

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 79 (1953)
Heft: 6

Artikel: Les efforts parasites dans les ouvrages hyperstatiques en béton précontraint
Autor: Panchaud, F.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-59746>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 12.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les quinze jours

Abonnements :
Suisse : 1 an, 24 francs
Etranger : 28 francs
Pour sociétaires :
Suisse : 1 an, 20 francs
Etranger : 25 francs
Prix du numéro : Fr. 1.40
Abonnements et n°s isolés
par versement au cpte de
ch. postaux Bulletin techni-
que de la Suisse romande
N° II. 5776, à Lausanne.

Rédaction
et éditions de la S. A. du
Bulletin technique (tirés à
part), Case Chauderon 476

Administration
Ch. de Rosneck 6 Lausanne

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des Anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

Comité de patronage — Président : R. Neeser, ingénieur, à Genève ; Vice-président : G. Epitoux, architecte, à Lausanne ; Secrétaire : J. Calame, ingénieur, à Genève — Membres, Fribourg : MM. P. Joye, professeur ; † E. Lateltin, architecte — Vaud : MM. F. Chenaux, ingénieur ; H. Matti, ingénieur ; E. d'Okolski, architecte ; Ch. Thévenaz, architecte — Genève : MM. L. Archinard, ingénieur ; Cl. Grosgrin, architecte ; E. Martin, architecte ; V. Rochat, ingénieur — Neuchâtel : MM. J. Béguin, architecte ; R. Guye, ingénieur — Valais : MM. J. Dubuis, ingénieur ; D. Burgener, architecte.

Rédaction : D. Bonnard, ingénieur. Case postale Chauderon 476, Lausanne.

Conseil d'administration
de la Société anonyme du Bulletin technique : A. Stucky, ingénieur, président ; M. Bridel ; G. Epitoux, architecte ; R. Neeser, ingénieur.

Tarif des annonces

1/1 page	Fr. 264.—
1/2 »	» 134.40
1/4 »	» 67.20
1/8 »	» 33.60

Annonces Suisses S. A.
(ASSA)



5 Rue Centrale. Tél. 22 33 26
Lausanne et succursales

SOMMAIRE : *Les efforts parasitaires dans les ouvrages hyperstatiques en béton précontraint*, par F. PANCHAUD, ingénieur, professeur à l'E.P.U.L. — Société suisse des ingénieurs et des architectes : *Registre suisse des ingénieurs, des architectes et des techniciens*. — Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne : *Vers une retraite*. — **NÉCROLOGIE :** *Auguste Marguerat, ingénieur*. — **DIVERS :** *Formation d'ingénieurs-mécaniciens ou électriciens pour le service du chemin de fer*. — **LES CONGRÈS :** *Association générale des hygiénistes et techniciens municipaux ; 2^e Congrès de la Commission internationale pour l'irrigation et le drainage*. — **BIBLIOGRAPHIE.** — Société vaudoise des ingénieurs et des architectes : *Assemblée générale annuelle*. — **SERVICE DE PLACEMENT.** — **DOCUMENTATION GÉNÉRALE.** — **NOUVEAUTÉS, INFORMATIONS DIVERSES.**

LES EFFORTS PARASITAIRES DANS LES OUVRAGES HYPERSTATIQUES EN BÉTON PRÉCONTRAIT

par F. PANCHAUD, ingénieur, professeur à l'Ecole polytechnique
de l'Université de Lausanne

I. Généralités

1. Exposé du problème

Les forces de précontrainte, judicieusement appliquées sur un ouvrage donné, ont pour but essentiel de conférer au béton qui le constitue une capacité de résistance certaine aux contraintes de traction qui se développeront sous l'effet des charges extérieures ; en conséquence, ces forces de précontrainte sont choisies pour engendrer des compressions dans les parties de l'ouvrage qui seront ultérieurement tendues et accessoirement des décompressions dans les parties qui seront comprimées ; les précontraintes ainsi créées sont donc en principe de sens contraire aux contraintes produites par les charges extérieures et du même ordre de grandeur.

Ces forces de précontrainte provoquent des déformations de l'ouvrage. Si la construction est statique, c'est-à-dire astreinte à un ensemble de liaisons qui permettent sa libre déformation, aucune réaction additionnelle ne prend naissance, et les efforts intérieurs provenant de la précontrainte sont déterminés purement et simplement par la résultante de la précontrainte sur chaque section.

Si, au contraire, le système est hyperstatique, les liaisons surabondantes empêchent les déformations de se développer librement, faisant apparaître des réactions parasitaires équilibrées entre elles, mais qui engendrent dans l'ouvrage des efforts intérieurs supplémentaires, qui s'ajoutent aux efforts directs de la précontrainte. Ces efforts parasitaires sont en général loin d'être négligeables ; dans certaines sections, ils peuvent s'exercer en sens inverse de l'effort de précontrainte que l'on veut appliquer et ainsi en neutraliser partiellement les effets ; il importe donc de les évaluer pour modifier l'effort de précontrainte en conséquence.

La présente étude a pour objet le développement d'une méthode pratique pour estimer rapidement l'ordre de grandeur des efforts parasitaires, en mettant en lumière les paramètres caractéristiques dont ils dépendent ; visant à obtenir des résultats généraux, cette méthode introduit nécessairement quelques simplifications, tout en respectant cependant l'essence des phénomènes¹.

¹ Un tel problème a déjà été abordé par plusieurs auteurs : Y. GUYON. *Poutres continues et systèmes hyperstatiques en béton précontraint*. Institut technique du Bâtiment. — LEBELLE : Cent ans du béton armé. 1849—1949. Le béton précontraint. — Professeur MAGNEL : *Le béton précontraint*.

2. Rôle du mode d'exécution

La mise en précontrainte d'un ouvrage est une opération de chantier ; mais c'est aussi une mise en charge particulière. Il n'est donc pas indifférent de l'appliquer à un stade quelconque de l'avancement des travaux ; il ne s'agit pas seulement ici de considérer l'état de durcissement et la capacité de résistance que le béton doit avoir à ce moment-là, mais plutôt et surtout le système des liaisons auxquelles est astreint l'ouvrage partiellement exécuté. La capacité de résistance d'un ouvrage précontraint n'est pas définie seulement par les sections de béton, et les efforts de précontrainte qui sont appliqués ; elle dépend aussi des conditions dans lesquelles les opérations de précontrainte ont été effectuées. En effet, il n'est pas indifférent que la mise en précontrainte du béton d'une poutre continue se fasse sur des travées maintenues provisoirement indépendantes ou non, puisque les efforts parasites en seront influencés.

La mise en précontrainte par étapes — auxquelles on recourt souvent lors de l'exécution des grands ouvrages — exige que l'on prescrive méticuleusement l'ordre des mises en précontrainte, en définissant les conditions dans lesquelles les opérations doivent s'effectuer (l'état d'avancement de l'ouvrage, l'ordre de succession des mises en tension, les câbles, la résistance du béton, etc.).

