

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande

**Band:** 79 (1953)

**Heft:** 9-10: École polytechnique de l'Université de Lausanne: publication du centenaire 1853-1953, fasc. no 1

**Artikel:** L'influence de l'épaisseur du profil sur les caractéristiques de grilles

**Autor:** Haller, P. de

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-59754>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# L'INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR DU PROFIL SUR LES CARACTÉRISTIQUES DE GRILLES

par P. DE HALLER, ingénieur E. P. U. L., Sulzer Frères S. A., Winterthour

On sait que les théories modernes des turbo-machines se fondent essentiellement sur les propriétés des grilles d'aubes. Celles-ci ont par conséquent été l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales, qui toutes se heurtent à une difficulté essentielle : le grand nombre de paramètres qu'il est nécessaire de faire intervenir ; outre la forme du profil et l'angle d'incidence, le pas relatif et l'inclinaison sont essentiels. Du point de vue de l'écoulement potentiel, le problème est en principe complètement résolu. Il existe des méthodes<sup>1</sup> permettant de calculer l'écoulement autour d'une grille donnée ou inversement de déterminer le profil correspondant à une répartition de pression donnée, ceci pour les fluides incompressibles ou élastiques, à l'exception du régime transsonique. Ces méthodes sont malheureusement compliquées et longues à mettre en œuvre, de sorte que leurs auteurs se bornent en général à l'illustrer par un seul exemple, incapable de donner la vue d'ensemble intéressant l'ingénieur. On a donc très tôt cherché des procédés de calculs mi-théoriques mi-expérimentaux, dans lesquels les caractéristiques des profils isolés étaient corrigées sur les bases de théorie simplifiées, introduisant en général une grille équivalente constituée par des tronçons rectilignes. Dans cet ordre d'idée les travaux de Betz, Weinel et Weinig<sup>2</sup> sont les plus connus. Très séduisantes à première vue, ces méthodes se sont montrées en pratique trop schématiques et leur domaine d'utilisation est très réduit. Non seulement les valeurs numériques s'écartent souvent notablement de la réalité, mais encore le caractère des courbes déduites de l'expérience ou de la théorie peut être totalement différent, comme le montrent des mesures détaillées effectuées au laboratoire de Sulzer Frères à Winterthour.

Il est commode, pour l'exploitation et l'interpolation des résultats de mesures, de reporter sur un diagramme les angles d'incidences géométriques (fig. 1) (rapportés à la vitesse moyenne  $V$  et à la direction de portance zéro) en fonction de l'inverse  $\frac{l}{t}$  du pas relatif de la grille. On obtient ainsi pour un profil du type

<sup>1</sup> Citons, entre autres :

R. LEGENDRE : *Tracé des ailettes pour fluides à densité légèrement variables*. ATMA, 1947, vol. 46.  
J. E. GARRICK : *On the plane potential flow past a lattice of arbitrary Airfoils*. NACA Report No. 788.  
HUDIMOTO, KAMIMOTO, HIROSE : *Theory of Wing Lattice*. Tech. Rep. Eng. Res. Inst. Kyoto University, Vol. 1, 1951, No. 5.  
M. CHARCOSSET : *Méthode hodographique de tracé des profils d'ailes isolées ou d'aubes en grilles*. Machines et Métaux, 1948, p. 365.  
N. SCHOLZ : *Ein einfaches Singularitätenverfahren zur Erzeugung von Schaufelgittern*. ZAMM, Bd. 30, Nr. 8/9, 1950, p. 262.  
M. S. Lighthill : *A Mathematical Method of Cascade Design*. Aero. Res. Council Rep., No. 2104, 1945.

<sup>2</sup> A. BETZ, Ing. Archiv 2 (1931), p. 359.

E. WEINEL : Ing. Archiv 5 (1934), p. 91.

F. WEINIG : *Die Strömung und die Schaufeln von Turbomaschinen*. Joh. Amb. Barth, Leipzig, 1935.

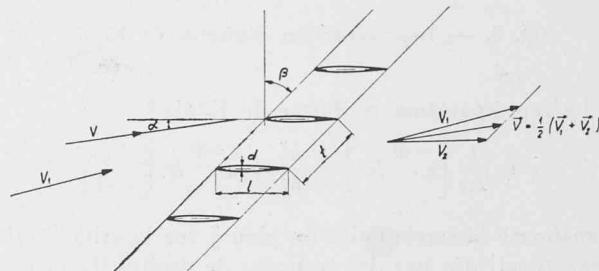


Fig. 1. — Schéma de la grille et notations.

