Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 75 (1949)
Heft: 22

Artikel: Sollicitation et danger de rupture des corps solides
Autor: Roš, M. / Eichinger, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-56887

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

75e année 22 octobre 1949 N° 22

BULLETIN TECHNIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ABONNEMENTS :
Suisse : 1 an, 20 francs
Etranger : 25 francs
Pour sociétaires :
Suisse : 1 an, 17 francs
Etranger : 22 francs
Pour les abonnements s'adresser à la librairie **F. ROUGE & Cie** à Lausanne
Prix du numéro : 1 fr. 25

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : G. EPITAUX, architecte, à Lausanne ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. — Membres : *Fribourg :* MM. † L. HERTLING, architecte ; P. JOYE, professeur ; *Vaud :* MM. F. CHENAUX, ingénieur ; E. D'OKOLSKI, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte : *Genève :* MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; E. MARTIN, architecte ; E. ODIER, architecte, *Neuchâtel :* MM. J. BÉGUIN, architecte ; G. FURTER, ingénieur ; R. GUYE, ingénieur ; *Valais :* MM. J. DUBUIS, ingénieur ; D. BURGENER, architecte.

Rédaction : D. BONNARD, ingénieur. Case postale Chauderon 475, LAUSANNE

TARIF DES ANNONCES
Le millimètre (larg. 47 mm) 20 cts
Réclames : 60 cts le mm (largeur 95 mm)
Rabais pour annonces répétées
ANNONCES SUISSES S.A.
5, Rue Centrale
Tél. 2 33 26
LAUSANNE
et Succursales

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE
A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte : R. NEESER, ingénieur.

SOMMAIRE : *Sollicitation et danger de rupture des corps solides* (suite et fin), par M. Roš et A. Eichinger, Zurich. — Organisation et formation professionnelles : *La formation des ingénieurs.* — Divers : *Le développement de Genève et le problème de ses chemins de fer.* — Les Congrès : *Assemblée générale de l'Association suisse des Electriciens et de l'Union des centrales suisses d'électricité.* — Nécrologie : *Albert Dunand, ingénieur civil.* — Bibliographie. — Service de Placement. — Nouveautés, Informations diverses.

Sollicitation et danger de rupture des corps solides

par M. ROŠ et A. EICHINGER, Zurich

(Suite et fin.) [1]

II. « Nouvelle théorie de l'élasticité et de la résistance » de H. Brandenberger [9].

Les considérations du Dr *H. Brandenberger* sur l'état actuel du problème de la sollicitation respectivement du danger de rupture des matériaux tenaces sont basées sur son *hypothèse des contraintes spatiales et de réseau*, qui prétend s'approcher davantage du mécanisme réel effort-déformation des matériaux tenaces et expliquer plus justement le phénomène d'écoulement. *H. Brandenberger* applique également sa théorie au cas de l'épuisement de la résistance par fatigue.

Partant du fait connu que les contraintes principales σ_1, σ_2 et σ_3 agissant sur les faces du cube élémentaire engendrent une déformation élastique (fig. 3), il subordonne les *contraintes de réseau* σ_{g1}, σ_{g2} et σ_{g3} aux déformations principales *élastiques* ϵ_1, ϵ_2, ϵ_3 et la *contrainte spatiale* σ_R au *changement de volume élastique* $\Delta V_e = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 3\epsilon_m$

La contrainte spatiale σ_R se superpose aux contraintes de réseau et engendre un changement de volume $3\epsilon_m$ proportionnel à σ_R.

Comme points particulièrement caractéristiques du diagramme contrainte-déformation de l'état de contrainte à un axe (et en général à plusieurs axes), H. Brandenberger choisit

la limite d'élasticité σ_e, respectivement la première limite d'écoulement σ_f' qui coïncide avec σ_e et
la deuxième limite d'écoulement $\sigma_f'' = \sigma_f$ (limite apparente d'élasticité) (fig. 14)

et dans le domaine élasto-plastique, il base aussi ses considérations sur la théorie de l'élasticité (fig. 3).

Dans le cas d'un état de contrainte à trois axes, les contraintes principales σ_1, σ_2 et σ_3 sont exprimées en fonction des déformations principales *élastiques* correspondantes ϵ_1, ϵ_2 et ϵ_3 par les équations (3) écrites selon *Lamé*.

Si, dans ces équations, l'on pose pour les constantes du matériau :

$$E_R = \frac{3mE}{(m+1)(m-2)} \quad \text{et} \quad E_g = \frac{mE}{m+1}$$

il vient plus simplement :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= E_R\,\epsilon_m + E_g\,\epsilon_1 \\ \sigma_2 &= E_R\,\epsilon_m + E_g\,\epsilon_2 \\ \sigma_3 &= E_R\,\epsilon_m + E_g\,\epsilon_3 \end{aligned} \qquad (15)$$

H. Brandenberger introduit alors les nouvelles notions et notations suivantes :

$$\sigma_R = E_R\,\epsilon_m \qquad \text{contrainte spatiale}$$

et

$$\begin{aligned} \sigma_{g1} &= E_g\,\epsilon_1 \\ \sigma_{g2} &= E_g\,\epsilon_2 \qquad \text{contraintes de réseau} \\ \sigma_{g3} &= E_g\,\epsilon_3 \end{aligned}$$

[1] Voir *Bulletin technique* du 8 octobre 1949.

[9] *Nouvelles bases de l'essai et de la résistance des matériaux.* « Les rapports des valeurs de résistances statiques et dynamiques », par H. Brandenberger, Dr ès sc. techn. Schw. Druck- und Verlagshaus, Zurich 1948.
« Schweiz. Bauzeitung » (Revue polytechnique suisse), 65e année ; nos 37, 49 et 50, sept. et déc. 1947. 66e année ; no 9, février 1948.
« Schweiz. Archiv. », 13e année, nos 8 et 9, août et sept. 1947.

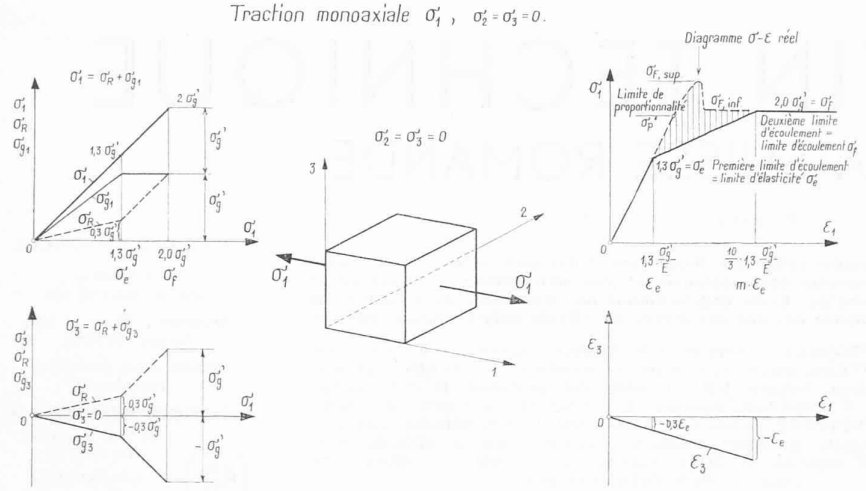

Fig. 14. — Lignes contrainte-déformation pour la traction monoaxiale.

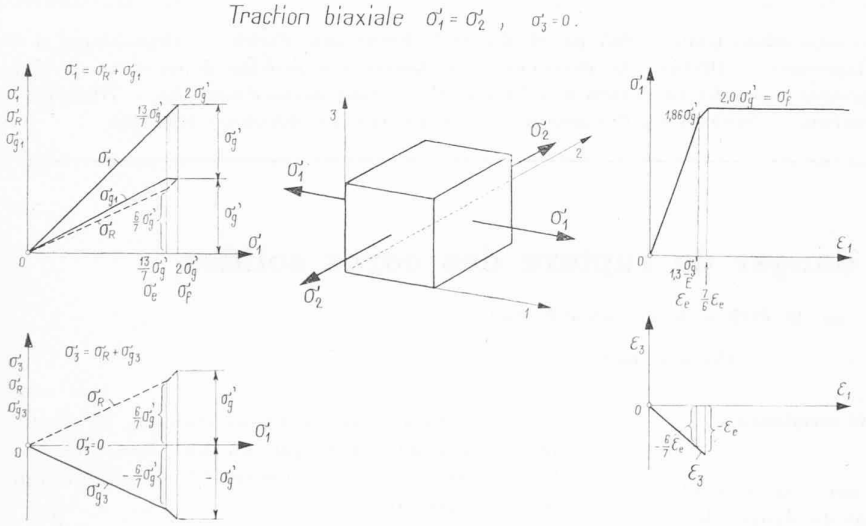

Fig. 15. — Lignes contrainte-déformation pour la traction biaxiale $\sigma_1 = \sigma_2$; $\sigma_3 = 0$.

Les figures 14, 15 et 16 montrent les lignes contrainte-déformation présumées selon la nouvelle hypothèse de H. Brandenberger.

„ Calculs relatifs à la Fig. 16 "

1) Les déformations élastiques sont données par: — voir équations 2 —

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma'_1}{E} - \frac{\frac{\sigma'_1}{2} + \frac{\sigma'_1}{2}}{m\,E} = \frac{\sigma'_1}{E}\left(1 - \frac{1}{m}\right) = 0{,}7\,\frac{\sigma'_1}{E}\,;$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{\sigma'_1}{2E} - \frac{\sigma'_1 + \frac{\sigma'_1}{2}}{m\,E} = \frac{\sigma'_1}{2E}\left(1 - \frac{3}{m}\right) = 0{,}05\,\frac{\sigma'_1}{E}\,;$$

$$\varepsilon_m = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3} = \frac{2}{3}\left(1 - \frac{2}{m}\right)\frac{\sigma'_1}{E} = \frac{0{,}8}{3}\,\frac{\sigma'_1}{E}$$

2) A la limite d'élasticité σ'_e , on a :

$$E_g = \frac{m\,E}{m+1} = \frac{10}{13}\,E$$

$$\sigma'_{g1} = E_g \cdot \varepsilon_1 = E_g\,0{,}7\,\frac{\sigma'_1}{E} = \frac{7}{13}\,\sigma'_1\ (= \sigma'_e) = \sigma'_g$$

soit $\sigma'_e = \frac{13}{7}\,\sigma'_g$ resp. $\varepsilon_e = 1{,}3\,\frac{\sigma'_g}{E}$

et $\sigma'_R = \sigma'_1\ (= \sigma'_e) - \sigma'_{g1}\ (= \sigma'_g) = \frac{6}{7}\,\sigma'_g$

3) Conditions à la limite d'écoulement σ'_f :

$$\sigma'_{g3} = -\sigma'_g = E_g \cdot \varepsilon_3 = \sigma'_{g2}$$

soit $\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = -\frac{\sigma'_g}{E_g} = -1{,}3\,\frac{\sigma'_g}{E} = -\varepsilon_e$;

Comme $E_R = \frac{3\,m\,E}{(m+1)(m-2)} = \frac{45}{26}\,E$

et $\sigma'_1 = \sigma'_f$, $\sigma'_{g3} = -\sigma'_g$, il vient

$$\sigma'_{g3} = \sigma'_3 - \sigma'_R = \frac{\sigma'_f}{2} - (\sigma'_f - \sigma'_g) = -\sigma'_g\,,$$

d'où $\sigma'_f = 4\,\sigma'_g$ et $\sigma'_R = 3\,\sigma'_g$,

donc $\varepsilon_m = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3} = \frac{\varepsilon_1 - 2 \cdot 1{,}3\,(\frac{\sigma'_g}{E})}{3} = \frac{\sigma'_R}{E_R} = \frac{3\,\sigma'_g}{\frac{45}{26}\,E}$

d'où l'on tire: $\varepsilon_1 = \frac{\sigma'_g}{E}\left(\frac{3 \cdot 26}{45} + 2 \cdot 1{,}3\right) = 6 \cdot 1{,}3\,\frac{\sigma'_g}{E} = 6\,\varepsilon_e$.

Dans ce cas le rapport des ε à la limite d'écoulement se modifie comme suit :

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 : \varepsilon_3 = 1 : -\tfrac{1}{6} : -\tfrac{1}{6}\,,$$

tandis que dans le domaine élastique, il est

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 : \varepsilon_3 = 1 : +\tfrac{1}{14} : +\tfrac{1}{14}\,,$$

contrairement aux deux autres cas, soit

$$\sigma'_1 : \sigma'_2 : \sigma'_3 = 1 : 0 : 0 \text{ et } 1 : 1 : 0\,,$$

où le rapport reste le même — Fig. 14 et 15 —

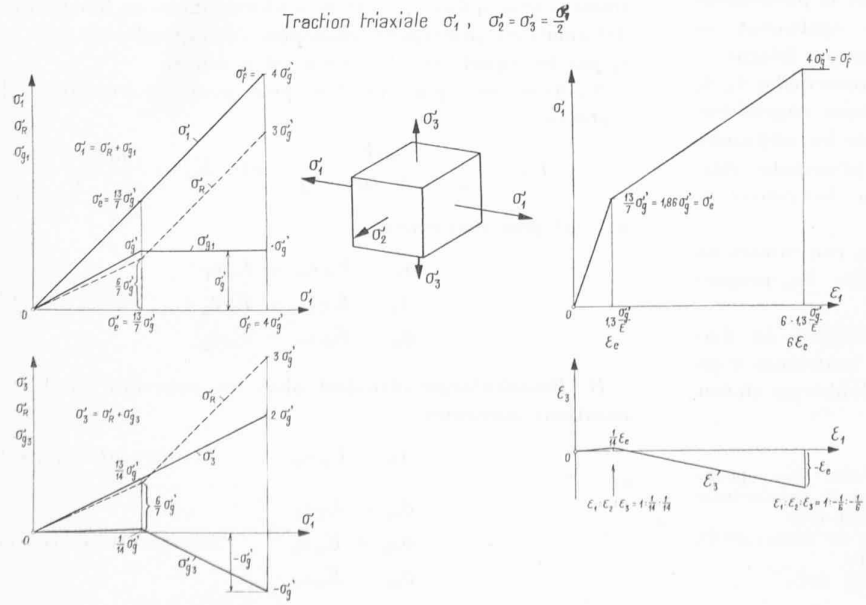

Fig. 16. — Lignes contrainte-déformation pour la traction triaxiale $\sigma_2 = \sigma_3 = \frac{1}{2}\,\sigma_1$.

de sorte que les équations (3) écrites selon *Lamé* deviennent

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_R + \sigma_{g1} \\ \sigma_2 &= \sigma_R + \sigma_{g2} \\ \sigma_3 &= \sigma_R + \sigma_{g3} \end{aligned} \qquad (16)$$

H. Brandenberger appelle la valeur

$$E_R = \frac{3mE}{(m+1)(m-2)}$$

module d'élasticité relatif à la contrainte spatiale

et la valeur

$$E_g = \frac{mE}{m+1}$$

module d'élasticité relatif aux contraintes de réseau.

Ce dernier est égal au double du module de glissement

$$Eg = 2G$$

Les équations (15) et (16), sur lesquelles *H. Brandenberger* base son *hypothèse des contraintes spatiales et de réseau* sont, quant à leur signification mécanique, identiques aux équations d'élasticité (3) *de Lamé.*

Selon l'interprétation de *H. Brandenberger*, le second membre de ces dernières représente la contrainte spatiale — premier terme — et les contraintes de réseau — deuxième terme — celles-ci étant d'après son hypothèse seules déterminantes pour la sollicitation. La comparaison des équations (3) de *Lamé* avec les équations équivalentes (4), mais décomposées en composantes de contrainte engendrant un *changement de volume* pur et un *changement de forme* pur (fig. 2) montre clairement la différence entre les composantes de contrainte déterminantes dans l'un et l'autre cas, soit les contraintes de réseau d'après *H. Brandenberger* et les composantes de contrainte réellement déterminantes pour le changement de forme pur (voir équations (7) et (8).

Les contraintes de réseau sont proportionnelles aux déformations principales ϵ_1, ϵ_2 et ϵ_3, tandis que les composantes de contrainte engendrant le *changement de forme* dépendent des composantes de déformation

$$\begin{aligned} \epsilon_1' &= \epsilon_1 - \epsilon_m \\ \epsilon_2' &= \epsilon_2 - \epsilon_m \\ \epsilon_3' &= \epsilon_3 - \epsilon_m \end{aligned}$$

(fig. 1 et 2)

* * *

L'*hypothèse de H. Brandenberger* est basée sur les deux théorèmes suivants :

1. La *limite d'élasticité* σ_e, respectivement la « première limite d'écoulement σ_f' » qui lui est identique (fig. 14 et 17) est, pour des états de contrainte quelconques $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, une fonction de la plus grande contrainte de réseau σ_{g1} en valeur absolue, contrainte dont la valeur limite σ_g' est une constante dépendant uniquement de la matière (ou matériau) et qui, par exemple pour l'acier, prend la valeur $\sigma_g' = 0{,}77\, E \cdot \epsilon_1$ (équation (7). La contrainte spatiale σ_R n'a par contre aucune influence sur la sollicitation. La limite d'élasticité σ_1 sera atteinte chaque fois que la contrainte de réseau σ_{g1} atteindra la même valeur constante σ_g'.