Ces conditions particulières sont dues au fait que dans les ouvrages précontraints les éléments de la construction sont déjà le siège de contraintes élevées, même lorsque aucune charge n'agit. Il n'en est pas de même dans les constructions habituelles, non précontraintes ; chargée par le seul effet du poids propre, la construction « attend » en quelque sorte que la surcharge mobilise sa capacité de résistance en réserve ; au contraire dans les ouvrages précontraints, très souvent la surcharge soulage l'ouvrage, fait que l'on exprime souvent par l'affirmation — devenue classique dans le domaine du béton précontraint — que la mise en précontrainte est une épreuve de résistance souvent plus sévère que l'essai à la surcharge maximum. Puisque la mise en précontrainte est une épreuve de charge, il est évident qu'elle ne saurait être appliquée n'importe comment et à n'importe quel moment, même si la construction reste étayée. En effet, en général les mises en précontrainte ont pour conséquence un décintrément de l'ouvrage, c'est-à-dire sa libération des étais.

On conçoit dès lors que l'étude des efforts parasites ne peut se faire qu'après avoir défini avec exactitude la succession des opérations et les conditions dans lesquelles la précontrainte est appliquée.

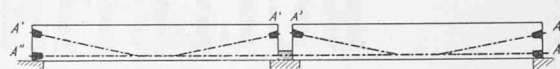
En principe, les différentes manières d'appliquer la précontrainte sur un ouvrage hyperstatique peuvent se ramener à l'un ou l'autre des groupes suivants :

Premier groupe : On bétonne l'ensemble de l'ouvrage que l'on maintient sur ses coffrages et l'on applique les efforts de précontrainte sur la construction achevée.

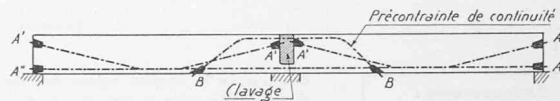
Deuxième groupe : La précontrainte est appliquée en deux ou plusieurs étapes ; l'ouvrage est constitué provisoirement par un ensemble d'éléments statiquement

I. Poutre continue

1^{re} étape : précontrainte d'éléments statiquement déterminés.



2^e étape : précontrainte de continuité.



II. Cadre portique.

1^{re} étape : A-A

2^e étape : B-B

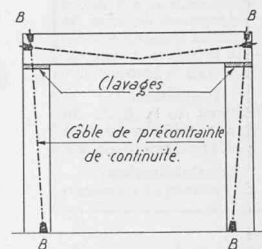
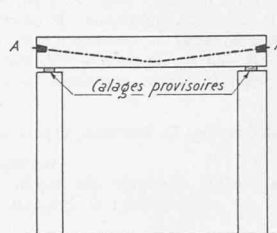


Fig. 1. — Mise en précontrainte en deux étapes.

déterminés, sur lesquels on applique une précontrainte partielle. On procède ensuite à l'exécution des liaisons statiques complémentaires pour constituer le système hyperstatique définitif et on applique alors en deuxième étape les précontraintes complémentaires. Ce mode de faire est représenté schématiquement sur la figure 1.

Le premier mode de faire engendre des moments parasites pour la précontrainte totale puisque au début de la mise en précontrainte déjà, l'ouvrage est statiquement indéterminé.

Le deuxième mode de faire a pour conséquence de ne créer des efforts intérieurs parasites que pour une partie seulement des efforts de précontrainte, ceux qui sont appliqués en deuxième étape. Il a en outre l'avantage de réduire les temps d'attente de la construction non précontrainte.

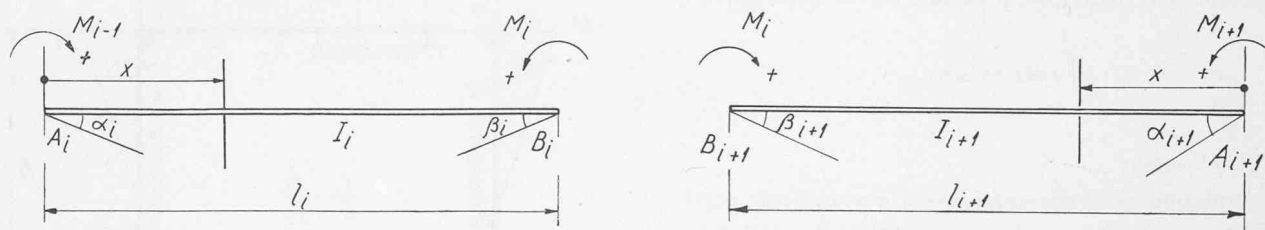
II. Les efforts intérieurs parasites dans la poutre continue et dans les cadres hyperstatiques

1. Méthode de calcul

Comme tous les systèmes hyperstatiques, la poutre continue et, d'une manière générale, les cadres, sont sensibles aux déformations propres indépendantes des charges extérieures dont ils peuvent être le siège. Ces déformations peuvent être provoquées non seulement par les variations de température ou les tassements relatifs des appuis par exemple, mais aussi par les forces de précontrainte. Toutes ces causes font naître des efforts intérieurs parasites.

Pour calculer ces efforts intérieurs parasites, on peut appliquer les méthodes de la statique des constructions dans la mesure où l'on peut admettre que le système est linéairement élastique, c'est à dire que les déformations sont à la fois réversibles et propor-

a) Les travées.



b) Position de la précontrainte.

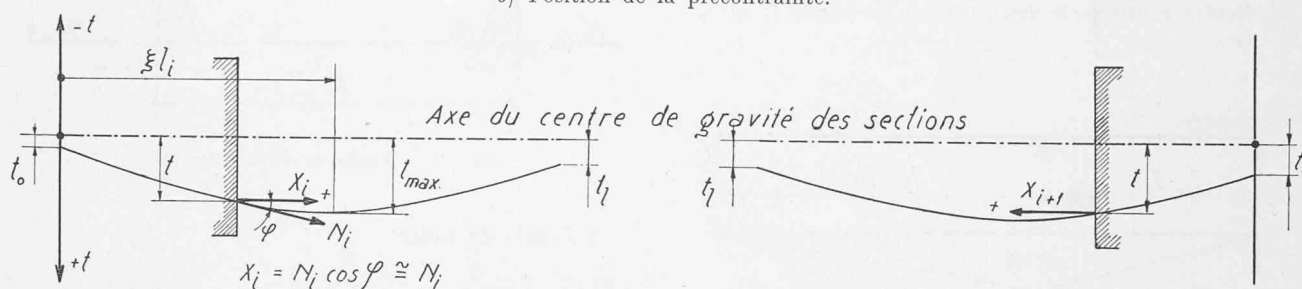


Fig. 2. — Equations de continuité. Désignations caractéristiques.

tionnelles aux intensités des causes qui les ont produites. On fait alors abstraction des déformations plastiques instantanées et des déformations par fluage ou déformations lentes plus ou moins réversibles.

C'est l'hypothèse admise dans la suite. Les déformations dues aux efforts de flexion sont prépondérantes en général, on les considérera seules, négligeant l'effet des raccourcissements axiaux.

Le système statique qui dérive le plus naturellement de la poutre continue est assurément la succession des poutres à deux appuis simples qui en constituent les travées. Les hyperstatiques sont alors les moments de continuité au droit des appuis. Pour les calculer, on appliquera le théorème classique de Clapeyron, qui exprime que la continuité des travées coupées sur leurs appuis est rétablie par l'effet des moments de continuité.