NACA 6309 les courbes de la figure 2, dans laquelle on a également reporté deux courbes équivalentes calculées d'après Weinel et Weinig. Si l'approximation de l'une ou l'autre des méthodes peut être considérée comme pratiquement satisfaisante pour les pas relatifs  $\frac{t}{l} > 1,8$ , il n'en est pas de même dans le domaine le plus fréquemment utilisé dans les compresseurs, au voisinage de  $\frac{t}{l} = 1$ . Le fait que la correction selon Weinel a un caractère différent de celle de Weinig provient de ce que le profil considéré a une certaine courbure. Pour un profil symétrique, les deux méthodes sont équivalentes.

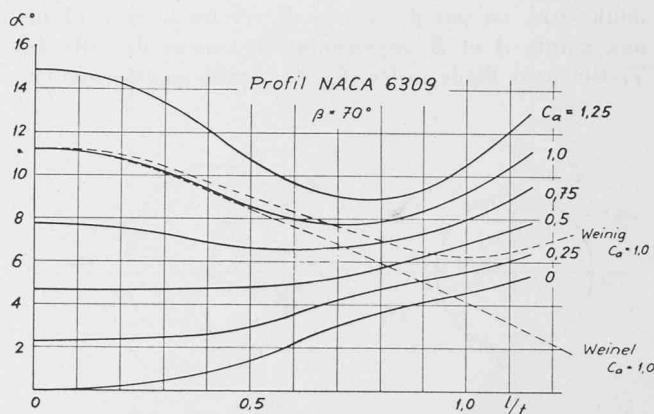


Fig. 2. — Caractéristiques expérimentales d'une grille comparées aux théories de Weinig et Weinel.

Nous allons montrer de façon relativement simple que le désaccord évident entre l'expérience et la théorie n'est pas dû aux effets du frottement et des couches limites dont le calcul ne tient évidemment pas compte, mais essentiellement à l'épaisseur du profil, paramètre qui n'intervient pas directement dans les théories de ces deux auteurs.

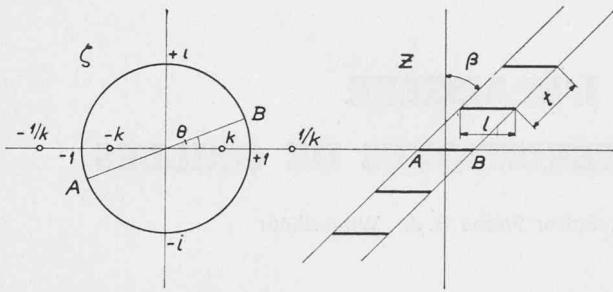


Fig. 3. — Représentation conforme de König.

La représentation conforme de König<sup>3</sup>

$$(1) \quad z = \frac{t}{2\pi} \left[ e^{-i\beta} \ln \frac{1+k\zeta}{1-k\zeta} + e^{+i\beta} \ln \frac{\zeta+k}{\zeta-k} \right]$$

transforme le cercle unité du plan  $\zeta$  sur la grille rectiligne constituée par des tronçons de droites du plan  $z$  (fig. 3). Les points  $A$  et  $B$  du cercle unité correspondant aux extrémités du profil sont donnés par l'angle

$$(2) \quad \theta = \frac{1-k^2}{1+k^2} \operatorname{tg} \beta$$

et la corde  $l$  du profil est liée à  $\beta$  et  $k$  par la relation

$$(3) \quad \frac{l}{t} = \frac{2}{\pi} \left[ \cos \beta \ln \frac{A+2k \cos \beta}{1-k^2} + \sin \beta \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2k \sin \beta}{A} \right]$$

$$A = \sqrt{k^4 + 2k^2 \cos 2\beta + 1}.$$

Si on considère dans le plan  $\zeta$  un contour différent du cercle unité, cette transformation permet d'obtenir une grille de profil en principe quelconque. La complexité et la longueur des calculs empêchent en général de suivre cette voie. On peut cependant arriver à un résultat qualitatif en considérant dans le plan  $\zeta$  un contour constitué soit par un cercle tangent au cercle unité au point  $B$  par analogie à la transformation de Joukowski, ou par deux arcs de cercles se raccordant aux points  $A$  et  $B$ , représentation voisine de celle de Trefftz pour l'aide isolée (fig. 4). Après transformation

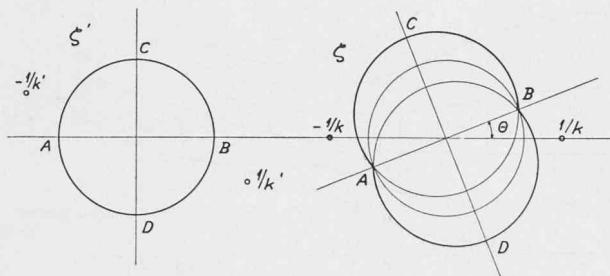


Fig. 4. — Représentation conforme d'un profil épais.

