

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin technique de la Suisse romande
<b>Band:</b>	79 (1953)
<b>Heft:</b>	4
<b>Artikel:</b>	Ancien et nouveaux appareils mécaniques d'intégration
<b>Autor:</b>	Erismann, Th.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-59743">https://doi.org/10.5169/seals-59743</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 09.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Gilliard, dont les leçons d'histoire ont, durant de longues années, exercé une grande influence sur ses élèves du Gymnase de notre ville ; Charles Gilliard remarquait que les peuples font les révoltes non pas quand ils sont très malheureux, mais quand ils commencent à l'être moins ; il aimait user du paradoxe, et cela n'est peut-être qu'une boutade ; mais il n'en reste pas moins que je vois, dans le domaine qui est le nôtre, une situation assez analogue : le progrès scientifique n'est peut-être pas la cause du progrès technique, mais

sa conséquence ; cependant, cette conséquence est nécessaire, il serait donc faux de prétendre que les moyens qui ont permis aux ingénieurs de réaliser de tels progrès continueront à leur suffire. A cause même de ces progrès, les besoins ont augmenté, et c'est pourquoi je pense qu'il faut se défendre contre tout argument de routine et accepter ce continual dépassement de la technique par la science, de la science par la technique, situation à laquelle la profession d'ingénieur ne peut échapper.

## ANCIENS ET NOUVEAUX APPAREILS MÉCANIQUES D'INTÉGRATION

par TH. ERISMANN. Schaffhouse

Sans vouloir entrer dans la théorie du calcul intégral, nous nous proposons, pour la compréhension de cet exposé, de donner ici une notion intuitive de l'intégration à la lumière d'un exemple pratique.

Supposons connu l'effort de traction  $P$  exercé par une motrice (par exemple une locomotive) au crochet d'accouplement durant un certain parcours  $x_1$ . On demande le travail  $A$  fourni par  $P$  le long de  $x_1$ . Si  $P = P_1$  est une constante, nous aurons :

$$A = P_1 \cdot x_1 \quad (1)$$

d'où il résulte que  $A$  apparaît comme la surface hachurée rectangulaire de la figure 1. Mais, dans la réalité, l'effort de traction ne sera habituellement pas une constante et présentera des variations irrégulières, par exemple dans la forme de la figure 2. Ici encore, le travail est représenté par la surface hachurée  $A$ . L'équation (1) n'est évidemment plus valable pour la surface totale, mais seulement pour des tranches très minces (à la limite infiniment minces) de largeur  $dx$ , qui, avec une rigueur suffisante, peuvent être considérées comme des rectangles. Il en résulte que la relation

$$dA = P \cdot dx \quad (2)$$

est exacte. On entend par intégration de  $P$  en fonction de  $x$ , la sommation des « éléments de surface »  $dA$  infinitésimement petits, en nombre infiniment grand, pour constituer la surface totale  $A$  et l'on écrit :

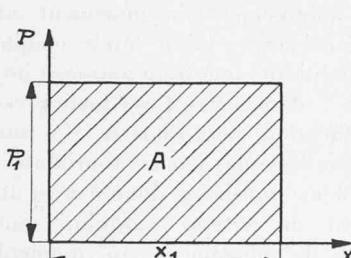


Fig. 1. — Exemple d'une surface géométrique à intégrer.  
 $A$  représente le travail fourni par  $P$  le long de  $x$ .

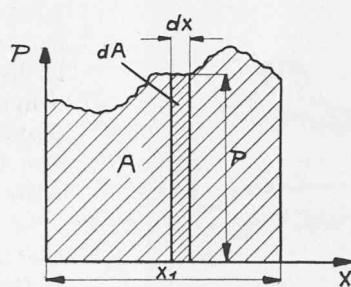


Fig. 2. — Exemple d'un diagramme de travail à variations irrégulières.

$$A = \int_0^{x_1} P \cdot dx. \quad (3)$$

Un appareil intégrateur est, par conséquent, un instrument mathématique qui permet, en principe, la formation d'une intégrale  $J$  à partir d'une variable  $y$  à intégrer en fonction d'une variable indépendante  $x$ , conformément à la relation :

$$J = \int y \cdot dx. \quad (4)$$

L'importance de ces appareils est illustrée par l'abondance des relations intégrales que l'on trouve dans la nature. Parmi les innombrables exemples, nous n'en extraîtrons que quelques-uns, qui sont résumés dans le tableau suivant :

