

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 76 (1950)  
**Heft:** 7: Foire suisse de Bâle, 15-26 avri 1960

**Artikel:** Contribution à l'étude des barrages-voûtes: effet de l'élasticité des appuis  
**Autor:** Stucky, A. / Panchaud, F. / Schnitzler, E.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-57425>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

**ABONNEMENTS :**Suisse : 1 an, 20 francs  
Etranger : 25 francsPour sociétaires :  
Suisse : 1 an, 17 francs  
Etranger : 22 francsPour les abonnements  
s'adresser à la librairie  
**F. ROUGE & Cie**  
à LausannePrix du numéro :  
1 fr. 25**Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.****COMITÉ DE PATRONAGE.** — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : G. EPITAUX, architecte, à Lausanne ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. — Membres : *Fribourg* : MM. P. JOYE, professeur ; E. LATELTIN, architecte — *Vaud* : MM. F. CHENEAUX, ingénieur ; E. D'OKOLSKI, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte ; *Genève* : MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; CL. GROSGURIN, architecte ; E. MARTIN, architecte ; V. ROCHAT, ingénieur. — *Neuchâtel* : MM. J. BÉGUIN, architecte ; G. FURTER, ingénieur ; R. GUYE, ingénieur ; *Valais* : MM. J. DUBUIS, ingénieur ; D. BURGNER, architecte.

Rédaction : D. BONNARD, ingénieur. Case postale Chauderon 475, LAUSANNE

**TARIF DES ANNONCES**Le millimètre  
(larg. 47 mm) 20 ctsRéclames : 60 cts le mm  
(largeur 95 mm)Rabais pour annonces  
répétées**ANNONCES SUISSES S.A.**5, Rue Centrale  
Tél. 2 33 26  
LAUSANNE  
et Succursa.es**CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE**

A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte ; R. NEESER, ingénieur.

**SOMMAIRE :** Contribution à l'étude des barrages-vôûtes, par A. STUCKY, professeur à l'Ecole Polytechnique de Lausanne, F. PANCHAUD, professeur, et E. SCHNITZLER, chargé de cours. — BIBLIOGRAPHIE. — SERVICE DE PLACEMENT. — NOUVEAUTÉS, INFORMATIONS DIVERSES : Foire suisse d'échantillons 1950.

## CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES BARRAGES-VÔUTES

### Effet de l'élasticité des appuis

par A. STUCKY, professeur à l'Ecole polytechnique de Lausanne,  
F. PANCHAUD, professeur, et E. SCHNITZLER, chargé de cours

#### I. Introduction

Pendant longtemps, on a calculé les barrages-vôûtes en supposant le rocher des appuis parfaitement rigide et indéformable. Si le barrage ferme une gorge étroite, il est, de ce fait, relativement mince, et l'on peut supposer l'ouvrage composé d'arcs superposés indépendants les uns des autres et négliger leur solidarité. Si la vallée est relativement large (largeur de la gorge au niveau du couronnement du barrage égale à deux ou quatre fois la hauteur de l'ouvrage), il convient de tenir compte de la solidarité des arcs et de faire intervenir l'effet des murs. Dans les deux cas, le déplacement des appuis rocheux modifie les efforts et la distribution des contraintes dans l'ouvrage (arcs et murs).

Un barrage-vôûte constitue, au point de vue statique, un système relativement complexe ; les contraintes dépendent non seulement de la forme et des dimensions de l'ouvrage, mais aussi de l'élasticité des appuis rocheux. Les dimensions du barrage ne peuvent pas être déterminées par un calcul direct, mais seulement estimées, puis justifiées par le calcul des contraintes. La forme définitive de l'ouvrage résulte ainsi d'approximations successives. Il y a un intérêt évident à ce que la première estimation soit bien faite. Il est donc utile que l'ingénieur constructeur dispose de méthodes de calcul simples, complétées par des abaques, pour établir à bon escient le projet initial.

Le mémoire rappelle brièvement le calcul classique des arcs encastrés dans un sol supposé rigide (vôûtes assez minces pour que l'hypothèse de Bernoulli soit encore justifiée). Les contraintes extrêmes dans une section quelconque de l'arc seront représentées dans un plan de coordonnées rectangulaires par un vecteur issu de l'origine dont les deux projections sur les axes sont les contraintes sur les deux fibres extrêmes (intrados et extrados). L'état de contrainte idéal est celui de la compression pure (sans flexion) pour lequel les deux contraintes  $\sigma_{\text{intrados}}$  et  $\sigma_{\text{extrados}}$  sont égales ; il est représenté par un vecteur à  $45^\circ$ . Plus le vecteur figuratif des contraintes dans une section donnée s'écarte de la droite à  $45^\circ$ , plus les fibres extrêmes sont inégalement sollicitées. Le vecteur qui se confond avec l'un des axes de coordonnées indique que l'une des arêtes n'est pas sollicitée, et s'il s'incline au-delà de l'axe, le vecteur indique que les deux arêtes sont sollicitées en sens contraire (traction et compression). Si l'on veut limiter par exemple la traction admissible en fonction de la compression sur l'arête opposée, il suffit d'imposer que l'inclinaison du vecteur soit inférieure à celle d'une droite de pente négative donnée, par exemple  $-\frac{1}{3}$ .

Les extrémités des vecteurs figuratifs des contraintes provoquées dans une section rectangulaire (épaisseur  $e$ , largeur  $l$ ) par un effort normal d'intensité constante  $N$ , parallèle

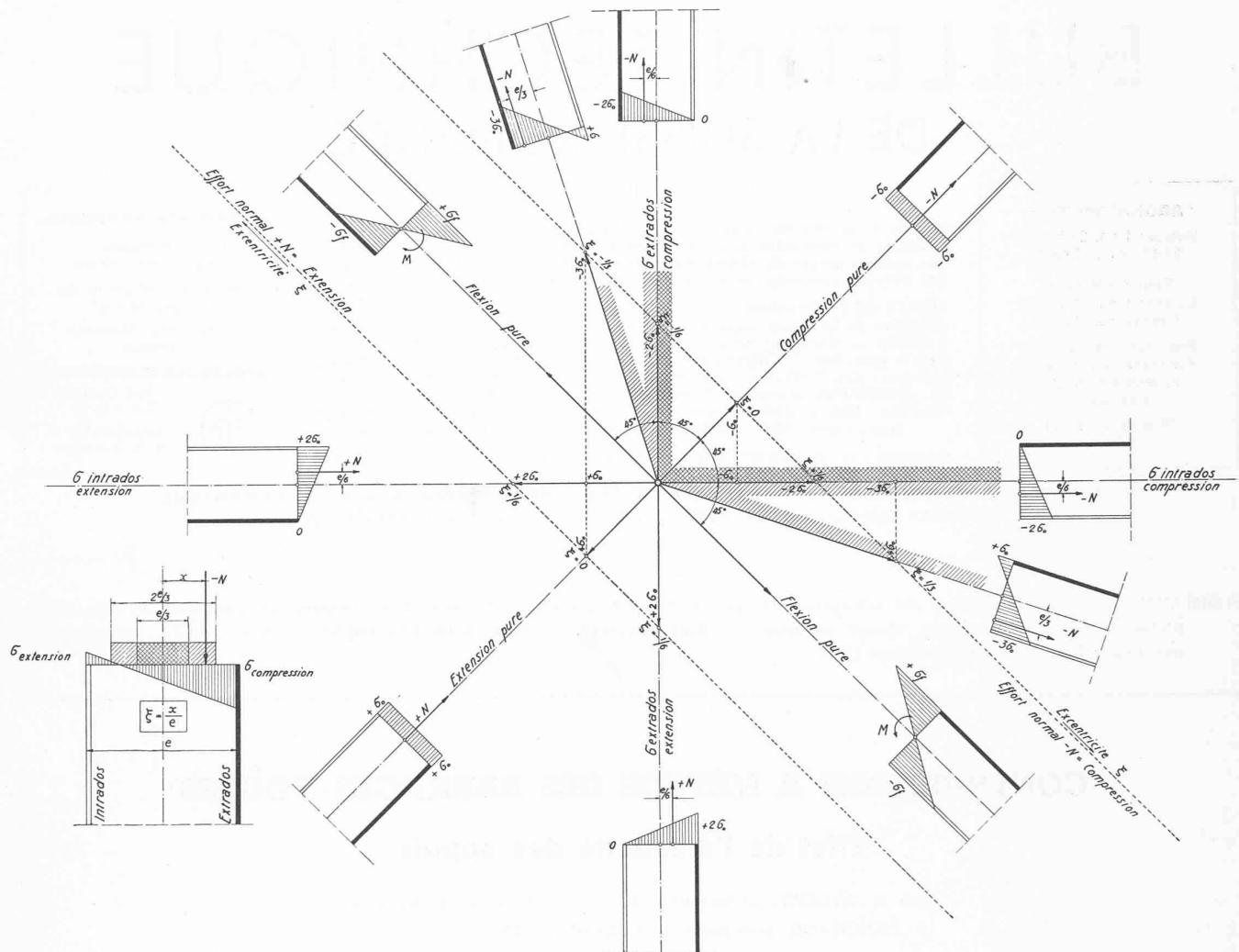


Fig. 1. — Contraintes extrêmes provoquées dans une section rectangulaire d'épaisseur  $e$  par un effort normal constant  $N$  agissant à la distance variable  $x$  du centre de gravité de la section.

