

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 75 (1949)  
**Heft:** 21

**Artikel:** Sollicitation et danger de rupture des corps solides  
**Autor:** Roš, M. / Eichinger, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-56885>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

**ABONNEMENTS :**Suisse : 1 an, 20 francs  
Etranger : 25 francs

Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 17 francs  
Etranger : 22 francsPour les abonnements  
s'adresser à la librairie**F. ROUGE & Cie**  
à LausannePrix du numéro :  
1 fr. 25

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoises et genevoises des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : G. EPITAUX, architecte, à Lausanne ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. — Membres : Fribourg : MM. J. L. HERTLING, architecte ; P. JOYE, professeur ; Vaud : MM. F. CHENAUX, ingénieur ; E. D'OKOLSKI, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte ; Genève : MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; E. MARTIN, architecte ; E. ODIER, architecte, Neuchâtel : MM. J. BÉGUIN, architecte ; G. FURTER, ingénieur ; R. GUYE, ingénieur ; Valais : MM. J. DUBUIS, ingénieur ; D. GUYENER, architecte.

Rédaction : D. BONNARD, ingénieur. Case postale Chauderon 475, LAUSANNE

**TARIF DES ANNONCES**Le millimètre  
(larg. 47 mm) 20 cts  
Réclames : 60 cts le mm  
(largeur 95 mm)Rabais pour annonces  
répétées**ANNONCES SUISSES S.A.**5, Rue Centrale  
Tél. 2 33 26LAUSANNE  
et Succursales**CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE**

A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte ; R. NEESER, ingénieur.

**SOMMAIRE :** *Sollicitation et danger de rupture des corps solides*, par M. ROŠ et A. EICHINGER, Zurich. — *Le temple des Valangines à Neuchâtel*. Architectes : DE BOSSET, S.I.A., Neuchâtel. — **LES CONGRÈS :** *Association internationale de recherches pour travaux hydrauliques*. — **BIBLIOGRAPHIE.** — **COMMUNIQUÉS.** — **SERVICE DE PLACEMENT.**

## Sollicitation et danger de rupture des corps solides

par M. ROŠ<sup>1</sup> et A. EICHINGER, Zurich

Le but de ce rapport n'est pas de déduire les propriétés de résistance et de déformation des structures particulières des matières sollicitées, cette étude étant du domaine de la physique et de la chimie cristalline. Le présent rapport concerne la mécanique technologique<sup>1</sup>, c'est-à-dire la discipline des sciences naturelles qui, à côté de la statique et de la dynamique des corps rigides ou parfaitement élastiques, est en mesure de déceler au moyen d'observations sur la matière sollicitée, les phénomènes fondamentaux qui régissent la mécanique des processus d'ordre macroscopique dans le matériau et de définir les notions primordiales qui en découlent. Parmi ces phénomènes, citons en particulier la déformation élastique et la déformation plastique, ainsi que les autres modifications mécaniques de la matière jusqu'à l'apparition de dommages, de fissures et finalement de surfaces de rupture. Pour cette manière de voir macroscopique, W. Thomson choisit le qualificatif « molaire », afin de la distinguer de l'appréciation microscopique qu'il appelait « moléculaire »<sup>2</sup>.

Le but de la théorie de l'écoulement et de la rupture exposée ci-après est donc de reconnaître comment on peut déceler le genre et le degré de perturbation d'équilibre des efforts internes dans les corps solides, c'est-à-dire d'indiquer quelles sont les caractéristiques extérieures décisives de la sollicitation pour un système de contraintes quelconque d'un corps solide soumis à des efforts mécaniques.

Pour résoudre ce problème, on s'appuie en général sur la notion d'état de contrainte et de déformation, notion issue de notre manière de voir dans l'espace. Suivant le genre de rela-

tion entre l'état de contrainte et l'état de déformation qu'il engendre, on est en présence soit d'une déformation élastique, soit d'une déformation plastique résultant de glissements, comme dans le cas des matières tenaces. C'est uniquement de cette dernière que nous nous occuperons dans la suite. Nous admettrons encore que nous avons affaire à des corps métalliques polycristallins, compacts et quasi isotropes, dont le comportement à la traction et à la compression (fig. 6) est identique jusqu'à des sollicitations bien supérieures à la limite apparente d'élasticité, si l'on rapporte dans chaque cas l'effort à la section déformée et si l'on détermine logiquement les composantes correspondantes de la déformation plastique selon l'équation

$$\delta = \int_1^l \frac{dl}{l} = \ln l \quad (1)$$

(fig. 4)

Dans le cas d'une matière macroscopiquement quasi isotrope, même si les cristallites constituant le corps, orientés d'une manière désordonnée, sont microscopiquement anisotropes, la traction monoaxiale engendre un allongement spécifique  $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$  dans la direction de l'effort et, simultanément, une déformation spécifique de sens contraire et de grandeur  $-\frac{\epsilon}{m}$  dans la direction perpendiculaire à cet effort (direction transversale).

La caractéristique  $E$  de la matière est le module d'élasticité de Young, exprimé en kg/cm<sup>2</sup> ou en kg/mm<sup>2</sup> et  $m$  est le coefficient de contraction transversale de Poisson. Pour les métaux, ce dernier varie entre 3 et 4 pour la déformation

<sup>1</sup> Dénomination introduite par le professeur P. LUDWIG, Vienne. Voir *Eléments de mécanique technologique*, Berlin 1909.

<sup>2</sup> Cours sur la dynamique moléculaire et la théorie de la lumière. Traduction allemande de B. WEINSTEIN, Leipzig et Berlin 1909.

élastique, tandis qu'il descend à 2 pour la déformation plastique.