Variable à intégrer	Variable indépendante	Intégrale
Accélération	temps	vitesse
Vitesse	temps	parcours
Force	longueur	travail
Force	temps	impulsion
Puissance	temps	travail
Courant	temps	charge électrique
Force transversale	longueur	moment de flexion
Moment de flexion	longueur	déformation angulaire
Longueur	longueur	surface

Mécaniquement la relation intégrale (4) peut toujours être réalisée au moyen d'un changement de vitesse continu (c'est-à-dire sans « sauts »), dont l'entraînement a lieu en fonction de la variable indépendante, et dont le rapport de transmission est déterminé par la fonction à intégrer, de sorte que l'intégrale apparaît à la sortie de l'appareil.

### Considérations historiques

En raison de leur nature, nous illustrerons au mieux les appareils intégrateurs qui nous intéressent ici par un bref aperçu historique, qui n'a en aucune manière la prétention d'être complet. Le premier appareil utilisable, l'intégrateur à disque, a été inventé par Gonella en 1825 (voir fig. 3).

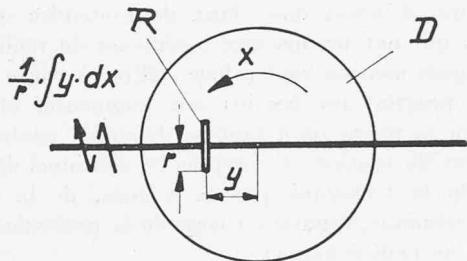


Fig. 3. — Intégrateur à disque de Gonella.

Il comprend un disque  $D$ , dont la rotation est proportionnelle à la variable indépendante, et qui entraîne lui-même par friction une roulette  $R$  indiquant l'intégrale. Le rapport de transmission est modifié par une translation latérale de la roulette de la quantité  $y$  par rapport au centre du disque.

L'invention du planimètre polaire et du planimètre linéaire par J. Amsler-Laffon date de 1852. Dans ce dernier (voir fig. 4), l'entraînement en fonction de la variable indépendante est assuré par le fait que le chariot  $C$ , y compris le « bras traceur »  $B$  et la « roulette de planimètre »  $R$ , sont déplacés dans la direction des  $x$  lorsqu'on suit le pourtour de la surface à mesurer avec le traçoir  $T$ . Le rapport de transmission entre cet entraînement et l'intégrale, qui doit être lue comme angle de rotation de la roulette, est introduit par l'angle  $\alpha$  entre l'axe de la roulette et la direction des  $x$ , et qui est influencé par la variable  $y$  à intégrer (la roulette tourne rapidement pour de grands  $y$  et lentement pour de petits  $y$ ). On peut démontrer que ce dispositif fournit effectivement l'intégrale cherchée  $\int y \cdot dx$  lors d'un parcours « en circuit fermé » du pourtour de la surface à mesurer. On peut montrer également que l'équipage mobile le long de la règle peut être remplacé par un « bras polaire »  $P$  (voir fig. 5) tournant autour d'un pôle fixe, sans que la mesure de la surface, rigoureuse au point de vue mathématique, s'en trouve affectée. Grâce à sa simplicité, le planimètre est devenu le plus important des appareils d'intégration et l'est encore resté jusqu'à présent. Toutefois le besoin d'une évolution s'est bientôt manifesté et notamment dans une double direction. Il s'agissait en premier lieu de pouvoir évaluer simplement des intégrales plus compli-