à l'axe de la section, à la distance variable  $x$  de son centre de gravité, sont situées sur une droite inclinée à  $45^\circ$  sur les axes de coordonnées (fig. 1) qui a pour équations paramétriques :

$$\begin{cases} \sigma_i = \frac{N}{e} \left( 1 + 6 \frac{x}{e} \right) \\ \sigma_e = \frac{N}{e} \left( 1 - 6 \frac{x}{e} \right) \end{cases}$$

ou, en posant

$$\sigma_o = \frac{N}{e} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{x}{e} ;$$

$$\begin{cases} \sigma_i = \sigma_o (1 + 6 \xi) \\ \sigma_e = \sigma_o (1 - 6 \xi) \end{cases}$$

L'élimination du paramètre  $\xi$  (excentricité relative) conduit à l'équation unique :

$$\sigma_i + \sigma_e = 2 \sigma_o.$$

Cette droite coupe les axes  $\sigma_i$  et  $\sigma_e$  sur leur partie négative lorsque  $N$  est une compression, sur leur partie positive lorsque

$N$  est une extension. La distance du point de coordonnées ( $\sigma_i = \sigma_o$ ,  $\sigma_e = \sigma_o$ ) — représentant la compression ou l'extension pure — à un point quelconque de la droite, mesure à une certaine échelle l'excentricité de l'effort normal et caractérise, par conséquent, la position de la ligne des pressions au droit de la section considérée. On a en particulier :

$$\begin{array}{ll} \xi = 0 & \sigma_i = \sigma_o; \quad \sigma_e = \sigma_o \\ \xi = \frac{1}{6} & \sigma_i = 2\sigma_o; \quad \sigma_e = 0 \\ \xi = \frac{1}{3} & \sigma_i = 3\sigma_o; \quad \sigma_e = -\sigma_o. \end{array}$$

Lorsque la compression  $N$  agit dans le tiers central de la section, les points figuratifs des contraintes  $\sigma_i$  et  $\sigma_e$  se trouvent dans le quadrant entièrement négatif du plan ( $\sigma_i$ ,  $\sigma_e$ ); si si cette force agit par exemple dans la bande formée par les deux tiers centraux, le secteur correspondant du plan ( $\sigma_i$ ,  $\sigma_e$ ) est limité par les deux droites d'équations :

$$\sigma_i = -\frac{1}{3} \sigma_e \quad \text{et} \quad \sigma_e = -\frac{1}{3} \sigma_i.$$

Si l'on représente ainsi les contraintes extrêmes dans une section caractéristique des arcs de même angle au centre et de même rayon moyen, soumis à une pression d'eau uni-

forme ou à une variation de température uniforme, les extrémités des vecteurs figuratifs se trouvent sur une ellipse. Chaque rapport d'élancement  $\lambda = \frac{r}{e}$  (rayon moyen divisé par l'épaisseur) correspond à un point de l'ellipse, donc à une cote déterminée à partir d'un point d'origine. Chaque point d'un domaine particulier du plan correspond à un arc déterminé (coordonnées  $2\alpha$  et  $\lambda$ ) et indique en même temps les contraintes dans une section donnée  $\sigma_{\text{intrados}}$  et  $\sigma_{\text{extrados}}$ . La position du point figuratif de l'arc est donc un critère de la qualité de l'état de contrainte.

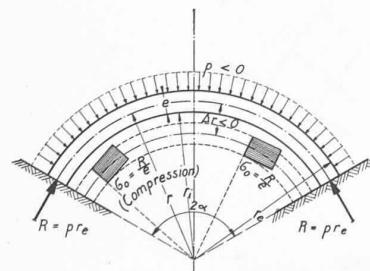
L'objet de ce mémoire est en outre de déterminer l'effet des déformations des appuis rocheux sur les arcs seuls ; les résultats auxquels on arrive ainsi peuvent être utilisés dans le calcul du barrage mince par arcs supposés indépendants ou du barrage plus épais où l'on tient compte de la solidarité des arcs. On verra que l'on peut généraliser la notion du centre élastique utilisée souvent pour le calcul des arcs élastiques sur appuis supposés rigides, au cas d'un système arc-fondation où la fondation est supposée élastiquement déformable. Le déplacement des appuis accompagné d'une rotation a pour effet de rapprocher le centre élastique de la corde de l'arc sans modifier beaucoup la poussée, par conséquent en général de réduire le moment fléchissant aux naissances et de l'augmenter à la clé. La courbe des pressions de la poussée d'eau qui caractérise bien la distribution des contraintes se trouve ainsi modifiée par le mouvement des appuis. Mais, pour un rocher donné, cet effet est d'autant moins important que l'arc est plus élancé. Les barrages-vôûtes épais sont donc plus sensibles que les minces au tassemement des appuis.

## II. Arc élastique mince sur appuis indéformables

### Rappel de quelques résultats classiques

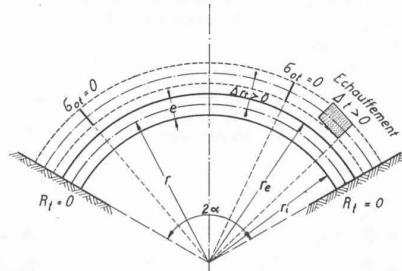
Avant d'aborder l'étude proprement dite de l'arc mince sur appuis élastiques déformables, rappelons brièvement quelques résultats classiques auxquels on parvient en considérant d'abord l'arc comme un élément d'anneau tubulaire mince, puis en le calculant suivant les hypothèses habituellement admises pour l'arc élastique mince sur appuis indéformables.

L'arc est supposé d'épaisseur constante  $e$  et de hauteur égale à l'unité (un mètre, par exemple) ; le rayon de sa ligne moyenne est désigné par  $r$ , celui de l'intrados par  $r_i$  et celui de l'extrados par  $r_e$  ; l'angle au centre par  $2\alpha$ . Le rapport sans dimension  $r/e$  est désigné par  $\lambda$ . Les tractions sont affectées du signe + et les compressions (y compris la pression  $p$  de l'eau agissant sur le parement extrados) du signe -.



Effet d'une pression hydrostatique uniforme  $p < 0$

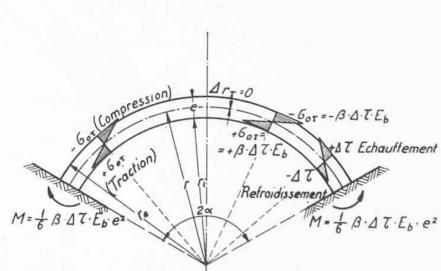
$$\begin{aligned} \text{Effort normal uniforme : } R &= p r_e < 0 \\ \text{Compression uniforme : } \sigma_0 &= -\frac{p}{e} = -\frac{p r_e}{e} < 0 \\ \text{Raccourcissement du rayon moyen : } \Delta r &= r - \frac{r_i}{E_b} = \frac{R \lambda}{E_b} < 0 \end{aligned}$$



Effet d'une variation de température uniforme  $\Delta t > 0$

$$\begin{aligned} \text{Efforts intérieurs : } R_i &= 0 \\ \text{Contraintes : } \sigma_{0i} &= 0 \\ \text{Allongement du rayon moyen : } \Delta r_i &= r - \beta \cdot \Delta t > 0 \end{aligned}$$

$E_b$  = module d'élasticité du béton



Effet d'un état de température variant linéairement de  $-\Delta T$  sur l'intrados à  $+\Delta T$  sur l'extrados

$$\begin{aligned} \text{Moment de flexion uniforme : } M &= \frac{1}{6} \beta \Delta T E_b e^2 \\ \text{Contraintes normales sur les parements : } \sigma_{0i} &= \pm \beta \Delta T E_b \\ \text{Variation de longueur du rayon moyen : } \Delta r_i &= 0 \end{aligned}$$

$\beta$  = coefficient de dilatation linéaire du béton

Fig. 2. — Arc considéré comme élément d'anneau tubulaire.

L'arc est calculé pour une pression hydrostatique uniforme  $p$  et pour une variation de température dont la nature sera précisée ci-dessous.

### Arc considéré comme élément d'anneau tubulaire

Sous l'effet d'une poussée extérieure uniforme ou d'une variation de température extérieure uniforme, la fibre moyenne de l'arc se raccourcit ou s'allonge en restant semblable à elle-même ; par contre le rayon moyen diminue ou augmente. C'est une déformation homothétique dans laquelle les sections de l'arc ne subissent aucune rotation (fig. 2).

1. Dans le cas d'une *pression hydrostatique uniforme*, il naît dans toutes les sections de l'arc un effort normal uniforme  $R = p r_e$  donnant lieu (si  $e$  est supposé négligeable par rapport à  $r$ ) à une compression uniforme  $\sigma_0 = \frac{R}{e} = \frac{p r_e}{e}$  ; le rayon moyen diminue d'une quantité :

$$\Delta r = r - \frac{\sigma_0}{E_b} = r - \frac{p r_e}{E_b e} = \frac{R \lambda}{E_b},$$

$E_b$  désignant le module d'élasticité du béton.

2. Si l'arc entier subit une *variation de température uniforme  $\Delta t$* , l'effort intérieur est nul, et les contraintes également ; par contre, suivant que  $\Delta t$  est négatif ou positif, le rayon moyen diminue ou augmente d'une quantité :

$$\Delta r_t = r \cdot \beta \cdot \Delta t,$$

$\beta$  désignant le coefficient de dilatation linéaire du béton.

