

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 76 (1950)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Contribution à l'étude des barrages-voûtes: effet de l'élasticité des appuis  
**Autor:** Stucky, A. / Panchaud, F. / Schnitzler, E.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-57431>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

**ABONNEMENTS :**Suisse : 1 an, 20 francs  
Etranger : 25 francsPour sociétaires :  
Suisse : 1 an, 17 francs  
Etranger : 22 francsPour les abonnements  
s'adresser à la librairie  
**F. ROUGE & Cie**  
à LausannePrix du numéro :  
1 fr. 25**Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.****COMITÉ DE PATRONAGE.** — Président: R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président: G. EPITAUX, architecte, à Lausanne ; secrétaire: J. CALAME, ingénieur, à Genève. — Membres: Fribourg: MM. P. JOYE, professeur; E. LATELTIN, architecte — Vaud: MM. F. CHENAUX, ingénieur; E. D'OKOLSKI, architecte; A. PARIS, ingénieur; CH. THÉVENAZ, architecte: Genève: MM. L. ARCHINARD, ingénieur; CL. GROSGURIN, architecte; E. MARTIN, architecte; V. ROCHAT, ingénieur. — Neuchâtel: MM. J. BÉGUIN, architecte; G. FURTER, ingénieur; R. GUYE, ingénieur; Valais: MM. J. DUBUIS, ingénieur; D. BURGENER, architecte.

Rédaction: D. BONNARD, ingénieur. Case postale Chauderon 475, LAUSANNE

**TARIF DES ANNONCES**Le millimètre  
(larg. 47 mm) 20 ctsRéclames: 60 cts le mm  
(largeur 95 mm)Rabais pour annonces  
répétées**ANNONCES SUISSES S.A.**5, Rue Centrale  
Tél. 2 33 26  
LAUSANNE  
et Succursales**CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE**

A. STUCKY, ingénieur, président; M. BRIDEL, G. EPITAUX, architecte; R. NEESER, ingénieur.

**SOMMAIRE:** Contribution à l'étude des barrages-voûtes (suite), par A. STUCKY, professeur à l'Ecole Polytechnique de Lausanne, F. PANCHAUD, professeur, et E. SCHNITZLER, chargé de cours. — Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de Lausanne: Rapport du Comité sur l'exercice 1949. — BIBLIOGRAPHIE. — AVIS A NOS LECTEURS. — SERVICE DE PLACEMENT. — NOUVEAUTÉS, INFORMATIONS DIVERSES: La télécommande à fréquence audible système Landis & Gyr (suite et fin).

## CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES BARRAGES-VOÛTES

### Effet de l'élasticité des appuis

par A. STUCKY, professeur à l'Ecole polytechnique de Lausanne,  
F. PANCHAUD, professeur, et E. SCHNITZLER, chargé de cours

(Suite).<sup>1</sup>

#### 2. Effet d'une variation uniforme de température

Les raisonnements précédents sont applicables sans autre, moyennant deux remarques :

a) La composante, suivant la corde de l'arc, de la translation subie par chacune des naissances sous l'effet de la déformation homothétique de la ligne moyenne de l'« arc-élément de tube » a pour valeur :

$$\Delta x_{ot} = r \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot \sin \alpha = R_t \cdot \frac{\lambda \sin \alpha}{E_b}, \text{ où } R_t = \beta \cdot \Delta t \cdot E_b \cdot e.$$

b) La fondation rocheuse supposée libre ne subit aucun déplacement initial, les réactions de l'« arc-élément de tube » étant nulles :

$$\delta x_{ot} = 0.$$

En introduisant ces valeurs de  $\Delta x_{ot}$  et  $\delta x_{ot}$  dans l'équation de déformation :

$$\Delta x_{ot} + \Delta x_t = \delta x_{ot} + \delta x_t,$$

puis en tirant la valeur de  $\Delta X_t$  de cette dernière, il vient, tous calculs faits :

$$\begin{aligned} \Delta X_t = R_t \cdot & \frac{-\lambda \sin \alpha}{A_1 \cdot \lambda + A_3 \cdot \lambda^3 - \eta_s \cdot B_2 \cdot \lambda^3 +} \\ & + \frac{1}{n} \cdot [k_n \cdot \cos^2 \alpha + k_t \cdot \sin^2 \alpha + \eta_s \cdot \lambda \cdot k_m \cdot \sin \alpha] \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Voir les numéros du Bulletin technique du 8 avril 1950, page 81, et du 6 mai 1950, page 109.

que l'on peut écrire :

$$\Delta X_t = K_t \cdot R_t.$$

On remarque que les deux coefficients hyperstatiques  $K$  et  $K_t$  ne sont plus égaux entre eux comme dans le cas des appuis rocheux indéformables. D'ailleurs  $K_t$  peut s'exprimer sous une forme simple en fonction de  $K$ :

$$K_t = \frac{\lambda \sin \alpha}{\lambda \sin \alpha + \frac{k_n}{n} \cos \alpha} \cdot K = \frac{1}{1 + \frac{k_n}{\lambda n} \cot \alpha} \cdot K,$$

ou encore :

$$K_t = L \cdot K \quad \text{avec} \quad L = \frac{1}{1 + \frac{k_n}{\lambda n} \cot \alpha}.$$

Le facteur  $L$  est égal à 1 dans les trois cas limites suivants :

$n = \infty$ , arc sur appuis indéformables,  $K_t = K \neq 0$  ;  
 $\lambda = \infty$ , arc infiniment mince isostatique,  $K_t = K = 0$  ;  
 $2\alpha = 180^\circ$ , arc en forme de plein-cintre,  $K_t = K \neq 0$ .

Dans tous les autres cas,  $L < 1$  et  $K_t < K$ ;  $K_t$  est d'autant plus inférieur à  $K$  que les valeurs de  $n$ ,  $\lambda$  et  $2\alpha$  sont plus petites, c'est-à-dire que les appuis rocheux sont plus élastiques et l'arc plus rigide.



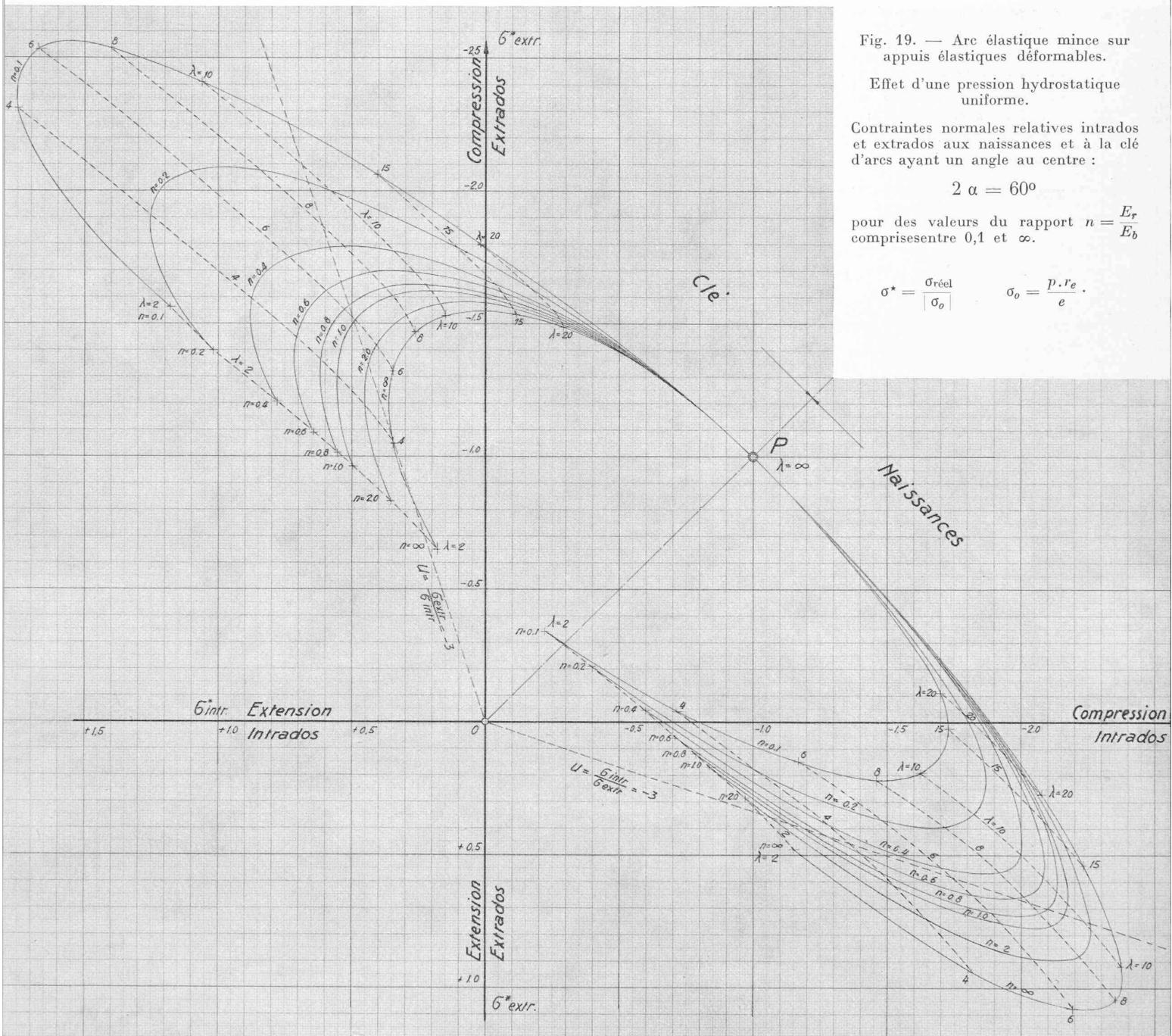


Fig. 19. — Arc élastique mince sur appuis élastiques déformables.

Effet d'une pression hydrostatique uniforme.

Contraintes normales relatives intrados et extrados aux naissances et à la clé d'arcs ayant un angle au centre :

$$2\alpha = 60^\circ$$

pour des valeurs du rapport  $n = \frac{E_r}{E_b}$  comprises entre 0,1 et  $\infty$ .

$$\sigma^* = \frac{\sigma_{\text{réel}}}{\sigma_0} \quad \sigma_o = \frac{p \cdot r_e}{e}.$$

En posant :

$$L_{\tau o} = \frac{1}{1 + \frac{k_\mu}{12 \alpha n}} \quad \text{et} \quad L_{\tau 1} = \frac{1}{6n} \left[ k_m + \left( \frac{1}{\alpha} - \cot \alpha \right) k_\mu \right],$$

il vient :

$$K_\tau = -L_t \cdot K_t, \quad \text{avec} \quad L_t = L_{\tau o} \cdot L_{\tau 1},$$

ou encore :

$$K_\tau = -L_{\tau o} \cdot L_{\tau 1} \cdot L \cdot K, \quad \text{puisque} \quad K_t = L \cdot K.$$

Cette dernière forme montre que le coefficient  $K_\tau$  s'annule pour  $n = \infty$  (car  $L_{\tau 1} = 0$ ) et pour  $\lambda = \infty$  (car  $K = 0$ ).

#### CONTRAINTE MAXIMUM DANS L'ARC ÉLASTIQUE MINCE SUR APPUIS ÉLASTIQUES DÉFORMABLES (VALEURS RELATIVES)

Le calcul des contraintes s'effectue comme pour l'arc élastique mince sur appuis indéformables, les nouvelles formules constituant une généralisation des premières.

##### 1. Cas de la pression hydrostatique uniforme

Dans une section quelconque  $\theta$  de l'arc, les contraintes normales totales sur les parements ont pour valeur :

$$\sigma_e^i = \sigma_o + K \sigma_o (\cos \theta \mp 6 \eta_{s\theta} \lambda)$$

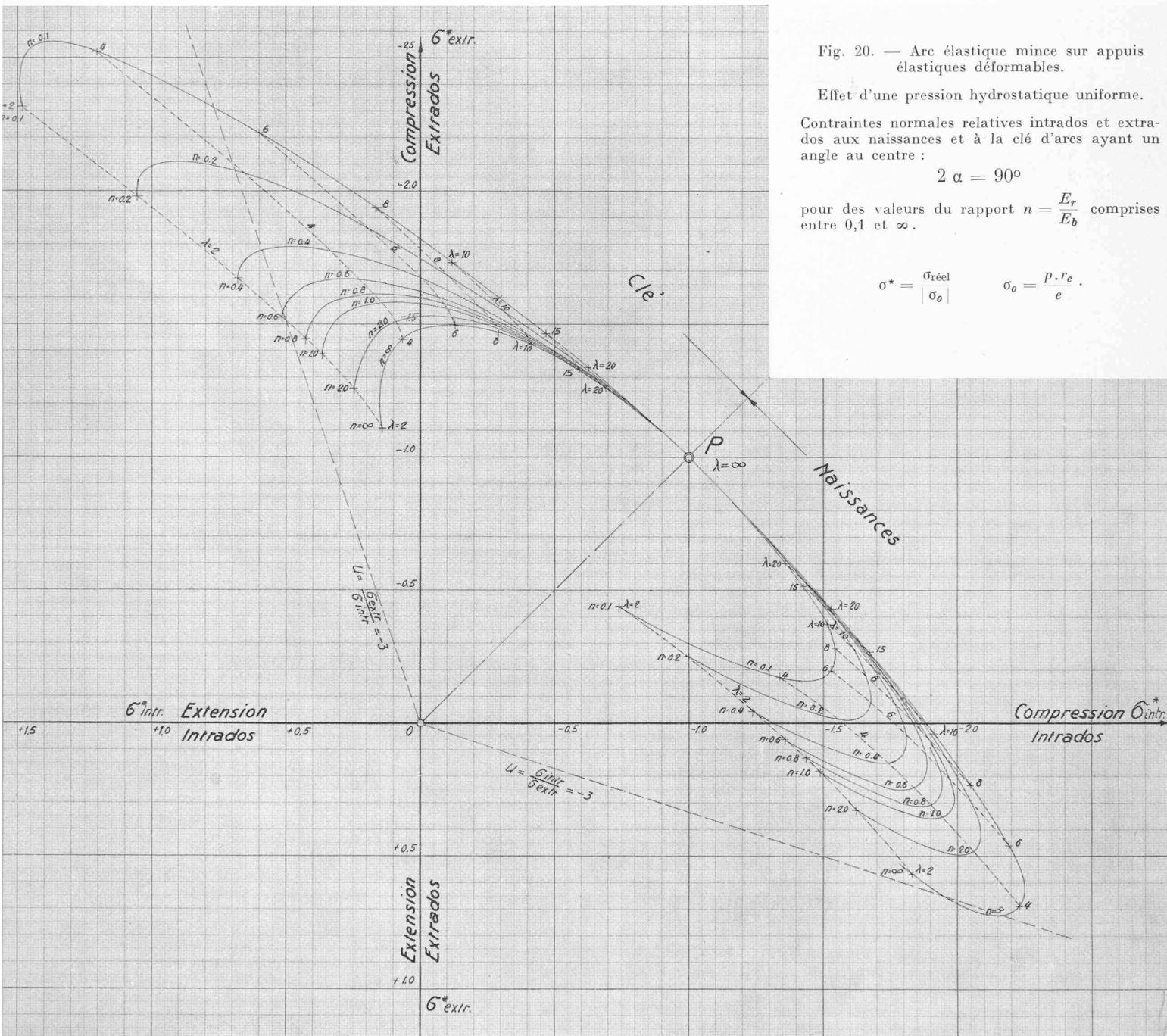


Fig. 20. — Arc élastique mince sur appuis élastiques déformables.

Effet d'une pression hydrostatique uniforme.

Contraintes normales relatives intrados et extrados aux naissances et à la clé d'arcs ayant un angle au centre :

$$2\alpha = 90^\circ$$

pour des valeurs du rapport  $n = \frac{E_r}{E_b}$  comprises entre 0,1 et  $\infty$ .

$$\sigma^* = \frac{\sigma_{\text{réel}}}{|\sigma_0|} \quad \sigma_0 = \frac{p \cdot r_e}{e} .$$

$K$  est le coefficient hyperstatique généralisé pour un rapport des modules d'élasticité  $n = \frac{E_r}{E_b}$  quelconque, et  $\eta_{s\theta}$  la valeur relative du bras de levier de l'hyperstatique  $\Delta X = KR$  par rapport au centre de gravité de la section considérée :

$$\eta_{s\theta} = \eta_s - (\cos \theta - \cos \alpha).$$

En rapportant les contraintes réelles à la valeur absolue de la compression uniforme  $|\sigma_0| = -\sigma_0$  de l' $\langle$ arc-élément de tube $\rangle$ , on obtient les contraintes normales relatives :

$$\sigma^*_e = -1 - K (\cos \theta \mp 6 \eta_{s\theta} \lambda). \quad 1$$

<sup>1</sup> On ne confondra pas ces contraintes  $\sigma^*$ , se rapportant ici à l'arc sur appuis élastiques déformables ( $n$  quelconque), avec les contraintes  $\sigma^*$  définies précédemment pour l'arc sur appuis indéformables ( $n = \infty$ ).

L'élimination de  $\lambda$  entre les deux équations correspondant au double signe de cette dernière formule conduit à une courbe algébrique de degré supérieur et non plus à une ellipse, comme dans le cas où le rocher est supposé indéformable.

Les figures 19, 20 et 21 donnent la représentation graphique des contraintes relatives aux naissances et à la clé d'arcs ayant un angle au centre  $2\alpha$  de  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $120^\circ$  pour des valeurs du rapport

$$n = \frac{E_r}{E_b} \quad \text{de } 2 - 1 - 0,8 - \dots - 0,2 - 0,1.$$

Les courbes tracées montrent qu'en général, si les sections de naissance sont moins sollicitées, en particulier à la tra-

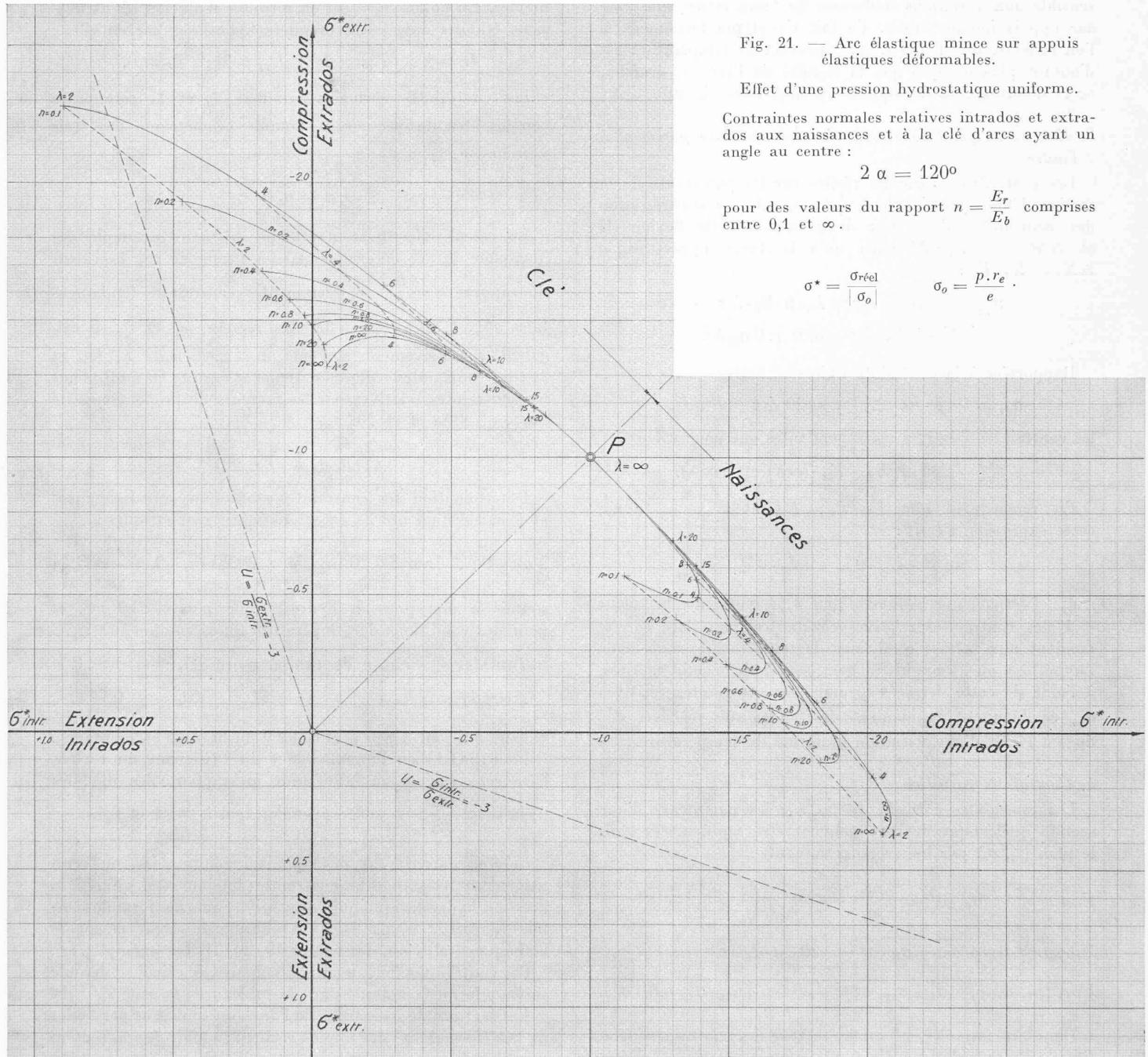


Fig. 21. — Arc élastique mince sur appuis élastiques déformables.

Effet d'une pression hydrostatique uniforme.

Contraintes normales relatives intrados et extrados aux naissances et à la clé d'arcs ayant un angle au centre :

$$2\alpha = 120^\circ$$

pour des valeurs du rapport  $n = \frac{E_r}{E_b}$  comprises entre 0,1 et  $\infty$ .

$$\sigma^* = \frac{\sigma_{\text{réel}}}{|\sigma_0|} \quad \sigma_0 = \frac{p \cdot r_e}{e} .$$

tion, lorsqu'on tient compte de l'élasticité des appuis rocheux, les sections de clé, par contre, le sont davantage et surtout à l'intrados où les contraintes de traction s'accentuent.

## 2. Effet d'une variation uniforme de température

Les contraintes normales réelles sur les parements de la section définie par l'angle  $\theta$  s'écrivent :

$$\sigma_{te}^i = K_t \cdot \beta \cdot E_b \cdot \Delta t \cdot (\cos \theta \mp 6 \eta_{s\theta} \lambda)$$

$$\text{où } K_t = \frac{1}{1 + \frac{k_n}{\lambda n} \cot \alpha} \cdot K = L \cdot K.$$

Rapportées à la contrainte uniforme fictive

$$\sigma_{ot} = -\beta \cdot E_b \cdot \Delta t \cong -20 \Delta t \quad (T/m^2),$$

les contraintes relatives correspondantes ont pour valeur

$$\sigma_{te}^{*i} = -L \cdot K \cdot (\cos \theta \mp 6 \eta_{s\theta} \lambda) = L \cdot (\sigma_{ot}^i + 1).$$

Dans une section d'un arc donné, les contraintes relatives dues à l'effet d'une variation uniforme de température sont égales au produit du coefficient  $L$  par les contraintes relatives correspondantes dues à l'effet d'une pression hydrostatique uniforme augmentées de l'unité.

Par conséquent, les contraintes dues à l'effet d'une variation uniforme de température se déduisent immédiatement de celles dues à l'effet de l'eau.

Dans la formule précédente, le coefficient  $L$  est en général inférieur à 1 (sauf aux cas limites  $n = \infty$ ,  $\lambda = \infty$ ,  $2\alpha = 180^\circ$ ). L'arc sur appuis élastiques déformables est donc moins

sensible aux variations uniformes de température que l'arc sur appuis indéformables. Ce fait s'explique facilement si l'on constate que l'effet d'une variation de température est d'autant plus marqué que la rigidité de l'arc est grande ; or la déformabilité des appuis diminue cette rigidité.

### 3. Etat de température variant linéairement d'un parement à l'autre

Les contraintes normales réelles sur les parements de la section définie par l'angle  $\theta$  s'obtiennent par superposition des contraintes dues aux deux moments de flexion  $M$  et  $\Delta M_\tau = -L_\tau \cdot M$  ainsi qu'à la force hyperstatique  $\Delta X_\tau = K_\tau \cdot R_\tau$  :

$$\sigma_{\tau e}^i = \pm \beta \cdot E_b \cdot \Delta \tau \mp L_\tau \cdot \beta \cdot E_b \cdot \Delta \tau + K_\tau \cdot \beta \cdot E_b \cdot \Delta \tau \cdot (\cos \theta \mp 6 \eta_{s\theta} \lambda).$$

Rapportées à la contrainte uniforme fictive

$$\sigma_{o\tau} = + \beta \cdot E_b \cdot \Delta \tau \cong + 20 \Delta \tau \quad (T/m^2),$$

les contraintes relatives correspondantes ont pour valeur :

$$\sigma_{\tau e}^{*i} = \pm 1 \mp L_\tau + K_\tau \cdot (\cos \theta \mp 6 \eta_{s\theta} \lambda).$$

En remarquant que  $1 - L_\tau = L_{\tau o}$  et  $K_\tau = -L_t \cdot K_t$ , cette expression s'écrit :

$$\sigma_{\tau e}^{*i} = L_{\tau o} \cdot \sigma_{\tau o e}^{*i} + L_t \cdot \sigma_{t e}^{*i}.$$

$\sigma_{\tau o e}^{*i}$  (désigné précédemment par  $\sigma_{\tau e}^{*i}$ ) représente la valeur  $\pm 1$  des contraintes relatives constantes dans l'arc correspondant aux mêmes conditions de température, mais dans l'hypothèse où les appuis rocheux sont indéformables. Ainsi, à l'aide de cette dernière formule, les contraintes relatives  $\sigma_{\tau e}^{*i}$  se déduisent rapidement des contraintes relatives  $\sigma_{\tau e}^{*i}$  dues à l'effet d'une variation uniforme de température.

### 4. Contraintes cumulées

Les contraintes normales réelles sur les parements d'une section quelconque de l'arc peuvent être représentées dans le plan ( $\sigma_i, \sigma_e$ ) par les vecteurs suivants :

$$Eau : \vec{\sigma} = |\sigma_o| \cdot \vec{\sigma}^* = \left| \frac{pr_e}{e} \right| \cdot \vec{\sigma}^* = \left| p \left( \lambda + \frac{1}{2} \right) \right| \cdot \vec{\sigma}^*$$

$$Var. unif. temp. : \vec{\sigma}_t = \sigma_{o\tau} \cdot \vec{\sigma}_t^* = -20 \Delta \tau \cdot L \cdot (\vec{\sigma}^* + \vec{u})$$

$$Var. lin. temp. : \vec{\sigma}_\tau = \sigma_{o\tau} \cdot \vec{\sigma}_\tau^* = +20 \Delta \tau \cdot (L_{\tau o} \cdot \vec{\sigma}_{\tau o}^* + L_t \cdot \vec{\sigma}_t^*).$$

Dans ces formules,  $\vec{\sigma}^*$  est le vecteur des contraintes relatives provoquées dans l'arc sur appuis élastiques déformables par la pression hydrostatique uniforme, et que l'on peut qualifier de *contraintes fondamentales* ;  $\vec{u}$  représente le vecteur de composantes  $(+1, +1)$  et  $\vec{\sigma}_{\tau o}^*$  le vecteur de composantes  $(+1, -1)$ . Les coefficients  $L, L_{\tau o}, L_t$ , tous trois positifs, sont définis comme suit :

$$L = \frac{1}{1 + \frac{k_n}{\lambda n} \cot g \alpha}; \quad L_t = L_{\tau o} \cdot L_{\tau 1}$$

$$L_{\tau o} = \frac{1}{1 + \frac{k_\mu}{12 \alpha \lambda n}}; \quad L_{\tau 1} = \frac{1}{6n} \left[ \frac{k_m}{\lambda} + \left( \frac{1}{\alpha} - \cot g \alpha \right) k_\mu \right].$$

Ces formules constituent une généralisation de celles obtenues dans le cas où les appuis sont supposés indéfor-

mables. En posant  $n = \infty$ , on retrouve d'ailleurs les expressions établies dans cette première hypothèse, car en effet :

$$L = 1; \quad L_{\tau o} = 1; \quad L_{\tau 1} = 0; \quad L_t = 0.$$

Les contraintes normales cumulées  $\Sigma_i$  et  $\Sigma_e$  seront les composantes du vecteur  $\vec{\Sigma}$ , somme géométrique des trois vecteurs  $\vec{\sigma}, \vec{\sigma}_t$  et  $\vec{\sigma}_\tau$  :

$$\vec{\Sigma} = \vec{\sigma} + \vec{\sigma}_t + \vec{\sigma}_\tau.$$

Le calcul effectif se développe de manière simple dès que, pour un arc déterminé par sa forme et par la valeur du rapport  $n = \frac{E_r}{E_b}$ , le vecteur des contraintes fondamentales  $\vec{\sigma}^*$  est connu : en effet, les vecteurs  $\vec{\sigma}_t^*$  et  $\vec{\sigma}_\tau^*$  se calculent successivement à l'aide des coefficients  $L, L_{\tau o}$  et  $L_t$  ; les contraintes réelles s'obtiennent ensuite en multipliant les contraintes relatives par les facteurs de proportionnalité  $|\sigma_o|, -20\Delta t$  et  $+20\Delta t$ .

### Application (fig. 22)

Détermination des contraintes maximums aux naissances et à la clé d'un arc de caractéristiques géométriques :

$$2\alpha = 94^\circ, \quad r = 90,20 \text{ m}, \quad e = 26,20 \text{ m}, \quad \lambda = \frac{r}{e} = 3,44$$

soumis à une pression hydrostatique  $p = -82 T/m^2$ , et pour des conditions de température fixées comme suit :

Intrados : chute de température  $\Delta t_i = -1,8^\circ \text{C}$

Extrados : » » »  $\Delta t_e = -0,6^\circ \text{C}$

valeurs qui sont à peu près celles d'un barrage en montagne.

Pour mettre en lumière l'effet du tassement du rocher, l'arc sera calculé en admettant un rapport des modules d'élasticité  $\frac{E_r}{E_b} = n$  successivement égal à  $\infty, 1$  et  $0,4$ .

Comme dans le cas des appuis indéformables, on commence par déterminer les contraintes fondamentales dues à la pression hydrostatique uniforme, soit à l'aide des formules établies (page 152), soit à l'aide de tableaux de valeurs ou encore d'abaques (tels ceux des figures 19, 20, 21, par exemple).

Ces contraintes fondamentales connues, le calcul se déroule suivant le mode indiqué dans le tableau de la page 155.

Les sections de naissances de l'arc sont soulagées par l'effet de la déformabilité des appuis rocheux, tandis que la section de clé est plus dangereusement sollicitée : la compression croît à l'extrados et la traction croît également à l'intrados.

Lorsque le rapport  $n$  diminue, la ligne des pressions correspondant à l'effet de l'eau seule est déportée à l'amont, presque parallèlement à elle-même. La force hyperstatique  $\Delta X$  diminue, mais relativement peu ; par contre, le centre élastique du système arc-fondation se rapproche de la corde de l'arc de manière sensible. Dans le cas particulier, c'est de ce dernier facteur que découle essentiellement la modification de l'état de contraintes dans les sections de naissances et de clé, car il provoque en effet une variation appréciable des moments de flexion dans ces sections ; l'effort normal, au contraire, qui dépend de l'hyperstatique  $\Delta X$ , ne varie que très peu.

Les contraintes dues à l'effet de la température diminuent lorsque le rapport  $n$  décroît, comme on pouvait d'ailleurs le prévoir.

Fig. 22. — Contraintes maximums aux naissances et à la clé d'un arc élastique mince sur appuis élastiques déformables soumis à une pression hydrostatique uniforme et dont la différence de température (par rapport à la température moyenne) varie linéairement de l'intrados à l'extrados.

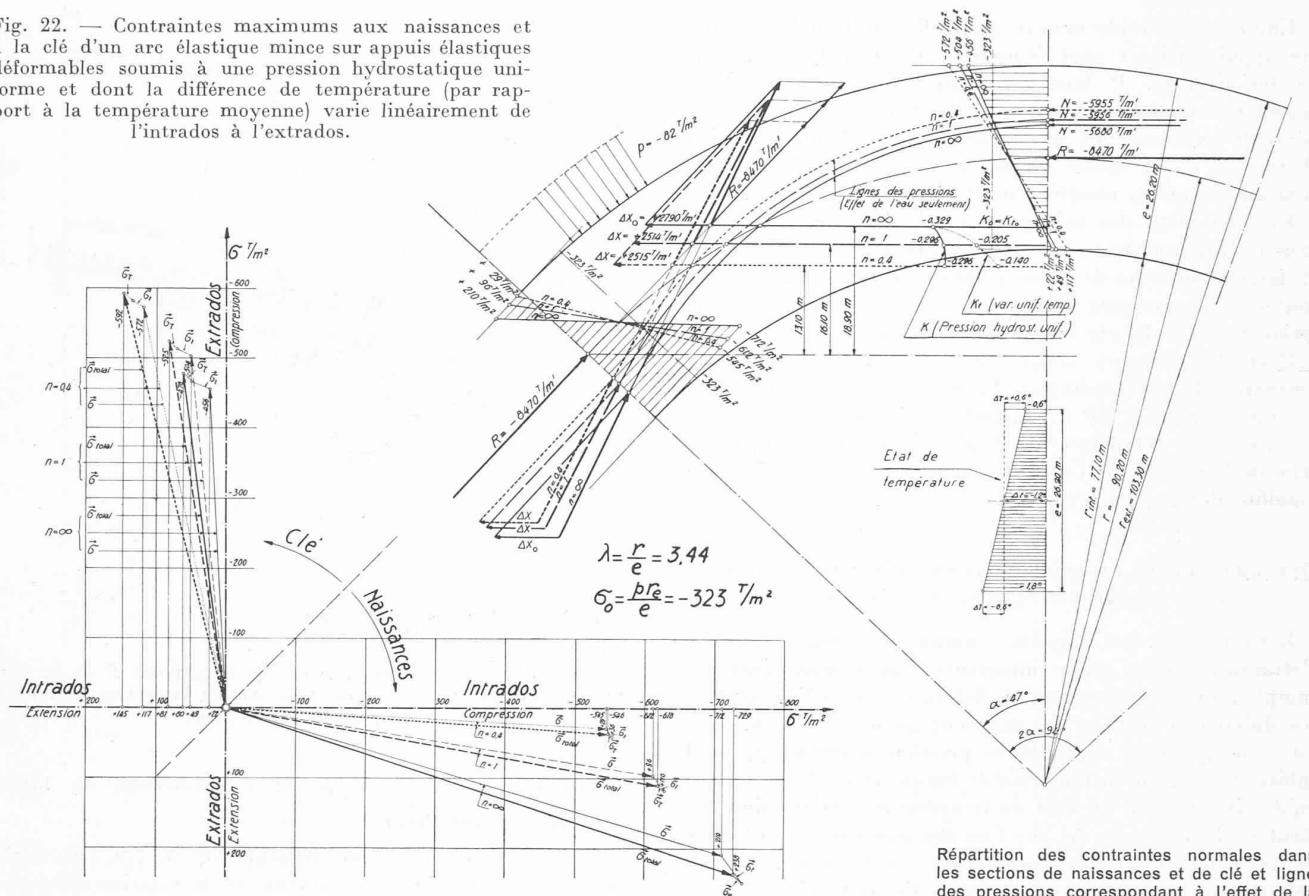


Diagramme vectoriel des contraintes normales cumulées

Répartition des contraintes normales dans les sections de naissances et de clé et ligne des pressions correspondant à l'effet de la poussée de l'eau seulement.

	Nature de la sollicitation		n = ∞				n = 1				n = 0,4			
			Naissances		Clé		Naissances		Clé		Naissances		Clé	
	Intr.	Extr.	Intr.	Extr.	Intr.	Extr.	Intr.	Extr.	Intr.	Extr.	Intr.	Extr.	Intr.	Extr.
Contraintes relatives	Eau	Contr. fondam. σ*	-2,204	+0,650	+0,068	-1,442	-1,895	+0,297	+0,152	-1,560	-1,687	+0,090	+0,362	-1,771
	Variation uniforme température	$L = \frac{1}{1 + \frac{k_n}{\lambda n} \cotg \alpha}$	-1,204	+1,650	+1,068	-0,412	-0,895	+1,297	+1,152	-0,560	-0,687	+1,090	+1,362	-0,771
		$\sigma_t^* = L(\sigma^* + 1)$	-1,204	+1,650	+1,068	-0,412	-0,621	+0,899	+0,800	-0,388	-0,325	+0,515	+0,645	-0,364
	Variation linéaire température	$L_{\tau o} = \frac{1}{1 + \frac{k_\mu}{12 \alpha \lambda n}}$												
		$L_{\tau 1} = \frac{1}{6n} \left[ \frac{k_m}{\lambda} + \left( \frac{1}{\alpha} - \cotg \alpha \right) k_\mu \right]$			0				0,276			0,690		
		$L_t = L_{\tau o} \cdot L_{\tau 1}$			0				0,239			0,500		
Contraintes réelles	Eau	Facteurs de proportionnalité (T/m <sup>2</sup> )	+1	-1	+1	-1	+0,867	-0,867	+0,867	-0,867	+0,724	-0,724	+0,724	-0,724
	Var. unif. tp.	$ \sigma_o  = + 323$	-712	+210	+22	-456	-612	+96	+49	-504	-545	+29	+117	-572
	Var. lin. tp.	$-20 \Delta t = + 24$	-28,9	+39,6	+25,6	-9,9	-14,9	+21,6	+19,2	-9,3	-7,8	+12,4	+15,5	-8,7
		$+20 \Delta \tau = + 12$	+12,0	-12,0	+12,0	-12,0	+8,6	-7,8	+12,7	-11,5	+6,7	-5,6	+12,6	-10,9
Contraintes cumulées			-729	+238	+60	-478	-618	+110	+81	-525	-546	+36	+145	-592

Enfin, cet exemple montre que l'effet de la déformabilité des appuis rocheux peut l'emporter sur celui des variations de température. Il faut cependant remarquer que l'arc considéré étant relativement épais, les fluctuations de la température extérieure ne provoquent qu'une faible variation thermique de la masse du béton et, par conséquent, les contraintes qui en résultent sont elles-mêmes réduites.

En effet, pour des barrages épais (comme celui de notre exemple), les nombreuses expériences faites montrent que les variations annuelles de la température moyenne du béton ne sont que de quelques degrés, bien que les variations de la température ambiante soient de  $\pm 16$  à  $20^\circ\text{C}$ .

Pour des barrages minces, au contraire, les variations moyennes de la température du mur peuvent atteindre des valeurs de  $\pm 12$  à  $15^\circ\text{C}$ . et, par conséquent, l'effet de ces variations de température est plus important comparé à celui de la poussée de l'eau, et également à celui de la déformabilité des appuis rocheux<sup>1</sup>.

#### DÉFORMATION DE LA FIBRE MOYENNE D'UN ARC ÉLASTIQUE MINCE SUR APPUIS ÉLASTIQUES DÉFORMABLES

Lorsque l'arc est considéré comme un *élément de tube*, c'est-à-dire comme partie intégrante d'un anneau circulaire complet, sa fibre moyenne se déforme *homothétiquement* et ses différentes sections ne subissent aucune rotation. Cela est vrai que l'arc supporte la pression uniforme  $p$ , qu'il subisse une variation uniforme de température  $\Delta t$  ou encore qu'il soit soumis à un état de température variant linéairement de la valeur  $-\Delta\tau$  sur l'un des parements à la valeur  $+\Delta\tau$  sur l'autre; dans ce dernier cas toutefois, la fibre moyenne ne se déforme pas (homothétie particulière).

Cette déformation homothétique est entièrement caractérisée par la variation du rayon moyen de l'arc :

$$\text{Eau : } \Delta r = r \cdot \frac{\sigma_o}{E_b} = r \cdot \frac{p_{re}}{E_{be}} = \frac{R\lambda}{E_b}$$

$$\text{Var. unif. temp. : } \Delta r_t = r \cdot \beta \cdot \Delta t$$

$$\text{Var. lin. temp. : } \Delta r_\tau = 0.$$

*L'encastrement rigide ou élastique* de l'arc dans les parois rocheuses se superpose à l'effet des charges (pression de l'eau ou température) et des réactions de l'*'arc-élément de tube'*; cet encastrement modifie la forme d'arc de cercle de la fibre moyenne et lui imprime en outre une translation parallèle à l'axe de symétrie de l'arc: la modification de forme dépend des efforts hyperstatiques et la translation du mouvement des appuis parallèlement au dit axe. Dans les trois cas de charge envisagés, les efforts hyperstatiques peuvent se réduire à une force parallèle à la corde de l'arc et à un moment de flexion appliqués aux naissances de l'arc; ces efforts seront dorénavant désignés par  $\Delta X$  et  $\Delta M$ , quel que soit le mode de charge.

Les déplacements  $\Delta x$  et  $\Delta y$  d'un point quelconque  $P$  de la fibre moyenne, défini par l'angle  $\theta$ , ainsi que la rotation  $\Delta\omega$  de la section normale à l'arc passant par ce point, résultent en définitive de trois opérations successives: deux déformations de la fibre moyenne et une translation générale de celle-ci, parallèle à l'axe de symétrie  $Oy$  de l'arc (fig. 23).

Calculons ces divers éléments pour le *demi-arc gauche*:

<sup>1</sup> L'état thermique d'une masse de béton sous l'effet d'une variation de la température ambiante a été étudié dans l'article : A. Strucky : *Le barrage de la Dixence* (« Bulletin technique de la Suisse romande » des 16.II, 2.III et 13.IV 1946).

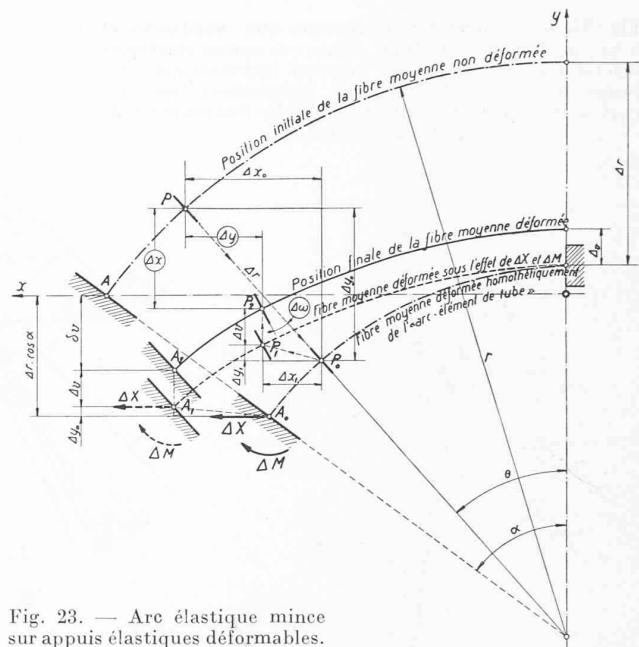


Fig. 23. — Arc élastique mince sur appuis élastiques déformables.

Schéma des déplacements  $\Delta x$  et  $\Delta y$  d'un point  $P$  de la fibre moyenne de l'arc et de la rotation  $\Delta\omega$  de la section normale à l'arc passant par ce point.

a) *Déformation homothétique de l'*'arc-élément de tube'*.* (*Déplacement  $\overrightarrow{PP_o}$* )

La variation  $\Delta r$  (respectivement  $\Delta r_t$  ou  $\Delta r_\tau$ ) du rayon moyen provoque les déplacements et la rotation suivants :

$$\Delta x_0 = \Delta r \cdot \sin \theta$$

$$\Delta y_0 = \Delta r \cdot \cos \theta$$

$$\Delta\omega_0 = 0.$$

b) *Déformation due aux efforts hyperstatiques.* (*Déplacement  $\overrightarrow{P_oP_1}$* )

L'arc est supposé encastré à la clé et sollicité par la force  $\Delta X$  (parallèle à la corde) et le moment  $\Delta M$ , à la naissance gauche libre. Le calcul des déplacements et de la rotation en un point quelconque de la fibre moyenne, sans difficulté, s'effectue suivant les théories classiques de la résistance des matériaux (théorème de Castigliano, par exemple), et conduit aux résultats suivants :

$$\Delta x_1 = \frac{1}{E_b} \left( a_{11} \Delta X + a_{13} \frac{\Delta M}{e} \right)$$

$$\Delta y_1 = \frac{1}{E_b} \left( a_{21} \Delta X + a_{23} \frac{\Delta M}{e} \right)$$

$$\Delta\omega_1 = \frac{1}{E_b} \left( a_{31} \frac{\Delta X}{e} + a_{33} \frac{\Delta M}{e^2} \right).$$

La forme explicite des coefficients sans dimension  $a_{11}$ ,  $a_{13}$ , ...  $a_{33}$ , qui dépendent du rapport  $\lambda = \frac{r}{e}$  ainsi que des angles  $2\alpha$  et  $\theta$ , sera donnée plus loin.

c) *Translation générale parallèle à l'axe de symétrie de l'arc.* (*Déplacement  $\overrightarrow{P_1P_2}$* )

Soit  $\Delta v$  la valeur inconnue de cette translation,  $\delta v$  celle de la composante du déplacement réel des appuis dans la direction  $Oy$  (composante qui n'a d'ailleurs pas encore été détermi-

minée jusqu'ici parce que sans influence sur le comportement statique de l'arc), et  $\Delta y_\alpha$  la composante suivant  $Oy$  du déplacement de la naissance gauche libre du demi-arc encastré à la clé, sous l'effet des efforts  $\Delta X$  et  $\Delta M$ .

