

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 73 (1947)
Heft: 9

Artikel: Etude des propriétés d'un réglage automatique: essai de synthèse de différentes méthodes de calcul: application au réglage de vitesse d'un groupe hydro-électrique
Autor: Cuénod, Michel
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-55131>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE

DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 20 francs

Etranger : 25 francs

Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 17 francs

Etranger : 22 francs

Prix du numéro :

1 Fr. 25

Pour les abonnements
s'adresser à la librairie
F. Rouge & C^{ie}, à Lausanne.

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : G. EPITAUX, architecte, à Lausanne ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg* : MM. L. HERTLING, architecte ; P. JOYE, professeur ; *Vaud* : MM. F. CHENAUX, ingénieur ; E. ELSKES, ingénieur ; E. D'OKOLSKI, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THEVENAZ, architecte ; *Genève* : MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; E. MARTIN, architecte ; E. ODIER, architecte ; *Neuchâtel* : MM. J. BÉGUIN, architecte ; G. FURTER, ingénieur ; R. GUYE, ingénieur ; *Valais* : M. J. DUBUIS, ingénieur ; A. DE KALBERMATTEN, architecte.

RÉDACTION : D. BONNARD, ingénieur, Case postale Chauderon 475, LAUSANNE.

Publicité :
TARIF DES ANNONCES

Le millimètre
(larg. 47 mm.) 20 cts.
Réclames : 60 cts. le mm.
(largeur 95 mm.)

Rabais pour annonces
répétées.



ANNONCES-SUISSES S.A.
5, rue Centrale Tél. 2.33.26
LAUSANNE
& Succursales.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE

A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte ; R. NEESER, ingénieur.

SOMMAIRE : *Etude des propriétés d'un réglage automatique. Essai de synthèse de différentes méthodes de calcul. Application au réglage de vitesse d'un groupe hydro-électrique*, par MICHEL CUÉNOD, ingénieur à la S. A. Brown-Boveri. — Organisation et formation professionnelles : *Formation des ingénieurs universitaires en vue de l'industrie*. — NÉCROLOGIE : *William Dériaz*. — BIBLIOGRAPHIE. — CARNET DES CONCOURS. — SERVICE DE PLACEMENT. — INFORMATIONS DIVERSES.

Etude des propriétés d'un réglage automatique.

Essai de synthèse de différentes méthodes de calcul.
Application au réglage de vitesse d'un groupe hydro-électrique,

par MICHEL CUÉNOD, ingénieur à la S. A. Brown-Boveri.
C.D. 621.3.016.35

L'étude théorique d'un réglage automatique se propose de déterminer ses conditions de stabilité, l'amplitude et la durée de l'écart de la grandeur à régler par rapport à sa valeur de consigne. Tout réglage automatique comporte un certain circuit de réglage, formé par différents organes de réglage. Il y a trois façons de déterminer leurs propriétés dynamiques :

1. Etablir l'équation différentielle reliant la grandeur d'entrée à la grandeur de sortie de chaque organe de réglage.
2. Déterminer la courbe de réponse de la fonction de transfert en faisant varier brusquement la grandeur d'entrée du dispositif et en relevant les variations de la grandeur de sortie.
3. Déterminer la courbe d'allure à fréquence variable de la fonction de transfert en faisant varier, selon une oscillation harmonique la grandeur d'entrée et en mesurant l'amplitude et la phase de la grandeur de sortie.

A ces trois modes « d'auscultation » des propriétés des organes de réglage correspondent trois méthodes pour la détermination des conditions de stabilité et des variations de la grandeur à régler résultant d'une perturbation agissant sur le dispositif à régler.

1. La méthode classique conduit à résoudre un certain système d'équations différentielles et à appliquer le critère de Hurwitz ou de Leonhard.

2. La méthode de Kùpfmüller conduit à une équation intégrale dont la résolution est facilitée en grande mesure par l'utilisation du calcul opérationnel.

3. La méthode de Nyquist fait appel à des procédés purement graphiques.

A l'aide de l'exemple du réglage de la vitesse d'un groupe hydro-électrique, les développements auxquels ces trois méthodes conduisent sont exposés en grandes lignes et comparés entre eux ; il est montré que le mode d'étude le plus avantageux est de pouvoir passer d'une méthode à l'autre, la formule clé étant la transformation de Laplace.

L'étude de quelques cas particuliers tels que celui du réglage de vitesse d'un groupe hydro-électrique en marche individuelle ou accouplé à un réseau rigide, avec régulateur avec ou sans amortissement, ou agissant avec retard, illustre les genres de calcul auxquels conduisent ces différentes méthodes, et laisse envisager le parti qu'elles offrent pour une étude plus approfondie de la stabilité des groupes hydro-électriques, compte tenu des phénomènes de coup de bélier et de l'influence du réseau électrique.