Etant donné que les contraintes principales σ_1 $(= \sigma_e)$, σ_2 et σ_3 sont données par l'essai, la relation

$$\sigma_1 = E_R\, \epsilon_m + E_g\, \epsilon_1 = \sigma_R + \sigma_{g1}\ (= \sigma_g') \qquad (17)$$

permet de calculer la contrainte spatiale σ_R et par conséquent la constante σ_g' du matériau.

Le calcul de la limite d'élasticité σ_e pour trois états de contrainte différents, soit

	Contraintes principales
état de contrainte à un axe	$\sigma_1\,;\ \sigma_2 = \sigma_3 = 0$
état de contrainte à deux axes	$\sigma_1 = \sigma_2\,;\ \sigma_3 = 0$
état de contrainte à trois axes	$\sigma_1\,;\ \sigma_2 = \sigma_3 = \frac{\sigma_1}{2}$

ressort des figures 14, 15 et 16.

Comme d'après *H. Brandenberger*, la plus grande valeur absolue de $\sigma_g' = 0{,}77\, E \cdot \epsilon_1$ correspond à une caractéristique du matériau, c'est-à-dire à une constante, le *premier théorème fondamental* est identique à l'*hypothèse de l'allongement maximum* qui, comme nous l'avons déjà vu, a été clairement réfutée par les essais sur métaux mentionnés précédemment [6] et ceci aussi bien pour les limites d'élasticité et d'écoulement que pour la limite d'endurance (fig. 18).

2. La *deuxième limite d'écoulement* σ_f (fig. 14 et 17) ou limite inférieure d'écoulement selon l'appellation usuelle en essai des matériaux (fig. 14) est atteinte pour la plus grande contrainte principale σ_1 lorsque, la sollicitation correspondant à l'état de contrainte $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ croissant au-delà de la limite d'élasticité, la contrainte de réseau σ_{g3} de la plus petite des trois contraintes principales a atteint la valeur limite négative constante $-\sigma_g'$, la valeur limite de la contrainte de réseau σ_{g1} de la plus grande contrainte principale σ_1 restant stationnaire à partir de la limite d'élasticité, c'est-à-dire $\sigma_{g1} = +\sigma_g' =$ invariable par suite d'une « paralysie » de la contrainte de réseau σ_{g1}.

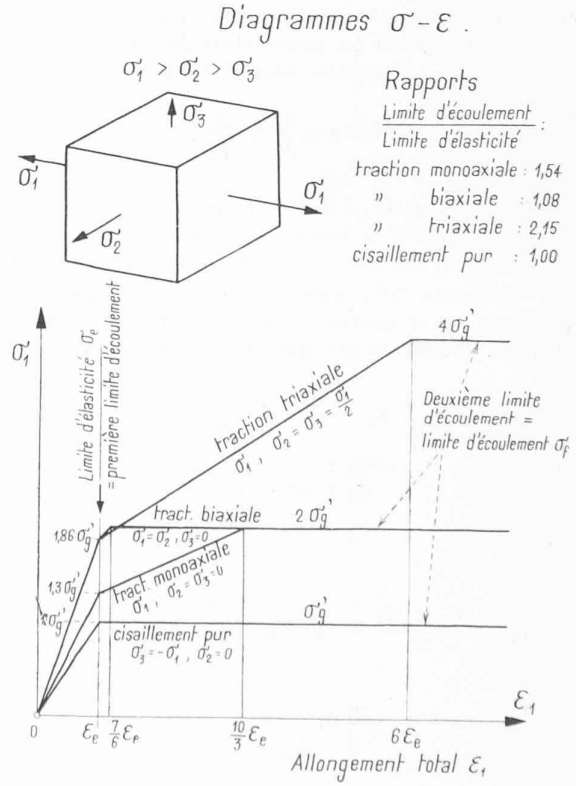

Fig. 17. — Récapitulation des diagrammes contrainte-déformation présumés.

La détermination de la deuxième limite d'écoulement σ_f pour les trois états de contrainte examinés sous *1* ressort des figures 14, 15 et 16.

En considérant de plus près les rapports réciproques des contraintes principales $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ à la limite d'écoulement, où l'on a

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_R + \sigma'_g \\ \sigma_3 &= \sigma_R - \sigma'_g \end{aligned} \qquad (18)$$

on voit que le *deuxième théorème fondamental* satisfait à la condition de la *contrainte de cisaillement (glissement) maximum* τ_{max} selon l'hypothèse de Mohr, qui admet qu'à l'écoulement la différence entre les deux contraintes principales maximum et minimum $\sigma_1 - \sigma_3 = 2\tau_{max} =$ constante est déterminante. Comme on le voit aux figures 14, 15 et 16, on a à la limite d'écoulement σ_f

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{g1} - \sigma_{g3} = 2\sigma'_g = \text{constante}$$

car $\quad \sigma_{g1} = +\sigma'_g = \text{constante}$ et $\sigma_{g3} = -\sigma'_g$.

Les figures 14, 15 et 16 donnent les *diagrammes contrainte-déformation*, soit *contrainte principale maximum* σ_1 — *allongement principal* ϵ_1 pour les trois états de contrainte examinés sous 1 et 2.

Ces diagrammes sont également représentés à la figure 17. L'allongement principal total ϵ_1 correspondant à la contrainte principale σ_1 résulte des relations suivantes :

à la *limite d'élasticité*, pour σ_1, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$
(traction suivant un seul axe)

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_e}{E} = 1{,}3\,\frac{\sigma'_g}{E}$$

Etant donné que l'hypothèse de l'allongement maximum est considéré ici comme valable, on devrait aussi obtenir la même valeur pour tous les autres états de contrainte, autrement dit on a d'une manière tout à fait générale

$$\epsilon_e = 1{,}3\,\frac{\sigma'_g}{E} = \frac{\sigma'_g}{E_g},$$

à la *limite d'écoulement*, si l'on se restreint aux états de contrainte dans lesquels la contrainte principale maximum en valeur absolue σ_1 est une contrainte de traction et les deux autres contraintes principales σ_2 et σ_3 sont égales entre elles, il vient, en se tenant rigoureusement à la méthode de calcul de *H. Brandenberger* sans en vérifier la légitimité :

$$\epsilon_2 = \epsilon_3 = -\frac{\sigma'_g}{E_g}$$

et comme

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_R + \sigma'_g \\ \sigma_3 &= \sigma_R - \sigma' \end{aligned}$$

$$\sigma_R = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \epsilon_m\, E_R = \frac{\epsilon_1 - 2\,\dfrac{\sigma'_g}{E_g}}{3} \cdot E_R$$

d'où

$$\epsilon_1 = \frac{3}{2}\,\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{E_R} + 2\,\frac{\sigma'_g}{E_g}.$$

Dans le cas où $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ (fig. 14), on obtient, en admettant

$$m = \frac{10}{3}, \text{ d'où } E_R = \frac{45}{26}\,E \text{ et } E_g = \frac{10}{13}\,E$$

$$\epsilon_{1f} = \frac{10}{3}\,\frac{\sigma'_g}{E_g}$$

et pour $\sigma_2 = \sigma_3 = \dfrac{\sigma_1}{2}$ (fig. 16) cette valeur atteint même

$$6\,\frac{\sigma'_g}{E_g}.$$

* * *

Une *hypothèse* ne peut prétendre être une *théorie* que si des essais exécutés en connaissance de cause ont confirmé son bien-fondé. Ici aussi, l'expérience est la source de la vérité.

La comparaison des résultats auxquels conduit la *nouvelle hypothèse* de l'élasticité et de la résistance de *H. Brandenberger* avec les résultats fournis par les *essais du LFEM* [6] permet de faire les constatations suivantes :

a) La *théorie établie par le LFEM* pour la sollicitation statique ou l'épuisement de la résistance des matières solides, tenaces, quasi isotropes, soumises à un état de contrainte à un ou plusieurs axes, a été vérifiée et confirmée par les essais du LFEM (fig. 9 et 10). Cette théorie, basée sur la *constance de la contrainte de cisaillement* τ_0 ou du déplacement S_0 du centre de gravité de la face de l'octaèdre inscrit dans le cube élémentaire (fig. 5 à 8) est applicable aussi bien au domaine élastique qu'au domaine plastique. Dans le domaine élastique, elle est identique à l'hypothèse de la *constance de l'énergie de changement de forme* de *Maxwell — Huber — v. Mises — Hencky — Haigh.*