3. S'il règne dans l'arc un *état de température variant linéairement d'une valeur  $+\Delta T$  sur l'un des parements à une valeur  $-\Delta T$  sur l'autre*, la longueur de la fibre moyenne de l'arc ne subit aucune modification. Les sections de l'arc sont sollicitées par un moment de flexion uniforme qui a pour effet d'annuler leurs rotations relatives, provoquées par la différence d'allongement des deux parements. En effet, si les sections pouvaient se déplacer librement les unes par rapport aux autres, la rotation de deux sections voisines distantes de l'unité aurait pour valeur  $\Delta \omega = \frac{2\beta \cdot \Delta T}{e}$  ( $e$  épaisseur  $e$  toujours supposée négligeable par rapport au rayon  $r$ ). Le moment de flexion uniforme dans l'arc entier qui annule cette rotation a pour expression :

$$M = \Delta \omega \cdot E_b \cdot I = \frac{1}{6} \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot E_b \cdot e^2$$

et les contraintes normales extrêmes régnant sur les parements ont pour valeur :

$$\sigma_{0T} = \pm \beta \cdot \Delta T \cdot E_b.$$

Dans le cas d'une chute de température à l'intrados et d'une élévation de température à l'extrados, les fibres intrados sont tendues et les fibres extrados comprimées.

### Arc élastique mince sur appuis indéformables

La théorie des arcs minces, c'est-à-dire tels que la répartition des contraintes normales suit la règle de Navier, est développée

dans des ouvrages spéciaux<sup>1</sup> auxquels nous renvoyons le lecteur. On n'en donnera ici que les résultats essentiels nécessaires au calcul plus complexe de l'arc sur appuis déformables.

L'encastrement de l'arc entre des parois supposées indéformables a pour effet d'empêcher les raccourcissements et les allongements tels qu'ils se produisent dans l'arc considéré comme élément de tube et calculés ci-dessus (cas 1 et 2). Il apparaît donc dans l'arc des efforts hyperstatiques dont l'effet est de compenser les déplacements aux deux extrémités de l'arc. Dans le troisième cas, où l'arc est soumis à une variation linéaire de température d'un parement à l'autre, les extrémités de l'arc assimilé à un élément de tube ne subissent, comme on l'a vu, ni déplacement ni rotation; par conséquent, les efforts et les contraintes calculées dans cette première hypothèse sont les mêmes pour l'arc élastique sur appuis indéformables.

Dans les deux premiers cas (effet de la pression hydrostatique uniforme et d'une variation de température uniforme), il faut introduire des efforts hyperstatiques capables de ramener les deux extrémités de l'« arc-élément de tube » dans leur position initiale. Comme ces extrémités n'ont subi qu'une translation sans rotation, il suffit d'appliquer au centre élastique de l'arc une force  $\Delta X_o$  parallèle à la corde pour compenser cette translation. Nous admettrons que  $\Delta X_o$  agit à l'extrémité gauche de l'arc et qu'elle est positive lorsqu'elle est dirigée de droite à gauche. Lorsque l'arc est d'épaisseur constante, le centre élastique se confond avec le centre de gravité de la fibre moyenne de l'arc; l'ordonnée du centre élastique par rapport à la corde est :

$$y_o = r \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha \right).$$

1. Dans le cas de la *pression hydrostatique uniforme* (fig. 3) la force hyperstatique unique a pour valeur :

$$\Delta X_o = R \cdot \left[ - \frac{l}{\int_A^B \cos^2 \theta \cdot ds + v \int_A^B \sin^2 \theta \cdot ds + \frac{e}{I} \int_A^B y^2 \cdot ds} \right],$$

<sup>1</sup> HUGO RITTER : *Die Berechnung der bogenförmigen Staumauern*. — CAMILLO GUIDI : *Statica delle dighe*. — KELEN : *Die Staumauern*. — A. BOURGIN : *Calcul des barrages*. — A. STUCKY : *Etude des barrages arqués* (*Bulletin technique de la Suisse romande* des 7.I, 4.II, 4.III, 15.IV et 29.IV 1922).

expression que l'on peut écrire :

$$\Delta X_o = K_o R \quad \text{où} \quad R = p e < 0.$$

Hugo Ritter a mis le coefficient  $K_o$  sous la forme :

$$K_o = - \frac{1}{\lambda^2 C_1 + C_2}.$$

Les valeurs des coefficients  $C_1$  et  $C_2$  sont fonction de l'angle au centre  $2\alpha$  et des caractéristiques mécaniques du béton :

$$C_1 = 6 \left( \frac{\alpha}{\sin \alpha} + \cos \alpha - 2 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)$$

$$C_2 = \frac{\cos \alpha}{2} \left( 1 - \frac{E_b}{G_b} \cdot v \right) + \frac{\alpha}{2 \sin \alpha} \left( 1 + \frac{E_b}{G_b} \cdot v \right)$$

$E_b$  = module d'élasticité du béton,

$G_b$  = module d'élasticité transversal du béton,

$v$  = coefficient sans dimension qui dépend de la forme de la section.

En posant  $\frac{E_b}{G_b} = \frac{5}{2}$  et  $v = \frac{6}{5}$ , la constante  $C_2$  se met sous la forme :

$$C_2 = 2 \frac{\alpha}{\sin \alpha} - \cos \alpha.$$

Dans ces conditions, le coefficient  $K_o$  ne dépend que du rapport  $\lambda = \frac{r}{e}$  et de l'angle au centre  $2\alpha$ .

Le graphique de la figure 4 donne la valeur absolue du coefficient  $K_o$  et celle de l'ordonnée relative  $\eta_o = \frac{y_o}{r}$  du centre élastique par rapport à la corde de l'arc, en fonction de l'angle au centre  $2\alpha$  et du rapport  $\lambda = \frac{r}{e}$ .

2. Une variation uniforme de température  $\Delta t$  dans l'arc entier provoque un déplacement des naissances de l'« arc-élément de tube » semblable à celui qui résulterait d'une pression hydrostatique uniforme. Ce déplacement est compensé par l'effet d'une force hyperstatique  $\Delta X_{ot}$  appliquée au centre élastique de l'arc et de valeur :

$$\Delta X_{ot} = K_o R_t.$$

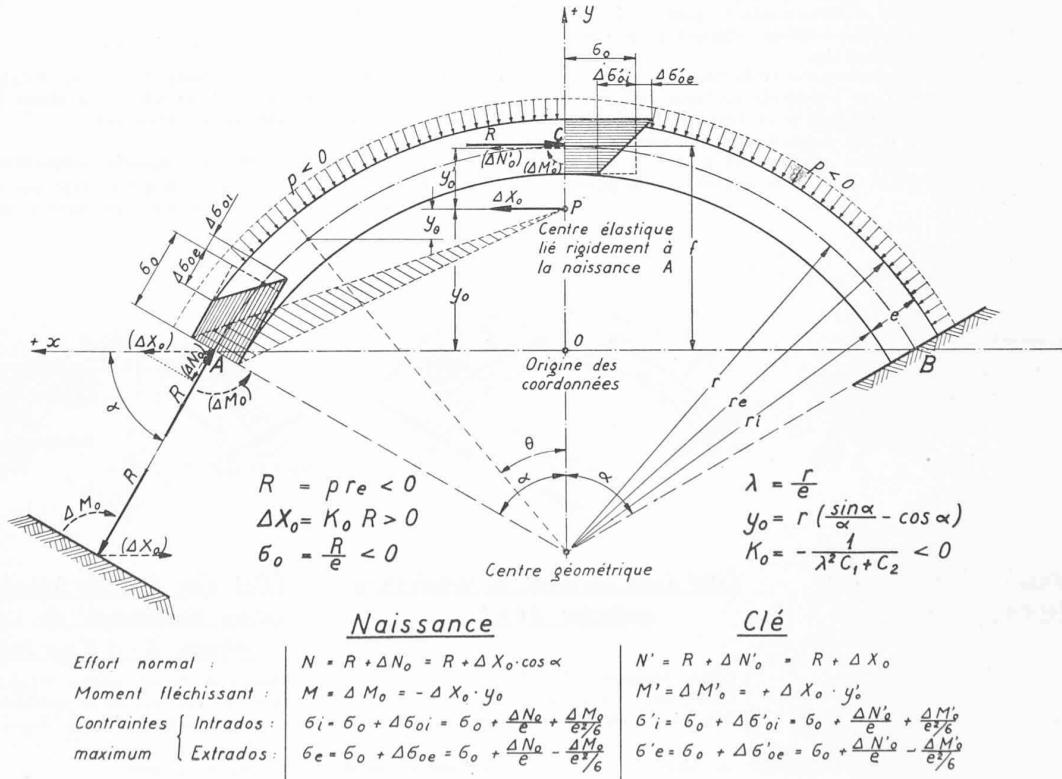


Fig. 3. — Arc élastique mince sur appuis indéformables. Effet d'une pression hydrostatique uniforme.