2. Cas général. Rappel des équations de continuité

Dans une section de la poutre d'abscisse x , la précontrainte appliquée d'intensité X a une excentricité t par rapport au centre de gravité de la section considérée de moment d'inertie I (fig. 2). Cette force de précontrainte produit dans les travées coupées sur appui des déformations : une variation de longueur, des courbures et les rotations des sections extrêmes. Si les liaisons de la poutre permettent son libre déplacement dans le sens longitudinal — ce qui est supposé en général pour les poutres continues — les variations de longueur sont sans influence et seules les rotations sont à considérer.

L'angle de rotation sur l'appui opposé à l'origine des abscisses est alors déterminé par la formule classique

$$\beta = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{X t x dx}{EI}.$$

Si l'on introduit les moments de continuité M_{i-1} , M_i , M_{i+1} et les efforts de précontrainte X_1 et X_2 , la con-

dition de continuité sur l'appui intermédiaire s'exprime par l'équation

$$M_{i-1} \int_0^{l_i} \frac{x^2 dx}{I_i} + M_i \left[\int_0^{l_i} \frac{x(l_i - x)}{I_i} dx + \int_0^{l_{i+1}} \frac{x(l_{i+1} - x)}{I_{i+1}} dx \right] + M_{i+1} \int_0^{l_{i+1}} \frac{x^2 dx}{I_{i+1}} + E\beta_i + E\beta_{i+1} = 0.$$

Pour chaque appui on écrira une équation semblable. L'ensemble du système permettra de déterminer les moments parasites sur appui M_i , dus aux efforts de précontrainte.

3. Cas particulier de la poutre à moment d'inertie et à efforts de précontrainte constants dans chaque travée

L'équation générale de continuité prend alors la forme suivante :

$$M_{i+1} \frac{l_i}{6I_i} + \frac{M_i}{3} \left[\frac{l_i}{I_i} + \frac{l_{i+1}}{I_{i+1}} \right] + M_{i+1} \frac{l_{i+1}}{6I_{i+1}} + X_i \frac{1}{l_i I_i} \int_0^{l_i} t x dx + X_{i+1} \frac{1}{l_{i+1} I_{i+1}} \int_0^{l_{i+1}} t x dx = 0.$$

L'hypothèse que les efforts de précontrainte restent constants le long d'une travée n'est pas aussi restrictive qu'on pourrait l'imaginer au premier abord, car si la précontrainte est exercée au moyen de plusieurs câbles qui ne courent pas sur la totalité d'une travée, l'équation ci-dessus reste applicable, en remplaçant les termes dus aux précontraintes par la somme des effets de chaque câble isolé.

Les intégrales ci-dessus dépendent de la loi de variation de l'excentricité t de la précontrainte le long de la travée considérée. Dans un cas donné, on peut toujours exprimer la valeur de cette intégrale en fonction de l'excentricité maximum t_{\max} et de la portée de la travée,

en introduisant un coefficient sans dimension μ . On aura alors par définition, pour une travée quelconque l ,

$$\int_0^l t dx = \mu l^2 t_{\max}.$$

4. Applications

L'équation ci-dessus appliquée à quelques cas particuliers conduit aux valeurs suivantes des moments parasites sur appui :

a) Poutre continue à deux travées de portée l_1 et l_2 (fig. 3)

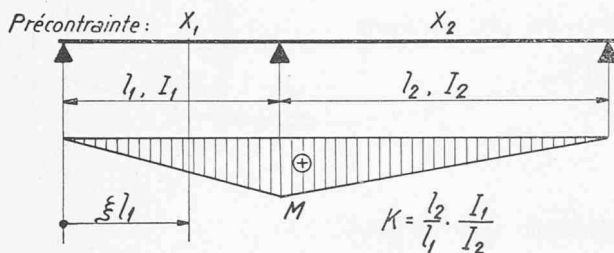


Fig. 3. — Poutre continue à deux travées.

$$M = -\frac{3}{1+K} (X_1 \mu_1 t_{1\max} + K X_2 \mu_2 t_{2\max}).$$

Si les travées sont égales, on a

$$M = -3X\mu t_{\max}.$$

b) Poutre symétrique à trois travées de portée l_1, l_2, l_1 (fig. 4)

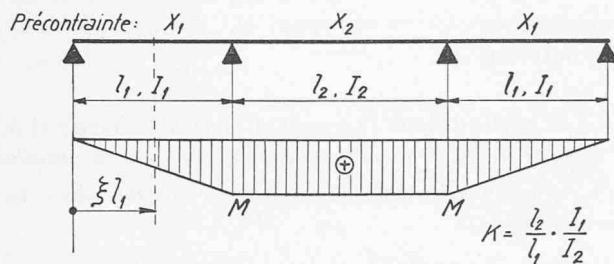


Fig. 4. — Poutre continue symétrique à trois travées.

$$M = -\frac{6}{2+3K} [X_1 \mu_1 t_{1\max} + K X_2 \mu_2 t_{2\max}].$$

Cette dernière équation est également applicable au cadre portique à deux articulations, à condition de remplacer dans la valeur de K la portée l_1 par la hauteur h du montant et en négligeant les déformations longitudinales de la travée sous l'effet de la précontrainte.

c) Cadre-portique encastré (fig. 5)

Les moments parasites sont définis dès que l'on connaît leur valeur au sommet et à la base des montants du cadre. Si l'on néglige les déformations dues au raccourcissement de la travée, on obtient les valeurs suivantes :

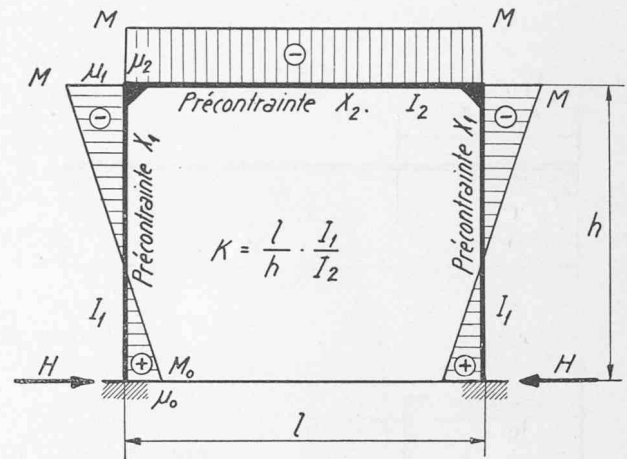


Fig. 5. — Cadre-portique encastré.

A l'angle du cadre

$$M = -\frac{2}{1+2K} [X_1(2\mu_1 - \mu_0)t_{1\max} + 2KX_2\mu_2 t_{2\max}]$$

A la base du montant

$$M_0 = -\frac{M}{2} - 3X_1\mu_0 t_{1\max}.$$

Puisque $t_{1\max}$ est en général négatif, $2\mu_1 - \mu_0$ positif et X_1 négatif, on voit que le moment parasite dû à la précontrainte dans le montant est négatif, au sommet du montant.

d) Poutre encastrée à ses deux extrémités (fig. 6)

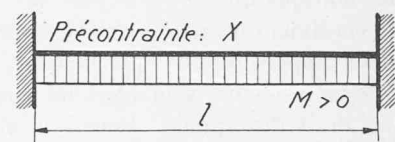


Fig. 6. — Poutre encastrée à ses deux extrémités.