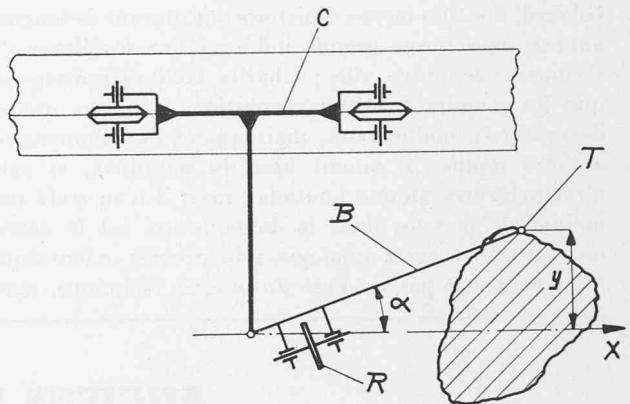


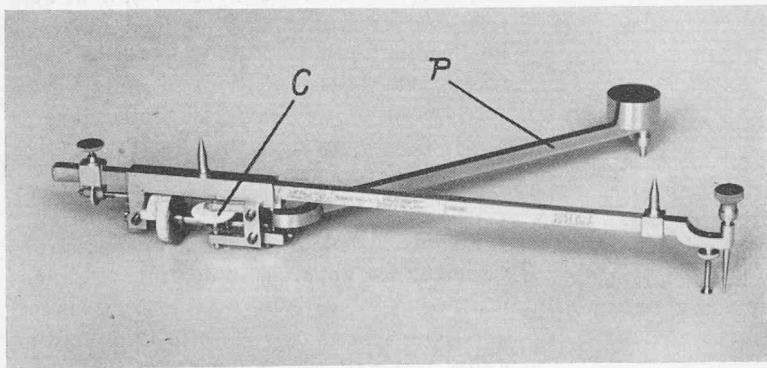
Fig. 4. — Planimètre linéaire de J. Amsler, de l'année 1852.

quées ; en second lieu de combiner plusieurs appareils intégrateurs et éventuellement de les associer à d'autres instruments de mesure et de calcul, en vue de constituer des installations complètes d'intégration.

La première voie avait déjà été suivie avec succès par l'inventeur du planimètre. Il avait imaginé la construction d'intégrateurs dits « à puissances » pour les intégrales de la forme  $\int y^n \cdot dx$  qui embrassent l'important domaine des moments de surfaces planes (aire pour  $n = 1$ , moment statique pour  $n = 2$ , moment d'inertie pour  $n = 3$ ). L'impulsion se trouvait ainsi donnée et la voie aplanie pour les appareils d'intégration de toute nature qui ont été créés, dans la suite, par les divers inventeurs (J. Amsler, A. Amsler, Abdank, Ott, Mader, Coradi, Harvey et d'autres). D'autres méthodes d'intégration ont été employées occasionnellement dans le même but, toutefois la grande majorité des constructeurs est restée fidèle à la roulette de planimètre. Quelques-uns de ces appareils seront décrits, sous leur forme d'exécution la plus récente, dans la suite de notre exposé.

L'évolution des installations d'intégration a été sensiblement plus lente. Lord Kelvin avait bien signalé, en 1876 déjà, que l'on pouvait résoudre des équations différentielles avec de telles installations. Mais les appareils intégrateurs de cette époque (et en premier lieu l'intégrateur à disque) n'étaient pas en mesure de fournir le couple de rotation nécessaire pour entraîner d'autres appareils. La raison en était due à ce qu'à la suite d'une variation de la fonction à intégrer, la roulette de l'intégrateur devait obligatoirement effectuer non seulement un mouvement de rotation, mais encore un mouvement de glissement sur le disque, de sorte qu'un faible couple délivré conduisait déjà à un patinage important et — dans le cas d'une forte pression d'application de la roulette — à une usure prématuée des parties tournantes.

Le problème consistait donc à créer un changement de vitesse continu, sans frottement de glissement au moment d'une modification du rapport de transmission. Il a été résolu, d'une manière géniale, par Hele Shaw en 1886 par l'invention de l'intégrateur à bille (fig. 6).

Fig. 5. — Planimètre de construction usuelle.  
 $P$  = bras polaire ;  $C$  = disque compteur.

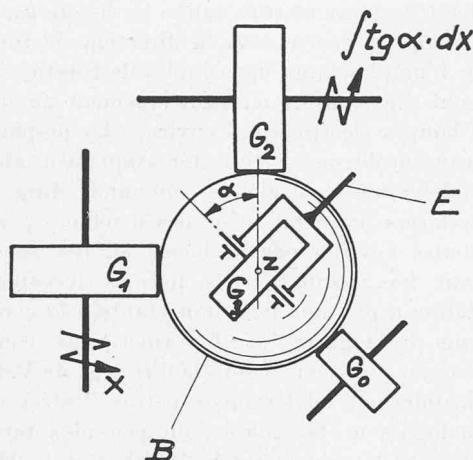


Fig. 6. — Intégrateur à bille de Hele Shaw, de l'année 1886.