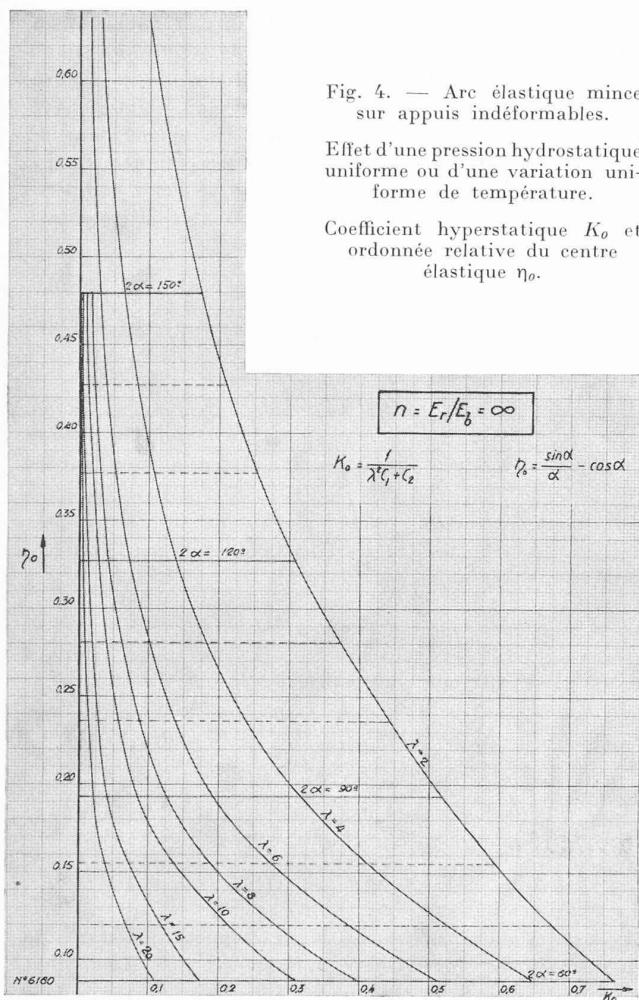


Fig. 4. — Arc élastique mince sur appuis indéformables.

Effet d'une pression hydrostatique uniforme ou d'une variation uniforme de température.

Coefficient hyperstatique  $K_o$  et ordonnée relative du centre élastique  $\eta_\theta$ .

### 1. Cas de la pression hydrostatique uniforme

Dans une section quelconque de l'arc, caractérisée par l'angle  $\theta$  qu'elle fait avec l'axe de symétrie, les contraintes normales maximums s'obtiennent en superposant à la compression uniforme  $\sigma_o = \frac{R}{e}$  de l'*« arc-élément de tube »*, les contraintes de flexion composée  $\Delta\sigma_{oe}$  et  $\Delta\sigma_{oe}$  (intrados et extrados) dues à l'effet de l'hyperstatique  $\Delta X_o$  appliquée au centre élastique :

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{oe}^i &= \frac{\Delta N_o}{e} \pm \frac{\Delta M_o}{e^2/6} = \frac{\Delta X_o \cos \theta}{e} \pm \frac{6(-\Delta X_o y_\theta)}{e^2} = \\ &= \frac{K_o R}{e} \left( \cos \theta \mp 6 \frac{y_\theta}{e} \right)\end{aligned}$$

$y_\theta$  représente le bras de levier de l'hyperstatique  $\Delta X_o$  par rapport au centre de gravité de la section considérée ;  $y_\theta > 0$  pour les sections dont le centre de gravité est situé au-dessous du centre élastique, et  $y_\theta < 0$  pour celles dont le centre de gravité est situé au-dessus de ce point :

$$\begin{aligned}y_\theta &= y_o - r(\cos \theta - \cos \alpha) = r \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \theta \right) = r \cdot \eta_\theta, \\ \text{avec } \eta_\theta &= \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \theta.\end{aligned}$$

Les contraintes totales sur les parements ont pour valeur :

$$\begin{aligned}\sigma_e^i &= \sigma_o + \Delta\sigma_{oe}^i = \frac{R}{e} + \frac{K_o R}{e} (\cos \theta \mp 6 \eta_\theta \lambda) = \\ &= \sigma_o + K_o \sigma_o (\cos \theta \mp 6 \eta_\theta \lambda).\end{aligned}$$

Posons :  $\sigma^* = \frac{\sigma}{|\sigma_o|}$ , où  $|\sigma_o| = -\sigma_o$  est la valeur absolue, donc positive, de la compression uniforme  $\sigma_o$ ;  $\sigma^*$  représente alors la valeur relative de la contrainte réelle  $\sigma$  rapportée à celle de la compression uniforme régnant dans l'*« arc-élément de tube »*, et  $\sigma^*$  a le même signe que  $\sigma$ :

$$\sigma_e^{*i} = \frac{\sigma_e^i}{|\sigma_o|} = -1 - K_o (\cos \theta \mp 6 \eta_\theta \lambda)$$

En écrivant séparément les expressions de  $\sigma^*$  pour l'intrados et pour l'extrados, il vient :

$$\text{Intrados : } \sigma_i^* = -1 + \frac{1}{\lambda^2 C_1 + C_2} (\cos \theta - 6 \eta_\theta \lambda).$$

$$\text{Extrados : } \sigma_e^* = -1 + \frac{1}{\lambda^2 C_1 + C_2} (\cos \theta + 6 \eta_\theta \lambda).$$

Lorsqu'on suppose les modules  $E_b$  et  $G_b$  du béton fixés, les paramètres  $C_1$  et  $C_2$  ne dépendent que de l'angle au centre  $2\alpha$ ; il s'ensuit que, dans une section déterminée  $\theta$ , les contraintes  $\sigma_i^*$  et  $\sigma_e^*$  sont fonction des seuls paramètres  $\lambda$  et  $2\alpha$ . L'allure de ces deux fonctions pour les sections de naissance ( $\theta = \alpha$ ) et de clé ( $\theta = o$ ) est connue et les ouvrages classiques (celui de Camillo Guidi : « Statica delle dighe », notamment) en donnent des représentations graphiques ou des tableaux de valeurs. On envisage en général l'angle  $2\alpha$  comme par-

mètre et le rapport  $\lambda = \frac{r}{e}$  comme variable; dans ce cas, les courbes  $\sigma^* = f(\lambda)$ , pour  $2\alpha = \text{constante}$ , sont algébriques et du 3<sup>e</sup> ordre.

L'effort  $R_t$  qui donnerait la même hyperstatique que la variation de température est :

$$R_t = \beta \cdot \Delta t \cdot E_b \cdot e,$$

force fictive introduite par analogie avec  $R = p_r$ . Le coefficient  $K_o$  est le même que dans le cas de la pression hydrostatique uniforme.

La force fictive  $R_t$  ne donne lieu à aucune contrainte dans l'arc ; seule l'hyperstatique  $\Delta X_{ot}$  en provoque. Cette hyperstatique  $\Delta X_{ot}$  est d'ailleurs la même que celle qui serait engendrée par l'application sur l'arc d'une pression hydrostatique uniforme fictive d'intensité :

$$p_t = \frac{R_t}{r_e} = \beta \cdot \Delta t \cdot E_b \cdot \frac{e}{r_e}.$$

Avec les conventions de signes adoptées :

Si  $\Delta t > 0$  (échauffement),  $p_t > 0$  correspond à une dépression sur l'arc.

Si  $\Delta t < 0$  (refroidissement),  $p_t < 0$  correspond à une pression sur l'arc.

#### Contraintes normales maximums dans l'arc. (Valeurs relatives)

Les contraintes normales  $\sigma$  les plus fortes se présentent aux naissances et à la clé. Des contraintes trop élevées aux naissances peuvent être combattues par un surépaississement local, dont l'effet est semblable à celui des goussets d'une poutre encastrée ; cette amélioration étant impossible à la clé, c'est en définitive surtout de l'état de contraintes dans cette section que dépend l'épaisseur moyenne de l'arc.

L'analyse des contraintes normales maximums dans l'arc, en particulier aux naissances et à la clé, permet l'étude critique de sa forme.

## 2. Effet d'une variation uniforme de température

Les contraintes normales maximums (intrados et extrados) dues à une variation uniforme de température peuvent être exprimées par des formules semblables aux précédentes, à la différence que la force fictive  $R_t = \beta \cdot \Delta t \cdot E_b \cdot e$  ne provoque aucune contrainte dans l'arc.

Dans une section caractérisée par l'angle  $\theta$ , les contraintes normales sur les parements ont pour valeur :

$$\sigma_{te}^i = \frac{K_o R_t}{e} (\cos \theta \mp 6 \eta_\theta \lambda) = K_o \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot E_b (\cos \theta \mp 6 \eta_\theta \lambda).$$

On posera ici :

$$\sigma_t^* = \frac{\sigma_t}{\sigma_{ot}}, \text{ avec } \sigma_{ot} = -\beta \cdot E_b \cdot \Delta t \cong -20 \Delta t \quad (T/m^2)$$

car  $\beta = 10^{-5}$  par degré centigrade et  $E_b = 2 \times 10^6 \text{ T/m}^2$ .

$\sigma_{ot}$  est une contrainte uniforme fictive provoquée par une variation uniforme de température de  $\Delta t$  degrés.  $\sigma_t^*$  représente alors la valeur relative de la contrainte réelle  $\sigma_t$  rapportée à  $\sigma_{ot}$ ;  $\sigma_t^*$  a le même signe que  $\sigma_t$  dans le cas d'un abaissement de température ( $\Delta t < 0$ ), le signe contraire dans le cas d'une élévation de température ( $\Delta t > 0$ ).

L'introduction des valeurs relatives dans l'expression des contraintes donne :

$$\sigma_{te}^{*i} = \frac{\sigma_{te}^i}{\sigma_{ot}} = -K_o (\cos \theta \mp 6 \eta_\theta \lambda) = \sigma_e^{*i} + 1.$$

Dans une section d'un arc donné, les contraintes relatives dues à l'effet d'une variation uniforme de température s'obtiennent en ajoutant 1 aux contraintes relatives correspondantes, dues à l'effet d'une pression hydrostatique uniforme.

