Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 76 (1950)
Heft: 10

Artikel: L'aéropolygonation
Autor: Bachmann, W.K.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-57428

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

76e année 20 mai 1950 N° 10

BULLETIN TECHNIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ABONNEMENTS :
Suisse : 1 an, 20 francs
Etranger : 25 francs
Pour sociétaires :
Suisse : 1 an, 17 francs
Etranger : 22 francs
Pour les abonnements s'adresser à la librairie **F. ROUGE & Cie** à Lausanne
Prix du numéro : 1 fr. 25

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : G. EPITAUX, architecte, à Lausanne ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. — Membres : *Fribourg :* MM. P. JOYE, professeur ; E. LATELTIN, architecte — *Vaud :* MM. F. CHENAUX, ingénieur ; E. D'OKOLSKI, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte : *Genève :* MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; CL. GROSGURIN, architecte ; E. MARTIN, architecte ; V. ROCHAT, ingénieur. — *Neuchâtel :* MM. J. BÉGUIN, architecte ; G. FURTER, ingénieur ; R. GUYE, ingénieur ; *Valais :* MM. J. DUBUIS, ingénieur ; D. BURGENER, architecte.

Rédaction : D. BONNARD, ingénieur. Case postale Chauderon 475, LAUSANNE

TARIF DES ANNONCES
Le millimètre (larg. 47 mm) 20 cts
Réclames : 60 cts le mm (largeur 95 mm)
Rabais pour annonces répétées
ANNONCES SUISSES S.A.
5, Rue Centrale
Tél. 2 33 26
LAUSANNE
et Succursales

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE
A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte ; R. NEESER, ingénieur.

SOMMAIRE : *L'aéropolygonation*, par W. K. BACHMANN, professeur à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne. — DIVERS : *Devoirs et préoccupations d'un chef d'entreprise suisse.* — BIBLIOGRAPHIE. — LES CONGRÈS : *Deuxième congrès de l'Union internationale des architectes ; 3e Congrès des fabrications mécaniques.* — CARNET DES CONCOURS : *Ecole des Arts et Métiers, à Vevey ; Bâtiment administratif et locatif de la Banque cantonale à Brigue, Valais.* — SERVICE DE PLACEMENT. — NOUVEAUTÉS, INFORMATIONS DIVERSES : *Chaudière automatique à dépression à haut rendement.*

L'AÉROPOLYGONATION

par W. K. BACHMANN, professeur
à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne

Depuis un certain nombre d'années, la photogrammétrie aérienne est appliquée de plus en plus à l'établissement de plans à grande échelle 1 : 2000 ou 1 : 1000. Mais en augmentant l'échelle, le nombre des points géodésiques, nécessaires à l'ajustage des clichés aériens dans l'appareil de restitution, augmente aussi. Les travaux de terrain étant toujours très coûteux, on tâche de les réduire au strict minimum, en appliquant notamment la polygonation aérienne.

Pour l'établissement d'un plan à l'échelle 1 : 1000 (ou 1 : 2000), la hauteur de vol h sur le sol est généralement comprise entre 800 et 1500 m. En supposant la distance focale de la chambre égale à 165 mm, l'échelle des clichés varie suivant l'altitude à peu près entre 1 : 5000 et 1 : 9000. Si le format utilisable des clichés est de 14×14 cm², chaque vue verticale recouvre une surface de terrain d'environ

$$700 \times 700 \text{ m}^2 \quad \text{pour} \quad h = 800 \text{ m}$$
$$1250 \times 1250 \text{ m}^2 \quad \text{pour} \quad h = 1500 \text{ m}$$

ce qui est du reste aussi la superficie d'un couple de clichés, lorsqu'on a recours à des vues normales convergentes.

La photogrammétrie étant essentiellement une méthode d'interpolation, le nombre minimum des points d'ajustage est de cinq par couple de clichés. En général, le photogrammètre préfère avoir un plus grand nombre de points à sa disposition, afin de pouvoir mieux contrôler la restitution. Il en résulte que la distance moyenne entre les points d'ajustage doit être d'environ 400 à 500 m pour $h = 800$ m et de 800 m pour $h = 1500$ m. La densité des points d'ajustage est par conséquent toujours supérieure à celle des points de triangulation et ceci même lorsqu'on dispose d'une triangulation du quatrième ordre. On est donc obligé d'augmenter la densité du réseau de points fixes, en déterminant de nouveaux points d'ajustage à partir des points de triangulation existants. La méthode de mensuration la mieux appropriée est généralement celle de la triangulation avec compensation graphique.

Pour limiter autant que possible ces opérations de terrain, on applique depuis un certain nombre d'années la méthode de la polygonation aérienne, qui se base essentiellement sur un vol à deux altitudes différentes. On survole tout d'abord la région à lever à environ 2200 m, la surface de terrain recouverte par couple de clichés étant de 1900×1900 m². S'il existe une triangulation cadastrale, celle-ci est généralement assez dense pour permettre l'orientation de ces clichés (dits à haute altitude) dans l'autographe. En cas de nécessité, on détermine quelques points d'ajustage supplémentaires. Si l'on a soin de signaler avant le vol les points fixes avec des plaques en aluminium — dont les dimensions varient suivant le cas entre 50×50 cm² et 100×100 cm² — on dispose de tous les éléments pour l'orientation des vues à haute altitude.