I. Introduction.

La tendance actuelle de régler automatiquement des complexes de plus en plus importants nécessite de prévoir des dispositifs de réglage toujours plus compliqués dont l'étude devient toujours plus délicate ; il peut sembler parfois intéressant de pouvoir confirmer sinon compléter les résultats obtenus par intuition ou empiriquement par une étude théorique, et d'être en mesure d'apprécier qualitativement et quantitativement l'influence des différents facteurs entrant en jeu.

Cette étude entreprise à l'aide de la méthode classique de Hurwitz conduit à des calculs pratiquement inextricables.

cables, dès que le dispositif de réglage est un peu compliqué. Par contre elle devient plus aisée grâce aux méthodes modernes de Küpfmüller et de Nyquist. La démonstration rigoureuse de ces méthodes nécessite l'emploi de mathématiques supérieures qui relèvent de la théorie des fonctions et sortiraient du cadre de cet article ; le but proposé est de décrire en quoi elles consistent, d'établir le rapport qui existe entre elles, de montrer qu'elles correspondent au même processus mathématique sous des apparences différentes, de mettre en évidence à l'aide d'un exemple concret le genre de considérations auxquelles elles conduisent. Si leur établissement fait appel à de hautes mathématiques, leur application se servant de procédés graphiques ou semi-graphiques diminue sinon supprime complètement tout calcul ; c'est sur ce côté pratique, intéressant spécialement l'ingénieur qu'il sera insisté.

Pour rendre plus concrètes les considérations théoriques qui servent de base à l'étude des propriétés d'un réglage automatique, nous considérons l'exemple du réglage de vitesse d'un groupe hydro-électrique représenté schématiquement par la figure 1 :

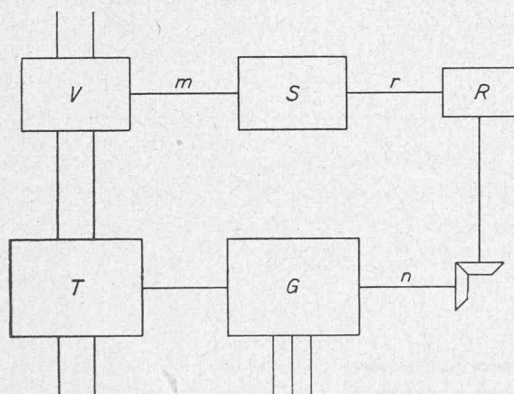


Fig. 1. — Représentation schématique du réglage de vitesse d'une turbine hydraulique.

T = Turbine. — G = Générateur. — R = Régulateur tachymétrique. — S = Servomoteur. — V = Dispositif de vannage. n = Vitesse de rotation de la turbine. — r = Course du régulateur. — m = Course du servomoteur.

Soit T la turbine entraînant le générateur G .

La vitesse n du groupe est mesurée par le régulateur tachymétrique R dont la course r agit sur le servomoteur S qui commande à son tour le dispositif de vannage V . Les différents éléments dont un circuit de réglage est toujours constitué sont facilement reconnaissables, à savoir :

La grandeur à régler = n = vitesse angulaire du groupe.

L'objet à régler = $T + G$ = groupe hydro-électrique.

Le régulateur = R = Tachymètre mesurant la grandeur à régler et la comparant à la grandeur de consigne.

L'amplificateur = S = Servomoteur.

Le dispositif de commande = V = Vannage.

Pour qu'un réglage automatique donne satisfaction, il faut que les trois conditions suivantes soient remplies :

1. Le réglage doit être stable, c'est-à-dire, par exemple, que les pendulations de vitesse résultant d'une varia-

tion de charge du générateur s'amortissent d'elles-mêmes.

2. L'écart maximum de la grandeur à régler par rapport à la valeur de consigne doit rester dans des valeurs admissibles, par exemple, la survitesse du groupe ne doit pas dépasser une valeur limite.

3. La durée de cet écart doit être la plus limitée possible.

L'examen des conditions 2 et 3 nécessite de pouvoir déterminer en fonction du temps la variation de la grandeur à régler résultant d'une perturbation quelconque agissant sur l'objet à régler, soit par exemple d'une variation brusque de la charge du générateur.

Les caractéristiques de l'objet à régler sont imposées par des considérations tout autres que le réglage. Le but de l'étude d'un réglage est de déterminer les caractéristiques qu'il faut donner au régulateur et au servomoteur pour assurer les conditions de marche aussi satisfaisantes que possible définies ci-dessus.

Une première façon d'apprécier les propriétés des différents éléments du circuit de réglage est d'établir les équations différentielles auxquelles ils obéissent.

Dans la pratique, l'établissement des équations différentielles et leur résolution conduit à des calculs souvent très fastidieux dès que le dispositif de réglage est un peu compliqué et que les calculs doivent être faits sans simplification inadmissible. La méthode moderne consiste à considérer chaque élément de réglage de l'extérieur et à déterminer expérimentalement la fonction de transfert reliant les grandeurs à « l'entrée » et à « la sortie » de l'organe de réglage.

Comme nous le montrons par la suite, deux genres d'essais sont possibles permettant de relever :

la courbe de réponse de la fonction de transfert ou la courbe d'allure à fréquence variable de la fonction de transfert.

A ces trois façons d'« ausculter » un réglage correspondent trois modes de résolution que nous mettrons en parallèle.

1. Les équations différentielles conduisent à la méthode classique de Hurwitz complétée par le critère de Leonhard.
2. Les courbes de réponse conduisent à la méthode de Küpfmüller.
3. Les courbes d'allure conduisent au critère de Nyquist.

II. Etudes des propriétés dynamiques de quelques organes de réglage.

Nous déterminons équations différentielles, courbe de réponse et courbe d'allure des différents dispositifs intervenant dans le réglage d'un groupe hydro-électrique. A titre d'exemple, nous étudions en détail les propriétés du servomoteur avec asservissement.

1. Servomoteur.

Comme chaque élément du circuit de réglage, le servomoteur peut être représenté par un tripôle (voir fig. 2). La

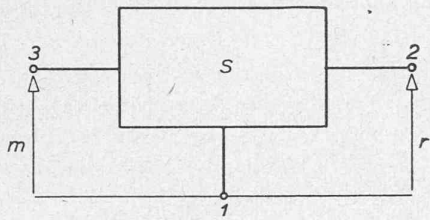


Fig. 2. — Représentation schématique d'un servomoteur sous la forme d'un tripôle.

borne 1 est formée par la carcasse du servomoteur ; c'est le lieu de référence par rapport auquel les courses sont mesurées. La borne 2 est l'« entrée » du servomoteur sur laquelle agit la course, r du tachymètre, la borne 3 est la « sortie » du régulateur et agit sur le vannage ; nous nous proposons de déterminer la relation entre r et m . Le principe du fonctionnement d'un servomoteur asservi se laisse reconnaître dans la figure 3.

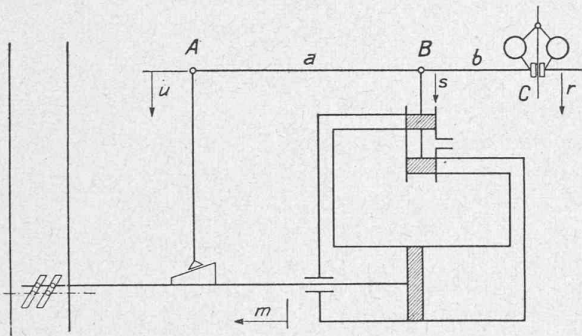


Fig. 3. — Principe d'un servomoteur avec asservissement.

1. Equation différentielle.

La vitesse de la course du servomoteur est en première approximation proportionnelle à la course s du point B, c'est-à-dire que le servomoteur n'est en équilibre que lorsque $s = 0$ sinon la dérivée de m est proportionnelle à s .

Supposons que la tige d'asservissement soit supprimée et que le point A soit tenu immobile, nous voyons immédiatement que :

$$\frac{s}{a} = \frac{r}{a+b}$$

et que

$$\frac{dm}{dt} = k_1 s = k_1 r \frac{a}{a+b}$$

Supposons que le point C soit tenu immobile, nous déterminons la relation entre la course u de A et m .

$$\frac{s}{b} = \frac{u}{a+b}$$

$$\frac{dm}{dt} = k_1 s = k_1 u \frac{b}{a+b}$$

Lorsque les points A et C se déplacent simultanément, nous obtenons la superposition de ces deux effets :

$$\frac{dm}{dt} = k_1 \left(r \frac{a}{a+b} + u \frac{b}{a+b} \right)$$

Lorsque la tige d'asservissement est rétablie, la course de u est proportionnelle à celle de m , avec le signe négatif si le statisme est positif : l'asservissement agit en sens inverse à la course à l'entrée du servomoteur :

$$u = -k_2 m$$

L'équation différentielle devient :

$$\frac{dm}{dt} = k_1 \left(r \frac{a}{a+b} - m k_2 \frac{b}{a+b} \right)$$

Nous choisissons k_2 , b et a de telle façon que, lorsque le tachymètre parcourt toute sa course, le vannage parcourt également toute sa course. Nous considérons les variations m_1 et r_1 par rapport à leur valeur initiale m_0 et r_0 .