## 3. Etat de température variant linéairement d'une valeur $+\Delta\tau$ sur l'un des parements à la valeur $-\Delta\tau$ sur l'autre

En admettant une chute de température  $-\Delta\tau$  à l'intrados et une élévation de température  $+\Delta\tau$  à l'extrados, les fibres intrados sont tendues et les fibres extrados comprimées ; les contraintes normales sur les parements ont pour valeur dans toutes les sections de l'arc :

$$\sigma_{te}^i = \pm \beta \cdot E_b \cdot \Delta\tau.$$

En posant par analogie au cas d'une variation uniforme de température (abstraction faite du signe cependant) :

$$\sigma_\tau^* = \frac{\sigma_\tau}{\sigma_{ot}}, \text{ avec } \sigma_{ot} = +\beta \cdot E_b \cdot \Delta\tau \cong +20 \Delta\tau \quad (T/m^2)$$

il reste tout simplement :

$$\sigma_{te}^{*i} = \pm 1.$$

## Nouveau mode de représentation des contraintes normales maximums dans l'arc

La représentation habituelle des contraintes normales sur les parements, qui conduit aux courbes algébriques du 3<sup>e</sup> ordre :

$$\sigma_e^{*i} = f(\lambda), \quad 2\alpha = \text{constante},$$

est commode pour le calcul et permet d'obtenir rapidement les valeurs numériques de ces contraintes avec une précision suffisante pour les besoins de la pratique. Toutefois cette représentation ne fait pas ressortir nettement la « qualité » de l'arc, soit en particulier l'importance relative des contraintes extrêmes dans une même section, qui constitue un critère précieux pour estimer la résistance de l'arc.

Un autre mode de représentation facilite la discussion de la forme des arcs d'un barrage, permet de déterminer simultanément les contraintes intrados et extrados, de les comparer de manière aisée, de classer les arcs au point de vue qualitatif, d'éliminer d'emblée les arcs travaillant dans de mauvaises conditions et, enfin, d'analyser rapidement les effets de sollicitations cumulées (poussée de l'eau, température, retrait, etc.). Cette nouvelle représentation consiste à tracer les deux familles de courbes :

$$\text{Intrados : } \sigma_i^* = f(\lambda), \quad 2\alpha = \text{constante (1<sup>e</sup> famille)}$$

$$\text{Extrados : } \sigma_e^* = f(\lambda), \quad 2\alpha = \text{constante (2<sup>e</sup> famille)}$$

sur un même plan de coordonnées  $\sigma_i^*$  et  $\sigma_e^*$ .

Pour une section caractérisée par l'angle  $\theta$ , à chaque couple de valeurs  $(2\alpha, \lambda)$  correspond un couple de valeurs  $(\sigma_i^*, \sigma_e^*)$ , c'est-à-dire un point du plan. Les projections sur les axes de coordonnées du vecteur issu de l'origine ayant ce point pour extrémité, sont précisément les contraintes relatives  $\sigma_i^*$  et  $\sigma_e^*$ . Dès lors, les deux familles de courbes précédentes sont confondues en une seule.

## 1. Cas d'une pression hydrostatique uniforme

Dans une section quelconque  $\theta$ , les contraintes relatives sur les parements ont pour valeur :

$$\text{Intrados : } \sigma_i^* = -1 + \frac{1}{\lambda^2 C_1 + C_2} (\cos \theta - 6 \eta_\theta \lambda)$$

$$\text{Extrados : } \sigma_e^* = -1 + \frac{1}{\lambda^2 C_1 + C_2} (\cos \theta + 6 \eta_\theta \lambda)$$

$$\text{avec } \eta_\theta = \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \theta.$$

Lorsque l'angle au centre  $\alpha$  est supposé constant, le lieu du point  $(\sigma_i^*, \sigma_e^*)$  pour  $\lambda$  variable est une ellipse, dont l'équation s'obtient en éliminant  $\lambda$  entre les deux équations précédentes (fig. 5).<sup>1</sup>

Pratiquement, seules les valeurs positives de  $\lambda$  doivent être prises en considération ; en outre, comme la théorie classique suppose l'arc pas trop épais, les valeurs de  $\lambda$  inférieures à une certaine limite, choisie par exemple égale à 2, doivent être rejetées car si  $\lambda < 2$ , les contraintes devraient alors être calculées par la théorie des arcs épais ;  $\lambda$  sera donc supposé compris entre +2 et +∞. Dans ces conditions, la portion utile du lieu se limite à un arc d'ellipse.

Décrivons brièvement quelques particularités de cette ellipse :

Son centre est le point de coordonnées :

$$-1 + \frac{\cos \theta}{2 C_2}; \quad -1 + \frac{\cos \theta}{2 C_1}.$$

L'un de ses axes prolongé passe par l'origine du système de coordonnées et l'autre est également incliné sur les axes de coordonnées ; les longueurs  $a$  et  $b$  des demi-axes mesurent :

$$a = \frac{3 \sqrt{2}}{\sqrt{C_1 C_2}} \cdot \eta_\theta; \quad b = \frac{1}{\sqrt{2} C_2} \cdot \cos \theta.$$

Le point  $P$  de coordonnées  $(-1, -1)$  est un sommet commun à toutes les ellipses obtenues pour différentes valeurs des angles  $2\alpha$  et  $\theta$  ; c'est une ellipse dégénérée qui correspond à la valeur  $\lambda = +\infty$  de l'arc infinitémince.

<sup>1</sup> Remarque : les ellipses dessinées sur la figure 5 correspondent aux sections de naissance ( $\theta = \alpha$ ) et de clé ( $\theta = 0$ ).

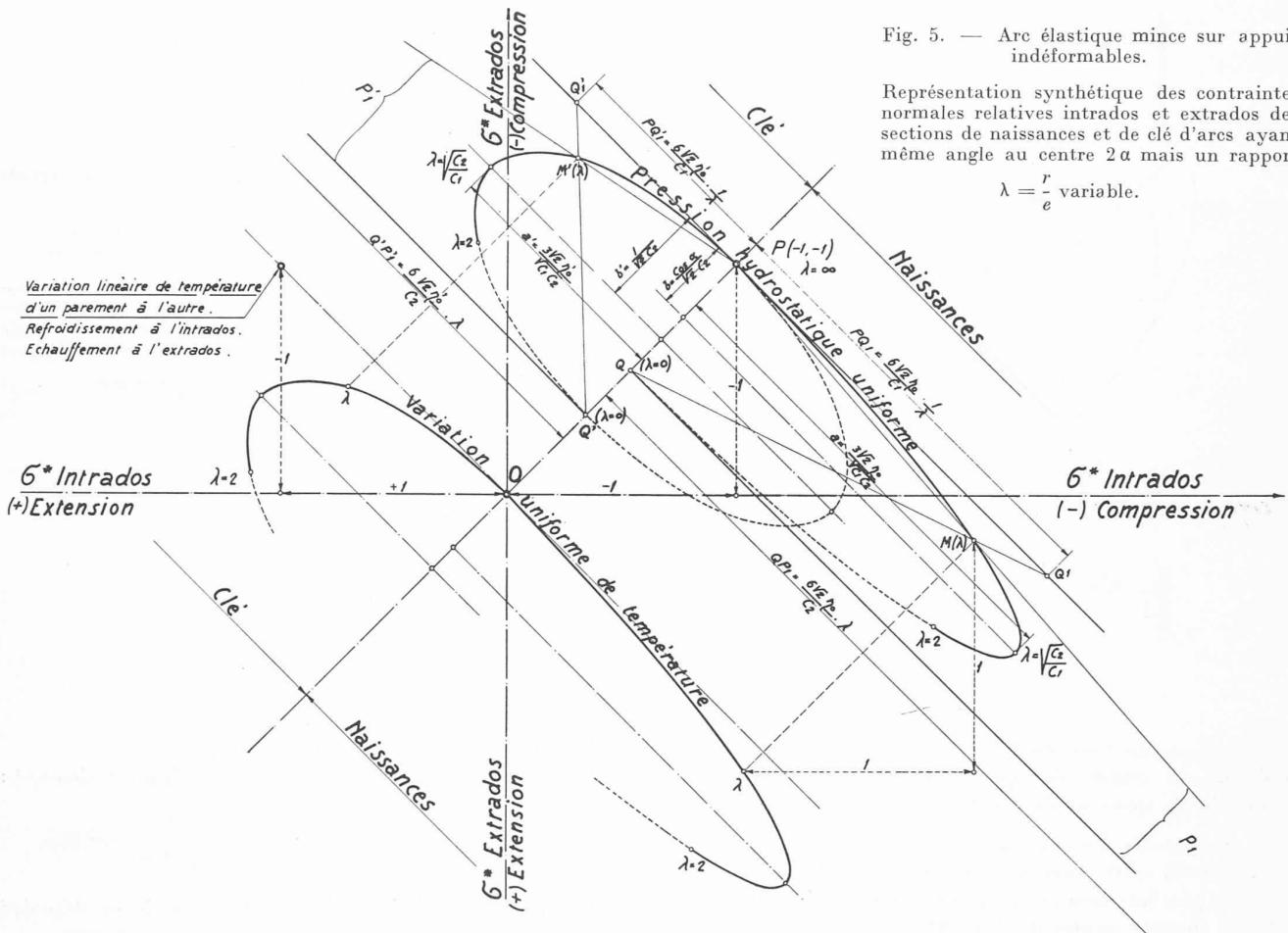


Fig. 5. — Arc élastique mince sur appuis indéformables.

