

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 80 (1954)  
**Heft:** 2

**Artikel:** Commentaires sur la condition de stabilité  
**Autor:** Gaden, Daniel  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-60693>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les quinze jours

**Abonnements:**

Suisse: 1 an, 24 francs  
Etranger: 28 francs

Pour sociétaires:

Suisse: 1 an, 20 francs  
Etranger: 25 francs

Prix du numéro: Fr. 1.40  
Ch. post. « Bulletin technique de la Suisse romande »

N<sup>o</sup> II. 5775, à Lausanne.

**Expédition**

Imprimerie « La Concorde »  
Terreaux 31 — Lausanne.

**Rédaction**

et éditions de la S. A. du  
Bulletin technique (tirés à  
part), Case Chauderon 475

**Administration générale**  
Ch. de Rosenesk 6 Lausanne

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des Anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

Comité de patronage — Président: R. Neeser, ingénieur, à Genève; Vice-président: G. Epitaux, architecte, à Lausanne; Secrétaire: J. Calame, ingénieur, à Genève — Membres, Fribourg: MM. P. Joye, professeur; † E. Latelin, architecte — Vaud: MM. F. Chenaux, ingénieur; † H. Matti, ingénieur; E. d'Okolski, architecte; Ch. Thévenaz, architecte — Genève: MM. † L. Archinard, ingénieur; Cl. Grosgeurin, architecte; E. Martin, architecte; V. Rochat, ingénieur — Neuchâtel: MM. J. Béguin, architecte; R. Guye, ingénieur — Valais: MM. J. Dubuis, ingénieur; D. Burgener, architecte.

Rédaction: D. Bonnard, ingénieur. Case postale Chauderon 475, Lausanne.

Conseil d'administration  
de la Société anonyme du Bulletin technique: A. Stucky, ingénieur, président;  
M. Bridel; G. Epitaux, architecte; R. Neeser, ingénieur.

**Tarif des annonces**

1/1 page	Fr. 264.—
1/2 »	» 134.40
1/4 »	» 67.20
1/8 »	» 33.60

**ANNONCES SUISSES S. A.**  
(ASSA)



Rue Centrale 5. Tél. 22 33 26  
Lausanne et succursales

**SOMMAIRE:** *Commentaires sur la condition de stabilité*, par DANIEL GADEN, professeur de réglages automatiques à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne. — *Détermination graphique de l'inclinaison transversale de vues photographiques aériennes quelconques*, par W. K. BACHMANN, professeur à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne. — *Nécrologie: Marc Burgener, architecte*. — Société suisse des ingénieurs et des architectes: *Communiqué du Secrétariat général*. — *BIBLIOGRAPHIE*. — *SERVICE DE PLACEMENT*. — *DOCUMENTATION GÉNÉRALE*. — *NOUVEAUTÉS, INFORMATIONS DIVERSES*.

FONCTIONNEMENT D'UN GROUPE TURBINE HYDRAULIQUE-ALTERNATEUR COUPLÉ EN PARALLÈLE  
SUR UN RÉSEAU INFINI EN PRÉSENCE DES EFFETS DU RÉGLAGE AUTOMATIQUE DE VITESSE  
ET DU PHÉNOMÈNE DU COUP DE BÉLIER

## COMMENTAIRES SUR LA CONDITION DE STABILITÉ

par DANIEL GADEN

Professeur de réglages automatiques à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne

### I. Introduction

Dans un précédent mémoire<sup>1</sup> j'ai établi et proposé, pour ce genre de fonctionnement, la condition de stabilité suivante:

$$(22) \quad \alpha_a > 2 \frac{m}{\mathcal{T}} \quad \text{ou} \quad (23) \quad \alpha_a > \frac{2}{\delta'}$$

où:

$\alpha_a$  caractérise l'effet des dispositifs amortisseurs de l'alternateur. Ce coefficient donne la mesure du couple asynchrone auquel les dits dispositifs donnent naissance, pour un glissement de 1 %, ceci en pour-cent du couple de régime.

$\mathcal{T}'$  est le temps caractéristique de la promptitude du réglage. Dans le cas d'un réglage tachymétrique à asservissement temporaire:  $\mathcal{T}' \cong m\delta'$ .

$m$  est le temps caractéristique du dosage accélérométrique, dans le cas d'un réglage accéléro-tachymétrique, ou le temps de relaxation du dash-pot, dans le cas d'un réglage tachymétrique avec asservissement temporaire.

<sup>1</sup> *Recherche d'une condition de stabilité*. Ouvrage du Centenaire de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne, juin 1953.

$\delta'$  est le statisme momentané provoqué par le jeu de l'asservissement temporaire, au régime considéré.

La présente note a pour but d'exposer divers commentaires relatifs à cette condition de stabilité, ceci en vue d'aboutir à quelques résultats offrant, autant que possible, un caractère de généralité. Or, il faut renoncer à ce que s'il n'est pas difficile de discuter tel cas particulier déterminé, il est beaucoup plus délicat de formuler des conclusions générales susceptibles d'être appliquées à un ensemble de cas qui peuvent se présenter.

La condition de stabilité en question suppose en effet que, comme cela se produit à la résonance, l'oscillation de l'ouverture du vannage provoque une oscillation du couple moteur de la turbine qui, du fait du coup de bélér:

- 1<sup>o</sup> est en opposition de phase avec l'oscillation de l'ouverture du vannage;
- 2<sup>o</sup> présente une amplitude double de celle qui aurait lieu sans coup de bélér.

Si ces circonstances sont réalisées, la dite condition de stabilité est nécessaire, mais suffisante. Si elles ne le

sont que partiellement ou si elles ne le sont pas du tout, il sera permis d'atténuer dans une certaine mesure les exigences de cette condition de stabilité ou de ne point la respecter, ce dont les constructeurs électriques souhaiteront évidemment profiter.

Il ne faut cependant pas croire que seule la résonance peut donner naissance aux deux circonstances ci-dessus mentionnées. En ce qui concerne la première, il ne faut pas oublier qu'il suffit que l'opposition de phase soit réalisée à une vingtaine de degrés près et que le retard dans l'action du régulateur, s'ajoutant au retard dû au coup de bâlier, peut défavorablement y contribuer<sup>1</sup>. Par ailleurs, le doublement de l'amplitude peut souvent avoir lieu ou presque, si la pulsation de l'oscillation du mouvement du vannage, elle-même très voisine de la pulsation propre  $\beta_a$  du couplage<sup>2</sup>, est non pas égale mais proche de la pulsation propre  $\beta_c$  du système d'alimentation de la turbine. Il s'agit donc de préciser cette notion de proximité, qui dépend de la sélectivité du système d'alimentation de la turbine. Je me propose de le faire (chap. V) à l'aide de quelques exemples numériques.

J'examinerai également comment se présente l'application de la condition de stabilité, d'abord au régime de pleine charge, puis à ceux de charge fractionnaire, de manière à déterminer celui de ces régimes pour lequel la condition de stabilité est la plus difficile à respecter.