Une bille  $B$  est pressée par un galet de butée  $G_0$  contre deux galets  $G_1$  et  $G_2$  appliqués à son équateur. L'entraînement en fonction de la variable indépendante s'effectue par  $G_1$ , l'intégrale est prélevée en  $G_2$ . Le rapport de transmission dépend évidemment de la position de l'axe de rotation instantané de la bille (il est nul, par exemple, lorsque l'axe de rotation de la bille passe par le point de contact de  $G_2$ ). Cet axe de rotation est déterminé par les deux «galets d'orientation»  $G_3$  qui peuvent tourner librement autour de leur axe individuel et pivoter autour de l'axe polaire  $z$  de la bille. Ils sont appuyés par des ressorts sur les pôles de la bille et leurs axes sont maintenus parallèles par l'étrier pilote  $E$ . L'axe de rotation de la bille est constamment parallèle aux axes des galets  $G_3$  et se trouve dans le plan équatorial de la bille. On peut montrer que le rapport de transmission est proportionnel à la tangente trigonométrique de l'angle  $\alpha$  compris entre l'axe de rotation de la bille et l'axe du galet  $G_1$ . L'ajustement des galets d'orientation nécessite ainsi un mécanisme dit «à tangente». On peut aisément se rendre compte qu'aucune modification de la fonction à intégrer ou de la variable indépendante ne peut conduire individuellement à un glissement de la bille normalement à l'un des galets intéressés. Jacob et Alfred Amsler ont reconnu les premiers l'importance de l'intégrateur à bille, l'ont introduit dans le calcul du travail de l'effort de traction dans les chemins de fer et ont été amenés par lui à imaginer le dérivateur à bille qui, en partant de l'intégrale, en déduit en retour la fonction à intégrer (autrement dit la dérivée de la fonction d'entrée).

C'est ainsi qu'a été conçue, en 1913, la table d'enregistrement pour wagons dynamomètres sous une forme qui, à de nombreux points de vue, peut être considérée comme une performance unique en son genre (fig. 7). Il s'agissait là — et c'est ce qui est à retenir — de l'une des premières installations complètes d'intégration et de dérivation. De plus la construction en était si robuste que la première des environ trente tables de même genre, assure aujourd'hui encore régulièrement son service dans les conditions très rudes des chemins de fer, c'est-à-dire près de quarante ans plus tard. Enfin, et en troisième lieu, la disposition d'ensemble

était si en avance sur son temps, qu'il a suffi jusqu'à une époque toute récente de procéder à quelques améliorations de détail seulement, mais à aucune modification de la conception de base.

Les opérations mathématiques effectuées par la table enregistreuse sont les suivantes :

- Détermination du travail fourni au crochet d'accouplement par intégration en fonction du chemin parcouru de l'effort de traction, mesuré hydrauliquement.
- Détermination du travail des forces d'accélération par intégration de ces forces (mesurées au moyen d'un pendule) en fonction du chemin parcouru.
- Détermination de la vitesse, par dérivation du chemin parcouru par rapport au temps.
- Détermination de la puissance au crochet d'accouplement par dérivation du travail au crochet par rapport au temps.

Deux des quatre appareils à bille sont bien visibles sur la figure 7 ; on y aperçoit la large bande de papier sur laquelle tous les résultats des mesures et des opérations mathématiques sont enregistrés d'une manière continue.

La table qui vient d'être décrite fait partie de la catégorie des «installations d'intégration à destination unique». Le couplage des divers appareils entre eux est déterminé une fois pour toutes et l'on résout toujours un seul et même problème — il est vrai avec des valeurs de calcul toujours changeantes. Une branche toute différente de l'évolution s'est orientée vers la construction d'installations d'intégration universelles dans lesquelles tout couplage arbitraire des intégrateurs et d'autres appareils mathématiques, et par conséquent