Représentation synthétique des contraintes normales relatives intrados et extrados des sections de naissances et de clé d'arcs ayant même angle au centre  $2\alpha$  mais un rapport

$$\lambda = \frac{r}{e} \text{ variable.}$$

Variation linéaire de température d'un parment à l'autre.  
Refroidissement à l'intrados.  
Echauffement à l'extrados.

$G^*$  Intrados  
(+) Extension

$\lambda = 2$

$\lambda = -2$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = \infty$

$\lambda = -\infty$

$\lambda = 1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

$\lambda = +1$

$\lambda = -1$

$\lambda = 0$

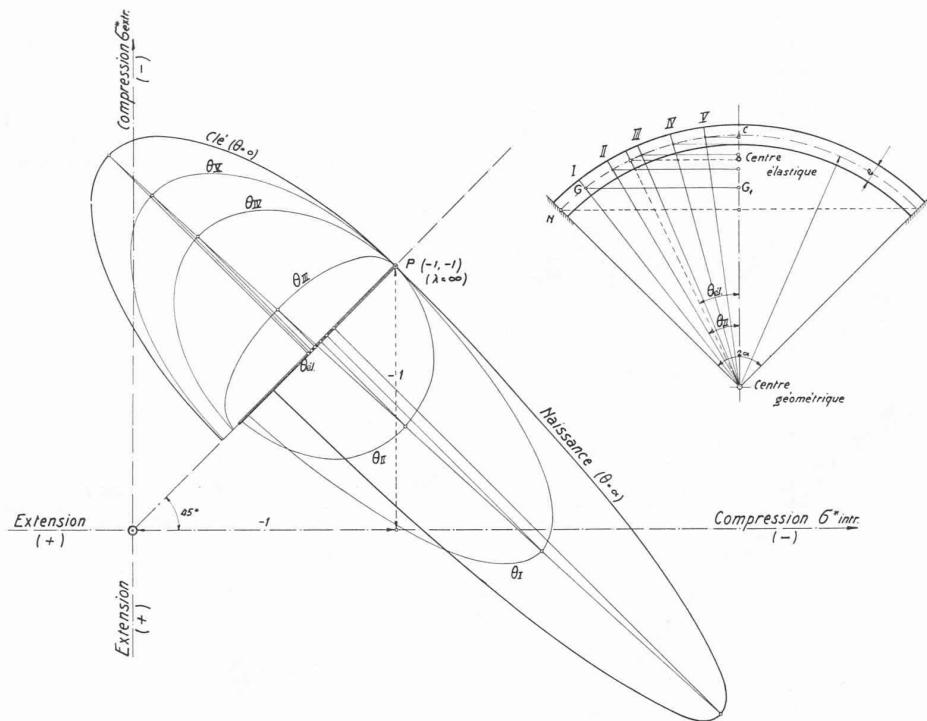


Fig. 6.

Arc élastique mince sur appuis indéformables.

Effet d'une pression hydrostatique uniforme.

Contraintes normales relatives intrados et extrados en différentes sections d'arcs ayant même angle au centre  $2\alpha$ , mais un rapport

$$\lambda = \frac{r}{e} \text{ variable.}$$

les sections de l'arc dont le centre de gravité est situé au-dessus du centre élastique sont caractérisées par des arcs d'ellipses situés au-dessus de la droite  $\sigma_i^* = \sigma_e^*$ .

2°)  $\theta = \text{constante}$ ,  $2\alpha = \text{variable}$  (fig. 7)

On limitera cette étude au cas des *sections de naissance et de clé*, les plus intéressantes au point de vue pratique. L'angle  $2\alpha$  sera supposé croître de  $0$  à  $180^\circ$ .

a) *Sections de naissance* ( $\theta = \alpha$ )

La valeur  $2\alpha = \alpha$  introduite dans les formules des contraintes relatives conduit aux égalités :

$$\sigma_i^* = \sigma_e^* = 0.$$

On trouve, d'autre part, par un passage à la limite :

$$a = 2\sqrt{5} \cong 4,472; \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0,707.$$

L'ellipse caractéristique passe par l'origine des coordonnées ; elle est à considérer comme courbe limite et seuls les sommets du petit axe  $(0,0)$  et  $(-1, -1)$  ont une signification.

Lorsque  $2\alpha$  croît,  $a$  et  $b$  décroissent.

Pour  $2\alpha = 180^\circ$ , les demi-axes de l'ellipse deviennent :

$$a = \frac{2\sqrt{6}}{\pi\sqrt{\pi^2-8}} \cong 1,140; \quad b = 0.$$

L'ellipse caractéristique dégénère en deux segments de droite doubles inclinés à  $45^\circ$  sur les axes de coordonnées et tangents à la double famille d'ellipse au point  $P (-1, -1)$ .

b) *Section de clé* ( $\theta = 0$ )

Pour  $2\alpha = 0$ , on trouve, comme pour les sections de naissance :

$$\sigma_i^* = \sigma_e^* = 0, \quad \text{et}$$

$$a = 2\sqrt{5} \cong 4,472; \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0,707.$$

Les ellipses caractéristiques des sections de naissance et de clé sont identiques.

Lorsque  $2\alpha$  croît,  $a$  et  $b$  décroissent.

Pour  $2\alpha = 180^\circ$ , les demi-axes de l'ellipse deviennent :

$$a = \frac{\sqrt{6}(\pi-2)}{\pi\sqrt{\pi^2-8}} \cong 0,651; \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \cong 0,225.$$

L'ellipse caractéristique de la section de clé ne dégénère plus, comme c'est le cas pour les sections de naissance.

Le graphique de la figure 7 représente les arcs d'ellipses correspondant aux contraintes normales relatives sur les parements des sections de naissance et de clé, pour des angles  $2\alpha$  de  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$  et  $180^\circ$ , avec des valeurs du rapport  $\lambda = \frac{r}{e}$  comprises dans l'intervalle  $(+2, +\infty)$ .

## 2. Effet d'une variation uniforme de température

On a vu que les contraintes normales relatives sur les parements, dues à l'effet d'une variation uniforme de température dans l'arc, étaient liées aux contraintes correspondantes, dues à l'effet d'une pression hydrostatique uniforme, par la formule :

$$\sigma_{t,e}^{*i} = \sigma_e^{*i} + 1.$$

Il s'ensuit que les contraintes  $\sigma_{t,e}^{*i}$  sont représentées dans le plan  $(\sigma_i^*, \sigma_e^*)$  par les mêmes ellipses que celles correspondant au cas de la poussée d'eau, mais déplacées par rapport à ces dernières d'une translation de composantes suivant les axes de coordonnées égales chacune à  $+1$  (fig. 5).

Le point  $P (-1, -1)$ , qui caractérisait l'arc infiniment mince  $\lambda = \infty$  dans le cas de la poussée d'eau, vient maintenant se confondre avec l'origine des coordonnées : une variation uniforme de température ne provoque aucune contrainte dans un arc infiniment mince, assimilable à un arc isostatique (page 83).

## 3. Etat de température variant linéairement d'une valeur $+\Delta\tau$ sur l'un des parements à la valeur $-\Delta\tau$ sur l'autre,

La formule établie :

$$\sigma_{\tau,e}^{*i} = \pm 1$$

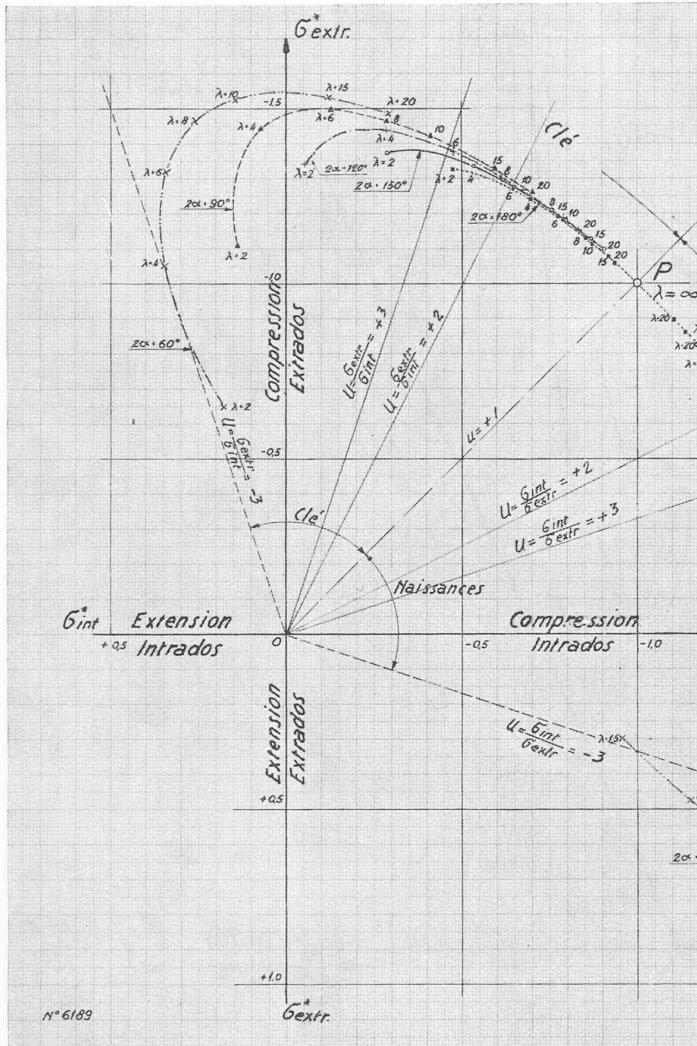
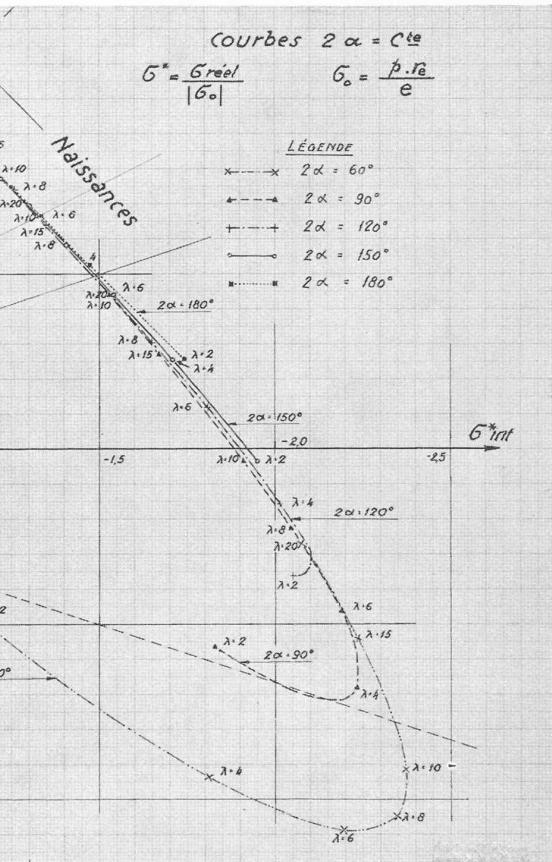