sur le plan  $z$  le profil correspondant n'a qu'une analogie lointaine avec les formes pratiquement utilisées, mais on peut ainsi, en introduisant un seul paramètre supplémentaire, se faire une idée de l'effet de l'épaisseur du profil sur la caractéristique de la grille. Nous utiliserons ici la seconde des deux méthodes envisagées ci-dessus. La fonction

$$(4) \quad \zeta = e^{i\theta} \frac{(\zeta'+1)^\sigma + (\zeta'-1)^\sigma}{(\zeta'+1)^\sigma - (\zeta'-1)^\sigma} \quad \sigma < 1$$

effectue la transformation du contour  $A C B D A$  constitué par deux arcs de cercles du plan  $\zeta$  sur le cercle unité du plan  $\zeta'$ . Par cette transformation les points  $\zeta = \pm 1/k$  qui correspondent à l'infini amont et aval du plan de la grille viennent en  $\pm 1/k'$  avec

$$(5) \quad \pm 1/k' = \pm \frac{1+K^{1/\sigma}}{1-K^{1/\sigma}} \quad K = \frac{e^{-i\theta}-k}{e^{-i\theta}+k}$$

$$k' = k'_x + ik'_y.$$

Ces deux points ne se trouvent évidemment plus sur l'axe réel. Il suffit maintenant de déterminer l'écoulement potentiel autour du cercle unité de  $\zeta'$  avec une source-tourbillon et un puits-tourbillon en  $-\frac{1}{k'}$  et  $+\frac{1}{k'}$  et une circulation  $\Gamma$ . En suivant l'exposé de Durand on a pour le potentiel

$$(6) \quad F = \frac{Vt}{2\pi} \left[ e^{-i(\beta+\alpha)} \ln \frac{1+k'\zeta'}{1-k'\zeta'} + e^{i(\beta+\alpha)} \ln \frac{\zeta'+k'^*}{\zeta'-k'^*} + iK \ln \frac{\zeta'^2-k'^{*2}}{\zeta'^2-k'^2} \right]$$

où l'astérisque \* représente le conjugué complexe. On détermine la circulation  $\Gamma = 2KVt$  par la condition de Joukowski, l'arête de sortie devant correspondre à un point d'arrêt. On trouve

$$(7) \quad K = \frac{2k'_x \sin(\beta+\alpha)}{1+|k'|^2} - \frac{2k'_y \cos(\beta+\alpha)}{1-|k'|^2}.$$

Pour obtenir approximativement l'effet de grille (approximativement parce que les profils ne sont pas identiques) on peut comparer cette circulation  $\Gamma$  avec celle  $\Gamma_0$  d'un profil isolé de même épaisseur composé de deux arcs de cercle. La fonction représentant ce profil sur le cercle unité est

$$(8) \quad z = \frac{l}{2} \frac{1+Z^{2\sigma_0}}{1-Z^{2\sigma_0}} \quad Z = \frac{\zeta-1}{\zeta+1}$$

et l'épaisseur du profil est donnée par

$$(9) \quad \frac{d}{l} = \frac{\sin \pi \sigma_0}{1 - \cos \pi \sigma_0}.$$

Le calcul de la circulation conduit à

$$(10) \quad \Gamma_0 = \frac{\pi}{\sigma_0} Vl \sin \alpha$$

et le coefficient d'effet de grille devient

$$(11) \quad \Lambda = \frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \frac{t}{l} \frac{4\sigma_0}{\pi \sin \alpha} \left[ \frac{k_x' \sin(\beta+\alpha)}{1+|k'|^2} - \frac{k_y' \cos(\beta+\alpha)}{1-|k'|^2} \right].$$

Pratiquement le calcul se fait de la façon suivante : au moyen de 2 et 3 on détermine  $\theta$  et  $k$  en fonction de  $\beta$  et de  $\frac{l}{t}$ <sup>4</sup>. On détermine  $\sigma$  par interpolation au moyen

<sup>4</sup> Une table détaillée se trouve dans HUIMOTO.

des équations 1 et 4 de façon à obtenir l'épaisseur voulue du profil. Enfin on calcule  $k'_x$  et  $k'_y$  à partir de 5 et le coefficient  $\Lambda = f(\alpha) \frac{t}{l} = \text{cste}$  au moyen de 11.

Le diagramme (fig. 5) donne le résultat du calcul pour  $\beta = 0$  et  $\frac{d}{l} = 0$  et 0,1, tandis que la figure 6 reproduit les résultats correspondants pour  $\beta = 70^\circ$ , pour  $\frac{d}{l} = 0$  et 0,1 également.