Le moment parasite, constant tout le long de la poutre, est donné par

$$M = -2X\mu t_{\max}.$$

5. Influence de la variation de l'excentricité de la précontrainte

Pour obtenir le maximum d'efficacité de la précontrainte et réduire ainsi l'intensité de l'effort, on est conduit à adapter la force de précontrainte aux efforts dus aux charges extérieures en faisant varier sa position le long d'une travée. En général, dans la région médiane des poutres, où le moment est positif, la précontrainte est appliquée au-dessous du centre de gravité des sections, son excentricité t est alors positive ; le contraire a lieu dans la région des moments négatifs.

Dans les applications, l'effort de précontrainte est créé par un certain nombre de câbles répartis judicieusement dans la section, de façon que l'excentricité de la résultante ait la valeur prévue. Certains de ces câbles sont rectilignes, d'autres épousent une forme parabolique ; les uns courent sur la longueur totale dans la

travée, d'autres sur un tronçon seulement. La poutre peut être cambrée, l'excentricité se mesure alors dans chaque section entre son centre de gravité et la résultante de l'effort de précontrainte. En pratique, les dispositions constructives les plus compliquées peuvent toujours être assimilées avec une approximation suffisante à la combinaison de quelques dispositions types simples, dont on peut superposer les effets. On s'est borné à ne considérer que quatre cas types.

La loi de variation de l'excentricité étant connue, on peut déterminer la valeur du coefficient μ qui lui correspond.

a) L'excentricité est constante, égale à t_{\max} , sur un tronçon de la travée compris entre les abscisses $\xi_1 l$ et $\xi_2 l$ (fig. 7). Dans ce cas

$$\mu = \frac{1}{2} (\xi_2^2 - \xi_1^2).$$

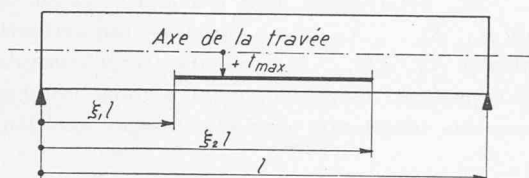


Fig. 7. — Précontrainte à excentricité constante sur un tronçon de travée.

Il y a lieu de remarquer que la valeur de μ est d'autant plus grande que le tronçon de travée soumis à la précontrainte est situé plus près de l'appui dont on veut déterminer le moment de continuité; c'est dire que les câbles complémentaires que l'on peut être appelé à placer dans la région des appuis, même s'ils sont courts, ont une influence non négligeable sur les efforts parasites; en général, ils sont situés au-dessus du centre de gravité; leur excentricité est négative; ils contrarient alors les effets des câbles en travée.

b) Si la précontrainte a une excentricité constante sur la travée complète, on a

$$\mu = \frac{1}{2}.$$

c) L'excentricité varie linéairement d'une extrémité à l'autre de la travée; à l'origine, elle vaut t_0 et à l'extrémité de la travée t_l (fig. 8).

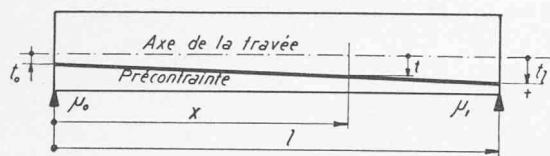


Fig. 8. — Précontrainte à excentricité linéairement variable.

On a

$$t = t_0 + (t_l - t_0) \frac{x}{l}$$

$$\mu_1 = \frac{2t_l + t_0}{6t_l}$$

$$\mu_0 = \frac{2t_0 + t_l}{6t_0},$$

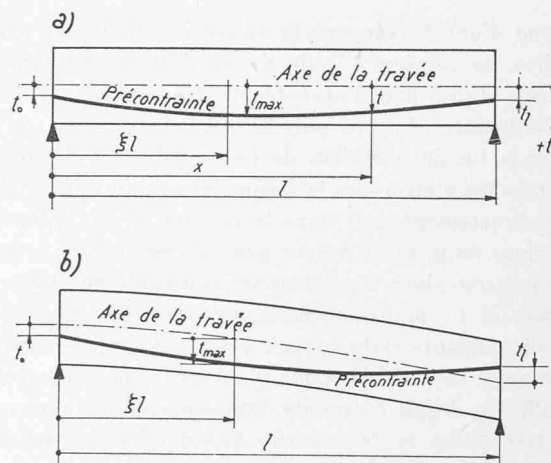


Fig. 9. — Précontrainte à excentricité de variation parabolique :

- a) la travée a un axe rectiligne;
b) la travée a une cambrure longitudinale.

$$\text{Si } t_0 = -\frac{1}{2} t_l, \quad \mu_1 = \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad \mu_0 = 0.$$

d) L'excentricité varie paraboliquement le long de la travée suivant l'équation (fig. 9) que la poutre soit droite ou cambrée

$$t = t_{\max} - (t_{\max} - t_l) \left[\frac{x - \xi l}{(1 - \xi)l} \right]^2$$

où x = abscisse d'une section quelconque d'une travée à partir de l'extrémité dont on mesure la rotation, t_{\max} = excentricité maximum en travée dans la section d'abscisse ξl .

t_l = excentricité dans la section d'abscisse l .

L'excentricité dans la section origine de la poutre est alors

$$t_0 = t_{\max} - (t_{\max} - t_l) \left(\frac{\xi}{1 - \xi} \right)^2.$$

Dans ce cas, on a

$$\mu = \frac{1}{12} \left[6 - \left(1 - \frac{t_l}{t_{\max}} \right) \frac{6\xi^2 - 8\xi + 3}{(1 - \xi)^2} \right].$$

Cette fonction pour la commodité des applications est représentée sur le graphique de la figure 10.

D'après ce qui précède, on voit que l'influence de la loi de variations de l'excentricité de la précontrainte

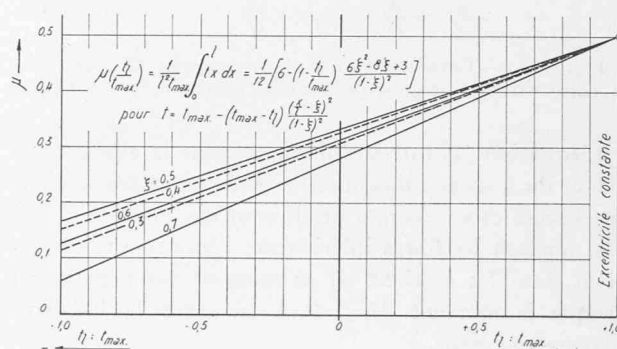


Fig. 10. — Valeurs du coefficient μ pour une excentricité à variation parabolique.

Si les deux travées sont égales $K = 1$, les formules se simplifient et on a

$$X = - \frac{M}{t_{\max}(1 - 3\xi_1\mu) - K_i}$$

où ξ_1 est l'abscisse relative de la section dans laquelle le moment total est maximum.