Nous posons

$$m = m_0 + m_1$$

$$r = r_0 + r_1$$

Nous tenons compte du fait que

$$\frac{dm_0}{dt} = 0$$

et que

$$r_0 a = m_0 k_2 b$$

Nous introduisons des valeurs relatives

$$\mu = \frac{m_1}{m_0} \quad \rho = \frac{r_1}{r_0}$$

et posons :

$$T_s = \frac{m_0(a+b)}{r_0 a k_1} = \text{constante de temps du servomoteur.}$$

L'équation différentielle prend alors la forme très simple suivante :

$$T_s \frac{d\mu}{dt} + \mu = \rho$$

2. Courbe de réponse.

Nous donnons à r l'allure représentée par la figure 4, c'est-à-dire que nous le déplaçons brusquement à r par

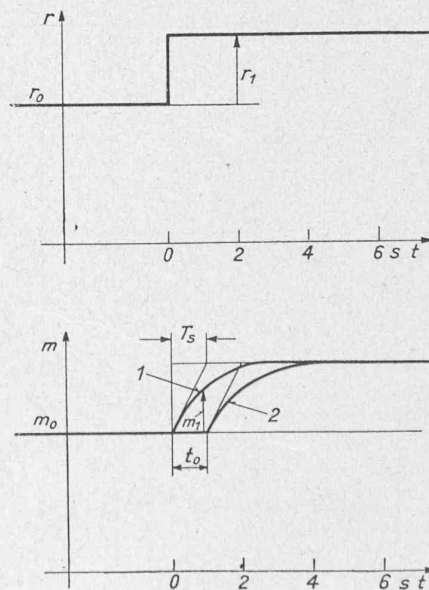


Fig. 4. — Courbe de réponse du servomoteur asservi.

rapport à r_0 et le maintenons ensuite constant ; nous relevons l'allure de m ; en résolvant l'équation différentielle, nous pouvons calculer la courbe de réponse $\Phi_{\rho\mu}$ que nous obtiendrions, qui est représentée par la courbe 1 de la figure 4 :

$$\Phi_{\rho\mu} = \frac{\mu}{\rho} = 1 - e^{-\frac{t}{T_s}}$$

3. Courbe d'allure.

Nous faisons osciller r selon une fonction sinusoïdale d'amplitude r_1 et de pulsation ζ autour de sa valeur moyenne r_0 et enregistrons les variations résultant de m qui sont en première approximation également une fonction sinusoïdale caractérisée par une certaine amplitude m_1 et un certain déphasage Ψ par rapport à l'oscillation de r_1 .

Nous représentons ce résultat par un vecteur dont la grandeur absolue est égale au rapport $\frac{\mu}{\rho}$ et de phase ψ .

Si nous refaisons le même essai pour d'autres pulsations, nous obtenons d'autres amplitudes et déphasages du dit vecteur. Si nous joignons l'extrémité de ces vecteurs, nous obtenons la courbe d'allure 1 de la figure 5.

Cette courbe d'allure peut être aisément calculée à partir de l'équation différentielle.

Nous posons $\rho = |\rho| e^{j3t}$

à l'état stationnaire $\mu = |\mu| e^{j3t}$ avec $j = \sqrt{-1}$.

Nous introduisons ces deux valeurs dans l'équation différentielle et obtenons :

$$T_s j \zeta |\mu| e^{j3t} + |\mu| e^{j3t} = |\rho| e^{j3t}$$

Il en résulte :

$$J_{\rho\mu} = \frac{|\mu|}{|\rho|} = \frac{1}{j \zeta T_s + 1}$$

Nous voyons qu'il suffit de remplacer le signe de différenciation $\frac{d}{dt}$ par $j\zeta$ et de calculer le rapport $\frac{|\mu|}{|\rho|}$.

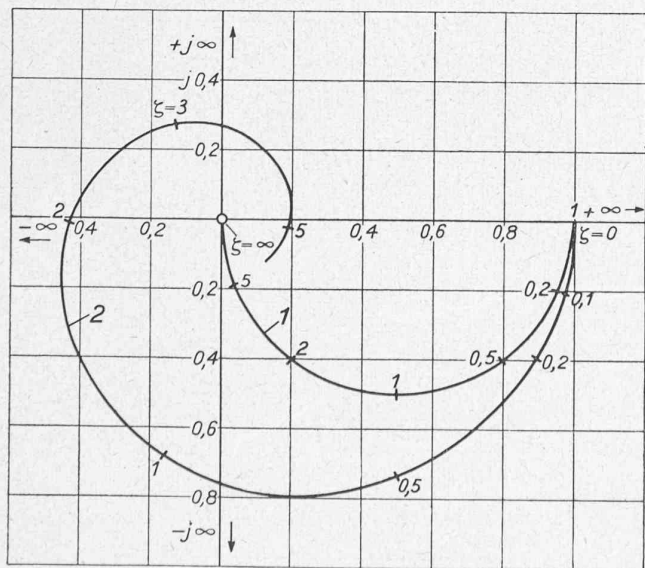


Fig. 5. — Courbe d'allure de servomoteur asservi.

Si nous donnons différentes valeurs à ζ , si nous portons en abscisse la valeur réelle, en ordonnée la valeur imaginaire de $J_{\rho\mu}$ nous obtenons dans le plan complexe comme courbe d'allure un demi-cercle coté en fonction de ζ , représenté par la courbe 1 de la figure 5. Si la pulsation ζ est très faible, les variations de m suivent sans déphasage les variations de r .

Si ζ tend vers l'infini, l'amplitude tend vers zéro et son déphasage tend vers 90° , ce qui confirme ce dont on se rend compte intuitivement.

2. Groupe turbo-générateur.

a) Marche individuelle.

1. Equation différentielle.

Nous supposons que le générateur est chargé sur une charge purement ohmique. En première approximation, le couple électrique est constant, indépendamment de la vitesse du groupe ; à chaque charge du groupe correspond une ouverture bien déterminée de la turbine. Ce qui ressort de l'équation différentielle suivante :

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} + M_e = M$$

Θ moment d'inertie polaire des masses tournantes du groupe. Nous supposons que le nombre des pôles est égal à 2.

$M_e =$ couple électrique constant $= \frac{P}{\omega}$

$P =$ puissance active du groupe.

$M =$ couple moteur.

$\omega =$ pulsation de la tension.

Nous voulons déterminer les variations de vitesse résultant d'un changement de couple moteur.

Nous posons $M = M_0 + M_1$
 $\omega = \omega + \omega_1$

Nous tenons compte du fait que $M_0 = M_e$ et que $\frac{d\omega_0}{dt} = 0$.

Il en résulte $\Theta \frac{d\omega_1}{dt} = M_1$.

Nous introduisons à nouveau les variations relatives et supposons en première approximation que les variations du couple moteur sont immédiatement proportionnelles aux variations de l'ouverture de vannage ; il en résulte :

$$\frac{M_1}{M_0} = \frac{m_1}{m_0} = \mu \quad \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{n_1}{n_0} = \nu$$

et

$$T_a \frac{d\nu}{dt} = \mu$$

avec

$T_a = \frac{\Theta \omega_0}{M_0} =$ temps de démarrage du groupe (3 ÷ 10 sec.).

2. Courbe de réponse.

Soit m l'ouverture de la turbine correspondant à une charge donnée pour une pulsation ω_0 . Nous supposons

Nous faisons quelques substitutions :

$$v = \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{d\theta_1}{dt} \frac{1}{\omega_0} = \text{Variation relative de la vitesse}$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{EU \cos \theta_0}{\Theta \omega^2 L}} = \sqrt{\frac{M_0 \cotg \theta_0}{\Theta}} = \sqrt{\frac{\omega_0 \cotg \theta_0}{T_a}}$$

Ω = pulsation propre du générateur = $2\pi(0,5 \div 1,5)$ 1/sec.
L'équation différentielle prend alors la forme simplifiée suivante :

$$\frac{dv}{dt} + \Omega^2 \int v dt = \frac{\mu}{T_a}$$

2. Courbe de réponse.

Il est connu que le générateur synchrone est maintenu dans la vitesse synchrone du réseau par les soins du couple synchronisant ; en cas de brusque variation du couple moteur, la vitesse oscille passagèrement autour de la vitesse synchrone.

La courbe de réponse se déduit par la résolution de l'équation différentielle que nous avons établie, c'est une sinusoïdale représentée par la courbe 2 de la figure 6.

$$\Phi_{\mu\nu} = \frac{\sin \Omega t}{T_a \Omega}$$

Nous constatons que la pente initiale de la courbe de réponse est la même, en marche libre ou en marche parallèle. En effet :

$$\left. \frac{d\Phi_{\mu\nu}}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\Omega \cos \Omega t}{T_a \Omega} \Big|_{t=0} = \frac{1}{T_a}$$

L'amortissement que nous avons négligé en première approximation a pour effet d'amortir l'oscillation selon la courbe 3 de la figure 6.

3. Courbe d'allure.

En remplaçant $\frac{d}{dt}$ par jz et $\int dt$ par $\frac{1}{jz}$ dans l'équation différentielle et en faisant le rapport $\frac{\nu}{\mu}$ nous obtenons l'équation de la courbe d'allure $J_{\mu\nu}$

$$J_{\mu\nu} = \frac{jz}{T_a(\Omega^2 - z^2)}$$

Cette courbe d'allure est représentée par la courbe 2 de la figure 7 ; elle se confond avec l'axe imaginaire ; pour une faible valeur de z , le vecteur de la courbe d'allure est déphasé de 90° en avant, il est théoriquement infini pour $z = \Omega$ et se déphase brusquement de -180° , il tend vers $-j\omega$ pour de grandes valeurs de z . L'amortissement que nous avons négligé a pour conséquence de transformer cette courbe d'allure dans la boucle représentée par la courbe 3 de la figure 7.