Comme mesure de la sollicitation, elle utilise la contrainte de comparaison σ_{res} ou l'allongement de comparaison correspondant δ_{res} (fig. 6, 9, 11 et 12).

b) L'étude de la nouvelle hypothèse de *H. Brandenberger* montre qu'elle est équivalente à l'*hypothèse de l'allongement maximum* ϵ_{max} pour la limite d'élasticité σ_e (identique à la première limite d'écoulement σ_f' d'après H. Brandenberger) et à l'*hypothèse de la contrainte de cisaillement maximum* τ_{max} selon Coulomb-Guest-Mohr pour la *limite d'écoulement* σ_f elle-même (identique à la deuxième limite d'écoulement d'après H. Brandenberger), cette contrainte de cisaillement τ_{max} dans le plan diagonal du cube élémentaire devant être déterminante dans le cas de sollicitation ou d'épuisement de résistance considéré.

Les résultats auxquels conduit cette hypothèse n'ont pas été vérifiés par des essais de son auteur ; pour la limite d'élasticité et pour la limite d'écoulement, ils ne concordent pas avec la théorie du LFEM qui a été confirmée expérimentalement (fig. 18).

Les écarts obtenus sont les suivants :

A la limite d'élasticité :

	Traction pure	Traction $\sigma_3 : \sigma_1$ 1 : 1	biaxale $\sigma_3 : \sigma_1$ 1 : 2	Cisaillement pur
Hypothèse de Brandenberger 1948	1	1,43	1,18	0,77
Essais et théorie du LFEM 1926-1929 . .	1	1	1,15	0,58
Ecarts en %	0	+ 43	+ 3	+ 33

A la limite d'écoulement :

Hypothèse de Brandenberger 1948	1,54	1,54	1,54	0,77
Essais et théorie du LFEM 1926-1929 . .	1,54	1,54	1,78	0,89
Ecarts en %.	0	0	— 13	— 13 (fig. 18)

Les écarts sont, dans certains cas, considérables. Pour la *limite d'élasticité* σ_e et en tout cas pour les métaux, la nouvelle hypothèse de *H. Brandenberger*, qui équivaut à l'hypothèse périmée de l'allongement maximum, doit être considérée comme erronée. Pour le deuxième état-limite — la *limite d'écoulement* σ_f — elle s'approche davantage de la réalité, car elle est identique à la théorie de *Mohr*, ainsi que le LFEM l'a déjà prouvé en 1926 [6] (fig. 18).

c) D'après la nouvelle hypothèse, le rapport

$$\frac{\text{limite d'écoulement } \sigma_f}{\text{limite d'élasticité } \sigma_e}$$

pour la traction monoaxiale est exactement 1,54 (fig. 14) et ceci indépendamment du genre de matière. Ce rapport peut évidemment être égal à 1,54 pour un matériau déterminé. Cependant pour l'acier doux ayant subi un traitement thermique et mécanique normal, sa valeur moyenne est en réalité, à la température ambiante ordinaire

$$\frac{\text{limite d'écoulement marquée } \sigma_f}{\sim \text{ limite de proportionnalité}} \cong 1{,}05\,.$$

Cette valeur dépend plus ou moins du genre d'acier et de sa sensibilité aux influences thermiques et mécaniques [10].

De la sorte, le rapport réciproque des états de contrainte à deux axes à la limite d'élasticité et à la limite d'écoulement se présente d'une manière tout à fait différente et s'éloigne beaucoup d'une concordance (fig. 18).

Le diagramme contrainte-déformation d'après la nouvelle hypothèse de *H. Brandenberger*, avec ses points de brisure aux limites d'élasticité et d'écoulement, s'écarte du diagramme réel. Pour la traction monoaxiale par exemple, cet écart est très prononcé, en particulier si l'on observe les limites inférieures et supérieures effectives d'écoulement (fig. 14).