La formule ci-dessus montre déjà que le moment parasite a pour conséquence d'augmenter l'intensité de la précontrainte nécessaire dans le rapport

$$\frac{t_{\max} - K_i}{t_{\max}(1 - 3\xi_1\mu) - K_i} = 1 + \frac{3\xi_1\mu t_{\max}}{t_{\max}(1 - 3\xi_1\mu) - K_i}.$$

En effet, si le dit moment ne se produisait pas, c'est à dire si μ était égale à 0, la valeur de la précontrainte serait donnée par la formule classique que l'on applique pour les poutres isostatiques

$$X' = - \frac{M}{t_{\max} - K_i}.$$

Le moment parasite a aussi pour conséquence de produire un déplacement Δt de la force de précontrainte vers le centre de gravité de la section égal à

$$\Delta t = - 3\xi_1\mu t_{\max}.$$

b) Formules simplifiées

Les formules générales qui donnent X_1 et X_2 sont d'une application malcommode et ne se prêtent pas aisément à une discussion. On peut les simplifier en constatant que pratiquement les valeurs de ξ_1 et ξ_2 varient entre des limites assez étroites, de sorte que l'on peut en première approximation leur substituer des valeurs constantes moyennes.

Les coefficients ξ_1 et ξ_2 définissent la position des sections des poutres dans lesquelles se produisent les moments totaux maximums. Comme en général ces sections sont assez voisines de celles où se produisent les moments maximums dus aux seules charges extérieures, on peut admettre ces derniers pour valeurs des moments dans les sections ξ_1 et ξ_2 ; on commet alors une erreur par excès.

Par contre, le moment parasite croît linéairement avec l'abscisse considérée; il importe d'en tenir compte avec plus d'exactitude; les applications montrent que l'abscisse relative de la section la plus dangereuse à partir des appuis extrêmes de la poutre est comprise entre 0,40 et 0,50. Pour se placer dans des conditions défavorables en vue d'établir des formules pratiques simplifiées, on a admis que cette section était située au milieu de la poutre ($\xi_1 = \xi_2 = 0,5$).

Les valeurs de $(t_{\max} - K_i)$, excentricité de la force de précontrainte par rapport à la limite supérieure du noyau central sont identiques pour les deux travées et peuvent s'écrire.

$$t_{\max} - K_i = \tau t_{\max}.$$

La valeur courante du coefficient τ peut être choisie égale à 1,3.

Dans ces conditions, les formules donnant les coefficients D_{11} , D_{12} , D_{21} et D_{22} prennent les formes suivantes

$$D_{11} = \left\{ \tau - \frac{3\mu}{2(1+K)} - \frac{9\mu^2 K}{4(1+K)^2 \left[\tau - \frac{3\mu K}{2(1+K)} \right]} \right\} t_{\max}.$$

$$D_{12} = \frac{1}{3\mu K} \left\{ \frac{2(1+K) \left[\tau - \frac{3\mu}{2(1+K)} \right]}{\left[\tau - \frac{3\mu K}{2(1+K)} \right] - \frac{9\mu^2 K^2}{2(1+K)}} \right\} t_{\max}.$$

$$D_{22} = \left\{ \tau - \frac{3\mu K}{2(1+K)} - \frac{9\mu^2 K}{4(1+K)^2 \left[\tau - \frac{3\mu}{2(1+K)} \right]} \right\} t_{\max}.$$

$$D_{21} = D_{12} \cdot K.$$

Les valeurs numériques de ces coefficients sont représentées dans les graphiques de la figure 12.

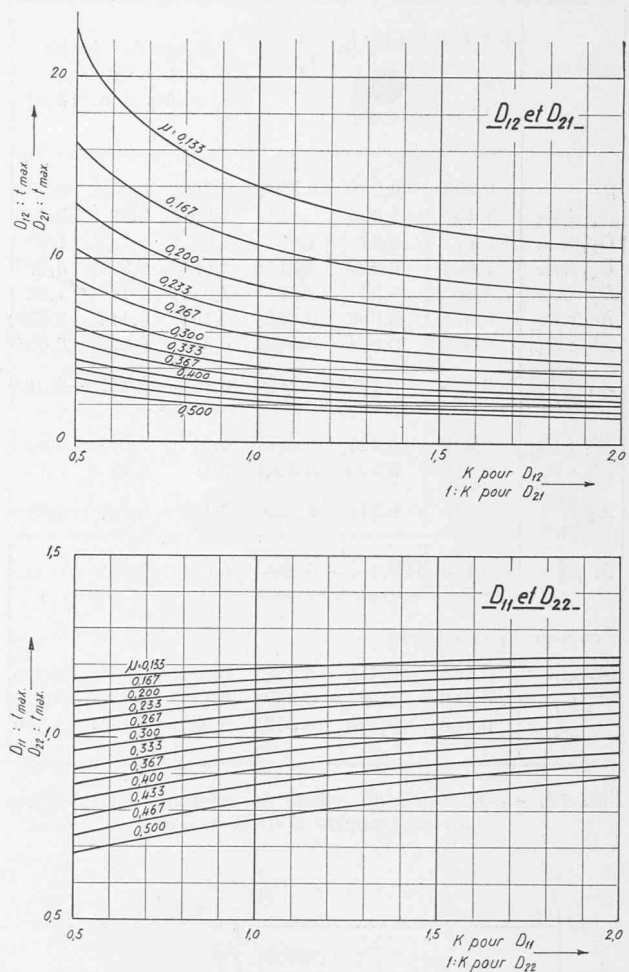


Fig. 12. — Coefficients D_{11} , D_{12} , D_{22} , D_{21} pour l'évaluation des moments parasites dans une poutre continue à deux travées. $t_{\max} - K_i = 1,3 t_{\max}$.

Il y a lieu de remarquer que les valeurs de D_{11} et D_{22} d'une part, et D_{12} et D_{21} d'autre part, sont les mêmes lorsqu'on inverse les facteurs K . Cela permet de réduire le nombre des graphiques à deux, en indiquant deux échelles sur l'axe des abscisses.

c) Application

Pour illustrer cette théorie, on a procédé à deux applications élémentaires, ayant pour objet la détermination de la précontrainte

1° dans une poutre continue à deux travées inégales de portée l_1 et $l_2 = 1,5 l_1$ ($K = 1,5$);

2° dans une poutre continue à deux travées égales.

On a supposé que les charges étaient uniformément réparties et que la surcharge accidentelle p pouvait atteindre 0,5 de la charge permanente g .

Les résultats des calculs numériques sont récapitulés dans le tableau suivant : les graphiques des figures 14 et 15 donnent les moments fléchissants totaux pour $\mu = 0,233$ et $\mu = 0,333$.