Dans le cas d'un système de contrainte à trois axes, on peut simplement superposer les effets des trois contraintes principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$ , perpendiculaires l'une à l'autre dans l'espace, toutefois à condition que la déformation élastique reste petite par rapport à l'unité de longueur primitive. De cette manière, on obtient les équations d'élasticité connues pour les déformations spécifiques principales  $e_1$ ,  $e_2$  et  $e_3$  dans les trois directions principales, soit :

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{mE} \\ e_2 &= \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{mE} \\ e_3 &= \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{mE} \end{aligned} \quad (2)$$

le changement de volume élastique étant donné par<sup>3</sup>

$$\Delta V_e = e_1 + e_2 + e_3 \quad (\text{fig. 1, 2 et 3})$$

Inversement, on peut aussi tirer du système de trois équations linéaires (2) les trois contraintes principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  qui s'écrivent d'après Lamé<sup>4</sup>, en posant pour la déformation spécifique moyenne  $e_m = \frac{e_1 + e_2 + e_3}{3}$

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{3mE}{(m+1)(m-2)} e_m + \frac{mE}{m+1} e_1 \\ \sigma_2 &= \frac{3mE}{(m+1)(m-2)} e_m + \frac{mE}{m+1} e_2 \\ \sigma_3 &= \frac{3mE}{(m+1)(m-2)} e_m + \frac{mE}{m+1} e_3 \end{aligned} \quad (3)$$

La décomposition essentiellement différente de l'état de contrainte en une première partie provoquant uniquement

<sup>3</sup> Les déformations principales totales  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_3$  d'un cube élémentaire sollicité par les contraintes principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  peuvent être décomposées en déformations partielles élastiques  $e_1$ ,  $e_2$  et  $e_3$  et en déformations partielles plastiques  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  et  $\delta_3$ . Voir équations (2) et (11) et figures 2 et 3. En général, on a donc  $\epsilon_n = e_n + \delta_n$ .

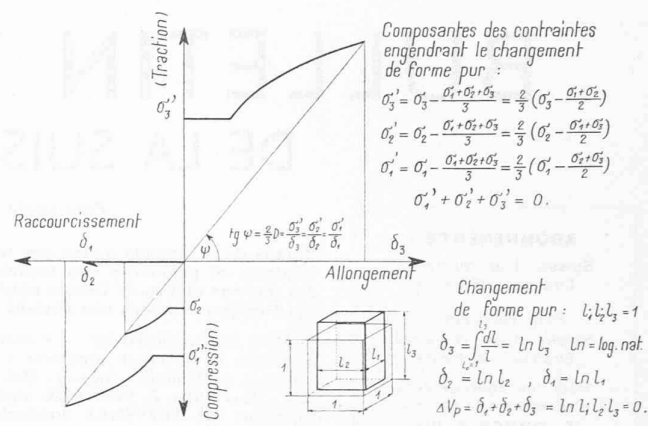


Fig. 4. — La loi contrainte-déformation dans le cas de la déformation plastique.

un changement de volume  $\Delta V_e$  et une deuxième partie engendrant uniquement un changement de forme (pour laquelle le changement de volume est donc nul) conduit aux équations d'élasticité suivantes :

	Changement de volume	Changement de forme
$\sigma_1 = \sigma_m + \sigma'_1 =$	$\frac{mE}{m-2} e_m +$	$\frac{mE}{m+1} e'_1$
$\sigma_2 = \sigma_m + \sigma'_2 =$	$\frac{mE}{m-2} e_m +$	$\frac{mE}{m+1} e'_2$
$\sigma_3 = \sigma_m + \sigma'_3 =$	$\frac{mE}{m-2} e_m +$	$\frac{mE}{m+1} e'_3$

$$(4)$$

où les valeurs  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  sont des fonctions de  $E$ ,  $m$ ,  $e_m$  et  $e'$ .

$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$  est égal à la pression hydrostatique, tandis que

<sup>4</sup> G. LAMÉ : *Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides*. Paris 1852.

Voir aussi A. E. H. LOVE : *Manuel de l'élasticité*. Traduction allemande de A. TIMPE. Leipzig et Berlin 1907, p. 121 et 640.

Acier „N"

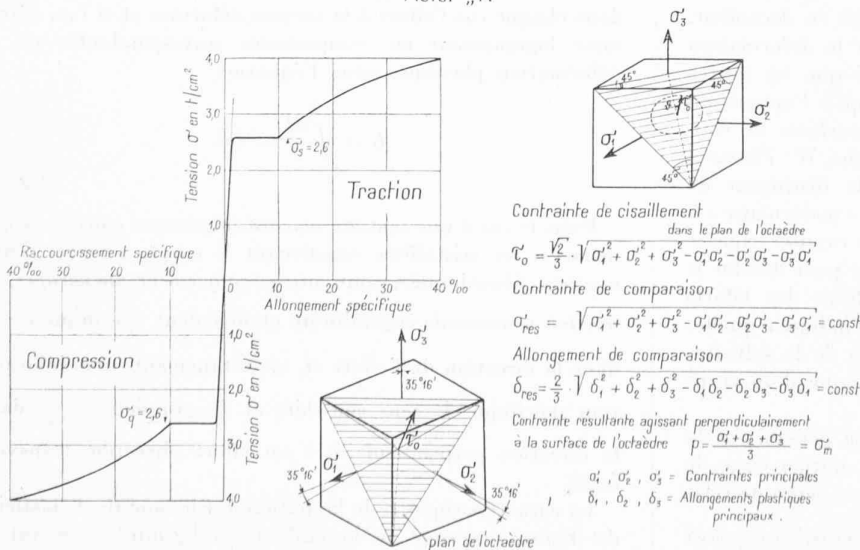


Fig. 6. — Relation entre l'allongement plastique de comparaison  $\delta_{res}$  et la contrainte de comparaison  $\sigma_{res}$  pour un état de contrainte quelconque  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ .

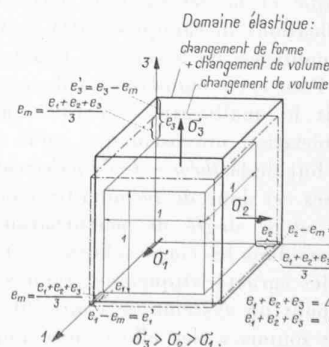
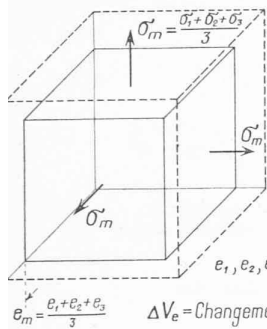


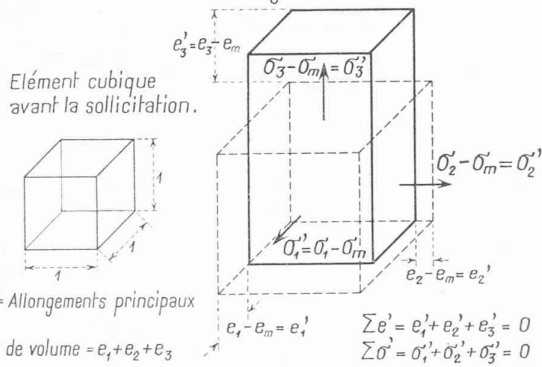
Fig. 1. — Etat de déformation d'un cube élémentaire sollicité suivant trois axes.

## Déformations élastiques

Changement du volume

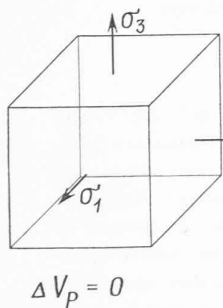


Changement de la forme



## Déformations plastiques

Changement du volume



Changement de la forme

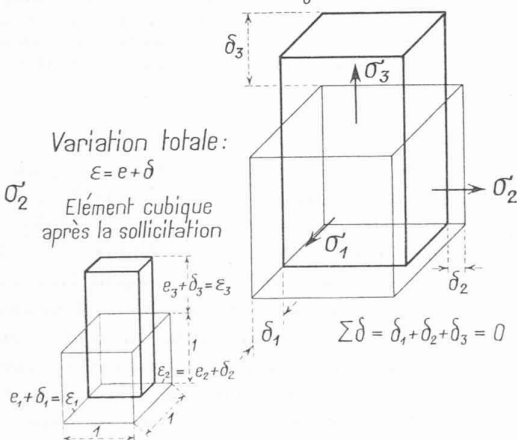


Fig. 2. — Transformation totale de l'élément cubique résultant de la superposition des déformations élastique et plastique.

$$\begin{aligned}\sigma'_1 &= \sigma_1 - \sigma_m = \frac{2}{3} \left( \sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \right) \\ \sigma'_2 &= \sigma_2 - \sigma_m = \frac{2}{3} \left( \sigma_2 - \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2} \right) \\ \sigma'_3 &= \sigma_3 - \sigma_m = \frac{2}{3} \left( \sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)\end{aligned}$$

sont les composantes des contraintes principales qui engendrent le changement de forme pur et

$$e'_1 = e_1 - e_m; \quad e'_2 = e_2 - e_m; \quad e'_3 = e_3 - e_m$$

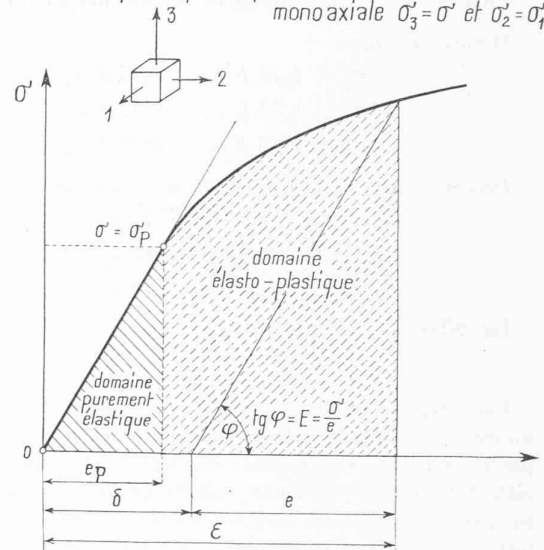
représentent les composantes du changement de forme pur.

La décomposition corrélatrice de l'état de déformation prend alors la forme

$$\begin{aligned}e_1 &= e_m + e'_1 = \frac{m-2}{mE} \sigma_m + \frac{m+1}{mE} \sigma'_1 \\ e_2 &= e_m + e'_2 = \frac{m-2}{mE} \sigma_m + \frac{m+1}{mE} \sigma'_2 \\ e_3 &= e_m + e'_3 = \frac{m-2}{mE} \sigma_m + \frac{m+1}{mE} \sigma'_3\end{aligned} \quad (6)$$

où les déformations principales  $e_1, e_2$  et  $e_3$  sont des fonctions de  $E, m, \sigma_m$  et des composantes  $\sigma'$ .

Diagramme pour la déformation totale dans une direction principale, p. ex. dans le cas de la traction mono axiale  $\sigma'_3 = \sigma'$  et  $\sigma'_2 = \sigma'_1 = 0$ .



Equations d'élasticité :  
déformations élastiques

$$\begin{aligned}e_3 &= \frac{1}{E} \left( \sigma'_3 - \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2}{2} \right) \\ e_2 &= \frac{1}{E} \left( \sigma'_2 - \frac{\sigma'_3 + \sigma'_1}{2} \right) \\ e_1 &= \frac{1}{E} \left( \sigma'_1 - \frac{\sigma'_2 + \sigma'_3}{2} \right)\end{aligned} \quad \dots 1)$$

$E = \text{module d'élasticité} = \tan \varphi = \frac{\sigma'}{e}$

Changement de volume  $\Delta V_e = e_1 + e_2 + e_3$

Equations de plasticité :  
déformations plastiques

$$\begin{aligned}\delta_3 &= \frac{1}{D} \left( \sigma'_3 - \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2}{2} \right) = \frac{3}{2} \frac{\sigma'_3}{D} \\ \delta_2 &= \frac{1}{D} \left( \sigma'_2 - \frac{\sigma'_3 + \sigma'_1}{2} \right) = \frac{3}{2} \frac{\sigma'_2}{D} \\ \delta_1 &= \frac{1}{D} \left( \sigma'_1 - \frac{\sigma'_2 + \sigma'_3}{2} \right) = \frac{3}{2} \frac{\sigma'_1}{D}\end{aligned} \quad \dots 2)$$

$D = \text{module de plasticité} = \tan \varphi = \frac{\sigma'_{res}}{e_{res}} - v$  Fig. 11

Changement de volume  $\Delta V_p = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 0$   
donc uniquement changement de forme pur

$$\begin{aligned}\text{Déformations totales : } \epsilon_3 &= e_3 + \delta_3 \\ \epsilon_2 &= e_2 + \delta_2 \\ \epsilon_1 &= e_1 + \delta_1\end{aligned}$$

Fig. 3. — Diagramme contrainte-déformation de la déformation totale dans une direction principale.

Remarquons expressément que le second membre des équations (3) ne correspond pas aux deux parties des déformations  $e_1, e_2$  et  $e_3$ , soit

au changement de volume pur  $\Delta V_e$  (fig. 1 et 2) exprimé par

$$e_m = \frac{e_1 + e_2 + e_3}{3} \quad (\text{premier terme})$$

et au changement de forme pur (fig. 2) exprimé par les déformations spécifiques correspondantes

$$\begin{aligned}e'_1 &= e_1 - e_m \\ e'_2 &= e_2 - e_m \\ e'_3 &= e_3 - e_m\end{aligned} \quad (\text{second terme})$$

Ceci ressort clairement du fait que les seconds termes des équations (3) sont proportionnels aux déformations élastiques totales

$$e_1 : e_2 : e_3$$

et non aux déformations partielles relatives au changement de forme pur

$$e'_1 : e'_2 : e'_3 \quad (\text{équations (4)})$$

Malgré la ressemblance apparente des équations d'élasticité (3) — Lamé — et (4) — changements de volume et de forme purs — ces équations ne doivent pas être identifiées

parce que leur signification détaillée n'est pas du tout la même.

Pour  $m = \frac{10}{3}$ , elles prennent les valeurs suivantes :

D'après Lamé (3) :

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 1,73 E e_m + 0,77 E e_1 \\ \sigma_2 &= 1,73 E e_m + 0,77 E e_2 \\ \sigma_3 &= 1,73 E e_m + 0,77 E e_3\end{aligned}\quad (7)$$

Décomposition en changements de volume et de forme (4) :

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 2,5 E e_m + 0,77 E (e_1 - e_m) \\ \sigma_2 &= 2,5 E e_m + 0,77 E (e_2 - e_m) \\ \sigma_3 &= 2,5 E e_m + 0,77 E (e_3 - e_m)\end{aligned}\quad (8)$$

La différence est évidente.

\* \* \*

Pour juger l'état-limite dans le cas d'une sollicitation déterminée, on a fait dans le passé différentes hypothèses sur la partie de l'état de contrainte qui serait déterminante pour la sollicitation des matériaux solides quasi isotropes tels que les métaux. C'est ainsi qu'il n'y a pas si longtemps, on admettait encore dans la construction des machines que l'hypothèse dite de l'allongement maximum était juste. Selon cette hypothèse, la plus grande déformation spécifique positive  $+e_3$  ne peut atteindre pour un état-limite déterminé, tel que limite d'élasticité, de proportionnalité, d'écoulement ou de rupture, qu'une valeur constante ou caractéristique du matériau absolument indépendante du genre de l'état de contrainte<sup>5</sup>.

Avec le développement des matériaux de construction et les exigences accrues qu'on leur imposa, les faiblesses de cette hypothèse devinrent si notoires qu'il fallut l'abandonner.

On entreprit alors des essais systématiques approfondis pour pouvoir faire un choix entre les différentes hypothèses de résistance.

Les essais effectués dans différents Instituts de recherches<sup>6</sup> ont nettement infirmé l'hypothèse de l'allongement maximum, de sorte qu'elle ne peut plus être prise en considération comme condition de plasticité pour les métaux. Si, dans les séries d'essais, l'on n'examine que trois états de contrainte typiques, importants en pratique, soit :

la traction monoaxiale  $+ \sigma_3 (\sigma_2 = \sigma_1 = 0)$ ,  
la traction suivant deux axes  $+ \sigma_3 = + \sigma_2 (\sigma_1 = 0)$   
et le cisaillement pur (torsion)  $+ \sigma_3 = - \sigma_1 (\sigma_2 = 0)$

et si l'on compare les résultats du calcul effectué selon cette hypothèse avec les résultats des essais (réalité), on obtient les valeurs relatives suivantes :

	Traction suivant un axe	Traction suivant deux axes	Cisaillement pur
Hypothèse de l'allongement maximum . . . (calcul)	1	1,43	0,77
Réalité . . . . . (observation)	1	1	0,58
Ecart . . . . .	0	+ 43 %	+ 33 % (fig. 18)

<sup>5</sup> C. BACH : *Elasticité et résistance*. Julius Springer, éditeur, Berlin.

<sup>6</sup> M. ROS et A. EICHINGER : *Essais pour éclaircir la question du danger de rupture*. Rapports du L. F. E. M., Zurich : N° 14, I. Acier doux, septembre 1926. N° 28, II. Matières non métalliques, juin 1928. N° 34, III. Métaux, février 1929.

W. LODE : *Essais sur l'influence de la contrainte principale moyenne sur la*

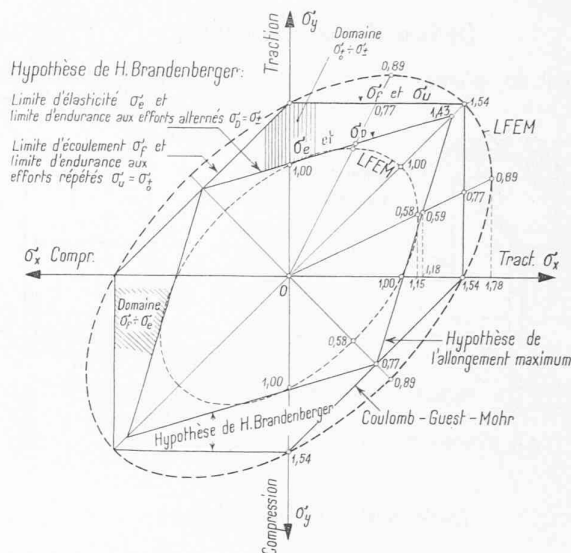


Fig. 18. — Etats de contrainte à deux axes. Etats-limites pour les limites d'élasticité et d'écoulement. Courbes du LFEM et Courbes de Coulomb-Guest-Mohr. Hypothèse de l'allongement maximum. Hypothèse de H. Brandenberger.

\* \* \*

De nombreux essais effectués avec grand soin<sup>6</sup> ont montré que les résultats numériques relatifs à la déformation plastique des métaux concordent en pratique exactement avec l'hypothèse de Maxwell — Huber — v. Mises — Haigh — Hencky — Malaval<sup>7</sup>, selon laquelle l'énergie de changement de forme pur doit atteindre à la limite d'écoulement (limite apparente d'élasticité) une valeur constante, c'est-à-dire une caractéristique invariable du matériau et ceci quel que soit le genre de l'état de contrainte (fig. 9 et 10). Cette hypothèse a été confirmée ultérieurement par des essais conçus et exécutés avec soin ; elle est aujourd'hui à la base de la théorie de la sollicitation des corps solides à rupture par glissement (métaux pour la plupart).

#### I. Théorie de la sollicitation du L. F. E. M. basée sur la constance de la contrainte résultante de cisaillement ou du déplacement du centre de gravité de l'octaèdre inscrit dans le cube élémentaire.

Les essais du LFEM mentionnés précédemment — voir remarque 6) — ont été exécutés sur des métaux polycristallins quasi homogènes et quasi isotropes, dont les diagrammes effort de traction-allongement spécifique et effort de compression-raccourcissement spécifique étaient identiques (fig. 6) et dont le mécanisme de déformation résultait exclusivement

limite d'écoulement. « Zeitschrift für Physik », 36 (1926), cahier 11/12. Voir aussi « Forschungsarbeiten Ing. Wes. V. D. I. », cahier 303 (1928).

E. SIEBEL et A.-F. MAIER : *Influence de l'état de contrainte sur la capacité de déformation*. « Mitteil. M. P. A. », Stuttgart, V. D. I.-Verlag, 1935.

A. L. NADAI : *The flow of metals under various stress conditions*, Inst. Mech. Eng., Appl. Mech. Proc. 1947, vol. 157, p. 121-160.

<sup>7</sup> J. C. MAXWELL : *Lettre à W. Thomson (Lord Kelvin)*, du 18 décembre 1856.

Voir F. VAN ITTERSON : *Traité de plasticité*, 2<sup>e</sup> édition, Liège-Paris (1947), p. 85.

M. T. HUBER : « Czasop. Techn. », Lwow 1904. Voir aussi la publication récente : *Teoria Sprężystosci*, tome I, Krakow 1948, p. 137.

R. v. MISES : « Göttinger Nachrichten », 1913, p. 582.

B. P. HAIGH : « Engineering », 109 (1920), p. 158.

H. HENCKY : « Zeitschrift angew. Math und Mech », 4 (1924), p. 323.

Voir aussi P. MALAVAI : *Mémorial de l'Artillerie française*, tome III, cahier 3 (1924), p. 803-848.

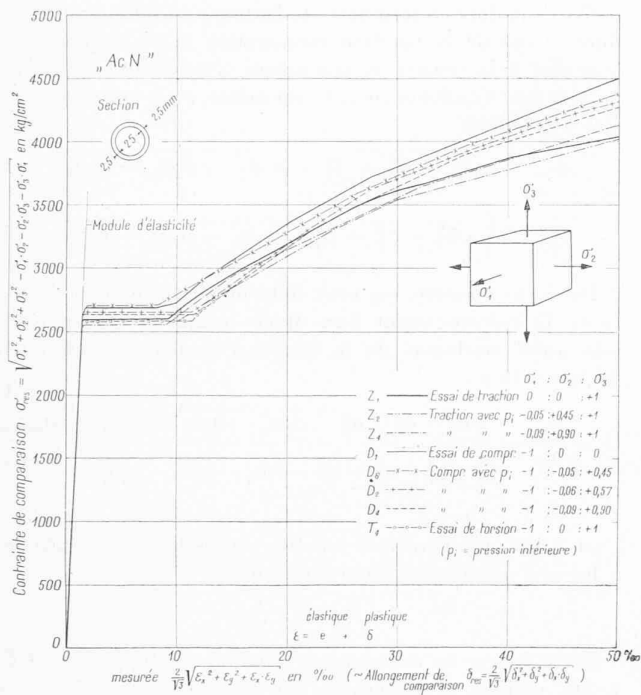


Fig. 9. — Courbes d'écoulement mesurées  $\delta_{res}$  en fonction de  $\sigma_{res}$ . Essais du LFEM avec l'acier doux (1926). — Contrainte  $\sigma$  rapportée dans chaque cas à la section déformée et déformation  $\epsilon$  resp.  $\delta$  calculée d'après l'équation  $\delta = \int \frac{d\epsilon}{\epsilon} = \ln \epsilon$  (fig. 4).

ou en majeure partie de glissements, comme c'est le cas pour l'acier de construction normal. Ces essais, de même que des essais exécutés plus tard sur les métaux légers Avional « M » et Anticorodal « B », ont montré que pour les états de contrainte à un, deux et trois axes, les diagrammes

contrainte de comparaison  $\sigma_{res}$   
allongement de comparaison  $\delta_{res}$  (fig. 9 et 10)

concordaient pratiquement dans le domaine de la déformation plastique et ne se différenciaient des diagrammes  $\tau_0$  (contrainte de cisaillement) —  $S_0$  (déplacement du centre de gravité de la face de l'octaèdre, la normale à cette face formant le même angle avec les trois directions principales) que par des facteurs affectant  $\sigma_{res}$  et  $\delta_{res}$ , facteurs dont le choix est cependant libre en soi (fig. 5 à 8).

La contrainte normale à la face de l'octaèdre

$$\sigma_n = \sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (\text{fig. 5 et 6})$$

provoque seulement un changement de volume élastique qui, d'après les essais, n'a pas d'influence sur la déformation plastique.

Par contre, la contrainte de cisaillement dans cette face :

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \quad (9)$$

(fig. 5 et 6)

engendre non seulement un déplacement élastique, mais aussi un déplacement plastique dans le même plan et la même direction que  $\tau_0$  (fig. 7 et 8).

Ce dernier est donné par

$$S_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 - \delta_1\delta_2 - \delta_2\delta_3 - \delta_3\delta_1} \quad (10)$$

où  $\delta_1, \delta_2$  et  $\delta_3$  sont les composantes de la déformation plastique — déformations plastiques principales<sup>3</sup> — soit :

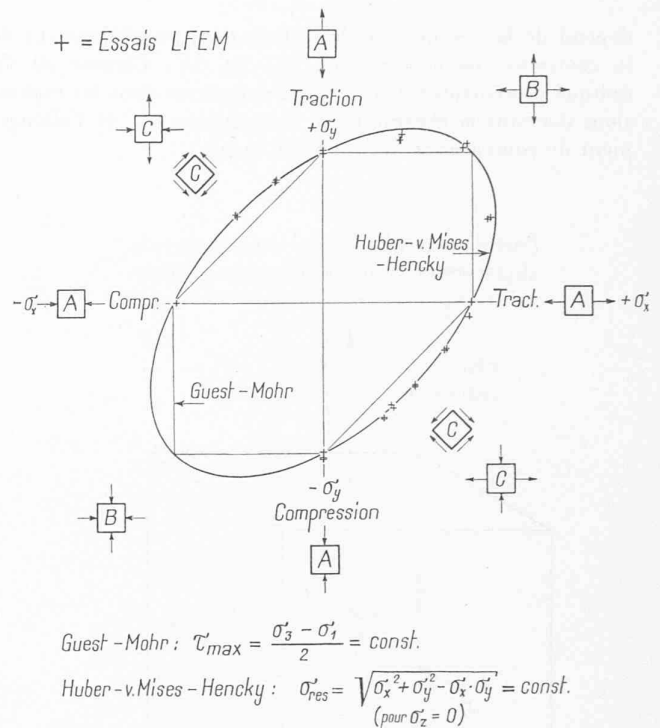


Fig. 10. — Limites d'écoulement déterminées pour l'acier doux dans le cas d'états de contrainte à deux axes.

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{1}{D} \left( \sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \right) = \frac{3}{2} \frac{\sigma'_1}{D} \\ \delta_2 &= \frac{1}{D} \left( \sigma_2 - \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2} \right) = \frac{3}{2} \frac{\sigma'_2}{D} \\ \delta_3 &= \frac{1}{D} \left( \sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right) = \frac{3}{2} \frac{\sigma'_3}{D} \end{aligned} \quad (11)$$

(fig. 2 et 3)

Le changement de volume plastique  $\Delta V_p = 0$ , car  $\delta'_1 + \delta'_2 + \delta'_3 = 0$  (fig. 2).

De même, on a  $\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3 = 0$  (voir équations (5) et fig. 4).

Dans ces équations de plasticité, le module de plasticité  $D$  et le coefficient de Poisson  $m = 2$  pour la déformation plastique remplacent respectivement le module d'élasticité  $E$  et le coefficient de Poisson  $m \cong \frac{10}{3} = 3,33$  des équations élastiques (2).

Mais, tandis que dans le domaine élastique le module d'élasticité  $E$  est une constante du matériau, donnée dans le cas de la traction monoaxiale aussi bien par le rapport  $\frac{d\sigma}{d\epsilon}$  (tangente) que par le rapport  $\frac{\sigma}{\epsilon}$  (sécante), le module  $D$

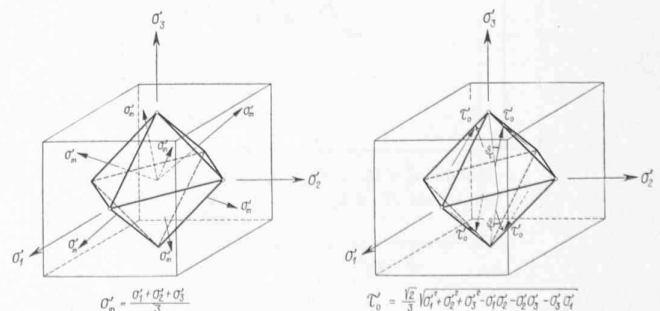


Fig. 5. — Représentation du système général de contraintes  $\sigma_1, \sigma_2$  et  $\sigma_3$  à l'aide de la contrainte normale  $\sigma_n = \sigma_m$  et de la contrainte de cisaillement  $\tau_0$  de la face de l'octaèdre.



dépend de la grandeur de la sollicitation, respectivement de la contrainte de comparaison  $\sigma_{res}$  (fig. 11). Comme on l'a indiqué précédemment, le choix des facteurs dans les expressions donnant la contrainte de comparaison  $\sigma_{res}$  et l'allongement de comparaison  $\delta_{res}$  est libre en soi.

Contrainte de cisaillement dans le plan du déplacement résultant (face de l'octaèdre)  
La figure polaire  $\tau'_0$  est un cercle.