Simultanément on effectue un vol à basse altitude (entre 800 et 1500 m sur le sol) et l'on choisit ensuite sur ces derniers clichés les points d'ajustage dont on a besoin pour l'orientation dans l'appareil de restitution. Dans le but de réduire autant que possible le coût des travaux, ces points ne sont pas déterminés sur le terrain, mais directement à l'autographe à l'aide de vues à haute altitude. Cette opération est appelée polygonation aérienne puisqu'elle nous fournit, comme la polygonation ordinaire, les points d'ajustage pour les vues à basse altitude.

Quant à l'exécution pratique de ce travail à l'autographe, on a deux possibilités :

a) Les points fixes sont reportés sur la minute dont l'échelle ne doit cependant pas être inférieure à 1 : 2000. Les vues à haute altitude sont ensuite ajustées dans l'autographe et les points d'ajustage directement restitués sur la minute où l'on mesure leurs coordonnées à l'aide des équerres Müller ou d'un coordinatographe. Simultanément, on note aussi les altitudes de ces points, qui sont directement données par l'autographe. Cette méthode est avec raison très appréciée par certains photogrammètres à cause de sa simplicité ; mais elle ne peut être appliquée que si le rapport de transmission entre l'autographe et la table à dessin est suffisamment grand pour permettre la restitution des vues à haute altitude à l'échelle 1 : 2000.

b) Lorsqu'on recherche le maximum de précision, il est indiqué d'appliquer une méthode de compensation numérique. Dans ce cas, on lit sur les compteurs de l'autographe les coordonnées et l'altitude des points connus et des points d'ajustage à déterminer. Pour obtenir les coordonnées géodésiques de tous ces points, on détermine alors exactement l'échelle de l'image plastique qu'on a dans l'autographe ainsi que les deux translations et la rotation qu'on doit imprimer à celle-ci. Il y a donc quatre inconnues à déterminer, ce qui nous amène à quatre équations normales en procédant d'après la méthode des moindres carrés.

Nous nous occuperons ici essentiellement de ce dernier problème qui, du reste, a déjà été traité en 1930 par O. v. Gruber dans son ouvrage *Ferienkurs in Photogrammetrie*, pages 36-47. Dans cette publication, O. v. Gruber estime qu'une compensation numérique ne présente pas d'intérêt pratique pour les travaux photogrammétriques courants. Si O. v. Gruber est arrivé à cette conclusion, c'est essentiellement parce qu'à ce moment-là (1930), on ne songeait pas encore sérieusement à la polygonation aérienne. Actuellement, la question se pose tout autrement ; sachant que bien des photogrammètres appliquent couramment la méthode numérique pour la compensation des polygonations aériennes, son utilité pratique ne peut plus être mise en doute. Quoique les développements de O. v. Gruber soient assez compliqués, on aurait tort de minimiser leur importance, car nous sommes les premiers à en profiter, puisque certaines idées émises par lui nous ont précisément permis de simplifier nos calculs.

Si nous jugeons utile de publier une méthode de compensation numérique — que nous croyons nouvelle — c'est parce que les méthodes habituellement appliquées, qui laissent au calculateur une trop grande liberté, semblent par trop arbitraires et présentent incontestablement des inconvénients. En effet, si nous appliquons une méthode de compensation numérique, celle-ci doit être déterminée indubitablement et exclure tout facteur d'ordre purement personnel ; c'est du reste bien pour cette raison que la méthode des moindres carrés compte un si grand nombre d'adhérents.

En nous basant sur la méthode des moindres carrés, nous allons maintenant établir une nouvelle méthode de compensation numérique. Dans tous ces calculs, il n'y aura en somme comme arbitraire que le principe placé à la base même de cette compensation. Comme dans la méthode des moindres carrés, où la condition fondamentale est $[pvv] =$ minimum, il ne s'agit pas de savoir si le principe, qui est à la base de nos développements, est vrai ou non, mais uniquement s'il conduit à des résultats favorables. L'application pratique que nous en avons faite au cours de ces dernières années nous a montré qu'on n'a rien à craindre de ce côté.

§ 1. Formules de compensation

Désignons les points connus, visibles sur les deux clichés conjugués, par (1), (2), ... (k) et soient

$$(Y_i, X_i) \qquad i = 1,2 \ldots, k$$

leurs coordonnées géodésiques données. Nous imprimons tout d'abord au système de coordonnées (Y, X) une translation, en choisissant la nouvelle origine au centre de gravité des points donnés, tous ces points ayant par hypothèse le même poids. Si Y' et X' sont les nouvelles coordonnées, nous avons

$$(1.1) \qquad Y'_i = Y_i - \frac{[Y]}{k} \qquad X'_i = X_i - \frac{[X]}{k} \qquad i = 1, 2, \ldots, k.$$

Soient z_i et x_i les coordonnées de restitution que nous donne l'autographe pour ces points, *après avoir tenu compte de l'échelle* (approchée) *de l'image plastique*. Nous introduisons aussi ici un nouveau système de coordonnées z'_i et x'_i, en choisissant comme plus haut

$$(1.2) \qquad z_i = z_i - \frac{[z]}{k} \qquad x'_i = x_i - \frac{[x]}{k} \qquad i = 1, 2, \ldots, k.$$