5) Conclusions

L'examen de ces tableaux et graphiques permet de tirer quelques conclusions générales.

a) *Signe et grandeur des moments parasites.* Les moments parasites sont positifs sur toute la longueur de

Poutres	à 2 travées $l_2 : l_1 = 1,5$ $K = 1,5$ $p : g = 0,5$ $M_1 = 0,086 \text{ gl}_1^2$ $M_2 = 0,283 \text{ gl}_1^2$			à 2 travées égales $K = 1$ $p : g = 0,5$ $M_1 = M_2 = 0,118 \text{ gl}_1^2$		
μ	0,233	0,333	0,500	0,233	0,333	0,500
$D_{11} t_{\max}$	1,133	1,050	0,841	1,098	0,99	0,773
$D_{12} t_{\max}$	5,87	3,47	1,59	7,04	4,16	1,92
$D_{22} t_{\max}$	1,064	0,945	0,715	1,098	0,99	0,773
$D_{21} t_{\max}$	8,80	5,20	2,38	7,04	4,16	1,92
$M_1 : D_{11}$	0,076	0,082	0,102	0,107	0,117	0,152
$M_2 : D_{12}$	0,048	0,081	0,178	0,017	0,028	0,061
$X_1 \frac{gl_1^2}{t_{\max}}$	-0,124	-0,163	-0,280	-0,124	-0,145	-0,213
$M_1 : D_{21}$	0,010	0,017	0,036	0,017	0,028	0,061
$M_2 : D_{22}$	0,266	0,299	0,394	0,107	0,117	0,152
$X_2 \frac{gl_1^2}{t_{\max}}$	-0,275	-0,316	-0,430	-0,124	-0,145	-0,213
$M \text{ gl}_1^2$	+0,150	+0,255	+0,556	+0,087	+0,145	+0,320
Réactions parasites						
$A_1 \text{ gl}_1$	0,150	0,255	0,556	0,087	0,145	0,320
$A_2 \text{ gl}_1$	-0,250	-0,425	-0,938	-0,174	-0,290	-0,640
$A_3 \text{ gl}_1$	0,100	0,170	0,372	0,087	0,145	0,320

Fig. 13. — Exemple de calcul des moments parasites pour une poutre à deux travées.

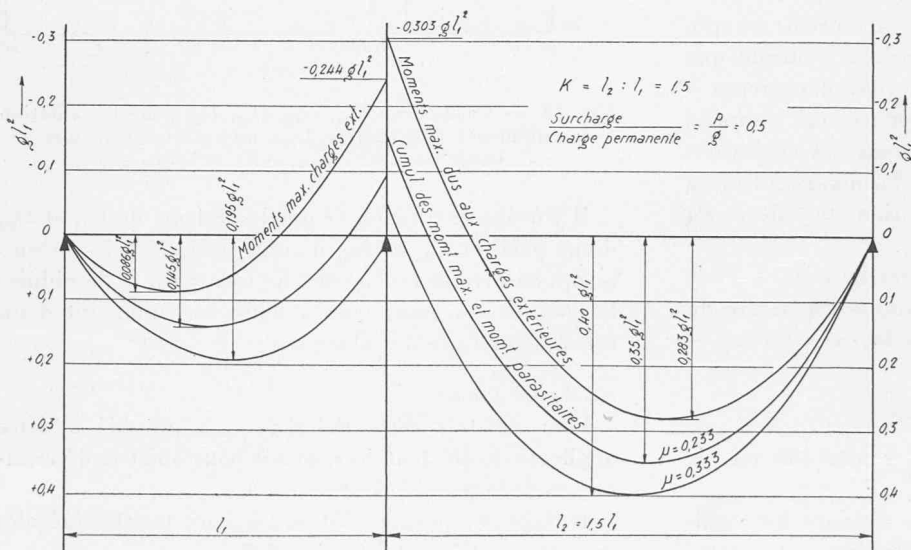


Fig. 14.
Poutre à deux travées inégales.
Comparaison entre les moments parasites et les moments maximums dus aux charges extérieures.
 $K = l_2 : l_1 = 1,5$ surcharge : charge permanente = 0,5.

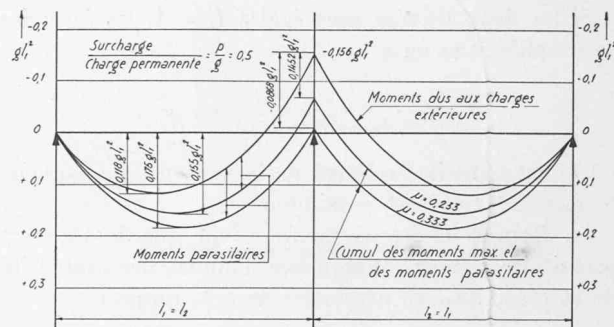


Fig. 15. — Poutre à deux travées égales. Comparaison entre les moments parasites et les moments maximums dus aux charges extérieures.

$K = 1$; Surcharge : charge permanente = 0,5.

la poutre. Ils ont pour effet d'aggraver les moments en travée et de soulager le moment de continuité sur l'appui. Cela tient au fait que sous l'effet de la précontrainte, la poutre a tendance à se soulever de l'appui intermédiaire, ce qui diminue les réactions de cet appui et augmente d'autant la somme des réactions des appuis extrêmes. Les moments parasites dus à l'effort de précontrainte diminuent l'efficacité de la continuité.

Les moments parasites sont importants par rapport aux moments maximums dus aux charges extérieures.

Pour la poutre continue à travées égales, dans notre cas particulier, le moment total passe de $0,118 \text{ gl}_1^2$ à $0,155 \text{ gl}_1^2$ et $0,175 \text{ gl}_1^2$ suivant que le coefficient μ varie de 0,233 à 0,333. Ainsi donc les moments parasites atteignent à eux seuls en travée 31 à 38 % du moment maximum dû aux charges extérieures.

Lorsque les travées sont inégales, les moments parasites sont proportionnellement plus importants dans la petite travée que dans la grande. Ils atteignent 69 % et 126 % du moment des charges extérieures dans la petite travée et 23 % et 41 % dans la grande travée pour les mêmes valeurs de μ .

Les moments parasites diminuent lorsque l'excentricité de la précontrainte s'harmonise au diagramme

des moments des charges extérieures en variant d'une façon semblable. Ainsi lorsque μ varie de 0,333 à 0,233, c'est-à-dire lorsque l'excentricité de la précontrainte sur l'appui est accentuée par rapport à celle qui est en travée, pour mieux combattre les moments négatifs, les moments parasites sur l'appui tombent de $0,145 gl_1^2$ à $0,086 gl_1^2$.

On peut rechercher à quelles conditions le moment parasite serait annulé. Il y a une infinité de manières de choisir la loi de la variation de l'excentricité de la précontrainte pour que pareilles conditions soient réalisées. Il faut que μ soit nul : dans notre cas, si l'on conserve la loi d'excentricité parabolique, il faudrait que l'excentricité sur l'appui soit égale à $t_1 = -1,8 \cdot t_{\max}$. Une telle condition n'est pratiquement pas réalisable avec une poutre de hauteur constante, si l'on ne veut pas réduire l'excentricité maximum t_{\max} , ce qui ne serait plus économique, mais on peut l'envisager avec une poutre de hauteur variable, problème que nous n'avons pas considéré au cours de cette étude.

On peut aussi faire disparaître le moment parasite exerçant une force de précontrainte dont l'excentricité soit identiquement nulle ; il n'est cependant pas indiqué d'y recourir, car les efforts de précontrainte nécessaires dans un pareil cas deviennent économiquement prohibitifs.

b) *Grandeur des efforts de précontrainte.* Les efforts de précontrainte X_1, X_2 croissent en même temps que les moments parasites. Pour une même valeur de l'excentricité maximum, on a un double intérêt à diminuer ces moments parasites. Toutefois, une telle réduction ne doit pas être recherchée en diminuant la valeur de l'excentricité de la précontrainte t_{\max} , car en procédant ainsi, l'efficacité de la précontrainte diminue plus rapidement que le gain provenant de la réduction du moment parasite. Un moyen possible de supprimer les moments parasites serait de modifier le niveau relatif des appuis de la poutre après la mise en précontrainte ; il suffirait de relever de quelques centimètres l'appui intermédiaire de la poutre pour compenser le moment parasite positif sur l'appui ; dans ce cas, on sera généralement conduit à renforcer localement la précontrainte sur l'appui.

