**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande

**Band:** 78 (1952)

Heft: 9

Inhaltsverzeichnis

# Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

# **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les quinze jours

#### Abonnements:

Suisse: 1 an, 24 francs Etranger: 28 francs Pour sociétaires: Suisse: 1 an, 20 francs Etranger: 25 francs

Pour les abonnements s'adresser à : Administration du « Bulletin technique de la Suisse romande » Librairie Rouge & Cie S. A., Lausanne

Compte de chèques postaux II. 5775, à Lausanne

Prix du numéro : Fr. 1.40

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Société vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des Anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

Comité de patronage — Président: R. Neeser, ingénieur, à Genève; Vice-président: G. Epitaux, architecte, à Lausanne; Secrétaire: J. Calame, ingénieur, à Genève — Membres, Fribourg: MM. P. Joye, professeur; E. Lateltin, architecte — Vaud: MM. F. Chenaux, ingénieur; E. d'Okolski, architecte; A. Paris, ingénieur; Ch. Thévenaz, architecte — Genève: MM. L. Archinard, ingénieur; Cl. Grosgurin, architecte; E. Martin, architecte; V. Rochat, ingénieur — Neuchâtel: MM. J. Béguin. architecte; G. Furter, ingénieur; R. Guye, ingénieur — Valais: MM. J. Dubuis, ingénieur; D. Burgener, architecte

Rédaction : D. Bonnard, ingénieur. Caste postale Chauderon 475, Lausanne.

Conseil d'administration de la Société anonyme du Bulletin Technique : A. Stucky. ingénieur, président; M. Bridel ; G. Epitaux, architecte ; R. Neeser, ingénieur.

#### Tarif des annonces

Le millimètre (larg. 47 mm) 24 cts

Réclames : 60 cts le mm (largeur 95 mm)

Rabais pour annonces répétées

Annonces Suisses S.A.



5 Rue Centrale. Tél. 223326 Lausanne et succursales

SOMMAIRE: La méthode de Walther Ritz: Son application à quelques problèmes élémentaires de résistance des matériaux, par Maurice Paschoud. — Société vaudoise des ingénieurs et des architectes: Rapport du président sur l'activité de la Société et de son Comité durant l'exercice du 30 mars 1951 au 28 mars 1952. — Bibliographie. — Service de Placement. — Informations diverses.

# LA MÉTHODE DE WALTHER RITZ

# Son application à quelques problèmes élémentaires de résistance des matériaux

par MAURICE PASCHOUD 1

### I. Introduction

### § 1. Problèmes aux limites du 2e ordre et Calcul des variations 2

L'intégrale générale d'une équation différentielle du 2<sup>e</sup> ordre dépend de deux constantes d'intégration. Deux conditions sont nécessaires pour déterminer ces constantes.

Quand ces conditions sont telles que la fonction cherchée doit prendre des valeurs données pour deux valeurs de la variable, par exemple aux deux extrémités a et b d'un intervalle (a, b), on a affaire à un problème aux limites.

Il existe une relation étroite entre les problèmes aux limites et le calcul des variations <sup>3</sup>.

Les valeurs d'une fonction étant données en deux points x=a et x=b, un des problèmes du calcul des variations consiste à déterminer cette fonction y(x) de façon à rendre extremum une intégrale de la forme

<sup>1</sup> Professeur honoraire de l'Université de Lausanne.

<sup>2</sup> Pour fixer les idées, nous rappelons, dans cette introduction, certains faits concernant les problèmes aux limites du 2° ordre. Dans la suite, nous appliquerons sans autre des résultats analogues à des problèmes aux limites relatifs à des équations d'un ordre plus élevé que le 2° et à des équations aux dérivées partielles.

<sup>3</sup> Voir Blanc, Les équations différentielles de la technique. Cours de mathématiques appliquées de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne, [1], chapitres IV et XI.

$$I = \int_{a}^{b} F(x, y, y') dx. \tag{1}$$

On montre, c'est une condition nécessaire, que les fonctions y(x) rendant I extremum sont, quand elles existent, des solutions de l'équation différentielle

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0 , \qquad (2)$$

qui s'appelle l'équation d'Euler du problème considéré. Cette équation d'Euler transforme le problème de variation en un problème aux limites.

Si, par exemple, l'intégrale à rendre extremum est

$$I = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{y'^2}{2} - \frac{y^2}{2} + xy' \right) dx$$

avec les conditions 
$$y\left(o\right)=0$$
 ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$  ,

l'équation d'Euler sera y'' + y + 1 = 0, et le problème aux limites correspondant consistera à trouver la solution de cette équation différentielle qui satisfait aux conditions

$$y(o) = 0$$
,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .