

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 76 (1950)  
**Heft:** 2

**Artikel:** Contribution à l'étude des poutres à moment d'inertie variable  
**Autor:** Gallico, Alessandro  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-57416>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 25.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraisant tous les 15 jours

## ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 20 francs  
Etranger : 25 francs

Pour sociétaires :  
Suisse : 1 an, 17 francs  
Etranger : 22 francs

Pour les abonnements  
s'adresser à la librairie

**F. ROUGE & Cie**  
à Lausanne

Prix du numéro :  
1 fr. 25

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : G. EPITAUX, architecte, à Lausanne ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. — Membres : *Fribourg* : MM. † L. HERTLING, architecte ; P. JOYE, professeur ; *Vaud* : MM. F. CHENAUX, ingénieur ; E. D'OKOLSKI, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte : *Genève* : MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; E. MARTIN, architecte ; E. ODIER, architecte, *Neuchâtel* : MM. J. BÉGUIN, architecte ; G. FURTER, ingénieur ; R. GUYE, ingénieur ; *Valais* : MM. J. DUBUIS, ingénieur ; D. BURGENER, architecte.

Rédaction : D. BONNARD, ingénieur. Case postale Chauderon 475, LAUSANNE

## TARIF DES ANNONCES

Le millimètre  
(larg. 47 mm) 20 cts  
Réclames : 60 cts le mm  
(largeur 95 mm)

Rabais pour annonces  
répétées

## ANNONCES SUISSES S.A.

5, Rue Centrale  
Tél. 2 33 26  
LAUSANNE  
et Succursales



## CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE

A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte : R. NEESER, ingénieur.

**SOMMAIRE :** Communication du Laboratoire de statique des constructions de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne : *Contribution à l'étude des poutres à moment d'inertie variable*, par ALESSANDRO GALLICO, ing. E. P. U. L. — DIVERS : *Association suisse pour l'aménagement des eaux*. — LES CONGRÈS : *Deuxième Congrès de l'Union Internationale des Architectes*. — BIBLIOGRAPHIE. — SERVICE DE PLACEMENT. — INFORMATIONS DIVERSES.

## COMMUNICATION DU

LABORATOIRE DE STATIQUE DES CONSTRUCTIONS DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE L'UNIVERSITÉ DE LAUSANNE

Directeur : M. le professeur F. PANCHAUD

## CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES POUTRES A MOMENT D'INERTIE VARIABLE

par ALESSANDRO GALLICO, ingénieur E. P. U. L.

### Avant-propos

L'ingénieur, qui aborde l'étude d'un ouvrage, apprécie toujours de pouvoir discriminer rapidement les caractéristiques techniques, avantageuses ou non, de telle ou telle disposition envisagée, sans être astreint à se lancer dans de longs calculs pouvant lui faire perdre de vue le but essentiel de son étude. A cet effet, les solutions de problèmes généraux, poussées jusqu'à leurs résultats pratiques, peuvent être d'un grand secours ; elles permettent d'embrasser rapidement les aspects essentiels d'un avant-projet, évitant de s'arrêter à des détails d'importance secondaire. Il devient possible de se livrer à l'étude sommaire de plusieurs solutions, pour embrasser tout le domaine qui intéresse le projet. Il est essentiel, lors de l'établissement d'avant-projets, de ne pas s'orienter vers une seule solution sans en avoir examiné, même sommairement, quelques autres.

L'étude exposée ci-après a été entreprise dans cette intention ; elle a pour objet de mettre en lumière, d'une manière commodément accessible, les effets d'une variation du moment d'inertie sur la répartition des moments fléchissants d'une poutre encastree à ses deux extrémités. Suggérée par un projet de diplôme, au cours duquel le candidat a été conduit à proposer une telle solution, cette étude a été généralisée pour embrasser les différents cas pratiques ; elle a été complétée par des essais sur modèles réduits, effectués au Laboratoire de statique des constructions de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne.

A part les résultats pratiques auxquels elle aboutit, cette étude met en lumière le rôle que peut jouer sur la précision des résultats le choix de l'inconnue hyperstatique d'un système donné. Si, du point de vue théorique, il est parfaitement indifférent de choisir comme hyperstatique l'un ou l'autre des efforts provenant des liaisons surabondantes, du point de vue de la précision on a intérêt à adopter un système statique principal qui s'écarte le moins possible du système total. Les hyperstatiques apparaissent plutôt comme des corrections à apporter aux efforts du système principal ; les erreurs, qui pourraient provenir des approximations inévitables du calcul, restent ainsi une fraction du résultat cherché.

Si nous considérons le cas particulier de la poutre encastrée à ses deux extrémités, il n'est pas recommandable d'adopter comme système statique principal la console encastrée à une seule extrémité : on s'écarte par trop du système donné et la grandeur des efforts dans certaines sections caractéristiques résulterait d'opérations où interviendrait la différence de grands nombres. Pour obtenir la précision voulue, on devrait s'astreindre à prendre un grand nombre de décimales. Il est bien préférable de choisir comme hyperstatiques les efforts au milieu de la travée. L'expérience conduit d'ailleurs aux mêmes conclusions.

Professeur F. PANCHAUD.

### 1. Généralités

Cette étude développe quelques considérations générales relatives à un type d'ouvrage fréquemment utilisé dans le domaine du génie civil : la poutre encastrée à moment d'inertie variable. Un exemple d'ouvrage important de ce genre est traité ensuite : la méthode et les résultats essentiels du calcul théorique ont été contrôlés expérimentalement sur des modèles réduits au Laboratoire de statique des constructions de l'Ecole Polytechnique de Lausanne.

L'origine de cette étude remonte à un projet de pont en béton armé, sur le Rhin, dans le canton des Grisons. Ce pont, destiné à une route de première classe, avec une chaussée de 7,0 m de largeur, franchit le fleuve en une seule portée de 51,0 m, la hauteur de construction aux appuis étant seulement de 3,5 m. Ces données techniques, les conditions géologiques (possibilité de mouvement des appuis, contrainte admissible sur le sol fixée à 2 kg/cm<sup>2</sup>), les exigences de visibilité et d'esthétique ont conduit à prévoir le pont représenté sur la figure 1.

permettant le libre mouvement horizontal d'un appui, élimine totalement non seulement les effets de cette poussée, mais aussi les effets d'autres phénomènes non négligeables avec des appuis fixes, comme les variations de température, le retrait, en un mot tout déplacement relatif horizontal des appuis.

### 2. Le problème général.

#### a) Répartition des efforts intérieurs

De nombreuses études ont déjà traité le problème des poutres à moment d'inertie variable<sup>1</sup>, en mettant en évidence le rôle essentiel de la variation de rigidité des différents éléments de la construction dans la répartition des efforts intérieurs. Dans le problème que nous étudions ici, où les efforts intérieurs se réduisent à des moments fléchissants et des efforts tranchants, on peut caractériser le comportement global de la poutre encastrée par deux seuls facteurs : « le facteur poutre », caractérisé par la valeur du moment  $M_m$  au milieu de la travée et « le facteur console », caractérisé par la valeur du moment  $M_e$  à l'enca斯特rement.

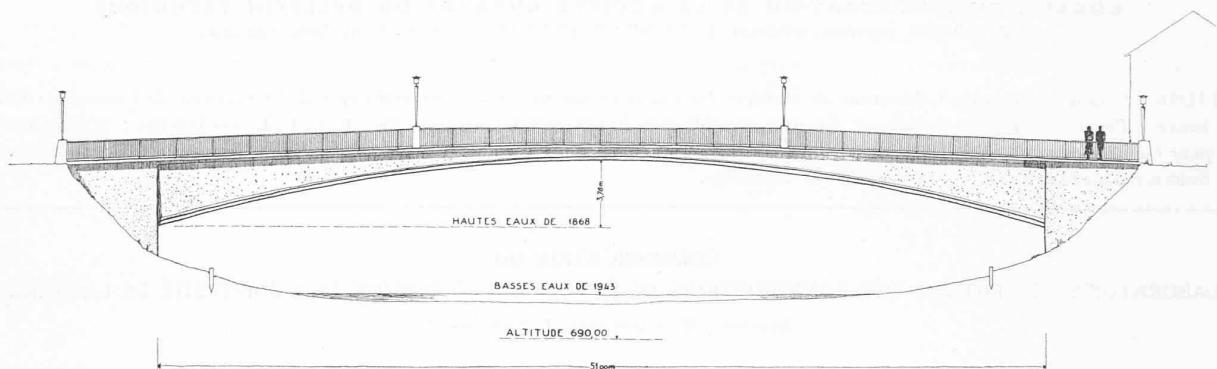


Fig. 1. — Vue du pont.

Il s'agit d'une poutre encastrée à ses extrémités, à moment d'inertie variable, formée par deux dalles (tablier supérieur légèrement bombé dans le sens longitudinal et dalle inférieure de forme parabolique), reliées par quatre parois longitudinales (constituant les âmes du « caisson »). Les encastrements sont réalisés par deux massifs de culée ; un des encastrements est mobile horizontalement, dans le but d'assurer la verticalité des réactions d'appui.

On sait en effet<sup>1</sup> que si, par suite de la variation du moment d'inertie d'une poutre encastrée aux deux extrémités l'axe de la poutre est polygonal ou courbe et que, par surcroît, la fixité des appuis est assurée, la poutre exerce une poussée horizontale appréciable, à la manière d'un arc. Le système statique choisi dans notre cas, représenté dans la figure 2,

En effet, au fur et à mesure que la rigidité des parties médianes diminue en regard de celle des parties voisines de l'enca斯特rement, le facteur poutre s'atténue (plus ou moins vite, selon la loi de variation de l'inertie de la poutre) et le facteur console devient dominant.

Pour nous rendre compte numériquement de ces effets, que l'on pressent intuitivement, nous avons étudié analytiquement le rapport des moments de flexion à l'encastration  $M_e$  et au milieu de la portée  $M_m$  dans deux genres de poutres encastrées, d'épaisseur constante et hauteur variable, soumises à une charge uniformément répartie.

Dans la figure 3, nous avons représenté les différentes formes, paraboliques et hyperboliques, des poutres encastrées : pour fixer les idées, nous avons choisi le rapport des hauteurs  $h_e/h_m = 5$ , correspondant au rapport des moments d'inertie  $I_e/I_m = 125$ .

Le rapport des moments fléchissants à l'encastration et au milieu est donné par la formule :

$$\left| \frac{M_e}{M_m} \right| = \frac{\int_0^l \frac{M_o x dx}{I_x}}{\frac{pl^2}{8} \int_0^l \frac{x dx}{I_x} - \int_0^l \frac{M_o x dx}{I_x}}$$

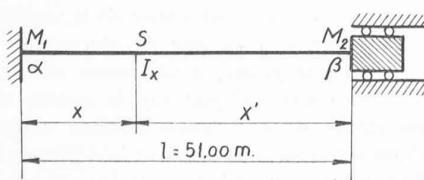
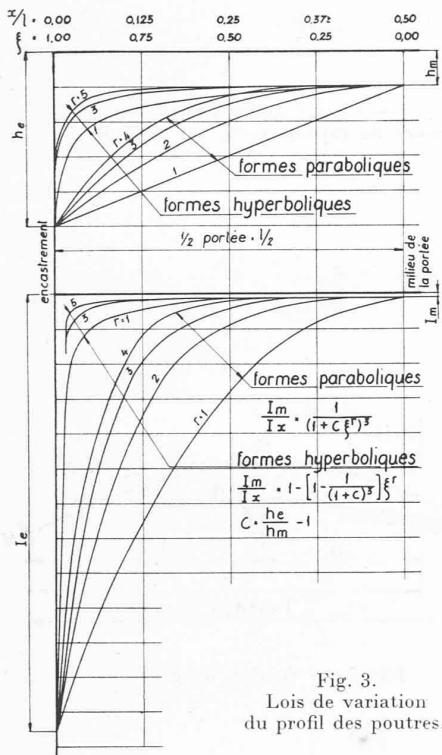


Fig. 2. — Schéma du système statique.

<sup>1</sup> Dr ing. MARCEL ROBERT : *Etude expérimentale et théorique de la répartition des tensions dans les poutres encastrées* (Laboratoire de photoélasticité de l'E. P. F. Z.).

1 STRASSNER : *Neuere Methode zur Statik der Rahmentragwerke* (Berlin 1925). — M. RITTER : *Ueber die Berechnung elastisch eingespannter und kontinuierlicher Balken* (Zürich 1909). — DESCANS : *Le calcul des poutres à moment d'inertie variable* (Bruxelles 1942)... etc.



déduite des conditions de déformation :

$$\alpha_{tot.} = \beta_{tot.} = 0.$$

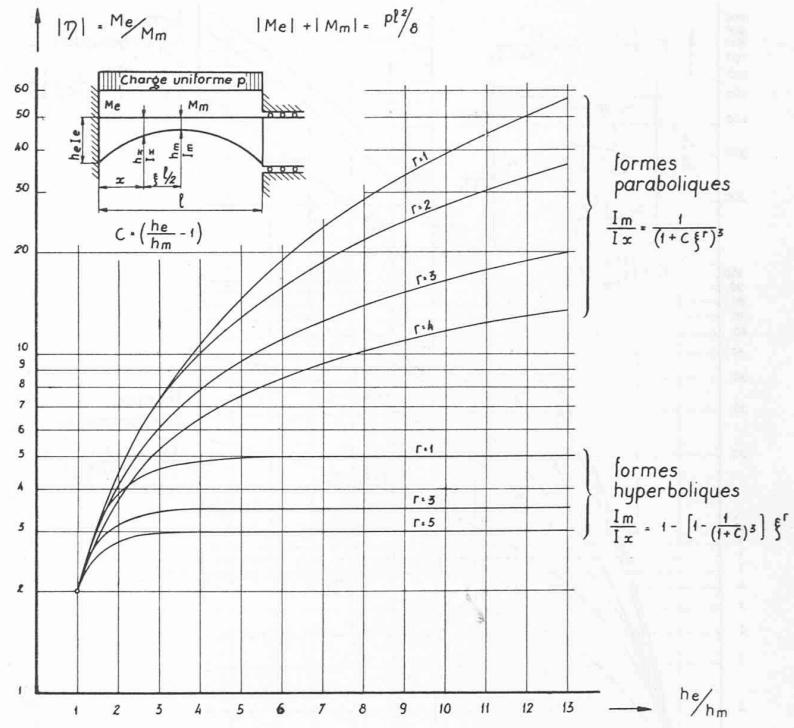
Le graphique de la figure 4 montre comment varie, en fonction du rapport  $h_e/h_m$  et pour les différentes lois de variation de hauteur, le rapport  $\eta = M_e/M_m$  (valeurs absolues). Ce rapport, égal à 2 dans la poutre de hauteur constante, peut atteindre des valeurs très élevées dans une poutre de hauteur variable.

Pour une valeur  $h_e/h_m$  fixée, on voit l'influence des différentes formes des profils sur le rapport  $\eta$ : cette influence est beaucoup plus grande pour les formes paraboliques que pour les formes hyperboliques, qui se rapprochent des poutres de hauteur constante renforcées localement par des goussets.

Le graphique de la figure 4 peut être également utilisé si c'est le rapport  $I_e/I_m$  que l'on connaît; il suffit de considérer un rapport des hauteurs fictif, égal à  $\sqrt{I_e/I_m}$ . C'est pour cela que nous avons poussé le calcul jusqu'à  $h_e/h_m = 12$ , correspondant à un rapport des moments d'inertie dépassant 1500 : de telles valeurs peuvent être atteintes, en pratique, par la variation simultanée de la hauteur et de la largeur du profil de la poutre.

#### b) Déformations

On a souvent intérêt, en pratique, à diminuer les hauteurs de construction vers le milieu des portées : les considérations précédentes nous poussent dans cette voie (une section plus faible absorbe d'autant moins d'effort). Pourtant il ne faut pas oublier que la déformation d'un tel système peut devenir gênante. Pour nous rendre compte du rôle de la variation de rigidité sur la déformation, nous avons cherché, pour les poutres étudiées précédemment (mêmes conditions de formes, de charges et de liaisons) la flèche  $f_m$  au milieu de la portée. Dans le graphique de la figure 5, nous avons représenté en fonction du rapport  $h_e/h_m$  les valeurs spécifiques  $F$  des flèches  $f_m$  des poutres à moment d'inertie variable, rapportées à la



flèche  $f_0$  de la poutre à moment d'inertie  $I_e$  constant.

On se rend compte dans quelle mesure, pour chaque forme,  $f_m$  croît, lorsque le moment d'inertie de la poutre décroît de l'enca斯特rement vers le milieu. Il apparaît donc que, pour une poutre à moment d'inertie fortement variable, le problème de la déformation doit être examiné d'une façon précise.

Nous avons borné notre étude au cas de la charge uniformément répartie, qui est très souvent déterminant.

#### 3. Application à une poutre de 51,0 m de portée

La grande poutre encastrée (à encaissement mobile), qui constitue le schéma statique du pont étudié, possède les moments d'inertie suivants :

pour $x/l =$	0	$1/8$	$3/8$	$4/8$
$I \text{ dm}^4 =$	89 800	28 640	1790	750

Il est intéressant de remarquer le rapport  $I_e/I_m = 89 800/750 = 119$ , correspondant au rapport fictif des hauteurs  $h_e/h_m = 4,9$ . En dessinant la courbe des moments d'inertie, on s'aperçoit que la poutre est de « forme parabolique », de degré  $r$  un peu plus petit que 2. Le graphique 4 donne dans ces conditions :  $M_e/M_m \approx 13$ , en valeur absolue, soit :

$$M_e \cong pl^{2/8.7} \quad |M_m| \cong pl^{2/114}.$$

Dans le calcul détaillé (voir ci-après), nous avons obtenu, au moyen des surfaces des lignes d'influence des moments  $M_e$  et  $M_m$ , représentées plus loin, la valeur  $M_e/M_m = 13,5$ .

D'autre part, en ce qui concerne la flèche, le graphique 5 donne :  $F = f_m f_0 \cong 8$ .

Avec :  $p =$  surcharge totale = 5 t/m.c. de pont

$E =$  module d'élasticité du béton = 250 000 kg/cm<sup>2</sup>  
on obtient :

$$f_m \cong 8 \cdot \frac{pl^4}{384 E I_e} = 3,4 \text{ cm}$$

valeur admise par les normes.

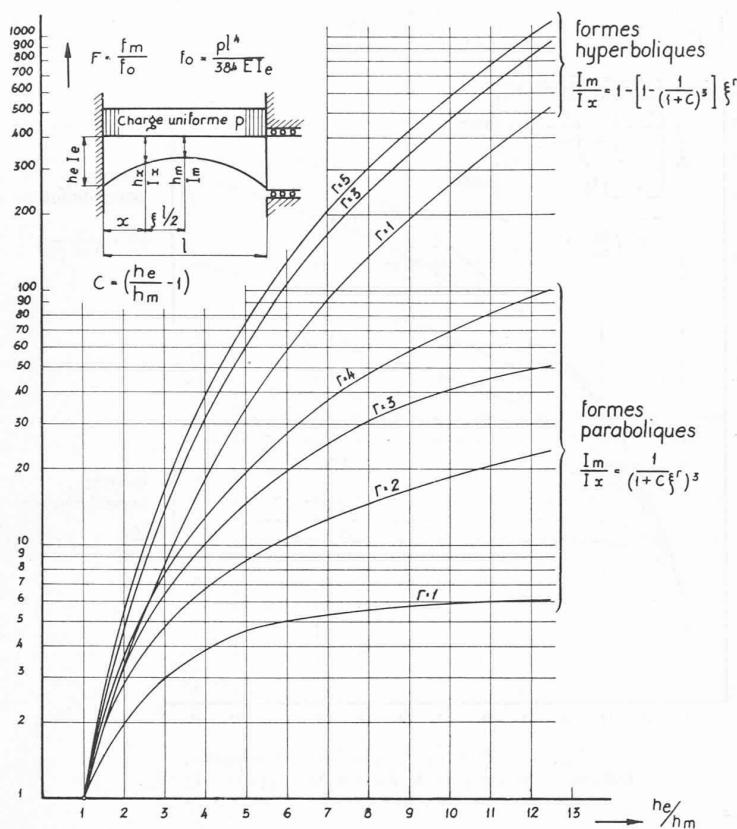


Fig. 5. — Charge uniformément répartie.  
Influence du rapport  $h_e/h_m$  sur la flèche  $f_m$ .

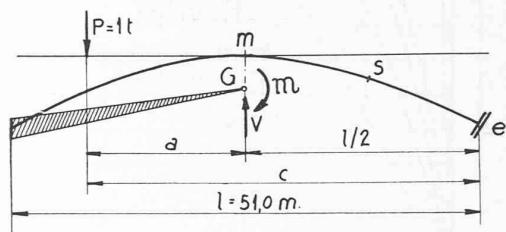


Fig. 6. — Schéma du calcul.

Le calcul détaillé des efforts et des déformations du pont se fait au moyen des lignes d'influence. Le problème est hyperstatique d'ordre 2. Nous avons choisi initialement comme système principal isostatique la poutre en porte-à-faux de 51,0 m de longueur.

Les deux efforts hyperstatiques sont le moment  $M$  et la réaction verticale  $V$  de la liaison coupée, appliqués au centre d'élasticité  $G$  de la poutre. Une fois calculées, pour différents éléments, les masses adjointes  $\Delta m = \frac{\Delta s}{EI}$ , nous avons cherché graphiquement (par la méthode indiquée par W. Ritter pour le calcul des arcs élastiques) les lignes d'influence de ces deux efforts  $M$  et  $V$ . Ces lignes d'influence sont données par deux polygones funiculaires : le premier, qui donne  $M$ , relatif aux masses adjointes appliquées verticalement aux centres de gravité des différents éléments ; le second, qui donne  $V$ , relatif aux moments statiques des masses adjointes par rapport à la verticale passant par  $G$ .

On en déduit les lignes d'influence du moment fléchissant en toute section de la poutre : en particulier (voir figure 6) :

$$\text{section médiane : } M_m = M - 1^t \cdot a$$

$$\text{section d'encastrement : } M_e = M + V \cdot \frac{l}{2} - 1^t \cdot c$$

La ligne d'influence de l'effort tranchant en toute section se déduit de  $V$ , qui est directement la ligne d'influence de l'effort tranchant à l'encastrement.

#### 4. Etude expérimentale

##### a) Buts de cette étude

L'étude expérimentale avait pour but essentiel de contrôler la méthode et les résultats du calcul théorique. D'autre part, il était important de voir dans quelle mesure était justifiée l'hypothèse faite à la base du calcul, que la portée est égale

à la distance de 51,0 m entre les insertions de la poutre dans les massifs de culée : en effet on peut soupçonner une continuité plus ou moins grande de la poutre dans les culées, jusqu'aux fondations, où seulement, en définitive, l'équilibre général est rétabli.

Pour élucider ces points, nous avons étudié expérimentalement deux modèles : le premier (modèle I) est conçu dans l'hypothèse du calcul que la portée est égale à 51,0 m ; le second (modèle II) reproduit avec ses liaisons d'appui (encastrement fixe et mobile) l'ensemble de l'ouvrage jusqu'aux fondations.

Pour construire le modèle de la superstructure du pont (dont les dimensions varient dans le sens longitudinal et transversal), nous avons cherché les différentes hauteurs d'un profil rectangulaire, d'épaisseur constante, réalisant dans les différentes sections le même moment d'inertie que dans les sections correspondantes de l'ouvrage réel ; ces dimensions, réduites à l'échelle, sont les dimensions du modèle. Cette manière de faire est admissible toutes les fois que l'on recherche des efforts intérieurs ; dans une recherche de contraintes, le problème expérimental ne pourrait pas être étudié si simplement.

Les modèles sont faits en cibanite (sorte de résine synthétique comprimée, livrée en plaques d'épaisseur suffisamment régulière), matériau opaque, très homogène, de module d'élasticité égal à 42 000 kg/cm<sup>2</sup> environ.

Echelle de réduction : 1/100

Portée : ouvrage 51,0 m

modèle 51,0 cm.

La demi-portée est divisée en six éléments de 4,25 m de longueur, repérés par l'abscisse  $x$  depuis l'encastrement.

$$I_x = \text{moment d'inertie en dm}^4 \text{ (ouvrage)} = b h_x^3 / 4$$

Pour  $b = 4$  dm (ouvrage) soit 4 mm (modèle), on a :

$$h_x = 1,44 \sqrt[3]{I_x} \text{ en dm (ouvrage) ou en mm (modèle).}$$

Abscisse $x$	0	2,125	6,375	10,625	14,875	19,125	23,375	25,500
$I_x \text{ dm}^4$	89 800	62 700	28 640	11 370	4 260	1 790	835	750
$h_x \text{ dm}$	64,5	57,2	44,1	32,4	23,4	17,5	13,6	13,4

Dans le modèle II, les dimensions des culées sont : épaisseur 4 mm, hauteur 121 mm.

La méthode d'investigation choisie pour déterminer expérimentalement les lignes d'influence des efforts en quelques sections, connue sous le nom de méthode de Beggs, est basée sur le principe de réciprocité de Maxwell : en imposant un déplacement, linéaire ou angulaire, en une section du système, on obtient la ligne d'influence de l'effort (force ou moment) dans cette même section, en mesurant la déformation de tous les points du système. Pour appliquer ce principe, nous avons entre autres utilisé l'appareil de Beggs représenté dans la figure 7, qui réalise très exactement les déplacements relatifs nécessaires.

#### b) Modèle I

Les figures 8 et 9 montrent respectivement le schéma du modèle et le modèle lui-même, avec les appareils de mesure, les dispositifs de montage et la réalisation des liaisons.

Les grandeurs que nous mesurons dans cet essai sont les lignes d'influence du moment  $M_e$  et de la réaction verticale  $V$  de l'encastrement de gauche, auquel on peut imposer des déplacements angulaires et linéaires bien définis, tandis que l'encastrement de droite est maintenu absolument fixe.

La figure 10 montre la comparaison entre les valeurs mesu-

rées et les valeurs calculées suivant la méthode indiquée au paragraphe 3 : pour les valeurs relativement plus élevées, les écarts sont de l'ordre de 7 %. Ils sont dus probablement d'une part à l'imprécision du calcul graphique, d'autre part à de petites imperfections dans l'exécution du modèle et aux erreurs inévitables de l'expérience. Cependant les différences entre les surfaces totales des lignes d'influence, qui comptent pour le calcul des efforts maximums, sont faibles et pratiquement tolérables.

Les deux efforts hyperstatiques étant connus, théoriquement le problème est complètement déterminé et l'on peut calculer en particulier le moment au milieu de la travée :

$$M_m = M_e + V \cdot l/2 - t \cdot a$$

En fait, la précision du moment en travée, déterminé de cette manière, est peu satisfaisante : en calculant d'après les mesures (les ordonnées de  $V$  étant compensées) la ligne d'influence du moment  $M_m$ , on trouve des valeurs très différentes de celles obtenues par le calcul. Par exemple, pour la position 6 (abscisse  $x = 23,375$ ), on a :

d'après le calcul :  $M_m = +1,66 \text{ mt/t}$

d'après les mesures :  $M_m = -12,50 + 0,61 \cdot 25,50 - 2,125 = +0,98 \text{ mt/t}$

écart plus grand que 40 %.

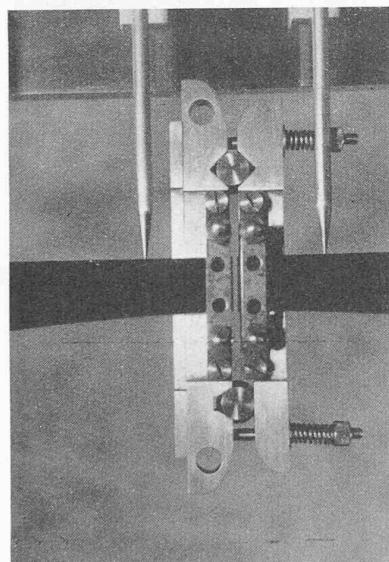


Fig. 7.  
Appareil de Beggs  
modifié.

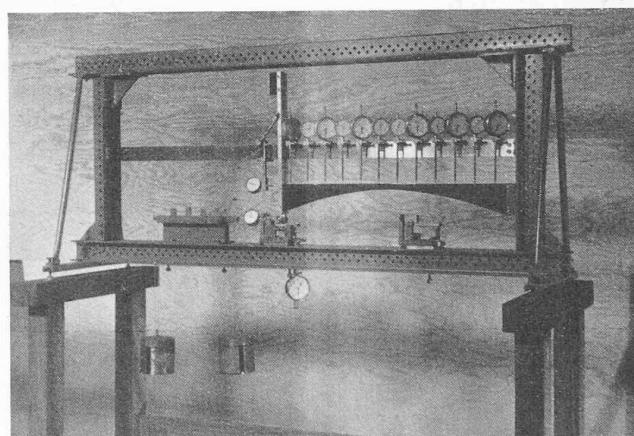


Fig. 9. — Modèle I. Vue d'ensemble.

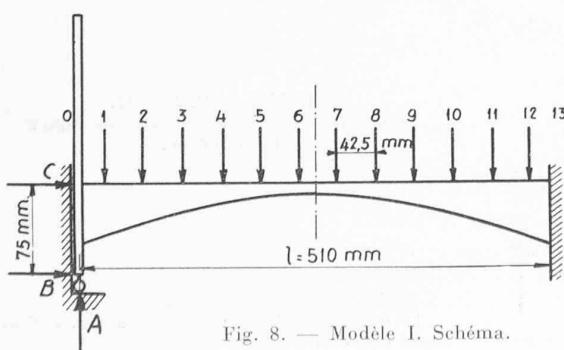


Fig. 8. — Modèle I. Schéma.

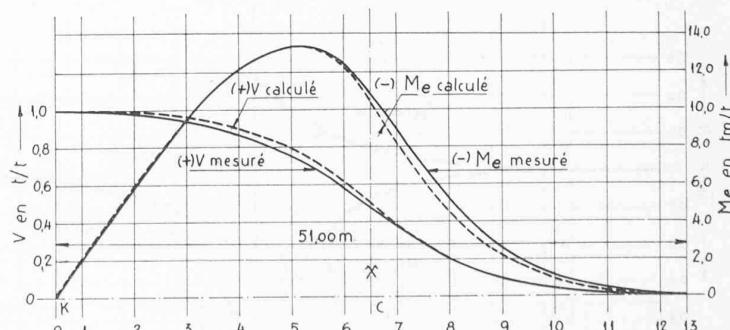


Fig. 10. — Modèle I. Lignes d'influence des efforts à l'encastrement.

Cette divergence provient du choix maladroit du système statique principal. En effet, en choisissant la poutre encastrée d'un seul côté comme système principal, nous avons coupé la liaison essentielle réalisée par le deuxième encastrement. La déformée ainsi obtenue est très différente de celle du système total, contrairement au principe général, suivant lequel il y a intérêt à ce que le système statique principal s'écarte le moins possible du système réel. Il en résulte que les efforts dans la section médiane, donnés par la différence de grands nombres, sont peu précis. Dans notre problème, ce sont justement ces efforts qu'il est indiqué de considérer comme hyperstatiques<sup>1</sup>.

Le modèle II nous a permis de mesurer aussi ces efforts.

### c) Modèle II

Voir les figures 11 et 12.

Les graphiques des figures 13 et 14 permettent de comparer les valeurs mesurées et calculées des lignes des moments et des efforts tranchants à l'enca斯特rement et au milieu de la portée.

Les résultats des mesures et du calcul sont concordants.

En partant des résultats compensés des mesures effectuées pour la section médiane, on peut déduire les ordonnées de la ligne d'influence du moment d'enca斯特rement, par :

$$M'_e = M_m + T_m \cdot l/2 - t \cdot c$$

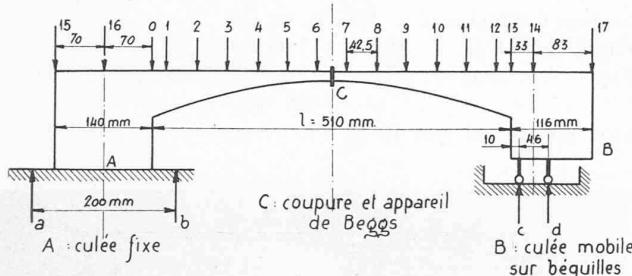


Fig. 11. — Modèle II. Schéma.