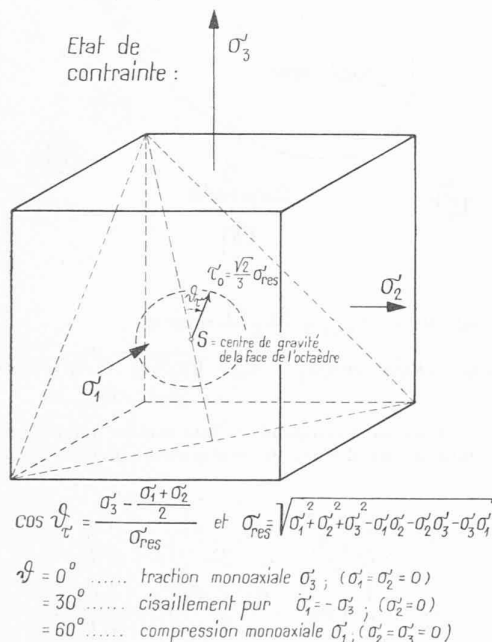
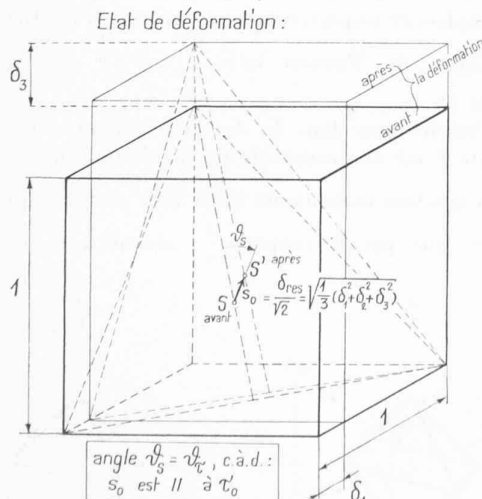


Fig. 7. — Orientation de la contrainte de cisaillement  $\tau_0$  dans la face de l'octaèdre.

Déplacement  $S_0$  du centre de gravité de la face de l'octaèdre résultant de la seule contrainte  $\tau_0$ .

Pour  $\tau'_0 = \text{constant}$ , la figure polaire  $S_0$  est également un cercle.



La Fig. représente le cas spécial du cisaillement pur  $\varphi = 30^\circ$  ( $\delta_2 = 0$ )

Fig. 8. — Déplacement plastique  $S_0$  du centre de gravité de la face de l'octaèdre dans la direction de la contrainte de cisaillement  $\tau_0$ .

On peut donc déterminer ces facteurs de telle manière que dans le cas de la traction monoaxiale  $\sigma_3$  ( $\sigma_2 = \sigma_1 = 0$ ),  $\sigma_{res}$  soit égal à la tension  $\sigma_3$  elle-même, c'est-à-dire  $\sigma_{res} = \sigma_3$  et  $\delta_{res}$  soit égal à l'allongement  $\delta_3$  lui-même, c'est-à-dire  $\delta_{res} = \delta_3$ . Par conséquent

$$\sigma_{res} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1} \quad (12)$$

et

$$\delta_{res} = \frac{2}{3} \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 - \delta_1 \delta_2 - \delta_2 \delta_3 - \delta_3 \delta_1} \quad (13)$$

De cette manière, on peut déterminer le module de plasticité  $D$  correspondant aux divers états de contrainte, et cela aussi au-dessus de la limite d'écoulement, au moyen de la relation

$$D = \frac{\sigma_{res}}{\delta_{res}} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1}}{\frac{2}{3} \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 - \delta_1 \delta_2 - \delta_2 \delta_3 - \delta_3 \delta_1}} = \frac{\sigma_{monaxial}}{\delta_{monaxial}} \quad (14)$$

(fig. 11)

c'est-à-dire que l'essai de traction suivant un axe suffit déjà à lui seul pour cette détermination.

\* \* \*

Cette théorie du déplacement résultant établie par le LFEM a été vérifiée et confirmée par les essais approfondis du LFEM. Sous la forme de la fonction non équivoque  $\delta_{res} = F(\sigma_{res})$ , elle représente l'extension de l'idée primordiale de Coulomb-Mohr<sup>8</sup> par adjonction de la contrainte principale moyenne  $\sigma_2$ , dont l'influence sur la déformation plastique ne peut pas être négligée, ainsi que les résultats d'essais mentionnés l'ont prouvé.

Deux corps se trouvent dans le même état de sollicitation lorsque les valeurs de la contrainte de comparaison  $\sigma_{res}$  et par conséquent aussi les valeurs  $\delta_{res}$  sont égales entre elles (fig. 12). A chaque valeur de la contrainte de comparaison  $\sigma_{res}$  correspond une valeur de l'allongement plastique de comparaison

<sup>8</sup> M. COULOMB : Essai sur une application des règles des maxima et minima à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture.

Mémoires de mathématique et de physique présentés à l'Académie royale des Sciences par divers savants. Année 1773, Paris 1776, p. 343-382.

O. MOHR : Quelles sont les conditions qui déterminent la limite d'élasticité et la rupture d'un matériau. Z. VDI (1900), p. 1524.

« Abhandlungen aus dem Gebiete der technischen Mechanik », deuxième édition, Berlin 1914.

