diamètre de la douille de protection,

$c = 30 \text{ m/s}$  (dans le cas le plus défavorable), la vitesse de l'air,

$a_a = 7,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{h}$ , la diffusivité thermique de l'air.

La chaleur échangée par rayonnement entre le thermomètre et les parois est, en tenant compte du fait que la surface du tuyau est très grande au regard de la surface  $S$ :

$$Q_r = SpC_n (T_{m1}^4 - T_p^4) \cdot 10^{-8} \quad \text{kcal/h}$$

où  $\rho = 0,25$  est le coefficient d'émission de la surface de cuivre,

$C_n = 5 \text{ kcal/m}^2\text{h}^0$ , l'émission du corps noir.

La chaleur échangée par conduction est

$$Q_c = S_1 \lambda_p \frac{T_{m1} - T_p}{l} \quad \text{kcal/h}$$

où  $S_1 = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$  est la section de la partie en porcelaine de la douille de protection,

$\lambda_p = 1 \text{ kcal/mh}^\circ$ , la conductibilité thermique de la porcelaine,

$l = 40 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ , la longueur de la section en porcelaine.

En posant

$$Q_g = Q_r + Q_c, \quad T_p = 300^\circ\text{K},$$

et en remplaçant  $(T_{m1}^4 - T_p^4)$  par  $(T_{m1} - T_p) \cdot 4T_p^3$ , on trouve

$$\Delta T_{m,r} = 13 \cdot 10^{-3} (T_{m1} - T_p)$$

Prenons le cas extrême  $T_p = T_{s1}$ : il vient

$$\Delta T_{m,r} = 13 \cdot 10^{-3} r_1 \Delta T_{d1}$$

ou, puisque  $r$  est égal à 0,6 :

$$\Delta T_{m,r} = 0,02 (1 - r_1) \Delta T_{d1}$$

L'erreur due à l'échange de chaleur entre le thermomètre et les parois est donc au plus égale à 2% de  $(1 - r_1)$ , ou 0,01 en valeur absolue.

#### Résultats

Nous attribuons à chaque mesure de  $r$  un poids  $p$ , proportionnel à  $\Delta T_m$  et inversement proportionnel à la valeur moyenne de l'écart entre  $T_{m0}$  et chacune des sept mesures servant à déterminer  $T_{m0}$ . La figure 6

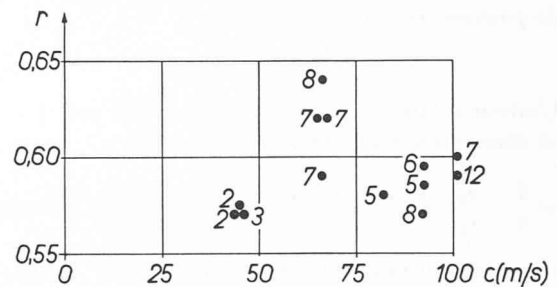


Fig. 6. — Valeurs mesurées du coefficient d'échauffement  $r$  d'un thermomètre à mercure placé dans la douille de protection de la figure 3, en fonction de la vitesse d'écoulement  $c$ . Le poids attribué à la mesure est inscrit à côté de chaque point de mesure.

donne les valeurs mesurées de  $r$  en fonction de la vitesse d'écoulement de l'air. Le poids attribué à la mesure est inscrit à côté de chaque point de mesure. Nous choisissons la vitesse pour abscisse parce qu'un changement de cette vitesse affecte à la fois le nombre de Reynolds et celui de Mach, et que l'effet de ces deux nombres sur le coefficient d'échauffement ne peut pas être déterminé séparément par les essais effectués. La figure montre d'ailleurs que dans le domaine étudié  $r$  peut être considéré comme étant indépendant de la vitesse  $c$ .

Nous obtenons une moyenne pondérée de  $r$  égale à  $\bar{r} = 0,60$ , avec une erreur moyenne de  $\pm 0,006$ . La

probabilité pour que l'erreur soit inférieure à 0,02 en valeur absolue est de 0,997. Deux causes d'erreur systématique sont encore à considérer : d'une part l'erreur sur  $\Delta p_{d1}$ , qui peut atteindre  $\pm 0,01$  ; d'autre part l'erreur due à l'échange de chaleur entre le thermomètre et les parois :  $\pm 0,01$ . Nous indiquons donc la valeur suivante pour le coefficient d'échauffement  $r$  :

$$r = 0,60 \begin{matrix} + 0,04 \\ - 0,03 \end{matrix}$$

Au cours des essais, le nombre de Mach a varié de 0,12 à 0,30 ; le nombre de Reynolds (rapporté au diamètre de la douille de protection), de  $4 \cdot 10^4$  à  $1 \cdot 10^5$ . Dans ce domaine de nombres de Reynolds, la couche limite autour du cylindre constitué par la douille de protection est encore en régime laminaire. En conséquence, nous envisageons de compléter les essais décrits ci-dessus par des essais effectués à des nombres de Reynolds plus élevés, ou avec un degré de turbulence plus grand, obtenu en plaçant un tamis à l'entrée du tuyau.