Les écarts entre les différentes valeurs du moment d'enca斯特rement  $M_e$  sont petits : il se confirme donc que, si nous choisissons comme hyperstatiques les efforts de la section médiane, le problème est résolu avec plus de précision. Dans des constructions de ce genre, le moment fléchissant  $M_m$  au milieu de la portée joue un rôle de terme correctif des efforts dans d'autres sections : ce fait traduit bien le comportement physique de l'ouvrage, qui se rapproche de la poutre encastrée à une articulation.

Nous constatons d'autre part que les culées sont suffisamment rigides, par rapport à la poutre, pour que nous puissions les admettre absolument indéformables. La poutre encastrée peut donc être calculée avec une portée de 51,0 m.

### 5. Conclusions

a) La répartition des moments fléchissants dans une poutre encastrée dépend dans une large mesure de la variation du

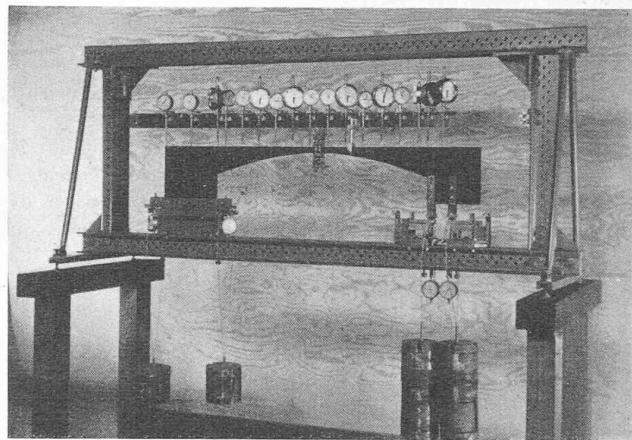


Fig. 12. — Modèle II. Vue d'ensemble.

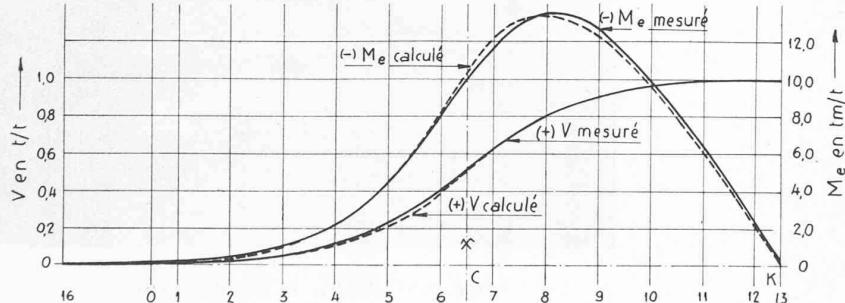


Fig. 13. — Modèle II.  
Ligne d'influence des efforts à  
l'enca斯特rement.

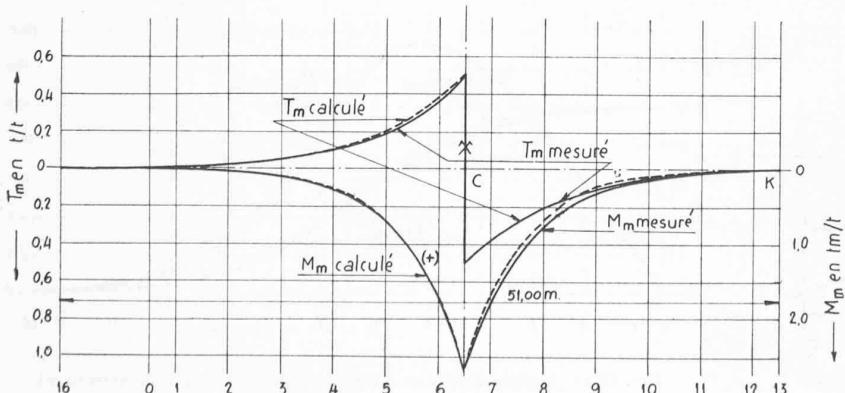


Fig. 14. — Modèle II.  
Lignes d'influence des efforts au milieu  
de la portée.

<sup>1</sup> TIMOSCHENKO-YOUNG : *Theory of structures* (New-York 1945).

Position	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$M_m$	+ 0,03	+ 0,07	+ 0,13	+ 0,31	+ 0,73	+ 1,76	+ 1,76	+ 0,73	+ 0,31	+ 0,43	+ 0,07	+ 0,03
$T_m \cdot l/2$	- 0,38	- 0,64	- 1,14	- 2,55	- 5,10	- 9,56	- 9,56	- 5,40	- 2,55	- 1,14	- 0,64	- 0,38
$- I^t \cdot c$	-	-	-	-	-	-	-	- 23,38	- 19,13	- 14,88	- 10,63	- 6,38
$M'_e$	- 0,35	- 0,57	- 1,01	- 2,24	- 4,37	- 7,80	- 12,06	- 13,30	- 12,02	- 9,36	- 5,67	- 1,72
$M_e$ (calcul)	- 0,40	- 0,30	- 0,90	- 2,15	- 4,45	- 8,05	- 12,10	- 13,35	- 12,35	- 9,60	- 6,10	- 2,45
$M_e$ (mesure directe)	- 0,25	- 0,45	- 1,00	- 2,10	- 4,35	- 7,90	- 11,65	- 13,45	- 12,60	- 9,85	- 6,40	- 2,30

moment d'inertie, et principalement du rapport  $h_e/h_m$  des hauteurs à l'encastrement et au milieu de la portée (voir fig. 15).