Etant donné que (Y'_i, X'_i) et (z'_i, x'_i) sont les coordonnées d'un seul et même point dans deux systèmes de coordonnées cartésiennes différents, il s'agit d'imprimer une rotation et une translation à l'un de ces systèmes, afin de les amener en coïncidence. Nous déterminons tout d'abord une transformation provisoire en amenant les deux centres de gravité en coïncidence et en choisissant pour rotation provisoire $\overline{\varphi}_0$ la différence des gisements d'un côté de triangulation donné dans les deux systèmes de coordonnées (voir tableau 1). A titre de contrôle, cette rotation peut encore être calculée au moyen d'un autre côté et l'on choisira comme rotation provisoire la moyenne des deux résultats obtenus. La figure du tableau 1 nous donne les formules de transformation suivantes :

$$(1.3) \qquad \boxed{\begin{aligned} (\eta') &= -z' \sin \overline{\varphi}_0 + x' \cos \overline{\varphi}_0 \\ (\xi') &= +z' \cos \overline{\varphi}_0 + x' \sin \overline{\varphi}_0 \end{aligned}}$$

(η') et (ξ') étant les coordonnées provisoires — dans le système (Y', X') — des points (1), (2), ... (k) restitués.

Ces coordonnées provisoires étant obtenues, nous allons améliorer la transformation considérée en tenant compte de tous les points connus qui ont été restitués. Comme il ne s'agit que d'une petite variation de la transformation provisoire, nous pouvons appliquer les règles du calcul différentiel. Les variations que nous aurons à considérer sont :

1° une modification d'échelle δm
2° deux translations δa, δb
3° une rotation $\delta\varphi$.

Si nous désignons les variations de coordonnées, provenant des deux translations et de la rotation, par $\delta\eta'$ et $\delta\xi'$ nous obtenons en différentiant les formules (1.3) :

$$(1.4) \qquad \boxed{\begin{aligned} \delta\eta' &= \delta b - (z' \cos \overline{\varphi}_0 + x' \sin \overline{\varphi}_0)\, \delta\varphi = \delta b - (\xi')\, \delta\varphi \\ \delta\xi' &= \delta a + (x' \cos \overline{\varphi}_0 - z' \sin \overline{\varphi}_0)\, \delta\varphi = \delta a + (\eta')\, \delta\varphi. \end{aligned}}$$

En faisant intervenir une variation d'échelle, les valeurs définitives η' et ξ' des coordonnées transformées sont

$$(1.5) \qquad \boxed{\begin{aligned} \eta' &= (1 + \delta m) \left\{ (\eta') + \delta\eta' \right\} = (\eta') + (\eta')\, \delta m + \delta\eta' + \ldots \\ \xi' &= (1 + \delta m) \left\{ (\xi') + \delta\xi' \right\} = (\xi') + (\xi')\, \delta m + \delta\xi' + \ldots \end{aligned}}$$

où nous avons négligé les termes supérieurs au premier ordre. Si nous tenons compte de (1.4), les équations (1.5) deviennent

$$(1.6)\qquad \boxed{\begin{aligned} \eta' &= (\eta') + (\eta')\,\delta m + \delta b - (\xi')\,\delta\varphi \\ \xi' &= (\xi') + (\xi')\,\delta m + \delta a - (\eta')\,\delta\varphi. \end{aligned}}$$

Les mesures à l'autographe étant, comme toutes les mesures du reste, entachées d'erreurs accidentelles, on sera généralement dans l'impossibilité de déterminer les coefficients δm, δa, δb et $\delta\varphi$ de telle sorte qu'on ait pour tous les points donnés

$$Y'_i - \eta'_i = 0 \qquad X'_i - \xi'_i = 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, k.$$

Quelles que soient les valeurs que nous attribuerons à ces coefficients, certaines erreurs résiduelles subsisteront. Tout ce que nous pouvons faire c'est de les rendre aussi petites que possible. Considérons donc les erreurs résiduelles

$$(1.7)\qquad \boxed{v_{\eta_i} = Y'_i - \eta'_i \qquad v_{\xi_i} = X'_i - \xi'_i \qquad i = 1, 2, \ldots, k.}$$

Par analogie avec la méthode des moindres carrés, nous cherchons à déterminer les coefficients de la transformation de sorte qu'on ait

$$(1.8)\qquad \boxed{[v_\eta\, v_\eta] + [v_\xi\, v_\xi] = \text{minimum}.}$$

Comme déjà mentionné plus haut, la formule (1.8) exprime tout simplement un principe que nous admettons comme base pour la compensation. Ce principe a, d'une part, l'avantage de déterminer complètement la solution et, d'autre part, de nous permettre d'appliquer le symbolisme propre à la méthode des moindres carrés, une fois les équations aux erreurs établies. Nous obtenons ces dernières à partir des équations (1.7) en tenant compte de (1.6)

$$(1.9)\qquad \boxed{\begin{aligned} v_{\eta_i} &= -(\eta'_i)\,\delta m - \delta b \quad . \quad + (\xi'_i)\,\delta\varphi + \left\{ Y'_i - (\eta'_i) \right\} \\ v_{\xi_i} &= -(\xi'_i(\,\delta m \quad . \quad - \delta a - (\eta'_i)\,\delta\varphi + \left\{ X'_i - (\xi'_i) \right\} \end{aligned}}$$

Dans ces dernières relations, $\delta\varphi$ est naturellement exprimé en radians.

En attribuant le même poids à toutes les erreurs résiduelles v, et en introduisant la substitution

$$(1.10)\qquad \boxed{Y'_i - (\eta'_i) = \epsilon_{y_i} \qquad X'_i - (\xi'_i) = \epsilon_{x_i}}$$

nous obtenons les équations normales du tableau ci-dessous.

Mais ces formules se simplifient considérablement. D'après (1.3) nous avons en effet :

$$(1.12)\qquad \begin{aligned} [(\eta')] &= -[z']\sin\overline{\varphi}_0 + [x']\cos\overline{\varphi}_0 \\ [(\xi')] &= +[z']\cos\overline{\varphi}_0 + [x']\sin\overline{\varphi}_0. \end{aligned}$$

Les équations (1.2) nous montrent alors qu'on a

$$[z'] = [z] - [z] = 0 \qquad [x'] = [x] - [x] = 0$$

et nous trouvons ainsi d'après (1.12)

$$(1.13)\qquad \boxed{[(\eta')] = [(\xi')] = 0.}$$

En outre, les équations (1.1) nous donnent

$$(1.14)\qquad [Y'] = [Y] - [Y] = 0 \qquad [X'] = [X] - [X] = 0$$

et d'après (1.10)

$$(1.15)\qquad \boxed{[\epsilon_y] = [Y'] - [(\eta')] = 0 \quad [\epsilon_x] = [X'] - [(\xi')] = 0.}$$

Les équations normales deviennent ainsi

$$(1.16)\qquad \boxed{\begin{aligned} \left\{ [(\eta')\,(\eta')] + [(\xi')\,(\xi')] \right\} \delta m &= [(\eta')\,\epsilon_y] + [(\xi')\,\epsilon_x] \\ \left\{ [(\eta')\,(\eta')] + [(\xi')\,(\xi')] \right\} \delta\varphi &= [(\eta')\,\epsilon_x] - [(\xi')\,\epsilon_y] \\ \delta a = \delta b &= 0. \end{aligned}}$$

Nous constatons que la translation différentielle (δa, δb) est nulle. Il ne nous reste plus que le changement d'échelle et la rotation différentielle à calculer à l'aide des premières équations (1.16).

Pour faciliter les calculs numériques, nous allons introduire les nouvelles variables

$$(1.17)\qquad \boxed{\delta M = 1000\,\delta m \qquad \delta\Phi = 1000\,\delta\varphi.}$$

En divisant en outre les équations (1.16) par 1000 et en introduisant la substitution

$$(1.18)\qquad \boxed{[aa] = \left[\frac{(\eta')}{1000}\cdot\frac{(\eta')}{1000}\right] + \left[\frac{(\xi')}{1000}\cdot\frac{(\xi')}{1000}\right]}$$

nous obtenons

$$(1.19)\qquad \boxed{\begin{aligned} [aa]\,\delta M &= \left[\frac{(\eta')}{1000}\cdot\epsilon_y\right] + \left[\frac{(\xi')}{1000}\cdot\epsilon_x\right] \\ [aa]\,\delta\Phi &= \left[\frac{(\eta')}{1000}\cdot\epsilon_x\right] + \left[\frac{(\xi')}{1000}\cdot\epsilon_y\right]. \end{aligned}}$$

En résolvant ces équations, nous trouvons δM et $\delta\Phi$ et ensuite

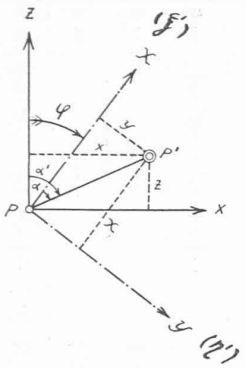
$$(1.20)\qquad \delta m = \frac{1}{1000}\,\delta M \qquad \delta\varphi^{cc} = \frac{\rho^{cc}}{1000}\,\delta\Phi \qquad \rho^{cc} = 636620^{cc}.$$

	δm	δb	δa	$\delta\varphi$	1	
(1)	$[(\eta')\,(\eta')] + [(\xi')\,(\xi')]$	$[(\eta')]$	$[(\xi')]$	.	$-\left\{ [(\eta')\,\epsilon_y] + [(\xi')\,\epsilon_x] \right\}$	$= 0$
(2)	$[(\eta')]$	k	.	$-[(\xi')]$	$-[\epsilon_y]$	$= 0$
(3)	$[(\xi')]$	.	k	$[(\eta')]$	$-[\epsilon_x]$	$= 0$
(4)	.	$-[(\xi')]$	$[(\eta')]$	$[(\eta')\,(\eta')] + [(\xi')\,(\xi')]$	$+\left\{ [(\xi')\,\epsilon_y] - [(\eta')\,\epsilon_x] \right\}$	$= 0$

TABLEAU 1 — **AEROPOLYGONATION** Compensation — Institut de Photogrammétrie E. P. U. L.

Entreprise : « Val-de-Travers » — *Calculateur :* : P. M. *Date :* 13.1.50 — *Clichés N° :* 2, 4 (hiver)

Points	Coordonnées géodésiques		Coordonnées géodésiques rapp. au centre de gravité		Coordonnées de restitution en mm Echelle : 1 : 12 500		Coordonnées de restitution en m Echelle 1 : 1		Coordonnées de restitution rapp. au centre de gravité		Coordonnées provisoires		$\varepsilon_y =$ $Y' - (\eta')$ en m	$\varepsilon_x =$ $X' - (\xi')$ en m
	Y	X	Y'	X'	z	x	z	x	z'	x'	(η')	(ξ')		
Δ 44	— 62076.31	— 2623.53	— 219.35	+ 436.76	243.61	66.72	3045.12	834.00	+ 488.89	— 11.92	— 220.32	+ 436.59	+ 0.97	+ 0.17
. 14	— 61712.90	— 2536.27	+ 144.06	+ 524.02	237.48	96.09	2968.50	1201.12	+ 412.27	+ 355.20	+ 144.21	+ 524.72	— 0.15	— 0.70
. 10	— 61374.94	— 3170.66	+ 482.02	— 110.37	179.92	98.71	2249.00	1233.87	— 307.23	+ 387.95	+ 482.19	— 111.29	— 0.17	+ 0.92
Δ 38	— 61467.46	— 3275.39	+ 389.50	— 215.10	175.51	88.39	2193.87	1104.87	— 362.36	+ 258.95	+ 389.27	— 216.39	+ 0.23	+ 1.29
. 6	— 62194.51	— 3613.07	— 337.55	— 552.78	176.17	24.42	2202.12	305.25	— 354.11	— 540.67	— 336.71	— 551.67	— 0.84	— 1.11
. 7	— 62315.65	— 3142.84	— 458.69	— 82.55	214.30	31.71	2678.75	396.37	+ 122.52	— 449.55	— 458.67	— 81.99	— 0.02	— 0.56
Sommes	— 371141.77	— 18361.76	— 0.01	— 0.02	1226.99	406.04	15337.36	5075.48	— 0.02	— 0.04	— 0.03	— 0.03	+ 0.02	+ 0.01
Moyennes	— 61856.96	— 3060.29					2556.23	845.92						



Gisements du côté : .7 — Δ44

$\Delta Y = +\,239.34$

$\Delta X = +\,519.31$ $\quad \operatorname{tg} \alpha = +\,0{,}460\,881 \quad \alpha = 27^g\,49^c\,34^{cc}$

$\Delta z = +\,29.31$ $\quad \operatorname{ctg} \alpha' = +\,0{,}837\,189 \quad \alpha' = 55^g\,62^c\,70^{cc}$

$\Delta x = +\,35.01$

$\varphi_0 = \alpha' - \alpha = +\,28^g\,13^c$

Gisements du côté : Δ38 — .14

$\Delta Y = -\,245.44$

$\Delta X = +\,739.12$ $\quad \operatorname{tg} \alpha = -\,0{,}332\,070 \quad \alpha = 379^g\,59^c$

$\Delta z = +\,61.97$ $\quad \operatorname{tg} \alpha' = +\,0{,}124\,254 \quad \alpha' = 7^g\,87^c$

$\Delta x = +\,7.70$

$\varphi_0 = \alpha' - \alpha = +\,28^g\,28^c$

Rotation provisoire $\overline{\varphi}_0 = +\,28^g\,20^c$

$$(\eta') = -\,z' \sin \overline{\varphi}_0 + x' \cos \overline{\varphi}_0 = -\,(0{,}428\,620)\,z' + (0{,}903\,485)x'$$

$$(\xi') = +\,z' \cos \overline{\varphi}_0 + x' \sin \overline{\varphi}_0 = +\,(0{,}903\,485)\,z' + (0{,}428\,620)x'$$

$$\left[\frac{(\eta')}{1000} \cdot \frac{(\eta')}{1000}\right] + \left[\frac{(\xi')}{1000} \cdot \frac{(\xi')}{1000}\right] = [aa] = +\,1{,}613\,341\,7$$

$$\left[\frac{(\eta')}{1000} \cdot \epsilon_y\right] + \left[\frac{(\xi')}{1000} \cdot \epsilon_x\right] = -\,[al] = +\,0{,}047\,882\,2$$

$$-\left[\frac{(\xi')}{1000} \cdot \epsilon_y\right] + \left[\frac{(\eta')}{1000} \cdot \epsilon_x\right] = -\,[bl] = +\,0{,}658\,998\,5$$

$$\delta M = \frac{-\,[al]}{[aa]} = +\,0{,}029\,678\,9 \qquad \delta m = \frac{1}{1000}\,\delta M = 0{,}000\,029\,678\,9$$

$$\delta \Phi = \frac{-\,[bl]}{[aa]} = +\,0{,}408\,468\,0 \qquad \delta \varphi^{cc} = \frac{\rho^{cc}}{1000}\,\delta \Phi = +\,260^{cc} = 2^c\,60^{cc}$$

Rotation définitive :

$$\varphi = \overline{\varphi}_0 + \delta\varphi = +\,28^g\,22^c\,60^{cc} \quad \sin \varphi = +\,0{,}428\,989 \quad \cos \varphi = +\,0{,}903\,310$$

$$\eta' = (1 + \delta m) \,.\left\{-z' \sin \varphi + x' \cos \varphi\right\} = (1 + 0{,}000\,029\,679) \,.\left\{-\,0{,}428\,989\,z' + 0{,}903\,310\,x'\right\}$$

$$\xi' = (1 + \delta m) \,.\left\{+z' \cos \varphi + x' \sin \varphi\right\} = (1 + 0{,}000\,029\,310) \,.\left\{+\,0{,}903\,310\,z' + 0{,}428\,989\,x'\right\}$$

TABLEAU 2 — **AÉROPOLYGONATION** Transformation des coordonnées — Institut de photogrammétrie E. P. U. L.

Entreprise : « Val-de-Travers » — *Opérateur :* P. V. et P. F. *Calculateur :* P. M. *Date :* 14.1.50 — *Clichés N° :* 2,4 (hiver)

Points	Coordonnées géodésiques		Coord. de restitution Echelle : 1 : 12 500		Coord. de restitution Echelle 1 : 1		Coord. de restitution rapp. au centre grav.		$\left\{\begin{matrix} -\,z' \sin \varphi \\ +\,x' \cos \varphi \end{matrix}\right.$	$\left\{\begin{matrix} +\,z' \cos \varphi \\ +\,x' \sin \varphi \end{matrix}\right.$	η'	ξ'	Coordonnées compensées		Erreurs résiduelles	
	Y'	X'	z en mm	x en mm	z en m	x en m	z' en m	x' en m					η	ξ	Y — η en m	X — ξ en m
Δ 44	— 62076.31	— 2623.53					+ 488.89	— 11.92	— 220.50	+ 436.51	— 220.51	+ 436.52	— 62077.47	— 2623.77	+ 1.16	+ 0.24
. 14	— 61712.90	— 2536.27					+ 412.27	+ 355.20	+ 144.00	+ 524.78	+ 144.00	+ 524.80	— 61712.96	— 2535.49	+ 0.06	— 0.78
. 10	— 61374.94	— 3170.66					— 307.23	+ 387.95	+ 482.24	— 111.10	+ 482.25	— 111.10	— 61374.71	— 3171.39	— 0.23	+ 0.73
Δ 38	— 61467.46	— 3275.39					— 362.36	+ 258.95	+ 389.36	— 216.24	+ 389.37	— 216.25	— 61467.59	— 3276.54	+ 0.13	+ 1.15
. 6	— 62194.51	— 3613.07					— 354.11	— 540.67	— 336.48	— 551.81	— 336.49	— 551.83	— 62193.45	— 3612.12	— 1.06	— 0.95
. 7	— 62315.65	— 3142.84					+ 122.52	— 449.55	— 458.64	— 82.18	— 458.65	— 82.18	— 62315.61	— 3142.47	— 0.04	— 0.37
143			213.41	116.97	2667.62	1462.12	+ 111.39	+ 616.20	+ 508.83	+ 364.96	+ 508.85	+ 364.97	— 61348.11	— 2695.32	[ ] = 2.5442	[ ] = 3.5608
144			212.03	94.57	2650.37	1182.12	+ 94.14	+ 336.20	+ 263.31	+ 229.26	+ 263.32	+ 229.27	— 61593.64	— 2831.02	$\mu_y = \pm\,0.65^m$	$\mu_x = \pm\,0.77^m$
145			202.66	92.18	2533.25	1152.25	— 22.98	+ 306.33	+ 286.57	+ 110.65	+ 286.58	+ 110.65	— 61570.38	— 2949.64		
146			196.70	114.20	2458.75	1427.50	— 97.48	+ 581.58	+ 567.16	+ 161.44	+ 567.18	+ 161.44	— 61289.78	— 2898.85		
147			231.30	82.35	2891.25	1029.37	+ 335.02	+ 183.45	+ 21.99	+ 381.32	+ 21.99	+ 381.33	— 61834.97	— 2678.96		
150			179.70	76.30	2246.25	953.75	— 309.98	+ 107.83	+ 230.38	— 233.75	+ 230.37	— 233.76	— 61626.59	— 3294.05	150 mal	visible
151			207.46	70.98	2593.25	887.25	+ 37.02	+ 41.33	+ 21.45	+ 51.17	+ 21.45	+ 51.17	— 61835.51	— 3009.12		
N58			212.31	66.58	2653.87	832.25	+ 97.64	— 13.67	— 54.23	+ 82.33	— 54.23	+ 82.33	— 61911.19	— 2977.96	N58 mal	visible
152			200.35	50.89	2504.37	636.12	— 51.86	— 209.80	— 167.27	— 136.85	— 167.27	— 136.85	— 62024.23	— 3197.14		
153			196.13	66.53	2451.62	831.62	— 104.61	— 14.30	+ 31.96	— 100.63	+ 31.96	— 100.63	— 61825.00	— 3160.92		
154			173.09	57.82	2163.62	722.75	— 392.61	— 123.17	+ 57.16	— 407.49	+ 57.16	— 407.50	— 61799.80	— 3467.79		
155			169.02	64.22	2112.75	802.75	— 443.48	— 43.17	+ 151.25	— 419.12	+ 151.25	— 419.13	— 61705.71	— 3479.42		
156			200.90	58.27	2511.25	728.37	— 44.98	— 117.55	— 86.89	— 91.06	— 86.89	— 91.06	— 61943.85	— 3151.35		
N53			179.68	53.94	2246.00	674.25	— 310.23	— 171.67	— 21.99	— 353.88	— 21.99	— 353.89	— 61878.95	— 3414.18		
157			205.10	43.12	2563.75	539.00	+ 7.52	— 306.92	— 280.47	— 124.87	— 280.48	— 124.87	— 62137.44	— 3185.16		
158			206.99	31.13	2587.37	389.12	+ 31.14	— 456.80	— 425.99	— 167.83	— 426.00	— 167.83	— 62282.96	— 3228.12		
159			198.27	15.04	2478.37	188.00	— 77.86	— 657.92	— 560.90	— 352.57	— 560.92	— 352.58	— 62417.88	— 3412.87		
160			182.72	37.32	2284.00	466.50	— 272.23	— 379.42	— 225.95	— 408.67	— 225.96	— 408.68	— 62082.92	— 3468.97		
161			161.00	37.73	2012.50	471.62	— 543.73	— 374.30	— 104.85	— 651.73	— 104.85	— 651.75	— 61961.81	— 3712.04		
162			182.18	22.34	2277.25	279,25	— 278.98	— 566.67	— 392.20	— 495.10	— 392.21	— 495.11	— 62249.17	— 3555.40		
163			178.72	10.30	2234.00	128.75	— 322.23	— 717.17	— 509.59	— 598.73	— 509.61	— 598.75	— 62366.57	— 3659.04		
164			219.60	21.39	2745.00	267.37	+ 188.77	— 578.55	— 603.59	— 77.67	— 603.61	— 77.67	— 62460.57	— 3137.96		
165			237.36	23.34	2967.00	291.75	+ 410.77	— 554.17	— 676.80	+ 133.32	— 676.82	+ 133.32	— 62533.78	— 2926.97		
166			235.24	47.27	2940.50	590.87	+ 384.27	— 255.05	— 395.24	+ 237.70	— 395.25	+ 237.71	— 62252.21	— 2822.58		
167			224.00	32.54	2800.00	406.75	+ 243.77	— 439.17	— 501.28	+ 31.80	— 501.29	+ 31.80	— 62358.25	— 3028.49		
168			215.90	51.24	2698.75	640.50	+ 142.52	— 205.42	— 246.70	+ 40.62	— 246.71	+ 40.62	— 62103.67	— 3019.67		
169			209.75	17.10	2621.87	213.75	+ 65.64	— 632.17	— 599.20	— 211.90	— 599.22	— 211.91	— 62456.18	— 3272.20		
N38			229.21	65.88	2865.12	823.50	+ 308.89	— 22.42	— 152.76	+ 269.41	— 152.76	+ 269.42	— 62009.72	— 2790.87		