A cette fin, j'étudierai — ici encore au moyen de quelques exemples numériques — la façon dont varie :

1<sup>o</sup> du côté turbine le paramètre  $\bar{\tau}'$ , ceci en fonction de la charge. Je montrerai à cette occasion quelle est l'influence des caractéristiques de la turbine (chap. III et IV). Le temps  $m$  caractérisant le dosage accélérométrique ou la rigidité de l'asservissement temporaire, sera considéré comme une constante de la mise au point du régulateur ;

2<sup>o</sup> du côté alternateur le paramètre  $\alpha_a$ , ceci également en fonction de la charge et pour différentes compositions de celle-ci : partie active et partie réactive (chap. VI et VII). Je montrerai quelle est l'influence du type d'amortisseurs utilisés.

## II. Régime de pleine charge du groupe

Je supposerai — ce qui sera en pratique généralement le cas — que la mise au point du régulateur doit être effectuée pour assurer au groupe, lorsque son alternateur débite sur un réseau isolé, un fonctionnement stable caractérisé par une valeur suffisamment élevée du décrément logarithmique  $\delta_*$  des oscillations du retour au régime.

A la limite, c'est-à-dire pour un décrément nul  $\delta_* = 0$ , il est nécessaire<sup>3</sup> que :

$$\frac{\Theta}{\sqrt{\bar{\tau}'T}} = 0,517 \quad \bar{\tau}'T = 3,74 \Theta^2$$

pour un dosage accélérométrique optimum :

$$m = 1,225 \Theta$$

expressions dans lesquelles :

<sup>1</sup> Voir *op. cit. sous 1)*, page 17, chapitre VII.

<sup>2</sup> Voir *op. cit. sous 1)*, page 17, chapitres V et VI.

<sup>3</sup> D. GADEN : *Considérations sur la précision du réglage*. Bulletin n° 16 de la Société française des Électriciens, avril 1952.

$\Theta$  désigne le temps caractéristique de l'inertie spécifique hydraulique du système d'alimentation de la turbine.

$T$  désigne le temps caractéristique de l'inertie spécifique mécanique des masses tournantes du groupe.

J'admettrai que l'amortissement des oscillations du retour au régime doive correspondre à un décrément  $\delta_* = 0,41$  (rapport de  $e^{-\delta_*} = 0,66$  entre une amplitude et celle de même sens qui la précède) ; il faut alors que :

$$\frac{\Theta}{\sqrt{\bar{\tau}'T}} = 0,48 \quad \bar{\tau}'T = 4,34 \Theta^2$$

pour un dosage accélérométrique optimum :

$$m = 1,28 \Theta$$

En portant ces valeurs dans l'expression (22) de la condition de stabilité pour le fonctionnement en parallèle sur un réseau infini, on obtient :

$$\alpha_a > 0,59 \frac{T}{\Theta}$$

Si par exemple :

$$\Theta = 1,06 \text{ sec}^1 \quad \text{ou} \quad \Theta = 1,59 \text{ sec}$$

et :  $T = 6,3 \text{ sec}^2$

ce qui implique :

$$\bar{\tau}' = 0,775 \text{ sec} \quad \text{ou} \quad \bar{\tau}' = 1,74 \text{ sec}$$

L'importance des dispositifs amortisseurs de l'alternateur doit être telle que :

$$\alpha_a > 3,50 \quad \text{ou} \quad \alpha_a > 2,34$$

Toutefois, le calcul ci-dessus exposé fait abstraction d'une circonstance aggravante qui caractérise le régime de pleine charge : la diminution de rendement de la turbine par valeurs croissantes de la puissance ; j'y reviendrai au chapitre IV. De plus, ce régime de pleine charge n'est pas le seul à examiner, du point de vue de la stabilité du fonctionnement, et je commencerai par développer quelques considérations relatives aux régimes de charge fractionnaire du groupe.

## III. Régime de charge fractionnaire du groupe.

Premier examen sur des bases simplifiées.

Je m'empresse de préciser ici que les hypothèses simplificatrices, sur la base desquelles je vais provisoirement baser le raisonnement, ne sont pas, en pratique, réalisées. Je ne les utiliserai donc seulement que pour introduire le sujet.

Je désignerai par  $\alpha_{a_1}$  le coefficient caractérisant l'effet des dispositifs amortisseurs, coefficient défini comme celui  $\alpha_a$ , mais en choisissant comme unité le couple du régime de pleine charge et non plus le couple du régime considéré de charge fractionnaire. Dans ces conditions à la charge fractionnaire  $1/n$  ( $n > 1$ ) :

$$\alpha_a = n \alpha_{a_1}^3$$

<sup>1</sup> Valeur adoptée pour l'exemple numérique chapitre V *op. cit.*, sous 1), page 17.

<sup>2</sup> Valeur adoptée pour les exemples numériques du chapitre VII du présent mémoire.

<sup>3</sup> Au régime de pleine charge,  $n = 1$ .  $\alpha_a = \alpha_{a_1}$

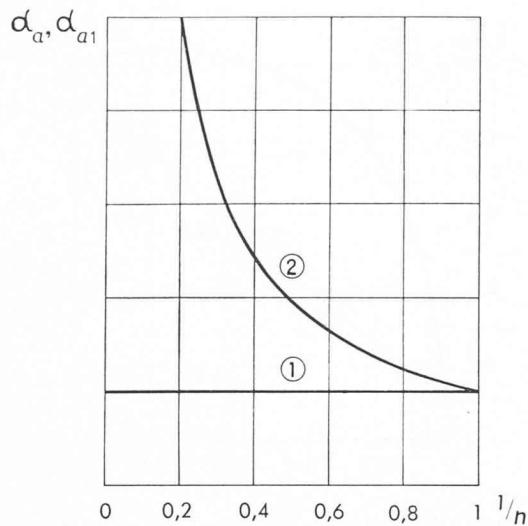


FIG. 1.

Variation supposée des coefficients  $\alpha_{a_1}$  et  $\alpha_a$  caractérisant l'effet des dispositifs amortisseurs de l'alternateur.

- (1) Valeur du coefficient  $\alpha_{a_1}$ .
- (2) Valeur du coefficient  $\alpha_a$ .
- 1/n Degré de puissance.

Je supposerai tout d'abord que selon la figure 1, la valeur du coefficient  $\alpha_{a_1}$  reste constante à toutes charges ; la courbe figurative de la valeur de  $\alpha_a$  correspond dès lors à une hyperbole.

Je supposerai ensuite que la courbe de puissance de la turbine, tracée en portant :

en abscisses : la course  $x$  du vannage en pour-cent de la course correspondant à la pleine charge ;

en ordonnées : la puissance  $p_0$  en pour-cent de la puissance de pleine charge, c'est-à-dire le degré de puissance  $1/n$  .

est une droite, comme indiqué sur la figure 2.

J'admettrai en outre qu'à toutes charges, c'est-à-dire à toutes les ouvertures du vannage, la vitesse de variation de la valeur absolue de l'ouverture du vannage pour telle levée (petite) du tiroir de distribution du régulateur, reste la même et est proportionnelle à cette levée. Contrairement aux deux premières, cette troisième hypothèse est, en pratique, très approximativement réalisée.