La figure 23 montre que, tenant compte des signes, le déplacement  $\delta v$  des appuis s'exprime par la formule :

$$\begin{aligned}\delta v &= \Delta r \cdot \cos \alpha + \Delta y_\alpha + \Delta v, \text{ d'où} \\ \Delta v &= \delta v - \Delta r \cdot \cos \alpha - \Delta y_\alpha.\end{aligned}$$

$\Delta r \cdot \cos \alpha$  est connu, il faut déterminer les valeurs de  $\Delta v$  et  $\Delta y_\alpha$ :

Le déplacement  $\delta v$  des appuis se calcule par la méthode de F. Vogt : si  $\delta z$  et  $\delta u$  sont les composantes normale et tangentielle du déplacement de la fondation sous l'effet des efforts résultants  $N$ ,  $T$  et  $M$  qui la sollicitent (voir pages 110 et 111), on peut écrire :

$$\begin{aligned}\delta v &= + \delta z \cdot \sin \alpha - \delta u \cdot \cos \alpha = \\ &= \frac{1}{E_r} \left[ k_n \cdot N \cdot \sin \alpha - \left( k_t \cdot T - k_m \cdot \frac{M}{e} \right) \cdot \cos \alpha \right].\end{aligned}$$

$N_o$ ,  $T_o$ ,  $M_o$  désignant les réactions aux naissances de l'« arc-élément de tube » sans spécification du mode de charge, les efforts résultants sur la fondation s'expriment par les formules :

$$\begin{aligned}N &= N_o + \Delta X \cos \alpha \\ T &= T_o + \Delta X \sin \alpha \\ M &= M_o + \Delta M.\end{aligned}$$

En remplaçant  $N$ ,  $T$  et  $M$  par ces valeurs dans l'expression de  $\delta v$  et en remarquant que  $T_o = 0$  pour les trois cas de charge envisagés, on trouve :

$$\begin{aligned}\delta v &= \frac{1}{E_r} \left[ N_o \cdot k_n \cdot \sin \alpha + \Delta X \cdot (k_n - k_t) \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \right. \\ &\quad \left. + \frac{M_o + \Delta M}{e} \cdot k_n \cdot \cos \alpha \right].\end{aligned}$$

La composante  $\Delta y_\alpha$  se calcule en posant  $\theta = \alpha$  dans l'expression de  $\Delta y_1$ .

#### Récapitulation. Déplacements cumulés.

$$\begin{aligned}\Delta x &= \Delta x_o + \Delta x_1 = \Delta r \cdot \sin \theta + \frac{1}{E_b} \left( a_{11} \Delta X + a_{13} \frac{\Delta M}{e} \right) \\ \Delta y &= \Delta y_o + \Delta y_1 + \Delta v = \Delta r \cdot \cos \theta + \frac{1}{E_b} \left( a_{21} \Delta X + a_{23} \frac{\Delta M}{e} \right) + \Delta v \\ \Delta w &= \Delta w_o + \Delta w_1 = \frac{1}{E_b} \left( a_{31} \frac{\Delta X}{e} + a_{33} \frac{\Delta M}{e^2} \right)\end{aligned}$$

avec :  $\Delta v = \delta v - \Delta r \cdot \cos \alpha - \Delta y_\alpha$ .

Les différents coefficients et les termes non explicités de ces expressions ont les valeurs ci-après, qui peuvent être groupées en deux catégories, suivant qu'ils dépendent ou non du mode de charge :

#### a) Coefficients indépendants du mode de charge :

$$\begin{aligned}a_{11} &= \lambda \cdot (2 \theta - \sin \theta \cos \theta) + \lambda^3 \cdot 6 [\theta - \sin \theta \cos \theta - 2 \cos \alpha (\sin \theta - \theta \cos \theta)] \\ a_{13} &= \lambda^2 \cdot 12 (\sin \theta - \theta \cos \theta) \\ a_{21} &= \lambda \cdot \sin^2 \theta + \lambda^3 \cdot 6 [\sin^2 \theta + 2 \cos \alpha (1 - \cos \theta - \theta \sin \theta)] \\ a_{23} &= \lambda^2 \cdot 12 (\theta \sin \theta + \cos \theta - 1) \\ a_{31} &= \lambda^2 \cdot 12 (\sin \theta - \theta \cos \alpha) \\ a_{33} &= \lambda \cdot 12 \theta,\end{aligned}$$

#### b) Termes dépendant du mode de charge :

$$\begin{aligned}\delta v &= \frac{1}{E_r} \left[ N_o \cdot k_n \cdot \sin \alpha + \Delta X \cdot (k_n - k_t) \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \right. \\ &\quad \left. + \frac{M_o + \Delta M}{e} \cdot k_n \cdot \cos \alpha \right]\end{aligned}$$

$$\Delta y_\alpha = \frac{1}{E_b} \left( a_{21\alpha} \Delta X + a_{31\alpha} \frac{\Delta M}{e} \right), \text{ où}$$

$$a_{21\alpha} = \lambda \cdot \sin^2 \alpha + \lambda^3 \cdot 6 [\sin^2 \alpha + 2 \cos \alpha (1 - \cos \alpha - \alpha \sin \alpha)]$$

$$a_{23\alpha} = \lambda^2 \cdot 12 (\alpha \sin \alpha + \cos \alpha - 1).$$

La distinction des trois cas de charge envisagés dans cette étude conduit enfin aux expressions suivantes :

$$\text{Eau : } \Delta r = r \cdot \frac{\sigma_o}{E_b} = r \cdot \frac{p r_e}{E_b e} = \frac{R \lambda}{E_b}$$

$$\begin{aligned}N_o &= R = p r_e; & M_o &= 0 \\ \Delta X &= K \cdot R; & \Delta M &= - \Delta X \cdot y_s.\end{aligned}$$

$$\text{Var. unif. temp. : } \Delta r = \Delta r_t = r \cdot \beta \cdot \Delta t$$

$$N_o = 0; \quad M_o = 0$$

$$\Delta X = \Delta X_t = K_t \cdot R_t; \quad \Delta M = - \Delta X_t \cdot y_s.$$

$$\text{Var. lin. temp. : } \Delta r = \Delta r_\tau = 0$$

$$N_o = 0; \quad M_o = \frac{1}{6} \cdot \beta \cdot \Delta \tau \cdot E_b \cdot e^2$$

$$\Delta X = \Delta X_\tau = K_\tau \cdot R_\tau; \quad \Delta M = - \Delta X_\tau \cdot y_s + \Delta M_\tau.$$