L'angle de rotation définitif φ devient donc

$$\boxed{\varphi = \overline{\varphi}_0 + \delta\varphi^{cc}} \tag{1.21}$$

et les formules de transformation définitives deviennent ainsi

$$\boxed{\begin{aligned} \eta' &= (1 + \delta m) \left\{ - z' \sin \varphi + x' \cos \varphi \right\} \\ \xi' &= (1 + \delta m) \left\{ + z' \cos \varphi + x' \sin \varphi \right\} \cdot \end{aligned}} \tag{1.22}$$

En appliquant ces formules aux deux points connus, nous trouvons, aux erreurs résiduelles près, les coordonnées Y' et X' de ces points. On voit ainsi facilement si les formules de transformation ont été calculées correctement et les erreurs résiduelles nous renseignent sur la précision réalisée. Cette vérification ayant été faite, on applique ces formules aux points déterminés par aérotriangulation et l'on trouve ainsi leurs coordonnées géodésiques.

§ 2. Exemple numérique

Les tableaux 1 et 2 nous montrent un exemple numérique ainsi que les formules que nous utilisons pour l'application pratique de cette théorie.

§ 3. Précision

Avant d'appliquer la méthode de la polygonation aérienne à un exemple pratique, il faut s'assurer que la précision ainsi réalisée est suffisante. On sait qu'en photogrammétrie aérienne les erreurs moyennes, tant planimétriques qu'altimétriques, atteignent à peu près $^1/_4$ $^0/_{00}$ de la hauteur de vol sur le sol. La hauteur de vol étant d'environ 2200 m pour la polygonation aérienne, nous aurons à compter avec des erreurs moyennes d'environ ± 60 cm.