Je désignerai par  $\bar{\tau}'_1$  le temps caractéristique de la promptitude, temps défini comme celui  $\bar{\tau}'^1$ , mais en choisissant comme unité la puissance du régime de pleine charge et non plus la puissance du régime considéré de charge fractionnaire. Il résulte des deux dernières hypothèses que la valeur du temps  $\bar{\tau}'_1$  est constante à toutes charges et que celle du temps  $\bar{\tau}'$ , laquelle est égale à :

$$\bar{\tau}' = 1/n \bar{\tau}'_1$$

<sup>1</sup> On dit que la promptitude d'un réglage de vitesse est caractérisée par un temps de  $\bar{\tau}'$  secondes, lorsque sollicité par un petit écart de vitesse de  $\epsilon \%$ ,  $2 \epsilon \%$ ,  $3 \epsilon \%$  ... il provoque une variation corrective de la puissance motrice de  $\epsilon \%$ ,  $2 \epsilon \%$ ,  $3 \epsilon \%$  ... (pour-cent de la puissance de régime) en  $\bar{\tau}'$  secondes.

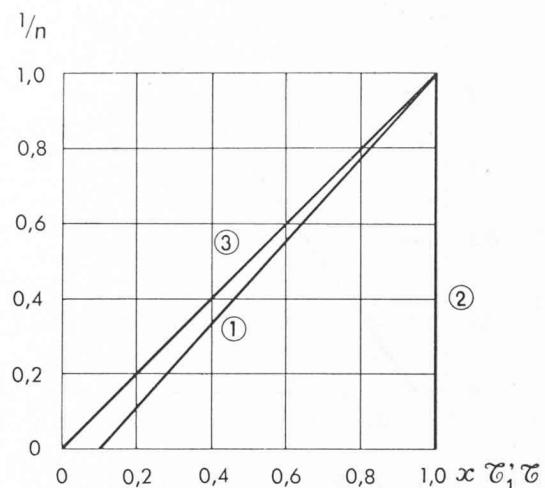


FIG. 2

Variation supposée des temps  $\bar{\tau}'_1$  et  $\bar{\tau}'$  caractéristiques de la promptitude du réglage.

- (1) Courbe de puissance.
- (2) Valeur relative du temps  $\bar{\tau}'_1$ .
- (3) Valeur relative du temps  $\bar{\tau}'$ .
- 1/n Degré de puissance.
- x Course du vannage (valeur relative).

diminue linéairement avec le degré de puissance  $1/n$ , c'est-à-dire (deuxième hypothèse) avec la course  $x$  du vannage.

On peut de même définir un statisme momentané  $\delta'_1$  en choisissant comme unité de puissance, non pas celle du régime considéré de charge fractionnaire (cas de la définition de  $\delta'$ ), mais celle de pleine charge. On retombe dès lors sur une relation analogue à celle existant entre  $\bar{\tau}'$  et  $\bar{\tau}'_1$  :

$$\delta' = 1/n \delta'_1 \quad \text{avec} \quad \delta'_1 = \text{const.}$$

En conséquence, à toutes charges, le produit du coefficient  $\alpha_a$  caractérisant l'effet des dispositifs amortisseurs, par le temps  $\bar{\tau}'$  caractéristique de la promptitude du réglage :

$$\alpha_a \bar{\tau}' = \alpha_{a_1} \bar{\tau}'_1 = \text{const.}$$

ou par le statisme momentané  $\delta'$  :

$$\alpha_a \delta' = \alpha_{a_1} \delta'_1 = \text{const.}$$

demeure constant. En d'autres termes, la condition de stabilité, laquelle peut aussi s'écrire :

$$(22 \text{ bis}) \quad \alpha_{a_1} > 2 \frac{m}{\bar{\tau}'_1} \quad \text{ou} \quad \alpha_{a_1} > \frac{2}{\delta'_1} \quad (23 \text{ bis})$$

une fois satisfaite pour la pleine charge, elle le serait ipso facto à toutes charges, ni plus ni moins facilement, ceci dans le cadre des deux hypothèses simplificatrices admises.

Toutefois, en réalité, le coefficient  $\alpha_{a_1}$  caractérisant l'effet des dispositifs amortisseurs ne reste pas constant, comme indiqué sur la figure 1. Ainsi que je le montrerai plus loin, sa valeur décroît dans certains cas avec la charge et atteint un minimum en régime de marche à vide, minimum d'autant plus faible que l'alternateur fournit de la puissance réactive (charge inductive). Il

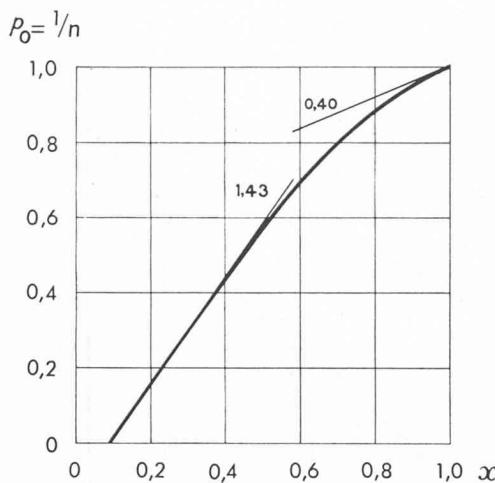


FIG. 3

Courbe de puissance de la turbine A.

$1/n = p_0$  Degré de puissance.  
 $x$  Course du vannage (valeur relative).

résulte dès lors de l'exposé du présent chapitre qu'abs-  
traction faite de toute autre influence, la condition de  
stabilité (22 bis) ou (23 bis) doit être déjà réalisée pour  
le régime de marche à vide du groupe.

En outre, la courbe de puissance de la turbine ne  
correspond pas à une droite, comme indiqué sur la  
figure 2 ; elle présente généralement une forme convexe,  
provoquant, aux régimes de faible charge, une diminu-  
tion des valeurs de  $\mathcal{T}'_1$  et de  $\delta'_1$ , par conséquent une  
aggravation des circonstances dans lesquelles la condi-  
tion de stabilité doit être satisfaite.

J'étudierai en premier lieu l'influence, sur la condi-  
tion de stabilité, des caractéristiques de la turbine : sa  
courbe de puissance et sa courbe de débit.

#### IV. Influence des caractéristiques de puissance et de débit de la turbine

Tout d'abord, comme indiqué plus haut, l'allure de la courbe de puissance, en fonction de la course du vannage, n'est pas celle à pente constante de la figure 2. Cette courbe est de la forme de celles représentées sur les figures 3 et 5 dont :

A) la première (fig. 3) a trait à une turbine (type Francis) que, pour la suite de cet exposé, j'appellerai A. Cette turbine est de vitesse spécifique moyenne, de l'ordre de  $n_s = 250$ , comme celles généralement desti-  
nées à l'équipement de chutes d'une cinquantaine de  
mètres. Sa courbe de rendement (1) et sa courbe de débit (2) (en valeurs relatives, le rendement et le débit de pleine charge étant pris pour unité), en fonction du degré de puissance  $1/n$ , sont celles de la figure 4 ;

B) la deuxième (fig. 5) a trait à une turbine (type hélice) que j'appellerai B. Cette turbine est de vitesse spécifique relativement élevée, de l'ordre de  $n_s = 650$ , comme celles généralement desti-  
nées à l'équipement de chutes d'une dizaine de mètres. Sa courbe de rendement (1) et sa courbe de débit (2), en fonction du degré de puissance  $1/n$ , sont celles de la figure 6.