#### Composantes radiales des déplacements des points de la fibre moyenne

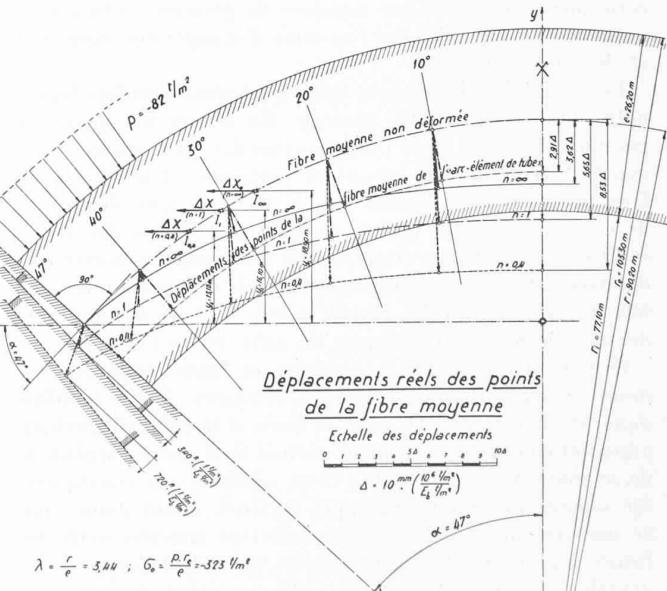
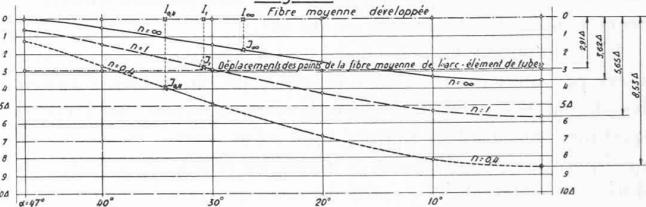


Fig. 24. — Déplacements des points de la fibre moyenne d'un arc de barrage sur appuis élastiques déformables sollicité par une pression d'eau uniformément répartie.

*Application (fig. 24)*

Détermination des déplacements des points de la fibre moyenne d'un arc de caractéristiques géométriques :

$2\alpha = 94^\circ$ ,  $r = 90,20 \text{ m}$ ,  $e = 26,20 \text{ m}$ ,  $\lambda = \frac{r}{e} = 3,44$  soumis à une pression uniforme  $p = -82 \text{ T/m}^2$ , pour les valeurs suivantes du rapport  $n = \frac{E_r}{E_b}$ :

$$n = \infty ; \quad n = 1 ; \quad n = 0,4.$$

**ASSOCIATION AMICALE DES ANCIENS ÉLÈVES DE  
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE LAUSANNE**

**Rapport du Comité**

**sur l'exercice 1949**

**PRÉSENTÉ A L'ASSEMBLÉE GÉNÉRALE ORDINAIRE  
DU 3 JUIN 1950, A LAUSANNE**

Si l'année 1948 a été celle de la première réunion du Comité central, l'année 1949 a vu la réalisation de projets qui furent examinés et discutés lors de cette première séance. C'est par conséquent une belle justification de la raison d'être de ce Comité central qui, dès le début, s'est mis à l'œuvre et qui remplit sa mission avec un dévouement qui fait honneur à tous ses membres et en particulier à notre très dynamique président central M. R. Thomann. C'est ainsi qu'à la suite des démarches entreprises par le Comité central, il s'est constitué, comme nous le verrons plus loin, une Association portugaise de l'A<sup>3</sup>E<sup>2</sup>P L. D'autre part plusieurs camarades ont bénéficié de l'appui des anciens et ont pu ainsi améliorer leurs conditions de travail et de vie.

L'entraide, sur laquelle nous portons en partie nos efforts, n'est pas un vain mot. Si nous n'avons pu satisfaire toutes les demandes, nous avons eu le contentement de faciliter quelques camarades. L'appel que nous avons lancé il y a quelques années commence à porter ses fruits. Nous réitérons donc notre demande, auprès de ceux qui peuvent agir dans cette direction, de ne pas manquer de prendre contact avec notre comité, lorsqu'ils ont l'occasion d'engager des ingénieurs et des architectes.

Le comité de l'Association suisse s'est réuni huit fois depuis notre dernière assemblée générale. En dehors des questions purement internes et de l'organisation des conférences et des manifestations, il s'est occupé en particulier d'une demande formulée par les étudiants de l'E. P. U. L. Une délégation de ceux-ci ayant été invitée en 1948 par l'Ecole des Ponts et Chaussées de Paris, ainsi que des étudiants des universités d'autres pays, les Lausannois ont désiré, à l'occasion de leur fête de printemps 1949, inviter à leur tour les délégués des diverses écoles polytechniques du pays et de l'étranger.

Comme il est naturel, ces jeunes et futurs collègues ont désiré recevoir leurs camarades étrangers d'une manière digne et chaleureuse. Or pour ce faire, il leur fallait quelque argent et comme tout étudiant normal n'est guère « argente », ils se sont adressés ici et là. Votre comité a par conséquent été sollicité de donner un appui matériel. Etant donné que ce mouvement tend à créer des relations amicales entre les futurs ingénieurs et architectes des pays de l'Europe occidentale, et par ce fait même aider au rapprochement des peuples de races et de mentalité différentes, votre comité a estimé qu'il était normal de donner son appui pour ce genre de manifestation et il a en conséquence versé la somme

Le calcul se poursuit comme indiqué précédemment. La figure 24 donne à une échelle agrandie les déplacements des points de la fibre moyenne correspondant aux valeurs  $\theta$  de :  $0^\circ$  (*clé*),  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  et  $47^\circ$  (*naissance*). Le diagramme inférieur représente les déplacements réels des points à partir de leur position initiale ; le diagramme supérieur, les composantes radiales de ces déplacements reportées perpendiculairement à la fibre moyenne développée.

(A suivre)

de 200 fr. pour contribuer à la réception des étudiants ingénieurs et architectes étrangers et de Suisse alémanique.

*Effectif*

L'effectif des membres de l'Association est actuellement de 908 qui se répartissent comme suit :

750	membres inscrits à l'Association suisse, dont :
116	membres honoraires ;
60	membres de la section de Suisse orientale, groupe de Winterthour compris ;
14	membres amis.
103	membres inscrits à l'Association française.
19	» » » belgo-luxembourgeoise.
16	» » » italienne.
20	» » » portugaise.

Au cours de ce dernier exercice, nous avons eu le plaisir de recevoir cinquante-deux jeunes diplômés, dont deux architectes. A ce sujet, il est réconfortant de constater que les liens qui se nouent entre les étudiants et notre Association porte leurs fruits. Si la plupart des jeunes diplômés se font recevoir membres de l'A<sup>3</sup>, c'est qu'ils ont compris, et mieux que ceux des générations précédentes, combien les relations entre diplômés d'une même école sont importantes pour leur avenir et combien il leur est nécessaire de conserver un lien avec leur Ecole.

En revanche, nous avons eu le grand chagrin de perdre durant cet exercice trois membres honoraires et un membre actif. Ce sont MM. Victor Abrezol, de la promotion 1902, Julien Mellet, 1902, Charles Pelet, 1905, et Jean-Philippe Cabrol, 1923.

*Comité central*

Il s'est réuni le 1er octobre 1949 à l'Ecole polytechnique à Lausanne, sous la présidence de M. Robert Thomann. Les Associations française et suisse étaient représentées. M. Thomann a fait part des constatations qu'il a faites au cours de ses contacts avec les divers groupements et il met l'accent sur l'appui que l'Association suisse devrait apporter à la section de Suisse orientale ainsi qu'au groupe de Winterthour. Il suggère que des conférences ou causeries soient organisées par Lausanne pour créer un meilleur contact entre l'Association suisse et les camarades de la Suisse alémanique.

Il y a lieu de montrer à ces jeunes sociétaires pour la plupart, le véritable sens que doit avoir une association comme la nôtre. Pour cela, il faudrait pouvoir disposer en particulier du concours de la Direction et des professeurs de l'Ecole.

De même il y a lieu d'intensifier les relations entre les diverses associations nationales et il importe que, chaque fois qu'ils en ont l'occasion, les membres des diverses associations se rendent visite. Ces contacts sont précieux et les relations ainsi établies profitent non seulement aux individus mais à l'ensemble.

*Association portugaise*

Si le nombre des étudiants portugais est présentement assez élevé, il y eut de tout temps des ressortissants de ce pays