Etablie avec plus de rigueur, la courbe d'allure d'un générateur a la forme suivante :

$$J_{\mu\nu} = \frac{jz}{T_a \left(\Omega^2 - z^2 + \frac{jzk\xi \sin^2 \theta_0 \Omega^2}{\cos \theta_0 \left(\frac{1}{T_r} + (1-k)jz \right)} \right)}$$

- θ_0 = angle entre rotor et champ tournant du stator.
- k = coefficient de couplage entre rotor et stator.
- ξ = coefficient d'excitation
 - ($\xi < 1$ surexcitation)
 - ($\xi > 1$ sous-excitation).

T_r = constante de temps du circuit rotorique.

Si au lieu d'agir sur l'ouverture de la turbine, on agit sur la charge du générateur ou sur son excitation, sans que le réglage n'intervienne, la vitesse du groupe varie également et nous pouvons déterminer l'équation différentielle, la courbe de réponse et la courbe d'allure reliant la vitesse du groupe à la perturbation ; cette équation et ces courbes sont les mêmes que celles que nous venons d'établir, il suffit de remplacer μ par σ , σ étant la valeur relative de la perturbation.

3. Régulateur.

Nous englobons dans les caractéristiques du régulateur tous les éléments qui interviennent dans la liaison entre la vitesse n du groupe et la course r à l'entrée du servomoteur. (Eventuellement générateur pilote, moteur du régulateur, relais à pression d'huile.) Nous négligeons l'influence des masses et ne considérons en première approximation que celle de l'amortissement, ce qui conduit au résultat suivant :

1. Equation différentielle.

$$v = -\delta \left(T_r \frac{d\rho}{dt} + \rho \right)$$

T_r = constante de temps du régulateur.

δ = statisme du régulateur.

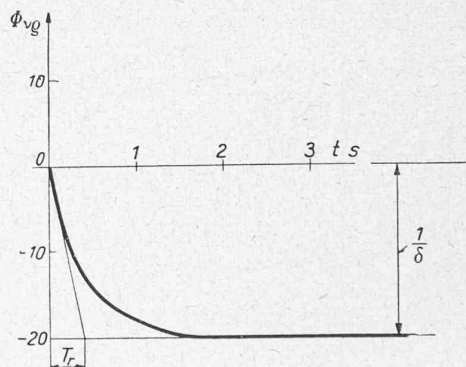


Fig. 9. — Courbe de réponse du régulateur statique.

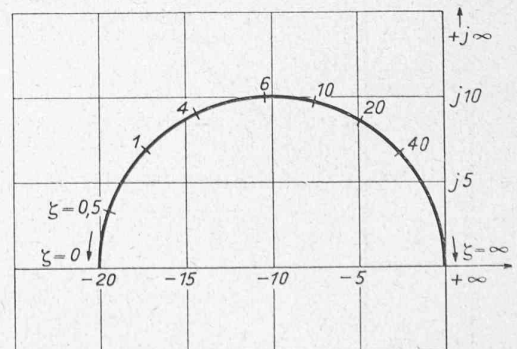


Fig. 10. — Courbe d'allure du régulateur statique.

Le signe négatif signifie que par le jeu du régulateur, la grandeur à régler est corrigée en sens inverse à sa déviation due à une perturbation. Si par exemple la vitesse diminue par suite d'une augmentation de charge, le régulateur ouvre le vannage de façon à augmenter la vitesse et la ramener à sa valeur de consigne.

2. Courbe de réponse.

La figure 9 représente la courbe de réponse exponentielle

$$\Phi_{vp} = \frac{v}{\rho} = -\frac{1}{\delta} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_r}} \right)$$

pour $\delta = 5 \%$ et $T_r = 0,4 \text{ sec.}$

3. Courbe d'allure.

La figure 10 représente la courbe d'allure consistant en un demi-cercle J_{vp} situé dans le deuxième quadrant.

$$J_{vp} = -\frac{1}{\delta} \frac{1}{j\zeta T_r + 1}$$

III. Etude des propriétés d'un réglage automatique.

1. Méthode classique.

Lorsque l'équation différentielle de chacun des éléments de la chaîne de réglage est établie, on obtient un système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants; si l'on élimine toutes les variables sauf la grandeur à régler, il en résulte l'équation différentielle du réglage dont l'ordre est égal à la somme de l'ordre des équations différentielles partielles; la résolution de cette équation différentielle permet de calculer en fonction du temps l'allure de la grandeur à régler à la suite d'une perturbation; si l'on veut seulement déterminer les conditions de stabilité, le critère de Hurwitz établit les conditions que les coefficients de l'équation différentielle doivent remplir pour que le réglage soit stable; soit:

$$a_0 x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \dots + a_n x = F(t)$$

l'équation différentielle et

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n p = 0$$

son équation caractéristique.