b) Si la variation de hauteur est concentrée vers les appuis (formes hyperboliques), l'influence du rapport  $h_e/h_m$  ne se fait plus pratiquement sentir au-delà de la valeur  $h_e/h_m = 3$  à 4.

c) Dans les formes paraboliques, où la variation de hauteur intéresse toute la travée, pour des rapports  $h_e/h_m$  croissants,  $M_m$  devient très petit et  $M_e$  croît de  $pl^2/12$  au maximum  $pl^2/8$  : l'effet console est dominant. On peut alors réaliser un ouvrage de faible hauteur dans la région du milieu de la travée, à condition toutefois que la déformation de l'ouvrage soit admissible.

d) La méthode de calcul de la poutre élastique est suffisamment précise, si l'on choisit les efforts hyperstatiques de façon que le comportement du système statique principal diffère le moins possible du comportement du système total.

e) Dans le cas particulier du pont étudié, les essais sur modèles permettent d'affirmer que les massifs de culée, avec un moment d'inertie environ sept fois plus grand que celui

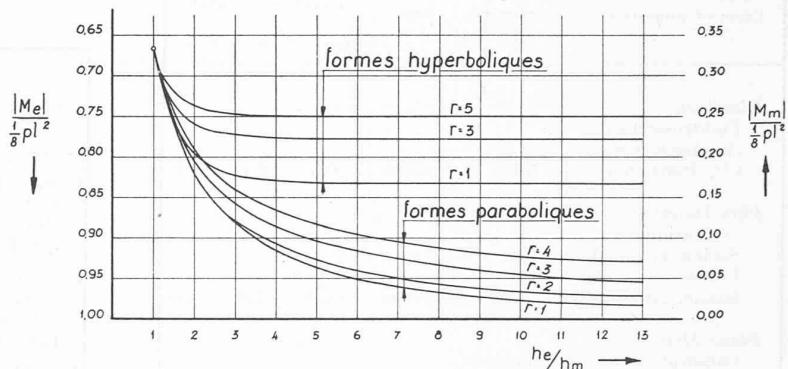


Fig. 15. — Charge uniformément répartie. Moments fléchissants à l'encastrement  $M_e$  et au milieu de la portée  $M_m$ , rapportés au moment fléchissant maximum de la poutre à deux appuis simples.

de la section extrême de la superstructure et une longueur double de la hauteur  $h_e$  d'encastrement, sont suffisamment rigides pour réaliser des encastrements parfaits.

## DIVERS

### Association suisse pour l'aménagement des Eaux

Extrait du rapport annuel de l'Association sur l'exercice 1948 présenté à l'assemblée générale du 25 octobre 1949<sup>1</sup>

#### I. — Etat général de l'économie hydroélectrique

Les débits du Rhin à Rheinfelden durant l'hiver 1948/1949, comparés à ceux des hivers 1908/1909, 1920/1921, 1947/1948 et à la moyenne générale des années 1901 à 1948, ont été les suivants :

#### Débit mensuel moyen du Rhin à Rheinfelden, en m<sup>3</sup>/s

	1908/09 *	1920/21 *	1947/48	1948/49	1901-1948
Octobre . . .	693	802	397	622	884
Novembre . . .	438	433	702	512	808
Décembre . . .	428	374	742	413	732
Janvier . . .	453	434	1286	441	735
Février . . .	357	416	1228	418	693
Mars . . .	425	332	757	534	795
Débit moyen durant l'hiver	468	466	849	491	776

\* Rhin, près de Bâle.

<sup>1</sup> Des circonstances indépendantes de notre volonté ont retardé la publication de cet extrait qui paraît régulièrement chaque année dans nos colonnes durant le troisième trimestre. (Réd.)

#### Débit journalier minimum du Rhin à Rheinfelden, en m<sup>3</sup>/s

	1908/09 *	1920/21 *	1947/48	1948/49	1901-1948
Octobre . . .	450	528	348	495	348
Novembre . . .	353	342	340	452	335
Décembre . . .	364	316	560	369	310
Janvier . . .	310	349	1017	360	317
Février . . .	280	330	767	390	286
Mars . . .	261	306	680	413	267

\* Rhin, près de Bâle.

Le 29 septembre 1948, les bassins d'accumulation étaient presque entièrement remplis et avaient une capacité de 1115 millions de kWh (leur capacité maximum étant de 1146 millions de kWh). Dès la mi-septembre, les débits des cours d'eau diminuèrent continuellement jusque vers le milieu de janvier 1949, puis se maintinrent à peu près à la même valeur jusqu'à fin mars 1949, grâce à l'influence exercée par les bassins d'accumulation. Le 30 mars 1949, la réserve de ces bassins avait atteint son minimum. Une comparaison des débits mensuels moyens de l'hiver 1948/1949 avec ceux des hivers 1908/1909 et 1920/1921 montre que, malgré une sécheresse exceptionnelle, les débits de l'hiver 1948/1949 furent supérieurs à ceux des deux hivers extrêmement secs mentionnés, surtout en février et en mars.

Les faibles débits constatés dès le milieu de septembre 1948 exigèrent une utilisation accrue des réserves des bassins d'accumulation, de sorte que le chauffage des locaux et