Nous allons indiquer ci-après les résultats que nous avons obtenus au « Mont Suchet » et au « Val-de-Travers ». Si les erreurs résiduelles sont un peu plus fortes au « Mont Suchet » c'est parce que ces clichés sont un peu flous, tandis que ceux du « Val-de-Travers » sont d'une très grande netteté. Nous remercions la Direction fédérale des mensurations cadastrales suisses qui a bien voulu mettre ces vues à notre disposition.

Erreurs vraies et moyennes de l'aéropolygonation du « Mont Suchet ». Hauteur de vol ≈ 2500 m sur le sol. Distance focale $f = 165$ mm.

Clichés n° 101 ; 2

Points	50a	49a bis	41b	41a	40a	—	—	—	—	Erreurs moyennes
v_η	— 0,89 m	+ 0,19 m	+ 0,67 m	+ 0,57 m	— 0,55 m	—	—	—	—	$\mu_\eta = \pm$ 0,62 m
v_ξ	+ 0,19 m	— 0,40 m	+ 0,07 m	+ 0,17 m	— 0,03 m	—	—	—	—	$\mu_\xi = \pm$ 0,21 m

Clichés n° 102 ; 2

Points	47a	43a	42a	49a bis	50a	54a	49a	—	—	Erreurs moyennes
v_η	+ 1,44 m	+ 0,37 m	— 0,52 m	— 0,63 m	+ 0,68 m	— 1,51 m	+ 0,16 m	—	—	$\mu_\eta = \pm$ 0,90 m
v_ξ	+ 0,26 m	— 0,69 m	— 0,02 m	+ 0,43 m	— 0,04 m	— 0,22 m	+ 0,25 m	—	—	$\mu_\xi = \pm$ 0,35 m

Clichés n° 102 ; 3

Points	43a	42a	49a bis	Δ 35	36a	34a	—	—	—	Erreurs moyennes
v_η	+ 0,93 m	+ 0,42 m	— 0,63 m	+ 0,36 m	— 1,31 m	+ 0,21 m	—	—	—	$\mu_\eta = \pm$ 0,75 m
v_ξ	— 0,29 m	+ 0,47 m	— 0,96 m	+ 1,12 m	+ 0,51 m	— 0,84 m	—	—	—	$\mu_\xi = \pm$ 0,76 m

Clichés n° 102 ; 1

Points	Δ 53	62a	57a	54a	55a	Δ Lign. a	52a	51a	—	Erreurs moyennes
v_η	+ 0,53 m	— 1,27 m	+ 0,26 m	+ 0,28 m	+ 0,83 m	— 0,20 m	+ 0,73 m	— 1,27 m	—	$\mu_\eta = \pm$ 0,78 m
v_ξ	+ 0,35 m	— 0,97 m	+ 0,08 m	— 0,61 m	+ 0,53 m	— 1,02 m	+ 0,84 m	+ 0,67 m	—	$\mu_\xi = \pm$ 0,70 m

Erreurs vraies et moyennes de l'aéropolygonation du « Val-de-Travers ». Hauteur de vol ≈ 2200 m sur le sol. Distance focale $f = 165$ mm.

Clichés n° 48 ; 1

Points	21	20	Δ 41	22	25	26	27	Δ 31 Rab.	23	Erreurs moyennes
v_η	— 0,70 m	— 0,86 m	+ 0,20 m	+ 0,77 m	— 0,07 m	+ 0,56 m	+ 0,14 m	— 0,19 m	+ 0,12 m	$\mu_\eta = \pm$ 0,50 m
v_ξ	— 0,33 m	+ 0,26 m	— 0,05 m	— 0,88 m	— 0,68 m	— 0,54 m	+ 0,61 m	+ 0,56 m	+ 1,06 m	$\mu_\xi = \pm$ 0,62 m

Clichés n° 48 ; 2

Points	33	Δ Trav.	26	27	Δ 31 Rab.	28	—	—	—	Erreurs moyennes
v_η	— 0,39 m	+ 0,44 m	+ 0,34 m	+ 0,03 m	— 0,29 m	— 0,14 m	—	—	—	$\mu_\eta = \pm$ 0,30 m
v_ξ	+ 0,57 m	— 0,31 m	+ 0,11 m	— 0,25 m	— 0,64 m	+ 0,52 m	—	—	—	$\mu_\xi = \pm$ 0,44 m

Clichés n° 49 ; 5

Points	Δ 42 Rab.	49	41	17	18	20	21	22	19	Erreurs moyennes
v_η	— 1,04 m	— 0,16 m	+ 0,02 m	— 0,15 m	+ 0,37 m	— 0,45 m	+ 0,47 m	+ 0,12 m	+ 0,85 m	$\mu_\eta = \pm$ 0,52 m
v_ξ	— 0,17 m	+ 0,04 m	— 0,35 m	+ 0,17 m	+ 0,22 m	+ 0,10 m	— 0,02 m	— 0,60 m	+ 0,61 m	$\mu_\xi = \pm$ 0,33 m

Ces travaux, effectués avec l'autographe Wild à l'*Institut de photogrammétrie de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne*, montrent que les erreurs moyennes à craindre sur les coordonnées des points déterminés par polygonation aérienne sont de l'ordre de grandeur de 40 à 60 cm. Ces résultats sont du reste en parfaite concordance avec ceux obtenus dans d'autres bureaux de photogrammétrie.