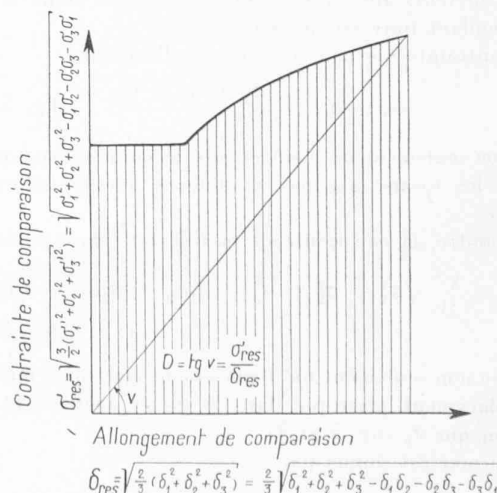
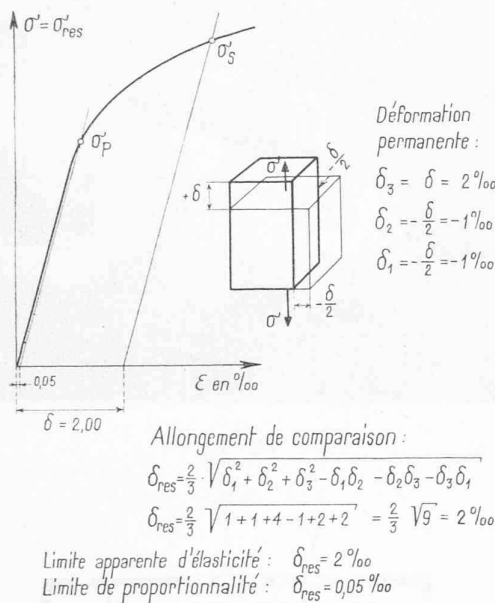


Fig. 11. — Module de plasticité  $D = \frac{\sigma_{res}}{\delta_{res}}$ .

Essai de traction  $\sigma_3 = \sigma'$ ,  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ Fig. 13 a. — Allongement de comparaison  $\delta_{res}$  pour la traction monoaxiale.

$\delta_{res}$  qui ne dépend que du matériau. Ceci permet de déterminer les limites de déformation équivalentes, par exemple la « limite 2 ‰ » (limite apparente d'élasticité) pour différents états de contrainte (p. ex. extension, compression, torsion) (fig. 13).

\* \* \*

De cette manière, tout le domaine contrainte-déformation, c'est-à-dire la sollicitation des corps à comportement tenace, dont le mécanisme de déformation résulte de glissements, peut être considéré du même point de vue en ce qui concerne l'équivalence ou la subordination de la sollicitation et les changements mécaniques observables sur le corps dans le

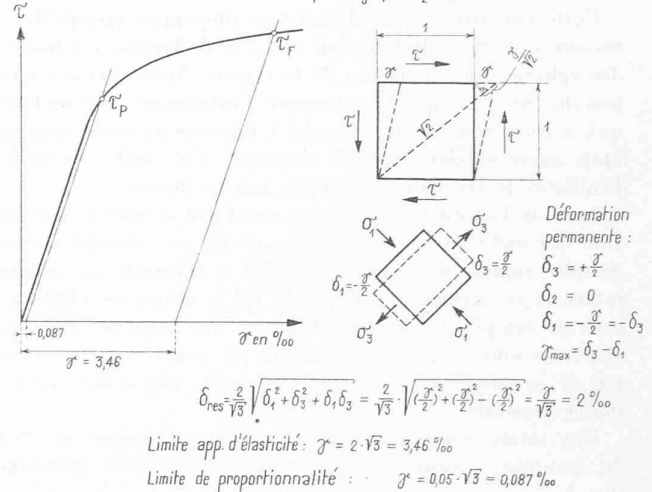
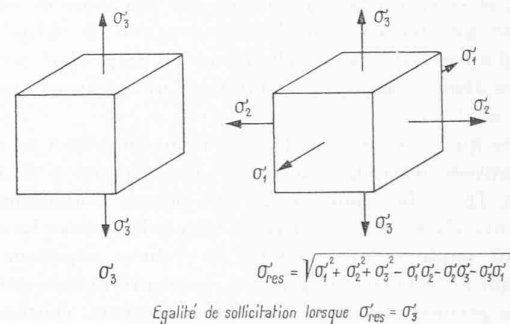
Essai de torsion  $\sigma_1 = -\sigma_3$ ,  $\sigma_2 = 0$ Fig. 13 b. — Allongement de comparaison  $\delta_{res}$  pour le cisaillement pur.

Fig. 12. — Evaluation de la sollicitation pour l'état général de contrainte.

domaine de la plasticité. De ce point de vue, on embrasse d'ailleurs aussi le domaine particulier de l'élasticité (fig. 9 et 10).  
 (A suivre.)

## Le temple des Valangines à Neuchâtel

Architectes : DE BOSSET, S.I.A., Neuchâtel

### Généralités

Depuis longtemps déjà la nécessité d'un temple se faisait sentir dans les quartiers ouest de la ville de Neuchâtel. Elle devint plus impérieuse encore ces dernières années en raison de l'extension considérable que prenait la région des Valangines, dont les communications avec le centre étaient malcommodes. C'est ce qui décida la Ville de Neuchâtel à organiser en 1941 un concours entre architectes neuchâtelois pour la construction de la chapelle des Parcs. Le financement de cet édifice était partiellement assuré par un legs à la Ville que fit, il y a cinquante ans, M. Gretillat, citoyen neuchâtelois, et qui se montait à ce jour à 200 000 fr. environ.

Le concours, organisé en pleine guerre avait pour thème : « Pierre et Bois », indiquant par là le désir des organisateurs d'entreprendre cette œuvre sans être entravés par le manque

de certains matériaux. Dans ce concours, nous obtîmes le deuxième prix, qui reçut mandat d'exécution de la part des autorités ecclésiastiques, devenues entre temps dépositaires de ce fonds.

### Situation

Le quartier des Valangines est une zone où dominaient la villa et le petit immeuble locatif situés parmi des vignes et des champs à la lisière de la forêt de Vauseyon. Ces dernières années, il a quelque peu perdu ce caractère à la suite de la construction de nombreux immeubles de rapport.

Le terrain à disposition se trouve dans le prolongement du premier tronçon de l'avenue des Alpes, montant légèrement, et offrait la possibilité de placer l'entrée du temple dans l'axe de la route. La déclivité de la parcelle permettait de dégager l'édifice au sud et de loger au sous-sol les locaux de paroisse.