Les valeurs du temps  $\mathcal{T}'_1$  et du statisme  $\delta'_1$  ne sont dès  
lors plus constantes, ainsi que je l'avais précédemment

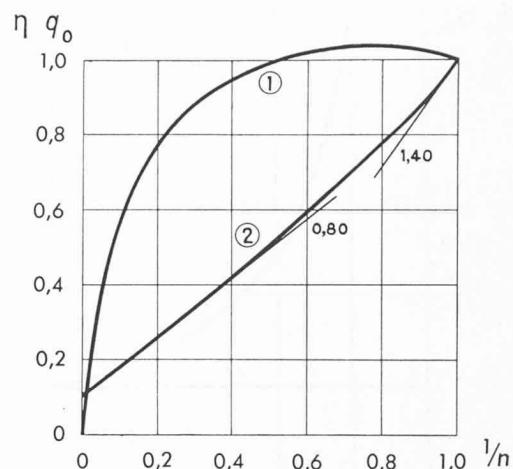


FIG. 4

Courbes de débit et de rendement de la turbine A.

(1) Courbe de rendement ( $\eta$  en valeur relative).  
(2) Courbe de débit ( $q_0$  en valeur relative).  
 $1/n$  Degré de puissance.

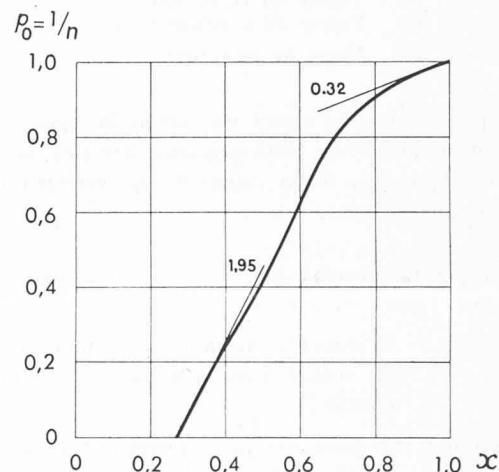
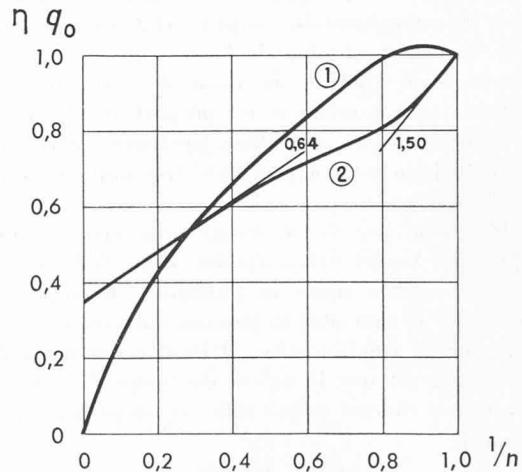


FIG. 5

Courbe de puissance de la turbine B.

$1/n = p_0$  Degré de puissance.  
 $x$  Course du vannage (valeur relative).



Courbes de débit et de rendement de la turbine B.

(1) Courbe de rendement ( $\eta$  en valeur relative).  
(2) Courbe de débit ( $q_0$  en valeur relative).  
 $1/n$  Degré de puissance.

supposé, mais varient comme la pente de la courbe de puissance, c'est-à-dire dans le rapport<sup>1</sup>:

de 1 à pleine charge à  $\frac{1,43}{0,40} = 3,58$  en marche à vide,  
pour la turbine A

de 1 à pleine charge à  $\frac{1,95}{0,32} = 6,10$  en marche à vide,  
pour la turbine B

Selon ce premier résultat, la stabilité en marche à vide nécessiterait à ce régime, de la part des dispositifs amortisseurs de l'alternateur :

pour la turbine A, un effet de 3,58 fois plus important qu'au régime de pleine charge;

pour la turbine B, un effet 6,10 fois plus important qu'au régime de pleine charge.

Cependant, la forme de la courbe de puissance n'est pas la seule caractéristique de la turbine à considérer. Il ne faut, en effet, pas oublier que le chiffre 2 figurant dans l'expression (22) ou (23) de la condition de stabilité, provient du fait<sup>2</sup> qu'à la résonance (ou au voisinage de celle-ci) l'écart relatif de pression  $\Delta h$  est lié à l'écart relatif d'ouverture du vannage, qui le provoque, par la relation :

$$(25) \quad \Delta h = -2 \Delta q_0$$

$\Delta q_0$  étant l'écart relatif d'ouverture, mesuré par l'écart relatif de débit qu'il produirait en l'absence de coup de bâlier (sans écart de pression). L'écart relatif de puissance tenant compte de la surpression s'élève dès lors à :

$$(26) \quad \begin{aligned} \Delta p &= \Delta p_0 + \frac{3}{2} \Delta h \\ &= \Delta p_0 - 3 \Delta q_0 \\ &= \Delta p_0 \left(1 - 3 \frac{\Delta q_0}{\Delta p_0}\right) \end{aligned}$$

$\Delta p_0$  étant l'écart relatif de puissance, en l'absence de coup de bâlier, correspondant à l'écart relatif de débit  $\Delta q_0$ .

Ce n'est donc que si  $\Delta p_0 = \Delta q_0$ , c'est-à-dire si au régime considéré le rendement de la turbine demeure constant, que l'on est en droit d'écrire :

$$(27) \quad \Delta p = -2\Delta p_0$$

comme je l'ai jusqu'ici admis<sup>3</sup>.

Au contraire, à toutes autres charges, pour tenir compte de la variation du rendement de la turbine, il y a lieu d'introduire, selon l'équation (26), le rapport  $\frac{\Delta q_0}{\Delta p_0}$  de l'écart de débit à l'écart de puissance. Si l'on néglige les effets du régime transitoire sur le rendement de la turbine, la valeur de ce rapport est égale à celle de la pente de la courbe de débit (2) à lire sur les figures 4 et 6.

Les valeurs ainsi calculées des rapports  $\frac{\Delta q_0}{\Delta p_0}$  et  $\frac{\Delta p}{\Delta p_0}$  (selon l'équation (26)) sont mentionnées dans le tableau I ci-dessous. En désignant en outre par  $\mathcal{T}'_p$  la

<sup>1</sup> Voir figures 3 et 5.

<sup>2</sup> Voir *op. cit. sous 1*, page 17; chapitre V.

<sup>3</sup> Voir *op. cit. sous 1*, page 17, chapitre V, figures 7 et 8, renvoi 2, page 203.

valeur du temps  $\mathcal{T}'_p$  (ou celle du temps  $\mathcal{T}'$ ) au régime de pleine charge et par  $\delta'_p$  la valeur du statisme momen-tané à ce régime, la condition de stabilité peut se mettre sous la forme :

$$(22 \text{ ter}) \quad \alpha_{a_1} > k_s \frac{m}{\mathcal{T}'_p} \quad \text{ou} \quad \alpha_{a_1} > k_s \frac{1}{\delta'_p} \quad (23 \text{ ter})$$

et les valeurs du coefficient  $k_s$ , tenant compte des deux considérations exposées dans le présent chapitre, sont également indiquées dans le tableau I.