Fig. 7. — Arc élastique mince sur appuis indéformables.

Effet d'une pression hydrostatique uniforme.

Contraintes normales relatives intrados et extrados aux naissances et à la clé d'arcs ayant un angle au centre  $2\alpha$  de  $60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ .



montre que la courbe figurative de l'état de contraintes relatives se réduit dans le plan  $(\sigma_i^*, \sigma_e^*)$  au point de coordonnées  $(+1, -1)$ , ce qui est évident puisque toutes les sections de l'arc sont sollicitées de la même manière, indépendantes de l'angle au centre  $2\alpha$  et du rapport  $\lambda = \frac{r}{e}$  (fig. 5).

#### 4. Contraintes cumulées

Soit à déterminer dans une section quelconque d'un arc d'angle au centre  $2\alpha$ , de rayon moyen  $r$  et d'épaisseur  $e$ , la valeur réelle des contraintes normales maximums dues à l'action simultanée d'une pression hydrostatique uniforme  $p$  et d'un état de température caractérisé par une variation uniforme  $\Delta t$  et une variation linéaire croissant de  $-\Delta\tau$  à l'intrados à  $+\Delta\tau$  à l'extrados.

L'état de contrainte sur les parements dû à la poussée de l'eau est défini en *valeurs relatives* par  $\sigma_i^*$  pour l'intrados et  $\sigma_e^*$  pour l'extrados, que l'on peut considérer comme les projections sur les deux axes de coordonnées du vecteur  $\vec{\sigma}$ . Il en est de même pour les contraintes dues à la température. Dès lors, les *contraintes réelles* peuvent être représentées dans le plan  $(\sigma_i, \sigma_e)$  par les vecteurs :

$$Eau : \quad \vec{\sigma} = |\sigma_0| \cdot \vec{\sigma}^* = \left| \frac{pr_e}{e} \right| \cdot \vec{\sigma}^* = \left| p \left( \lambda + \frac{1}{2} \right) \right| \cdot \vec{\sigma}^*$$

$$Var. \text{ unif. temp.} : \vec{\sigma}_t = \sigma_{ot} \cdot \vec{\sigma}_t^* = -20 \Delta t \cdot (\vec{\sigma}^* + \vec{u})$$

$$Var. \text{ lin. temp.} : \vec{\sigma}_\tau = \sigma_{o\tau} \cdot \vec{\sigma}_\tau^* = +20 \Delta\tau \cdot \vec{\sigma}_\tau^*$$

Dans ces formules,  $\vec{u}$  représente le vecteur de longueur  $\sqrt{2}$  dont les composantes sont  $(+1, +1)$  et  $\vec{\sigma}_\tau$  le vecteur de composantes  $(+1, -1)$ .

Les contraintes normales cumulées  $\Sigma_i$  et  $\Sigma_e$  seront les composantes du vecteur  $\vec{\Sigma}$  égal à la somme géométrique des trois vecteurs ci-dessus :

$$\begin{aligned} \vec{\Sigma} &= \vec{\sigma} + \vec{\sigma}_t + \vec{\sigma}_\tau = \\ &= \left| p \left( \lambda + \frac{1}{2} \right) \right| \cdot \vec{\sigma}^* - 20 \Delta t \cdot (\vec{\sigma}^* + \vec{u}) + 20 \Delta\tau \cdot \vec{\sigma}_\tau^*. \end{aligned}$$

Cette remarque permet de résoudre le problème graphiquement de manière simple, dès que le vecteur  $\vec{\sigma}$  est connu, et, de plus, de se rendre compte rapidement, et avec une approximation suffisante pour un avant-projet, de la variation des contraintes cumulées lorsque les conditions de charge et de température subissent des fluctuations.

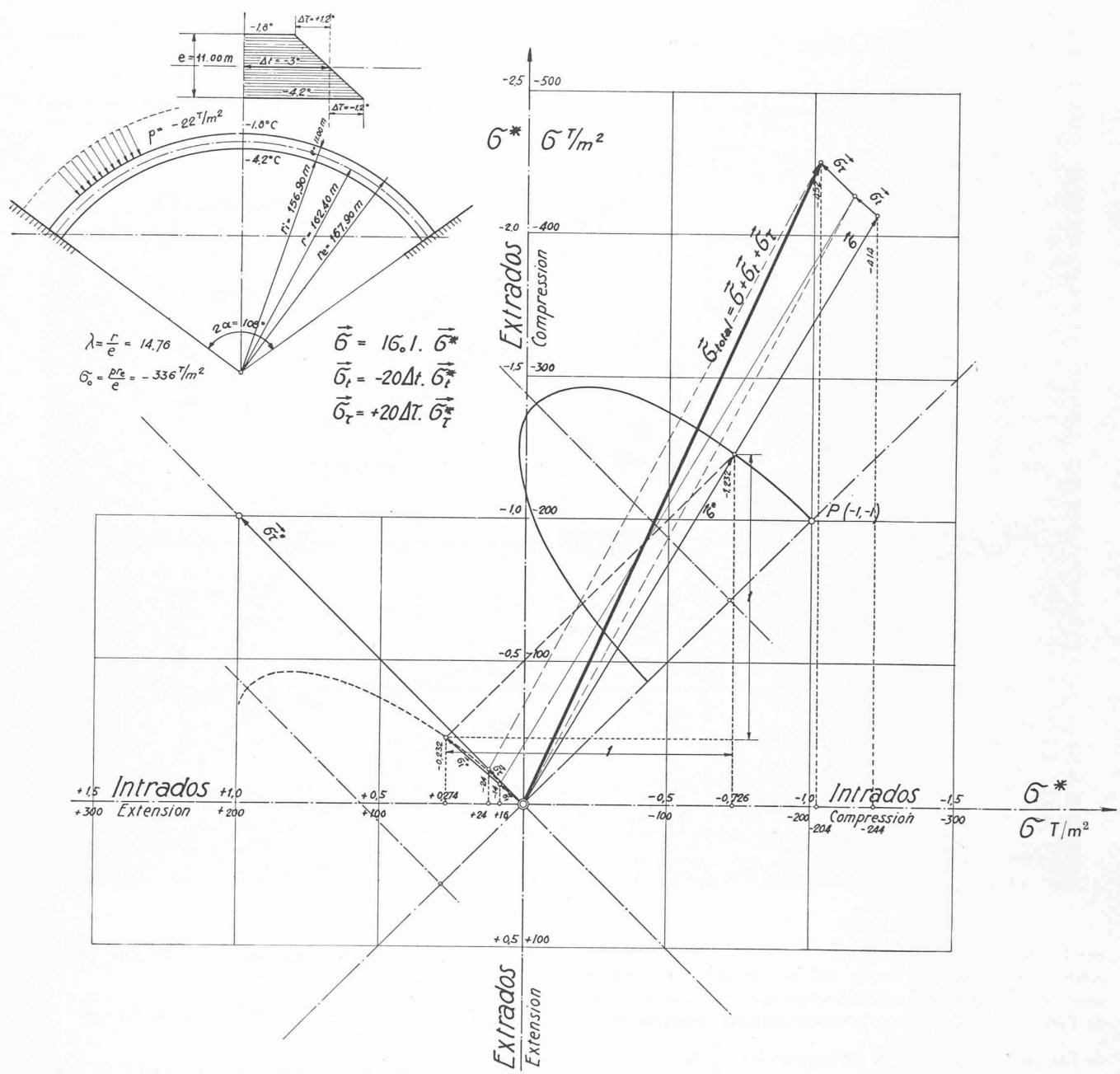


Fig. 8. — Contraintes maximums à la clé d'un arc élastique mince sur appuis indéformables soumis à une pression hydrostatique uniforme et dont la différence de température (par rapport à la température moyenne) varie linéairement de l'intrados à l'extrados.