3. Poutre symétrique à trois travées

Les équations qui définissent les efforts de précontrainte finale (après fluage) s'obtiennent de la même manière que dans le cas de la poutre à deux travées ; on doit remarquer que par suite de la symétrie le moment parasite dans la travée intermédiaire est constant et de valeur égale à celui qui se produit sur les appuis intermédiaires.

On a les équations suivantes pour déterminer les précontraintes X_1 et X_2

$$X_1 \left[t_{1\max} \left(1 - \frac{6\xi_1\mu_1}{2+3K} \right) - K_i \right] - 6\xi_1\mu_2 t_{2\max} \frac{K}{2+3K} X_2 + M_1 = 0$$

$$- X_1 \frac{6\mu_1 t_{1\max}}{2+3K} + X_2 \left[t_{2\max} \left(1 - \frac{6\mu_2 K}{2+3K} \right) - K_i \right] + M_2 = 0$$

où

M_1 et M_2 sont les moments maximums positifs dans la travée de rive et la travée intermédiaire dus aux charges extérieures.

$t_{1\max}$ et $t_{2\max}$ les excentricités maximums des précontraintes X_1 et X_2 .

μ_1 et μ_2 les coefficients qui font intervenir la loi de variation de l'excentricité de la précontrainte.

K_i l'ordonnée de la limite supérieure du noyau central, correspondant à la fibre inférieure de la poutre.

$K = \frac{l_2}{l_1} \frac{I_1}{I_2}$ rapport de rigidité de la travée intermédiaire à la travée de rive.

ξ_1 l'abscisse relative de la section de la travée de rive où le moment total est maximum ($\xi_1 = 0,45-0,5$).

La résolution des deux équations ci-dessus permet de trouver les efforts de précontrainte X_1 et X_2 .

4. Cadre portique encastré

La même méthode de calcul peut être appliquée au cadre portique encastré. Les deux sections déterminantes pour les efforts de précontrainte sont alors la section au milieu de la travée et la section au sommet du montant.

Les moments parasites caractéristiques à l'angle supérieur du cadre (M) et à la base du montant (M_0) sont donnés par les formules du chapitre II, paragraphe 4 c).

$$M = -\frac{2}{1+2K} [X_1 t_1 (2\mu_1 - \mu_0) + 2K X_2 \mu_2 t_2]$$

$$M_0 = -\frac{M}{2} - 3X_1 \mu_0 t_1$$

Elles montrent que les efforts de précontrainte des montants et de la travée se contrarient en général, car t_1 l'excentricité déterminante dans le montant, à l'angle supérieur, est en général négative, tandis que t_2 l'excentricité en travée est positive. Il en résulte que le signe du moment parasite résultant varie suivant que la prépondérance appartient à la précontrainte X_1 du montant ou à la précontrainte X_2 de la travée. On ne peut pas dire à l'avance si les moments parasites aggraveront ou non les moments dus aux charges extérieures. On peut tout au plus constater que l'effet cumulé est en valeur absolue inférieur au plus grand d'entre eux pris isolément.

Les équations qui donneront les valeurs des précontraintes sont les suivantes :

$$X_1(t_1 - K_s) + M + M_1 = 0$$

$$X_2(t_2 - K_i) + M + M_2 = 0$$

où

M_1 et M_2 sont les valeurs algébriques des moments extrêmes dus aux charges extérieures au sommet du montant et au milieu de la travée.

t_1 et t_2 les excentricités maximums des efforts de précontrainte.

K_s et K_i les ordonnées des limites du noyau central des sections considérées.

La mise en précontrainte peut être effectuée de deux manières :

a) En exerçant les forces X_1 et X_2 après avoir réalisé la continuité entre la travée et les deux montants, par exemple en commençant par la mise en précontrainte des montants qui a pour effet en général de solidariser la travée aux montants. Dans ce cas, il faut déterminer les valeurs de X_1 et X_2 en résolvant le système d'équations ci-dessus.

b) On peut exercer la précontrainte sur les travées seules, avant de réaliser les continuités avec les montants. La travée se déforme librement. Dans cette éventualité, seule la précontrainte des montants produit des efforts parasites que l'on obtient à l'aide de la formule 1 ci-dessus en faisant $X_2 = 0$.

Tandis que la précontrainte X_1 est alors indépendante de la précontrainte X_2 , cette dernière doit être calculée en tenant compte des efforts parasites dus à la première, efforts qui soulagent en général le milieu de la travée, mais aggravent les moments dans les régions de l'appui. On peut avoir intérêt dans un cadre pour réduire la précontrainte en travée à exécuter la mise en précontrainte selon la deuxième méthode. On obtient alors

$$X_1 = - \frac{M_1}{t_1 \left[1 - \frac{2(2\mu_1 - \mu_0)}{1 + 2K} \right] - K_s}$$

$$X_2 = - \frac{M_2 - 2X_1 t_1 \left(\frac{2\mu_1 - \mu_0}{1 + 2K} \right)}{t_2 - K_i}$$

5. Influence des moments parasites sur les contraintes dans le béton d'une section

Les moments parasites, en général positifs dans les poutres, c'est-à-dire tendant les fibres inférieures, augmentent les moments en travée et soulagent les moments aux appuis. Par ailleurs, dans les sections déterminantes la précontrainte est toujours choisie pour compenser l'ensemble des tractions de flexion, même celles qui sont dues aux moments parasites. Il en résulte que les moments parasites n'aggravent pas les contraintes dans les poutres sur les fibres qui sont tendues par les charges extérieures.

Qu'en est-il des contraintes de compression sur les fibres opposées ? Considérant une section, selon la figure 11 :

M_g = moments dus aux charges extérieures s'exerçant lors de la mise en précontrainte.
 M_p = moments dus aux charges extérieures agissant après la mise en précontrainte.
 M_0 = moment parasite initial avant que le fluage ne se soit développé.
 W_i et W_s les modules de résistance des fibres inférieures et supérieures ($W_i > 0$ $W_s < 0$).

La précontrainte initiale avant fluage est X_0 , son excentricité par rapport au centre de gravité est t , K_i et K_s sont les ordonnées des limites du noyau central.

Le fluage a pour effet de réduire les précontraintes initiales à

$$X = X_0(1 - \phi)$$

il agit d'une manière identique sur les moments parasites.