TABLEAU I

Désignation	Turbine A		Turbine B	
	Pleine charge	Marche à vide	Pleine charge	Marche à vide
Rapport $\frac{\Delta q_0}{\Delta p_0}$	1,40	0,80	1,50	0,64
Rapport $\frac{\Delta p}{\Delta p_0}$	— 3,20	— 1,40	— 3,50	— 0,92
Coefficient $k_s$ de la condition de stabilité (22ter) ou (23ter)	3,20	$1,40 \times 3,58 = 5,15$	3,50	$0,92 \times 6,10 = 5,61$

J'affecterai maintenant à la turbine A les données  $\Theta = 1,06$  sec et  $T = 6,3$  sec et à la turbine B celles  $\Theta = 1,59$  sec et  $T = 6,3$  sec, ce choix correspondant bien à des conditions pouvant se présenter dans la pratique. Je rappelle que les dites données sont celles déjà utilisées au chapitre II et l'on calcule dès lors, comme indiqué dans ce chapitre, les valeurs suivantes du coefficient  $\alpha_{a_1}$  caractérisant l'effet des dispositifs amortisseurs de l'alternateur :

$$\alpha_{a_1} > 5,6 \quad \text{à pleine charge} \quad \left(3,50 \frac{3,20}{2} = 5,6\right)$$

$$\alpha_{a_1} > 9,0 \quad \text{en marche à vide} \quad \left(3,50 \frac{5,15}{2} = 9,0\right)$$

pour la turbine B :

$$\alpha_{a_1} > 4,1 \quad \text{à pleine charge} \quad \left(2,34 \frac{3,50}{2} = 4,1\right)$$

$$\alpha_{a_1} > 6,6 \quad \text{en marche à vide} \quad \left(2,34 \frac{5,61}{2} = 6,6\right)$$

En choisissant les valeurs numériques des données et la forme des caractéristiques des turbines, sur la base desquelles les calculs précédents ont été établis, je n'ai naturellement pas eu la prétention de couvrir l'ensemble des cas possibles. Elles correspondent néanmoins à des cas moyens et l'on peut en déduire que du fait de la turbine hydraulique, il serait plus difficile d'assurer la stabilité de fonctionnement du groupe en marche à vide qu'à pleine charge. Ce résultat n'est cependant pas général et je montrerai (chap. V) comment il doit être parfois retouché, en considérant le comportement du système d'alimentation de la turbine.

En regard des chiffres (de 4,1 à 9,0) ci-dessus obtenus, je crois intéressant de rappeler ici ce qu'écrivait M. Th. Laible, dans son rapport N° 111, à la C.I.G.R.E. de 1950, en désignant par  $C_a$  le coefficient pour lequel j'ai utilisé le symbole  $\alpha_{a_1}$ :

« ... L'ajustage du régulateur est toutefois grandement facilité lorsque l'alternateur présente un amortissement suffisant pour limiter à des amplitudes non dangereuses les oscillations qui pourraient se produire. L'expérience a prouvé qu'il suffisait pour cela que  $C_a = 5$  à  $10$ , ... »

A mon avis, il ne s'agit pas de faciliter la mise au point du régulateur de vitesse, mais de la rendre possible en vue d'assurer la stabilité du fonctionnement, sans avoir à réduire la promptitude d'une façon exagérée.

Après l'influence des caractéristiques de la turbine, il me reste à étudier celle des caractéristiques de son système d'alimentation et ce sera l'objet du chapitre suivant.

#### V. Influence des caractéristiques du système d'alimentation de la turbine

Ces caractéristiques sont essentiellement au nombre de deux. Tout d'abord, la pulsation propre  $\beta_c$  des oscillations de pression dues au phénomène de coup de bâlier, dont le système d'alimentation peut être le siège :

$$\beta_c = 2\pi \frac{a}{4L}$$

$a$  étant la célérité des ondes du coup de bâlier

$L$  étant la longueur de la conduite forcée.

Vient ensuite la caractéristique  $\rho$  d'Allievi :

$$\rho = \frac{aV_0}{2gH_0}$$

$V_0$  étant la vitesse d'écoulement de l'eau au régime considéré.

$H_0$  étant la pression, en m d'eau, à laquelle la turbine est soumise.

Le comportement du système d'alimentation, au point de vue des écarts de pression — et par conséquent des écarts de couple moteur — auxquels une oscillation de l'ouverture du vannage, de pulsation  $\beta$ , donne naissance, dépend de la valeur du rapport  $\frac{\beta}{\beta_c}$ . Lorsque le dit rapport prend :

des valeurs entières et impaires : 1, 3, 5, ..., on se trouve en régime de résonance (ventre de pression au vannage) et l'écart de pression atteint :

$$(25) \quad \Delta h = -2\Delta q_0$$

des valeurs entières et paires : 2, 4, 6, ..., on se trouve en régime d'antirésonance (nœud de pression au vannage) et l'écart de pression est nul.

Lorsque la valeur du rapport en question s'éloigne d'une valeur entière et impaire, par exemple de l'unité, l'écart de pression tombe en dessous de son maximum de résonance :

rapidement (résonance aiguë), si la valeur de la caractéristique  $\rho$  est faible ;

lentement (résonance étalée), si la valeur de la caractéristique  $\rho$  est élevée.

En d'autres termes, le système d'alimentation de la turbine se révèle :

dans le premier cas, d'une sélectivité prononcée. Dans le domaine des équipements hydro-électriques, ceci se produit pour des chutes relativement hautes. En

autre, toutes choses étant par ailleurs égales, la sélectivité est plus prononcée en régime de faible débit, c'est-à-dire en marche à vide, qu'en régime de fort débit, c'est-à-dire à pleine charge ;

dans le second cas, d'une sélectivité atténuée. Ceci se produit pour des chutes relativement basses et particulièrement à pleine charge de la turbine.

Or, il ne faut pas oublier que les valeurs de la pulsation  $\beta$  des oscillations d'ouverture du vannage qui nous intéressent, se situent entre des limites assez étroites : celles à l'intérieur desquelles la pulsation  $\beta_a$  du couplage (alternateur-réseau) peut évoluer. Dès lors, dans le second cas qui se distingue par des valeurs élevées de la caractéristique  $\rho$  ( $H_0$  relativement faible,  $V_0$  relativement fort) et de la pulsation  $\beta_c$  ( $L$  relativement courte) — donc par une valeur réduite du rapport  $\frac{\beta}{\beta_c}$  — le calcul montre<sup>1</sup> qu'il n'est plus nécessaire de considérer les deux paramètres  $\rho$  et  $\beta_c$ , mais seulement leur quotient ou plus exactement le temps :

$$\Theta = \pi \frac{\rho}{\beta_c} = \frac{LV_0}{gH_0}$$

caractéristique de l'inertie spécifique hydraulique du système d'alimentation.