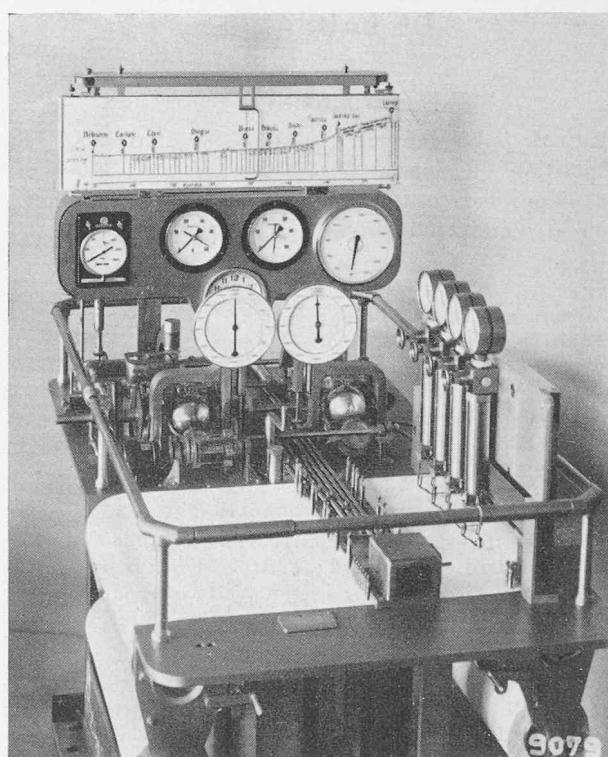


Fig. 7. — Table d'enregistrement pour voiture dynamométrique. En avant à droite, les manomètres enregistreurs pour mesures de freinage ; en arrière de la bande de papier, les appareils mathématiques ; au dernier plan, les instruments à cadran et l'indicateur de parcours.

le traitement d'un grand nombre de problèmes différents, devait être possible.

Il a été réservé à l'Américain V. Bush de réaliser en 1925, avec son « analyseur différentiel », la première installation de cette espèce ayant fonctionné avec succès. Il avait reconnu que tous les problèmes entrant en ligne de compte pouvaient être résolus en principe au moyen de trois types d'appareils. Ce sont, outre l'intégrateur, la table de fonctions et le dispositif totalisateur. La table de fonctions sert, d'une part, à inscrire les résultats sous forme de diagrammes et, d'autre part, à introduire dans le calcul des fonctions quelconques connues à priori (préparées également sous forme de diagrammes). A cet effet un observateur doit, en tournant une manivelle, faire en sorte que le croisement de deux fils suive constamment la courbe tracée. Le dispositif totalisateur forme la somme ou la différence de deux grandeurs mathématiques (le plus souvent au moyen d'un mécanisme différentiel). Bush a utilisé comme intégrateurs des appareils à disque, dont le faible couple de rotation était renforcé au moyen d'« amplificateurs de couple » mécaniques. La liaison des différents appareils mathématiques était effectuée par des roues dentées amovibles et des arbres. Malgré leur lourdeur de maniement au cours de la préparation d'un nouveau problème, ces installations ont donné, en grande partie, des résultats remarquables et ont été reconstruites par la suite de manière améliorée.

Une installation géante d'intégration, comportant

dix-neuf intégrateurs et trois tables de fonctions, a été créée pendant la guerre sous la direction de Bush et Caldwell. L'amplification des couples de rotation et les liaisons ont été réalisées ici électriquement au moyen de 2000 lampes électroniques environ. La préparation de nouveaux problèmes a été systématiquement abrégée par l'emploi d'une centrale de commande dirigée par cartes perforées (immobilisation des machines pendant cinq minutes environ par problème au lieu de deux jours pour les installations à liaisons mécaniques). L'installation a pris une part importante à la conduite scientifique de la guerre par les Américains, conduite qui se trouvait précisément sous la direction de V. Bush.

Une installation relativement petite à idées directrices analogues a été réalisée, un peu plus tard, en Allemagne par le professeur A. Walther et la Maison Ott. Il y a lieu de mentionner comme caractéristiques principales de cette installation les intégrateurs dits « à galet tranchant » ainsi que les tables de fonctions complètement automatiques qui palpent par voie photoélectrique une courbe tracée. Les liaisons ont lieu électriquement par câbles à fiches. Un développement, entrepris à la même époque par H. Bückner (antérieurement dans la Maison Askania), et qui se rapproche étroitement des idées de V. Bush, a conduit, un certain temps après la guerre, à des résultats remarquables. Actuellement une grande installation de ce dernier genre est en construction pour l'Angleterre.

(A suivre.)