Les contraintes les plus défavorables sur les fibres inférieures et supérieures se produisent dans les conditions suivantes :

a) au moment de la mise en précontrainte :

Fibre inférieure

$$(1) \quad \sigma_{i0} = \frac{1}{W_i} [M_g + X_0(t - K_i) + M_0] < / \sigma_{\text{béton compression}} /$$

Fibre supérieure

$$(2) \quad \sigma_{s0} = \frac{1}{W_s} [M_g + X_0(t - K_s) + M_0] < / \sigma_{\text{béton traction}} /$$

b) Lors de l'application des charges extérieures avant fluage :

Fibre inférieure

$$(3) \quad \sigma_i = \frac{1}{W_i} [M_g + M_p + X_0(t - K_i) + M_0]$$

Fibre supérieure

$$(4) \quad \sigma_s = \frac{1}{W_s} [M_g + M_p + X_0(t - K_s) + M_0] < / \sigma_{\text{béton compression}} /$$

c) Lors de l'application des charges extérieures après fluage :

Fibre inférieure

$$(5) \quad \sigma_{i\phi} = \frac{1}{W_i} \{ M_g + M_p + (1 - \phi) [X_0(t - K_i) + M_0] \} \leq 0$$

Fibre supérieure

$$(6) \quad \sigma_{s\phi} = \frac{1}{W_s} \{ M_g + M_p + (1 - \phi) [X_0(t - K_s) + M_0] \}$$

L'expression (5) permet précisément de calculer l'effort de précontrainte que l'on peut substituer dans (1) et (6). On trouve alors :

Contrainte sur la fibre inférieure au moment de la mise en précontrainte.

$$(7) \quad \sigma_{i0} = - \frac{1}{W_i} \frac{\phi M_g + M_p}{1 - \phi}$$

Contrainte sur la fibre supérieure lors de l'application des surcharges le fluage n'étant pas encore développé.

$$(8) \quad \sigma_{spo} = \frac{1}{W_s} (M_g + M_p) \left[1 - \frac{t - K_s + \frac{M_0}{X_0}}{\left(t - K_i + \frac{M_0}{X_0} \right) (1 - \phi)} \right]$$

Contrainte sur la fibre supérieure avec surcharge maximum et fluage.

$$(9) \quad \sigma_{sp\phi} = \frac{1}{W_s} (M_g + M_p) \left[1 - \frac{t - K_s + \frac{M_0}{X_0}}{t - K_i + \frac{M_0}{X_0}} \right]$$

Les formules ci-dessus permettent de tirer les conclusions suivantes :

1. Sur la fibre inférieure tendue par les charges extérieures, le moment parasite ne produit pas de contrainte additionnelle, formule (7).
2. Sur la fibre supérieure, le cas de charge le plus défavorable peut se produire de deux manières différentes :

- a) avant que le fluage se soit développé, si $t - K_s + \frac{M_0}{X_0}$ est négatif, le terme correctif s'ajoute à l'unité, il doit être le plus grand possible, ce qui est réalisé dans la formule (8);
- b) après fluage si $\left(t - K_s + \frac{M_0}{X_0}\right)$ est positif; ce cas se présente en général.
3. Les moments parasites augmentent en général les contraintes sur la fibre comprimée, car l'influence de $M_0 : X_0$ est plus accusée au numérateur qu'au dénominateur. Cette augmentation de la contrainte des fibres comprimées peut être de l'ordre de 15 à 20 % suivant la valeur du moment parasite.

III. Conclusions

Les moments parasites dus à la précontrainte peuvent être importants relativement aux moments dus aux charges extérieures.

Ils dépendent essentiellement de la répartition, le long des travées, des moments des forces de précontrainte par rapport aux centres de gravité des sections; en dernière analyse, cette influence se ramène à celle du produit de deux paramètres, d'une part, l'excentricité maximum de l'effort de précontrainte et d'autre part un coefficient sans dimension, qui caractérise la loi de variation de cette excentricité, coefficient qui est compris pratiquement entre 0 et 0,5.

Dans la poutre continue, ils ont en général pour effet d'aggraver les moments positifs en travée et de soulager les moments négatifs sur appui; ils atténuent ainsi l'effet des continuités et peuvent même le faire complè-

tement disparaître. L'aggravation des moments en travée se traduit par une augmentation de l'effort de précontrainte et par une augmentation des contraintes de compression des fibres comprimées par les charges extérieures de l'ordre de 15 % à 20 %, dont on doit tenir compte pour calculer les dimensions du profil de béton; mais elle reste sans influence sur les contraintes des fibres tendues par ces mêmes charges. Si la poutre continue a des travées inégales, l'aggravation est proportionnellement plus accusée pour les travées courtes que pour les travées longues.

Dans les cadres portiques, la précontrainte des montants, qui produit en général un moment parasite négatif de sens opposé à celui de la précontrainte de la travée, soulage les moments positifs en travée et aggrave les moments négatifs près de l'appui.

La méthode de calcul proposée ci-dessus permet d'évaluer rapidement l'ordre de grandeur des moments parasites consécutifs à une disposition constructive choisie; on peut alors apprécier aisément l'influence de tel ou tel paramètre sur les dits efforts, en particulier l'effet d'une précontrainte complémentaire locale, sur l'appui par exemple.

Si la construction est donnée, la méthode permet aussi une étude systématique des moments parasites dus à un câblage quelconque, il suffit de considérer chaque câble isolément, d'assimiler sa forme à celle d'une des formes types considérées, de calculer les moments parasites qu'il produit, puis de cumuler les effets partiels provenant des différents câbles. On peut également l'étendre aux poutres à moments d'inertie variable, et aux radiers de fondation s'appuyant sur sol élastique; elle est donc d'une application assez générale.

SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

Registre suisse des ingénieurs, des Architectes et des Techniciens

La Commission de surveillance du Registre suisse des ingénieurs, des architectes et des techniciens a approuvé dans sa séance du 28 février 1953 l'inscription au Registre d'un certain nombre d'ingénieurs et d'architectes qui remplissent les conditions fixées par les dispositions transitoires. D'autre part, elle a approuvé les comptes 1952 et le budget pour 1953.

Le président du Registre suisse, M. H. C. Egloff, ingénieur en chef, a présenté un rapport sur le travail administratif accompli en 1952 pour l'élaboration et le développement du Registre. La Commission de surveillance a pris connaissance du fait que le canton de Neuchâtel a mis en vigueur des dispositions légales sur la profession d'architecte, basées sur le Registre suisse. Il est à souhaiter que d'autres cantons suivent cet exemple, afin d'obtenir avec le temps dans ce domaine une unité de doctrine en Suisse.

La Commission de surveillance a décidé que les premières sessions des commissions d'experts qui auront

à se prononcer sur les demandes d'admission dans le cadre des dispositions normales auront lieu en automne 1953 en Suisse romande et en Suisse allemande.

Le Registre suisse des ingénieurs, des architectes et des techniciens a été introduit par les associations professionnelles suivantes: Société suisse des ingénieurs et des architectes (S. I. A.), Union technique suisse (U. T. S.), Fédération des architectes suisses (F. A. S.) et Association suisse des ingénieurs-conseils (A. S. I. C.), en collaboration avec les écoles polytechniques et d'architecture de Zurich, Lausanne et Genève et la Conférence des directeurs des technicums cantonaux, en vue d'inscrire tous les ingénieurs, architectes et techniciens.

Le Registre suisse sanctionne le droit des ingénieurs, architectes et techniciens inscrits à porter le titre correspondant; l'inscription est une confirmation que la personne en question a prouvé par sa formation et son activité pratique qu'elle est digne de porter le titre d'ingénieur, d'architecte ou de technicien.

De grands progrès ont été réalisés au cours du premier exercice et l'on peut d'ores et déjà affirmer que le Registre sera pour la génération montante et pour celles à venir une précieuse institution. Le Registre doit rendre service aussi bien au grand public qu'à l'ensemble du monde technique. Il ne remplira son but que si ses organes compétents prennent judicieusement les