Je rappelle encore ici que la condition de stabilité proposée suppose « théoriquement » la réalisation de la résonance ; mais j'ai déjà laissé entendre que « pratiquement », il suffisait d'être placé au voisinage de cette résonance. Il y a donc lieu d'examiner maintenant et de préciser cette notion de proximité de la résonance. Je le ferai au moyen de quelques exemples numériques, dans les cas de systèmes de sélectivité réduite, moyenne et prononcée.

##### a) Equipment de basse chute. Sélectivité réduite

Je choisirai comme exemple le cas d'un groupe hydro-électrique équipant une chute d'une dizaine de mètres et comprenant :

une turbine présentant les caractéristiques de celle B traitée au chapitre IV et alimentée par un système (pertuis d'entrée, bâche et aspirateur) dont l'inertie spécifique hydraulique s'élève à  $\Theta = 1,59$  sec ;

un alternateur répondant aux données de l'exemple n° 1 du chapitre VII et fonctionnant selon les conditions du dit exemple. La pulsation propre de son couplage au réseau s'élève donc à  $\beta_a = 9,19$  sec<sup>-1</sup> au régime de pleine charge et à  $\beta_a = 8,14$  sec<sup>-1</sup> en marche à vide.

J'ajoute ici qu'afin de ne pas être taxé d'exagération, je me suis arrêté à une inertie spécifique hydraulique  $\Theta = 1,59$  sec de valeur moyenne pour ce genre de chute. Surtout pour des groupes de puissance relativement importante, on rencontre souvent en pratique des valeurs plus élevées de ce temps caractéristique  $\Theta$ .

Quoiqu'il en soit, le système d'alimentation d'un tel type de turbine ne comprenant pas à proprement parler de conduite forcée, mais un ensemble d'ouvrages à l'amont et à l'aval du vannage, il ne peut être sûrement caractérisé que par son inertie spécifique hydraulique

<sup>1</sup> Voir *op. cit. sous 1*, chapitres V et VI : seconde des deux méthodes de calcul exposées.

$\Theta = \frac{\Sigma LV_0}{gH_0}$ . Il n'est pas possible de définir à son sujet une pulsation propre  $\beta_c$  du coup de bâlier. Tout ce que l'on peut dire, c'est que cette pulsation  $\beta_c$  est notablement supérieure à la pulsation  $\beta_a$  du couplage et dès lors, pour calculer en grandeur et en phase le rapport  $\frac{\Delta p}{\Delta p_0}$  des écarts de couple moteur avec et sans coup de bâlier, on peut appliquer la première des deux méthodes exposées au chapitre V de mon précédent mémoire. On aboutit ainsi aux résultats suivants :

*Régime de pleine charge :  $\Theta = 1,59$  sec*

pour  $\beta \cong \beta_a = 9,19 \text{ sec}^{-1}$   $\left| \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right| = 1,985$ <sup>1)</sup>  $\phi = -168,5^\circ$ .

Le doublement de l'amplitude est donc atteint à moins de 1 % près et l'opposition de phase à environ dix degrés près.

On peut toutefois se demander ce qui se passerait si la pulsation propre du couplage était plus basse, par exemple  $\beta_a = 5,45 \text{ sec}^{-1}$  comme dans le cas des conditions de fonctionnement de l'exemple n° 3 du chapitre VII :

pour  $\beta \cong \beta_a = 5,45 \text{ sec}^{-1}$   $\left| \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right| = 1,96$   $\phi = -160,5^\circ$ .

Le doublement de l'amplitude est encore atteint à 2 % près et l'opposition de phase à environ vingt degrés près.

Il est en conséquence indubitable que la condition de stabilité, qui conduit à  $\alpha_{a_1} > 4,1$ , doit être respectée.

*Marche à vide :  $\Theta = 0,556$  sec.*

A ce régime, le débit étant seulement de 35 % (voir fig. 6) de celui de pleine charge, l'inertie spécifique hydraulique se réduit en effet à :  $1,59 \times 0,35 = 0,556$  sec

pour  $\beta \cong \beta_a = 8,14 \text{ sec}^{-1}$   $\left| \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right| = 1,875$   $\phi = -144^\circ$ .

Bien que le doublement d'amplitude soit atteint à 6,2 % près, on s'écarte de 36° de l'opposition de phase. Cependant, en tenant compte du risque d'aggravation du déphasage par le retard dans l'action du régulateur, il paraît encore prudent de respecter la condition de stabilité qui conduit à  $\alpha_{a_1} > 6,6$ .

Ce ne serait par contre plus le cas si la turbine, au lieu d'être du type hélice, était du type Kaplan dont le débit de marche à vide est de l'ordre de 10 % de celui de pleine charge, soit  $\Theta = 0,159$  sec. Dès lors :

pour  $\beta \cong \beta_a = 8,14 \text{ sec}^{-1}$   $\left| \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right| = 1,375$   $\phi = -85,5^\circ$ .

Le danger d'instabilité est évité, du fait d'un éloignement trop grand de l'opposition de phase.

Dans une centrale utilisant une chute relativement basse et dont l'équipement comprend des turbines hélice et une turbine Kaplan de mêmes dimensions et ayant des systèmes d'alimentation identiques, j'ai eu l'occasion de constater expérimentalement une telle différence. Tandis que les groupes munis de turbines hélice manifestaient, en marche à vide, une instabilité

<sup>1)</sup> Les valeurs de ce rapport sont ici calculées dans l'hypothèse où  $\Delta p_0 = \Delta q_0$ , puisque l'influence de caractéristiques de la turbine a été examinée au chapitre IV précédent.

à laquelle il a fallu parer par une réduction de la promptitude du réglage, rien d'analogique ne s'est produit avec le groupe pourvu d'une turbine Kaplan.

b) *Equipement de chute moyenne. Sélectivité moyenne*

Je choisirai comme exemple le cas d'un groupe hydro-électrique équipant une chute d'une cinquantaine de mètres et comprenant :

une turbine présentant les caractéristiques de celle A traitée au chapitre IV et dotée d'un système d'alimentation comportant essentiellement une conduite orée dont la pulsation propre  $\beta_c$ , à l'égard du phénomène du coup de bâlier, est de valeur voisine de celles que peut prendre la pulsation propre  $\beta_a$  du couplage. En voici les données :

$H_0 = 50 \text{ m}$   $L = 140 \text{ m}$   $a = 755 \text{ m/sec}$

$\beta_c = 8,46 \text{ sec}^{-1}$

A pleine charge :  $V_0 = 3,72 \text{ m/sec}$   $\rho = 2,86$

$\Theta = 1,06 \text{ sec}^{-1}$

un alternateur répondant aux caractéristiques et fonctionnant selon les conditions de l'exemple n° 1 du chapitre VII.

Les valeurs de la pulsation qui nous intéressent (peu différentes de celles  $\beta_a = 9,19$  à  $8,14 \text{ sec}^{-1}$  de la pulsation propre du couplage) étant maintenant proche de la pulsation propre  $\beta_c$  des oscillations de pression dans la conduite forcée, le calcul en grandeur et en phase du rapport  $\frac{\Delta p}{\Delta p_0}$  des écarts de couple avec et sans coup de bâlier, doit être effectué selon la seconde des deux méthodes exposées au chapitre V de mon précédent mémoire. On aboutit ainsi aux résultats suivants :

*Régime de pleine charge :  $\Theta = 1,06 \text{ sec}$   $\rho = 2,86$*

pour  $\beta \cong \beta_a = 9,19 \text{ sec}^{-1}$   $\left| \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right| \cong 2$   $\phi = -184^\circ$

Les conditions de la résonance sont pratiquement réalisées.