## ECOLE POLYTECHNIQUE DE L'UNIVERSITÉ DE LAUSANNE

### Diplômes

L'Ecole polytechnique a décerné, en 1951-1952, sur proposition du Conseil des professeurs de l'Ecole et avec l'approbation de l'Université, les diplômes d'ingénieur et d'architecte suivants :

#### SESSION D'AVRIL 1952

*Mécanicien* : Chehab Daly, Liban.

*Physicien* : Benmussa Henri, Tunisie.

*Géomètres* : Aregger Alexius, Lucerne ; Chevaux Marcel, Vaud.

*Chimistes* : Boller Georges, Zurich ; Bulka Erich, Argovie ; Machado Alvaro, Portugal ; Friden Nicolas, Luxembourg.

#### SESSION D'OCTOBRE 1952

*Chimistes* : Cornaz Jean-Pierre, Vaud ; Daniloff Michel, France ; Gillard Paul, Vaud ; Plattner Eric, Bâle-Campagne ; Revelly Pierre, Vaud ; Riesen Walter, Berne ; Robatel Jean-Louis, Fribourg ; Schaaf Eugène, Genève.

#### SESSION D'OCTOBRE 1952

#### JANVIER 1953

*Génie civil* : Abed Fouad, Syrie ; Brondel Michel, France ; Brasseur Alexis, Belgique ; Fauquex Jean-Pierre, Vaud ; Mabille Marcel, Vaud ; Mange Raymond, Vaud ; Matthey William, Neuchâtel ; Maurer Jean-Louis, Berne ; Michel Francis, Berne ; Millasson Georges, Vaud ; Panourgias Georges, Grèce ; Riondel Edouard, Genève ; Schmid Raymond, Appenzell ; Yokoyama, Masayumi, Japon.

*Mécaniciens* : Bodmer Jean-Jacques, Zurich ; Charpié Jean-René, Genève ; Décosterd Jean-Philippe, Vaud ; Greaser Jean-Emile, Thurgovie ; Greindl Daniel, Belgique ; Grob Michel, Vaud ; Guidetti Guy, Valais ; Künzi Charles, Berne ; Matkovitch Georges, Yougoslavie ; Nevière Gilbert, Brésil ; Pfeiffer Jean-Pierre, Schaffhouse.

*Electriciens* : Bersier Rodolphe, Vaud ; Besson Jacques, Vaud ; Bussy Michel, Vaud ; Cassinelli Jacques, Brésil ; Charaf Fayez, Syrie ; Czajka Zbigniew, Pologne ; Hurter Tobias, Schaffhouse ; Kraft Pierre, Vaud ; Krassoievitch André, Yougoslavie ; Lavoura Joaquim, Portugal ; Luchsinger Franco, Glaris ; Met den Anxet Christian, Belgique.

*Physicien* : Wanders Gérard, Lucerne.

*Architectes* : Halle Liv (M<sup>me</sup>), Norvège ; Hirsch-Rottenberg Poldi (M<sup>me</sup>), Israël ; Leuzinger Claude, Glaris ; Magnin Michel, Vaud ; Philip René, Bâle-Campagne.

### PRIX

*Prix Dommer* : M. Tobias Hurter, ingénieur électricien.

*Prix A<sup>3</sup> E<sup>2</sup> P. L. ; Ecole d'ingénieurs* : M. Eric Plattner, ingénieur chimiste<sup>1</sup>.

*Ecole d'architecture* : M. Jean-Jacques Boy de la Tour, cand. architecte.

*Prix S. V. I. A. — Ecole d'ingénieurs* : M. Jean-Jacques Bodmer, ingénieur mécanicien<sup>2</sup>.

*Ecole d'architecture* : M. Claude Leuzinger, architecte.

*Prix du groupe des architectes* : M. Pierre Buhler, cand. architecte.

*Prix Grenier* : M. Georges Millasson, ingénieur civil ; M. Jean-Emile Graeser, ingénieur-mécanicien.

*Prix Pelet* : M. Paul Gillard, ingénieur chimiste.

*Prix A<sup>3</sup> E<sup>2</sup> P. L. — Section géomètres* : M. Marcel Chevaux, géomètre.

<sup>1</sup> A<sup>3</sup> E<sup>2</sup> P. L. : Association amicale des Anciens Elèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne.

<sup>2</sup> S. V. I. A. : Société vaudoise des ingénieurs et des architectes.