#### Liste des publications citées

- (1) P. J. KING : *Measurement of High Temperatures in High-Velocity Gas Streams*. Trans. of the A.S.M.E., vol. 65 (1943), p. 421.
- (2) GERHARD R. EBER : *Shielded Thermocouples. Physical Measurements in Gas Dynamics and Combustion*. Princeton University Press, Princeton, N. J. 1954, p. 186.
- (3) H. F. MULLIKIN : *Gas-temperature Measurement and the High-Velocity Thermocouple. Temperature. Its Measurement and Control in Science and Industry*. Reinhold Publishing Corp. New York, 1941.
- (4) *Physical Measurements in Gas Dynamics and Combustion*, Princeton, 1954.
- (5) E. POHLHAUSEN : *Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit kleiner Reibung und kleiner Wärmeleitung*. Zeitschrift für angew. Math. und Mech., vol. 1 (1921), p. 115.
- (6) E. ECKERT : *Temperaturmessung in schnell strömenden Gasen*. Zeitschrift V.D.I., vol. 84 (1940), p. 813.
- (7) A. BUSEMANN : *Gasströmung mit laminarer Grenzschicht entlang einer Platte*. Zeitschrift für angew. Math. und Mech., vol. 15 (1935), p. 23.
- (8) G. ACKERMANN : *Plattenthermometer in Strömung mit grosser Geschwindigkeit und turbulenter Grenzschicht*. Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, vol. 13 (1942), p. 226.
- (9) F. FRANKL : *Theory of the laminary boundary layer in compressible gases*. Trans. of the Central Aero-Hydrodynamical Institute, Moscow, 1934.
- (10) H. W. EMMONS et J. G. BRAINERD : *Temperature Effects in a Laminar Compressible-Fluid Boundary Layer Along a Flat Plate*. Journal of Applied Mechanics, vol. 18 (1941), p. A-105.
- (11) A. STODOLA : *Beitrag zur Strömung von Gasen und Dämpfen durch Rohre mit veränderlichem Querschnitt*. Zeitschrift V.D.I., vol. 47 (1903), p. 1787.
- (12) C. BATHO : *The Temperature Gradient in De Laval Steam Nozzles*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, vol. 174 (1908), p. 317.
- (13) W. NUSSELT : *Die Umsetzung der Energie in der Lavaldüse*. Zeitschrift f.d.ges. Turbinenwesen, vol. 13 (1916), p. 137.
- (14) FRIEDRICH MÜLLER : *Über die Ermittlung des Temperaturverlaufes von schnellströmenden Gasen und Dämpfen bei Expansion in einer Laval-Düse*. Zeitschrift f.d.ges. Turbinenwesen, vol. 17 (1920), p. 61.
- (15) E. ECKERT et W. WEISE : *Die Temperatur unbeheizter Körper in einem Gasstrom hoher Geschwindigkeit*. Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, vol. 12 (1941), p. 40.
- (16) H. C. HOTTEL et A. KALITINSKY : *Temperature Measurement in High-Velocity Air Streams*. Journal of Applied Mechanics, vol. 22 (1945), p. A-25.
- (17) WERNER HARTMANN : *Ausfluss- und Kraftmessungen an der Beschauflung einer einstufigen Versuchsturbine im Luftversuchsstand*. V.D.I.-Forschungsheft 397 (1939), p. 5.
- (18) W. WIMMER : *Die Messung der Stautemperatur*. Ingenieur-Archiv, vol. 11 (1940), p. 1.
- (19) A. FRANZ : *Messtechnische Fragen bei Laderuntersuchungen*. Jahrbuch 1938 der Deutschen Luftfahrtforschung, p. II 215.

## APPLICATION DU CALCUL A L'AIDE DE SUITES A LA THÉORIE DES RÉGLAGES AUTOMATIQUES

par MICHEL CUÉNOD, ingénieur à la Société Générale pour l'Industrie, Genève

La théorie des réglages automatiques consiste essentiellement à étudier les deux problèmes suivants :

1. Détermination des conditions de stabilité d'un réglage automatique.
2. Détermination des variations de la grandeur à régler, à la suite d'une perturbation affectant le dispositif de réglage.

Nous allons montrer quelques avantages pratiques offerts par le calcul à l'aide de suites pour la résolution de ce genre de problèmes (1)<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Les chiffres entre parenthèses se réfèrent à la bibliographie donnée en fin d'article.

### I. Définitions

#### 1. Description du réglage d'un groupe hydro-électrique

A titre d'illustration, nous considérons le cas du réglage de vitesse d'un groupe hydro-électrique représenté schématiquement par la figure 1.

La turbine  $T$  entraîne le générateur  $G$  ainsi que le générateur pilote  $GP$ . L'ouverture de la turbine est commandée par le servo-moteur  $SM$ . Lorsque le commutateur  $C$  est dans sa position 2, le moteur  $M$  est alimenté par le générateur auxiliaire  $GA$  dont la vitesse peut être variée à volonté, indépendamment de celle du générateur  $G$ .