d) Pour la *limite d'endurance*, par exemple, la *limite de fatigue aux efforts répétés* $\sigma_U = \sigma_0^+$ (contraintes oscillant entre une limite inférieure très proche de 0 et une limite supérieure $+\,\sigma_U$, nombre de répétitions 10^6) et la *limite de fatigue aux efforts alternés* $\sigma_D = \sigma\pm$ (contraintes oscillant entre deux limites de signe contraire, égales en valeur absolue, nombre d'alternances 10^6), la non-concordance entre la réalité, c'est-à-dire les résultats des essais, et la nouvelle hypothèse est encore plus marquée, car selon cette dernière, la limite de fatigue aux efforts alternés $\sigma\pm$ et la limite de fatigue aux efforts répétés σ_0^+ doivent être égales, la première à la limite d'élasticité, la seconde à la limite d'écoulement. La comparaison des rapports

$$\frac{\text{limite de fatigue aux efforts alternés } \sigma_D}{\text{limite de fatigue aux efforts répétés } \sigma_U} = \frac{\sigma\pm}{\sigma_0^+}$$

correspondant à la nouvelle hypothèse et aux essais [11] donnent en réalité les écarts suivants :

	Traction monoaxiale	Traction biaxiale (déduction) (par analogie)	Cisaillement
Hypothèse	$\frac{1}{1{,}54} = 0{,}65$	$\frac{1{,}43}{1{,}54} = 0{,}93$	$\frac{0{,}77}{0{,}77} = 1$
Essais	$\sim 0{,}65$	$\sim 0{,}65$	$\sim 0{,}7$
Ecarts en %. . .	0	$\sim +43$	$\sim +43$

* * *

La *nouvelle hypothèse de l'élasticité et de la résistance de H. Brandenberger* ne présente pas d'idée conductrice. Elle repose sur une conception très complexe en soi et ne permet pas de se représenter clairement le rapport causal entre l'effort et le mécanisme de déformation. Les lois de la théorie de l'élasticité ont été adoptées pour les déformations totales dans le domaine élasto-plastique. La continuité de la courbe contrainte-déformation n'est pas observée. Seuls sont traités les états-limites aux limites d'élasticité et d'écoulement, les états de sollicitation intermédiaires étant simplement passés sous silence (fig. 14 à 17). Les contraintes principales, dont les composantes déterminantes pour la sollicitation, auxquelles sont imputables le changement de volume pur, d'une part, et le changement de forme pur, d'autre part, sont décomposés en une contrainte spatiale et en contraintes de réseau auxquelles sont attribuées des fonctions qui, comme les essais exécutés le prouvent, ne correspondent pas à la réalité, car les valeurs-limites obtenues d'après la nouvelle hypothèse ne concordent pas avec les résultats des essais (fig. 18).

Dans le cas des métaux, la nouvelle hypothèse de *H. Brandenberger* est infirmée pour la limite d'élasticité, la limite d'écoulement et la limite d'endurance ; la contrainte de réseau σ_g' correspondant à l'état-limite n'est pas constante. Cette hypothèse n'éclaircit pas le mécanisme réel effort-déformation des matériaux tenaces et n'enrichit donc pas, pour autant que nous le sachions, nos connaissances sur la sollicitation et le danger de rupture des corps solides. Il est évident que sur cette base, on ne peut également pas expliquer l'effet dit de Bauschinger.

La *théorie du LFEM*, basée sur l'*effort de cisaillement résultant* τ_0 et le *déplacement résultant concomitant* s_0 dans la face de l'octaèdre inscrit dans le cube élémentaire, celui-ci étant sollicité tout à fait généralement suivant trois axes, est bien le contraire de cette hypothèse. En effet, elle procède d'une conception d'ensemble dominée par une seule et même idée et l'on a pu prouver par des essais sa concordance avec la réalité (fig. 9 et 10).

Au moyen de la contrainte de comparaison σ_{res} et de l'allongement de comparaison δ_{res}, elle permet d'évaluer correctement la sollicitation déterminante et la déformation concomitante dans les domaines élastique et plastique des corps solides sollicités suivant plusieurs axes par des efforts statiques ou dynamiques [12].

---

[10] M. Roš et A. Eichinger : *Propriétés de résistance des aciers aux hautes températures.* Rapports n° 87 et 138 du LFEM, Zurich 1934 et 1941.

[11] M. Roš : *Qualité des matériaux et sécurité dans la construction et dans l'industrie des machines.* Rapport n° 143 du LFEM, fig. 54 et 55, Zurich 1943. *L'électrode Sécheron SCW.* Rapport n° 150 du LFEM, fig. 36, Zurich 1944.

[12] *La fatigue des métaux.* Rapport n° 160 du LFEM. Paris-Zurich 1947. *La fatigue des soudures.* Rapport n° 161 du LFEM. Paris-Zurich 1948. M. Roš et A. Eichinger : *Le danger de rupture des corps solides.* Zurich, septembre 1949.