### *Application (fig. 8)*

Détermination des contraintes maximums à la clé d'un arc de caractéristiques géométriques :

$$2\alpha = 108^\circ, \quad r = 162,40 \text{ m}, \quad e = 14,00 \text{ m}, \quad \lambda = \frac{r}{e} = 14,76,$$

soumis à une pression hydrostatique  $p = -22 \text{ T/m}^2$ , et pour des conditions de température fixées comme suit :

Intrados : chute de température  $\Delta t_i = -4,2^\circ \text{C}$

*Extradoss :      »      »      »*       $\Delta t_e = -1,8^{\circ} \text{ C}$

*Contraintes relatives* : Les composantes  $\sigma_i^*$  et  $\sigma_e^*$  du vecteur  $\vec{\sigma}^*$  se calculent à l'aide des formules établies (page 85) ou, moyennant interpolation, se déduisent des tableaux de valeurs ou encore des abaques (celui de la fig. 7, par exemple) :

$$Eau : \quad \sigma_i^* = -0,726 \quad \quad \sigma_e^* = -1,232.$$

Le vecteur  $\vec{\sigma}_t^*$ , obtenu par addition géométrique du vecteur  $\vec{\sigma}^*$  et du vecteur  $\vec{u}$  ( $+1, +1$ ), a pour composantes :

$$Var. \text{ unif. temp.} : \sigma_{ti}^* = -0,726 + 1 = +0,274$$

$$\sigma_{te}^* = -1,232 + 1 = -0,232$$

Les composantes du vecteur  $\vec{\sigma}_T^*$  ont, comme on l'a vu, les valeurs suivantes :

$$Var. \text{ lin. temp.} : \quad \sigma_{\tau i}^* = +1 \quad \sigma_{\tau e}^* = -1$$

*Contraintes réelles* : On détermine d'abord les facteurs par lesquels il faut multiplier les vecteurs « contraintes

relatives» pour obtenir les vecteurs « contraintes réelles » :

$$\text{Eau : } |\sigma_o| = \left| \frac{p_{re}}{e} \right| = \left| p \left( \lambda + \frac{1}{2} \right) \right| = | - 22 (14,76 + 0,5) | = + 336 \text{ T/m}^2$$

$$\text{Var. unif. temp. : } \Delta t = \frac{\Delta t_i + \Delta t_e}{2} = \frac{-4,2 - 1,8}{2} = -3^\circ \text{C} ; -20 \Delta t = +60 \text{ T/m}^2$$

$$\text{Var. lin. temp. : } \Delta \tau = \Delta t_e - \Delta t = -1,8 + 3 = +1,2^\circ \text{C} ; +20 \Delta \tau = +24 \text{ T/m}^2.$$

Faisant choix d'une échelle convenable, on reporte alors les vecteurs « contraintes réelles » sur le plan  $(\sigma_i, \sigma_e)$  et on les ajoute géométriquement. Les résultats découlant de ces opérations sont reproduits dans le tableau ci-contre :

Nature de la sollicitation	Facteurs de proportionnalité (T/m²)	Intrados		Extrados	
		$\sigma_i^*$	$\sigma_{réel}$ (T/m²)	$\sigma_e^*$	$\sigma_{réel}$ (T/m²)
Eau	+ 336	- 0,726	- 244	- 1,232	- 414
Var. unif. temp.	+ 60	+ 0,274	+ 16	- 0,232	- 14
Var. lin. temp.	+ 24	+ 1	+ 24	- 1	- 24
Contraintes cumulées	-	-	- 204	-	- 452

La section de clé de l'arc travaille dans de bonnes conditions : l'extension est exclue et la compression limitée. L'effet de la température se traduit par une diminution de la compression à l'intrados et une augmentation de la compression à l'extrados, c'est-à-dire par un déplacement de la ligne des pressions vers l'extrados, comme le montre d'ailleurs le redressement du vecteur  $\vec{\sigma}_{total}$  en direction de l'axe  $\sigma_e$ .

(A suivre.)

## BIBLIOGRAPHIE

**Lexique technique français-anglais et anglais-français, concernant le matériel de travaux publics. Tables de correspondance des unités anglo-saxonnes et des unités métriques.** Institut technique du Bâtiment et des Travaux publics, boulevard Raspail 28, Paris VIII<sup>e</sup>. — Un volume 14 × 21 cm de 181 pages. Prix : relié, 700 fr. français.

De nombreux chantiers de travaux publics ont été ouverts ces dernières années en France et dans l'Union française, pour lesquels les entreprises ont dû compléter ou reconstituer leur parc de matériel. En attendant la reprise des fabrications françaises et leur modernisation, les entreprises ont dû souvent acquérir du matériel de fabrication anglo-saxonne.

La consultation des catalogues, la commande du matériel et des pièces de rechange, l'emploi, l'entretien et la réparation de ce matériel exigent la connaissance d'un vocabulaire technique qui ne se rencontre généralement pas dans les dictionnaires bilingues d'usage courant ; il n'existe pas non plus de dictionnaire technique, à jour, spécialisé en cette matière.

C'est pour combler cette lacune que l'Institut technique du bâtiment et des travaux publics a préparé, à la demande de la Fédération nationale des travaux publics, un lexique des termes techniques français, anglais et américains se rapportant au matériel de travaux publics.

L'appréciation des caractéristiques d'un matériel : dimensions, rendement, consommation, ne peut se faire pratiquement pour l'usager que moyennant conversion dans le système d'unités qui lui est familier des chiffres donnés dans un autre système d'unités ; des tables de conversion développées complètent le lexique proprement dit et permettent, en limitant les calculs au minimum, de passer commodément des unités anglo-saxonnes au système métrique et inversement ; ces tables se rapportent aux unités fondamentales de dimensions, poids et température et à quelques unités dérivées.



ZURICH 2, Beethovenstr. 1 - Tél. 051 23 54 26 - Télégr.: STSINGENIEUR ZURICH

### Emplois vacants :

#### Section industrielle

175. *Chimiste.* Pratique de quelques années. Fabrique de savon de la Suisse centrale.

177. *Ingénieur électrique.* Appareillage et installations haute et basse tension ; parlant l'anglais et si possible l'allemand ou l'espagnol pour prospection tous pays étrangers en vue d'y déterminer les possibilités offertes. Importante société de construction d'appareillage électrique en France.

183. *Technicien en chauffage.* Nord-ouest de la Suisse.

187. *Dessinateur mécanicien.* Plans d'atelier. Mécanique de précision. Zurich.

189. *Ingénieur mécanicien.* Bonnes connaissances d'une seconde langue. Age : environ 30 ans. Service de prévention des accidents d'une grande organisation de Suisse allemande.

191. *Technicien.* Vente ; langues allemande, française et anglaise. Suisse orientale.

193. *Jeune technicien en chauffage.* Suisse orientale.

197. *Préparateur et organisateur de travaux d'atelier.* Fabrication moderne en séries d'appareils électriques, spécialement radio ; opérations de façonnage pour la fabrication de prototypes en grandes séries. Bonnes connaissances de la langue française indispensables. Age : 30 à 40 ans. Suisse romande.

199. *Jeune technicien en chauffage.* Langue française. Suisse romande.

201. *Ingénieur en chauffage ou technicien.* Deux ans de pratique ; vente et conseils aux clients. Langues française et anglaise. Suisse orientale.

203. *Technicien mécanicien.* Age : jusqu'à 30 ans. Langues : allemand et français. Fabrique de machines-outils. Suisse centrale.

205. *Ingénieur électrique ou technicien.* Expérience.

Sont pourvus les numéros, 1950 : 67, 127, 145 ; 1949 : 217, 455.

#### Section du bâtiment et du génie civil

420. *Technicien ou conducteur de travaux.* Age : environ 40 ans. Bureau d'architecte. Canton de Berne.

430. *Jeune technicien ou dessinateur.* Plans d'atelier et de détail. Bureau d'architecte. Canton de Berne.

440. *Jeune technicien en génie civil.* Bureau technique. Environs de Zurich.

444. *Architecte ou technicien en génie civil.* Bureau d'architecte. Ville du canton de Berne.

448. *Dessinateur en béton armé.* Bureau d'ingénieur. Nord-ouest de la Suisse.

462. *Technicien ou dessinateur.* Langue italienne. Chef d'une succursale au Tessin.

468. *Technicien capable ou dessinateur.* Bureau et chantier. Bureau d'architecte. Oberland bernois.

470. *Technicien en génie civil ou dessinateur.* Bureau d'ingénieur. Suisse romande.

472. *Ingénieur civil.* Bureau d'ingénieur. Zurich.

476. *Ingénieur civil* avec pratique de plusieurs années sur chantiers ; si possible avec connaissances dans la prévention des accidents. Secrétariat d'une association professionnelle à Zurich.

478. *Jeune technicien en génie civil.* Administration communale. Suisse centrale.

480. *Technicien,* éventuellement dessinateur. Bureau d'architecte. Zurich.

482. *Jeune dessinateur en béton armé.* Bureau d'ing. Zurich.

486. *Dessinateur en béton armé.* Bureau d'ing. Suisse orientale.

490. *Technicien ou dessinateur.* Langue française. Bureau d'architecte. Canton du Valais.

494. *Ingénieur civil, E. P. F. ou E. P. L.* Constructions en acier. Deux ans de pratique. Calculs statiques, constructions acier. Atelier de construction. Ville de Suisse orientale.

498. *Technicien.* Bureau d'architecte. Suisse romande.

502. *Ingénieur civil ou technicien.* Béton armé. Age : environ 30 à 40 ans. Bureau d'ingénieur et entreprise du bâtiment. Tessin.

Sont pourvus les numéros, 1950 : 8, 88, 238, 260, 272, 306, 342, 384, 388, 394 ; 1949 : 662, 762, 1240.

Rédaction : D. BONNARD, ingénieur.