Ces courbes suggèrent les remarques suivantes : pour une grille de faible inclinaison ( $\beta \approx 0$ ) l'influence de l'épaisseur du profil est faible et reste comparable à celle qu'on observe pour le profil isolé. Il n'en est plus de même aux fortes inclinaisons ( $\beta > 45^\circ$ ). Le caractère des courbes est considérablement modifié, surtout aux faibles portances et se rapproche sensiblement de celui des courbes expérimentales. La correction due à l'épaisseur du profil n'est cependant pas encore suffisante. On verrait aisément que la courbure du profil entraîne une modification du même sens que son épaisseur. La détermination de ce nouvel effet est en principe possible mais se heurte à de grosses difficultés pratiques.

Mes anciens collaborateurs F. Coester et R. Stoffel ont bien voulu se charger des calculs souvent longs et délicats. Je tiens à leur exprimer ici ma reconnaissance pour leur aide efficace.

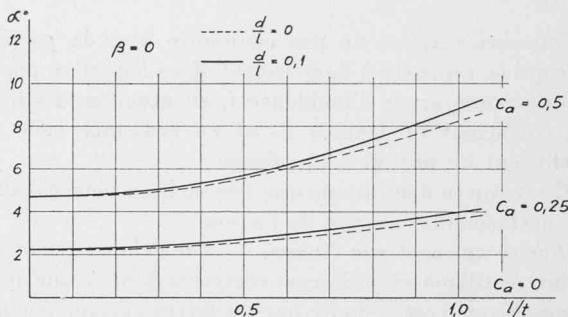


Fig. 5. — Effet de l'épaisseur du profil sur une grille de faible inclinaison.

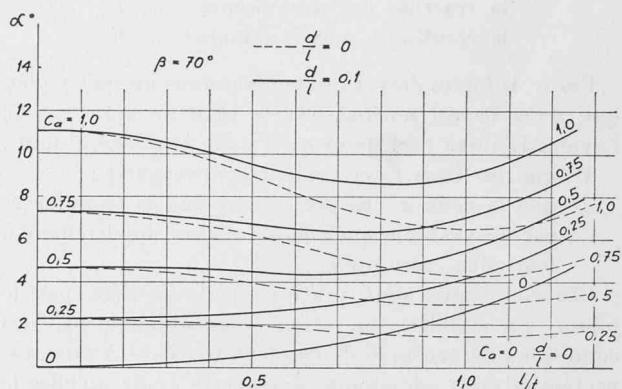


Fig. 6. — Effet de l'épaisseur du profil sur une grille de forte inclinaison.

## NOUVELLE MÉTHODE GRAPHIQUE DESTINÉE AU CALCUL PRÉLIMINAIRE DES PERFORMANCES DES AVIONS

par A. SEILER, ingénieur E.P.U.L., Dr ès sc. tech.,  
Directeur du Technicum, Genève

Rappelons tout d'abord quelques notions fondamentales de la mécanique du vol des avions et considérons un appareil se déplaçant d'un mouvement uniforme dans une atmosphère calme. Appelons :

- $R$  la résultante des forces *aérodynamiques* qui s'exercent sur cet avion ;
- $R_x$  = traînée, la composante de  $R$  suivant la trajectoire parcourue par l'avion ;
- $R_z$  = portance, la composante de  $R$  perpendiculairement à la trajectoire parcourue par l'avion ;
- $\rho$  la masse spécifique de l'air à une altitude  $z$  donnée ( $\rho = \frac{\gamma}{g}$ , si  $\gamma$  = poids spécifique de l'air, et  $g$  = accélération de la pesanteur) ;
- $V$  la vitesse de déplacement de l'avion sur sa trajectoire ;
- $S$  la surface alaire, c'est-à-dire la surface limitée par la projection du contour de l'aile sur un plan perpendiculaire au plan de symétrie de l'aile et passant par la plus grande corde du profil (section droite) située dans ce plan de symétrie ;

$i$  l'angle d'incidence de référence (différent de l'angle d'incidence aérodynamique vrai), c'est-à-dire l'angle que fait la plus grande corde du profil de l'aile avec la direction de  $V$ .

La portance et la traînée de l'avion considéré ont alors pour expression :

$$R_z = C_z \cdot S \frac{\rho V^2}{2} \quad (\text{portance}),$$

$$R_x = C_x \cdot S \frac{\rho V^2}{2} \quad (\text{traînée}),$$

ces deux relations définissant respectivement un *coefficient de portance relatif à l'avion entier*  $C_z$  et un *coefficient de traînée également relatif à l'avion entier*  $C_x$ .

Ces coefficients, sans dimensions, sont fonction des nombres de Reynolds et de Mach de l'écoulement de l'air autour des surfaces portantes de l'avion, et sont déterminés expérimentalement en soufflerie aérodynamique sur maquettes à échelle réduite et, en vol, sur avions-maquettes et sur prototypes. Les résultats de ces essais sont reportés sur un diagramme, appelé