Le réglage est stable si la partie réelle des racines de l'équation caractéristique est négative.

Nous formons la suite des déterminants D_1, D_2, D_3, \dots tels que

$$D_1 = a_1 \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} \quad D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ a_0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \text{ etc.}$$

Hurwitz a établi que la condition de stabilité est remplie si tous les déterminants de cette suite étaient positifs. Les calculs deviennent très fastidieux dès que l'ordre de l'équation est plus élevé que le quatrième; ils peuvent être alors avantageusement remplacés par une méthode semi-graphique basée sur les considérations suivantes: considérons le plan complexe de la variable p et celui de la fonction complexe $H(p)$ telle que

$$H(p) = a_0 p^n + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_n$$

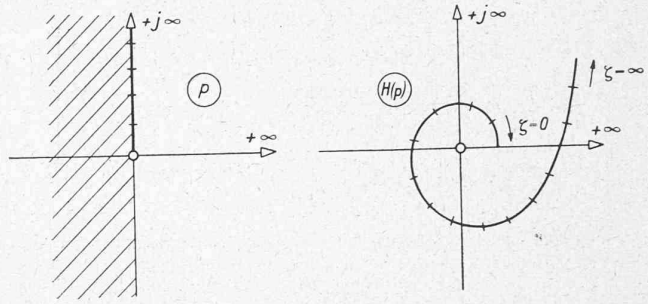


Fig. 11. — Critère de Leonhard.

Au point 0 du plan $H(p)$ correspondent les différentes racines du plan de p , il faut vérifier qu'elles se trouvent toutes dans le demi-plan négatif (hachuré dans la fig. 11) du plan p .

Nous cherchons la représentation de l'axe imaginaire du plan p dans le plan $H(p)$. Il suffit de poser $p = j\zeta$, de donner à ζ différentes valeurs et de calculer la courbe $H(j\zeta)$ du plan complexe $H(p)$. La condition de stabilité est remplie, si, lorsque l'on parcourt la courbe de $\zeta = 0$ à $\zeta = +\infty$, l'origine se trouve toujours à main gauche. La figure 11 représente une telle courbe pour une équation de cinquième ordre; ainsi que l'énonce le critère de Leonhard, la courbe doit parcourir cinq quadrants, c'est-à-dire faire une boucle autour de l'origine, ce qui se laisse aisément vérifier en calculant les intersections de cette courbe avec les axes réels et imaginaires.

Application de la méthode classique à notre exemple.

Nous considérons le cas d'un générateur en marche individuelle commandé par un régulateur infiniment rapide. Le système d'équation différentielle est le suivant:

$$\begin{cases} T_s \frac{d\mu}{dt} + \mu = \rho \\ T_a \frac{dv}{dt} = \mu + \sigma \\ v = -\rho\delta \end{cases}$$

Sa résolution en fonction de la grandeur à régler donne l'équation suivante:

$$T_a T_s \delta \frac{d^2 v}{dt^2} + \delta T_a \frac{dv}{dt} + v = \delta \sigma$$

Le critère de Hurwitz donne comme condition nécessaire et suffisante que les 3 coefficients soient positifs. Le statisme δ doit être positif.

La courbe de réponse du réglage fermé $\Phi_R(t) = \frac{v(t)}{\sigma}$ donne l'expression de la vitesse en fonction du temps à la suite d'une perturbation σ à laquelle serait soumis l'objet à régler.

$$\Phi_R(t) = \delta \left(1 - \frac{\beta_0}{\beta} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \gamma) \right)$$

avec

$$\alpha = \frac{1}{2T_s} \quad \beta_0 = \frac{1}{\sqrt{T_a T_s \delta}} \quad \beta = \sqrt{\beta_0^2 - \alpha^2} \quad \text{tg } \gamma = \frac{\beta}{\alpha}$$

$\Phi_R(t)$ est une sinusoïde amortie que représente la figure 12 pour $\delta = 5\%$ $T_a = 5$ sec $T_s = 1$ sec.



Fig. 12. — Courbe de réponse du réglage fermé.