Si la pulsation du couplage était plus basse, par exemple  $\beta_a = 5,45 \text{ sec}^{-1}$  comme dans le cas de l'exemple n° 3 du chapitre VII, l'opposition de phase serait encore réalisée à environ vingt degrés près :

pour  $\beta \cong \beta_a = 5,45 \text{ sec}^{-1}$   $\left| \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right| = 1,97$   $\phi = -162^\circ$

Ici encore il est indubitable que la condition de stabilité, qui conduit à  $\alpha_{a_1} > 5,6$  doit être respectée, du moins si la pulsation propre du couplage ( $\beta_a = 5,45 \text{ sec}^{-1}$ ) ne diffère de la pulsation propre de la conduite forcée ( $\beta_c = 8,46 \text{ sec}^{-1}$ ) que d'environ  $\pm 35\%$ .

*Marche à vide :  $\Theta = 0,106 \text{ sec}$   $\rho = 0,286$*

A ce régime, le débit étant seulement de 10 % de celui de pleine charge, les valeurs de l'inertie spécifique hydraulique et de la caractéristique d'Allievi sont dix fois plus petites. La sélectivité du système d'alimentation de la turbine en est augmentée.

En effet, si (exemple n° 1 du chap. VII) :

pour  $\beta \cong \beta_a = 8,14 \text{ sec}^{-1}$   $\left| \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right| = 1,96$   $\phi = -161^\circ$

l'opposition de phase est de nouveau réalisée à environ

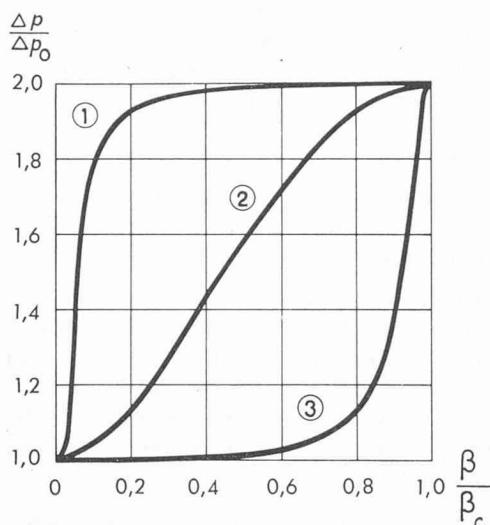


FIG. 7  
Rapport des écarts de couple moteur  
avec et sans coup de bâlier

en fonction du rapport de la pulsation  $\beta$  des oscillations et de la pulsation propre  $\beta_c$  du système d'alimentation de la turbine.

- (1) Courbe pour  $\rho = 10$ .
- (2) Courbe pour  $\rho = 1$ .
- (3) Courbe pour  $\rho = 0,1$ .

vingt degrés près, par contre (exemple n° 3 du chap. VII) :

$$\text{pour } \beta \cong \beta_a = 6,51 \text{ sec}^{-1} \quad \left| \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right| = 1,45 \quad \phi = -94^\circ$$

le déphasage est loin d'atteindre l'opposition.

En conséquence, pour la valeur de l'inertie spécifique hydraulique adoptée dans le cas du présent exemple, la condition de stabilité qui conduit à  $\alpha_{a_1} > 9,0$ , ne doit être strictement respectée, en régime de marche à vide, que si la pulsation propre du couplage ( $\beta_a = 8,14 \text{ sec}^{-1}$ ) ne diffère de la pulsation de la conduite forcée ( $\beta_c = 8,46 \text{ sec}^{-1}$ ) que d'environ  $\pm 4$  à  $5\%$ . Au-delà ses exigences peuvent être atténues, voire laissées de côté.

Il ne faut cependant pas croire que ces circonstances sont exceptionnelles et je ne pense pas avoir été le seul à constater pour des chutes de cet ordre des cas d'instabilité caractérisée.

c) *Equipement de haute chute. Sélectivité prononcée*

L'exemple que je viens de traiter sous b) a déjà permis de faire ressortir les effets de l'augmentation de la sélectivité du système d'alimentation de la turbine. Tandis qu'au régime de pleine charge, avec  $\rho = 2,86$ , l'opposition de phase (entre l'oscillation du couple moteur et celle de l'ouverture du vannage) est réalisée à moins de vingt degrés près, tant que l'écart entre la pulsation de ces oscillations et la pulsation propre  $\beta_c$  du système reste inférieur à  $\pm 35\%$ , ce n'est plus le cas en marche à vide, avec  $\rho = 0,286$ , que si ce même écart est limité à  $\pm 4$  à  $5\%$ .

Les figures 7 et 8 mettent ce même résultat en relief. Les diagrammes portent en abscisses le rapport  $\beta / \beta_c$  de la pulsation des oscillations et de la pulsation propre du système et en ordonnées :

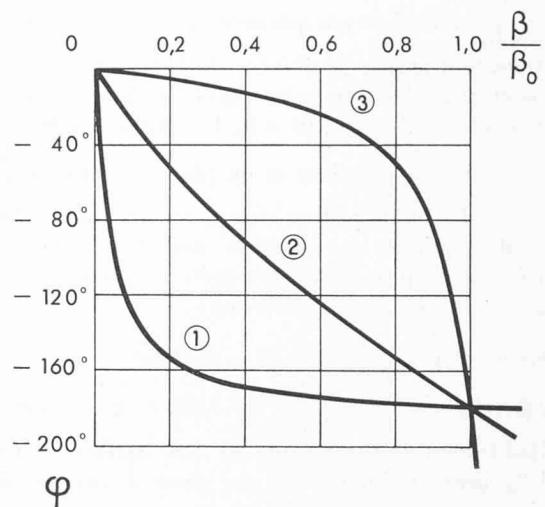


FIG. 8  
Déphasage entre les écarts de couple moteur avec et sans coup de bâlier

en fonction du rapport de la pulsation  $\beta$  des oscillations et de la pulsation propre  $\beta_c$  du système d'alimentation de la turbine.

- (1) Courbe pour  $\rho = 10$ .
- (2) Courbe pour  $\rho = 1$ .
- (3) Courbe pour  $\rho = 0,1$ .

pour la figure 7, le module du rapport  $\left| \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right|$  des écarts de couple moteur ;

pour la figure 8, le déphasage  $\phi$  existant entre eux. Les courbes sont tracées pour trois valeurs de  $\rho = 10$  ; 1,0 et 0,1.

On constate (fig. 7) combien la diminution de la caractéristique  $\rho$  d'une grande à une petite valeur modifie l'allure de la résonance qui, en partant d'une forme étalée ( $\rho = 10$ ), devient de plus en plus aiguë ( $\rho = 0,1$ ). Par ailleurs (fig. 8) le passage à  $-180^\circ$  (opposition de phase) du déphasage, d'abord très lent, devient de plus en plus rapide. Par exemple l'opposition de phase se réalise à environ vingt degrés près :

pour  $\rho = 1$  si l'écart entre la pulsation  $\beta$  des oscillations et la pulsation propre  $\beta_c$  reste inférieur à  $\pm 15\%$  ;

pour  $\rho = 0,1$  seulement si le dit écart est limité à environ  $\pm 1\%$ .

On en déduit que pour des équipements de haute chute, pour lesquels la valeur de la caractéristique  $\rho$  est de l'ordre de l'unité, bien moins encore en marche à vide, la sélectivité du système d'alimentation est telle que le danger d'instabilité est enserré dans de très étroites limites de la pulsation  $\beta_a$  du couplage. Il devrait être dès lors aisé de contrôler si les dites limites sont évitées et dans l'affirmative il n'y aurait pas lieu de se préoccuper de la condition de stabilité.

En réalité, les choses ne se présentent pas aussi facilement. Si je considère, par exemple, un équipement dont le système d'alimentation est caractérisé par une pulsation propre  $\beta_c = 1,25 \text{ sec}^{-1}$  (période  $T_c = 5,02 \text{ sec}$ ) — ce qui peut avoir lieu pour des chutes de l'ordre de 300 à 400 m — la résonance exacte se produirait pour des pulsations des oscillations :  $\beta = 1,25, 3,75, 6,25$ ,

8,75 .... sec<sup>-1</sup>, c'est-à-dire à des intervalles assez rapprochés les uns des autres.

Il faut en outre remarquer que le calcul préalable de ces pulsations critiques n'est pas sans aléa. En effet, les longues conduites forcées comportent généralement plusieurs tronçons d'épaisseurs et de diamètres différents. Or, dans de telles conduites, les ondes de coup de bâlier subissent, aux changements de caractéristiques, des réflexions partielles qui modifient la pulsation de résonance  $\beta_r$  du système, laquelle n'est plus égale à la pulsation propre  $\beta_c$ . La différence entre ces deux pulsations dépend<sup>1</sup> de la façon dont la caractéristique  $\rho$  varie d'une extrémité à l'autre de la conduite, puis de la forme de la loi périodique de l'oscillation d'ouverture du vannage.

C'est dire que les prévisions à faire au sujet des pulsations de résonance  $\beta_r$ ,  $3\beta_r$ ,  $5\beta_r$  .... sont inévitablement grevées d'une incertitude. N'en est-il pas d'ailleurs de même des prévisions concernant la gamme dans laquelle les valeurs de la pulsation  $\beta_a$  du couplage peuvent varier, entre le régime de pleine charge et la marche à vide, en tenant compte en outre des diverses

<sup>1</sup> H. FAVRE : *Théorie des coups de bâlier dans des conduites à caractéristiques linéairement variables*. Revue générale de l'Hydraulique, 1938.

D. GADEN : *Considérations sur le problème de la stabilité*. 80. La Concorde, Lausanne, 1945.

conditions de fonctionnement de l'alternateur (chap. VII) ?

Dans ces conditions, faut-il conclure que, par prudence, la condition de stabilité doit de préférence être respectée ? Il me semble qu'il serait exagéré de répondre sans réserve par l'affirmative, mais seul permettrait d'être bien renseigné l'examen d'un ensemble de résultats expérimentaux, examen tenant compte des valeurs de l'amortissement des alternateurs des groupes considérés. Je n'ai personnellement constaté qu'une seule fois l'instabilité d'un groupe équipant une haute chute d'environ 350 m et doté d'un système d'alimentation caractérisé par une pulsation propre  $\beta_c \cong 1,25$  sec<sup>-1</sup> ; les oscillations avaient lieu avec une pulsation d'environ  $5\beta_c$ . J'ignore si dans d'autres cas où l'instabilité n'est pas apparue, la cause en était la non-coïncidence de la pulsation du couplage et d'une des pulsations de résonance ou l'existence d'un amortissement suffisant de l'alternateur, amortissement sur la valeur duquel le constructeur mécanicien est rarement renseigné.

Après avoir étudié les influences, sur la condition de stabilité, de la partie hydraulique du groupe, je me propose maintenant d'examiner, du côté de la partie électrique, quelles sont les valeurs du couple asynchrone que peuvent assurer les dispositifs amortisseurs de l'alternateur et la façon dont ces valeurs varient en fonction de la charge.

(A suivre.)

## DÉTERMINATION GRAPHIQUE DE L'INCLINAISON TRANSVERSALE DE VUES PHOTOGRAMMÉTRIQUES AÉRIENNES QUELCONQUES

par W. K. BACHMANN, professeur

à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne

En 1949, le professeur H. Kasper a indiqué dans [1] une méthode très simple pour la détermination de l'inclinaison transversale  $\omega$  de vues aériennes normales d'un terrain quelconque lors de l'orientation relative, en se basant sur une formule de H. Gänger, publiée en 1938 dans [2].

Quoique le titre de la publication [1] ne mentionne que les vues normales, la formule établie reste valable dans le cas de vues quelconques et notamment pour les vues normales convergentes. La simplicité du résultat obtenu par le professeur Kasper nous a incités à en rechercher la raison géométrique et nous avons abouti à une démonstration des plus simples qu'il nous semble utile de mentionner.

Comme le fait le professeur Georges Poivilliers dans [3] et [4], nous considérons des sections de l'image spatiale par des plans verticaux perpendiculaires à la direction du vol. Dans ce qui suit, nous supposerons qu'on observe la parallaxe verticale  $p\omega$  en trois points  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$  de cette section et qu'on l'annule en deux de ces points, par exemple en  $P_1$  et  $P_2$ . Cette dernière condition peut facilement être remplie si l'on connaît

l'expression générale de la parallaxe verticale, telle que nous la trouvons par exemple dans [5] ou [6]. Il s'agit dès lors de déterminer la correction  $\delta\omega$  à apporter à l'inclinaison transversale  $\omega$  introduite à l'autographe, pour obtenir la valeur correcte de cette inconnue. Dans ce but, nous dessinons la section verticale comprenant les points  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  et la station  $O'$ ; voir figure 1. Les éléments nécessaires pour cette construction peuvent être lus sans difficulté aucune à l'autographe. Nous désignons les rayons  $O'P_1$ ,  $O'P_2$ ,  $O'P_3'$  respectivement par  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$ .

Par hypothèse, on a  $p\omega_1 = 0$ ,  $p\omega_2 = 0$  et  $p\omega_3 \neq 0$ . Nous annulons  $p\omega_3$  avec  $\omega$  et obtenons la variation  $\delta\omega^*$  pour l'inclinaison transversale; voir figure 1. Mais ceci ne nous donne pas encore la valeur correcte de  $\omega$  vu que les visées  $O'P_1$  et  $O'P_2$  ne passent plus par les points  $P_1$  et  $P_2$  de l'image spatiale après cette rotation, d'où nécessité d'introduire un facteur de sur-correction  $n$ .

Traçons le cercle  $C$  passant par les points  $P_1$ ,  $P_2$  et par la station  $O'$ . Le rayon  $s_3$  le coupera en  $Q$ . Nous