2. La méthode de Kùpfmüller.

La figure 13 schématise un circuit de réglage ouvert : nous supposons par exemple que le régulateur n'est pas entraîné par l'arbre du groupe, mais par un petit moteur M dont on peut faire varier à volonté la vitesse :

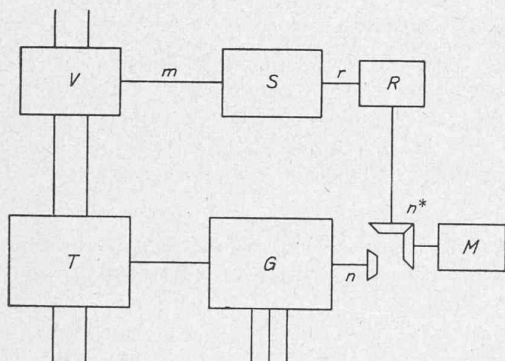


Fig. 13. — Circuit de réglage ouvert.

soit v^* la variation relative de la vitesse du moteur. La courbe de réponse Φ_{v^*p} décrit la course ρ du régulateur pour une variation impulsive de v^* , nous nous proposons de déterminer la course ρ pour une variation quelconque de $v^*(t)$. La figure 14 représente comment la fonction $v^*(t)$ peut être considérée comme une courbe en escalier, c'est-à-dire comme une superposition de fonctions impulsives.

En chacun de ses points, la fonction $v^*(t)$ peut être remplacée en première approximation par sa tangente

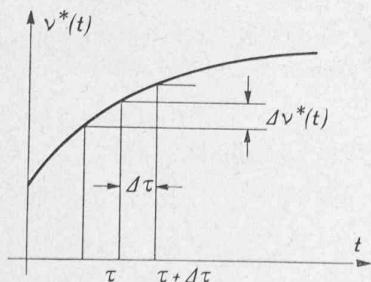


Fig. 14. Décomposition d'une fonction quelconque en une somme de fonctions impulsives.

en ce point. L'amplitude de la fonction impulsive correspondant à la période s'étendant de τ à $\tau + \Delta\tau$ s'obtient par l'équation suivante :

$$\Delta v^*(\tau) = v^*(\tau + \Delta\tau) - v^*(\tau) = \frac{dv^*}{dt} \Delta\tau.$$

$\Delta\rho$ sera la variation correspondant de la course du régulateur

$$\Delta\rho(\tau) = \Phi_{v^*p}(t - \tau) \Delta v^*(\tau) = \Phi_{v^*p}(t - \tau) \frac{dv^*}{dt} \Delta\tau.$$

La fonction $\rho(t)$ peut être considérée comme étant la somme des variations dues à l'application de ces fonctions impulsives différentielles

$$\rho(t) = \sum \Delta\rho(\tau) = v^*(\rho) \Phi_{v^*p}(t) + \int_0^t \Phi_{v^*p}(t - \tau) \frac{dv^*}{d\tau} d\tau.$$

En dérivant l'expression suivante, nous pouvons vérifier qu'elle correspond bien à celle que nous venons d'établir

$$\rho(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t \Phi_{v^*p}(t - \tau) v^*(\tau) d\tau.$$

La même formule permet de calculer la course du servomoteur dès que celle du régulateur est déterminée en introduisant la fonction de transfert du servomoteur $\Phi_{\rho\mu}$

$$\mu(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t \Phi_{\rho\mu}(t - \tau) \rho(\tau) d\tau.$$

Par intégrations successives peuvent se déterminer les variations de la vitesse du groupe résultant d'une variation de la vitesse du moteur M

$$v(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t \Phi_{\mu v}(t - \tau) \mu(\tau) d\tau = \frac{d}{dt} \int_0^t \Phi_{v^*v}(t - \tau) v^*(\tau) d\tau$$

Φ_{v^*v} = fonction de transfert du circuit de réglage ouvert. Lorsque le circuit de réglage est fermé $v^* = v$. Les perturbations dues à la perturbation viennent se superposer aux corrections provoquées par le réglage, ce qui permet de calculer les variations de la grandeur à régler résultant d'une perturbation de la façon suivante :

$$v(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t \Phi_{\sigma v}(t - \tau) \sigma(\tau) d\tau + \frac{d}{dt} \int_0^t \Phi_{v^*v}(t - \tau) v(\tau) d\tau.$$

Cette équation intégrale de Volterra peut être résolue par un développement en série de Neuman ; nous arrivons beaucoup plus aisément au même résultat en nous servant du calcul opérationnel et en tenant compte de la loi du produit opérationnel qui s'énonce de la façon suivante : d'une façon générale, à la fonction

$$A(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t A_1(\xi) A_2(t - \xi) d\xi$$

dans le domaine temps correspond la fonction $a = a_1 \cdot a_2$ dans le domaine opérationnel. L'équation intégrale prend la forme suivante dans le domaine opérationnel

$$v(p) = \Phi_{\sigma v} \sigma(p) + \Phi_{v v} v(p)$$

dans laquelle $\varphi_{\sigma v}$ = fonction de transfert de l'objet à régler à l'égard de la perturbation, sous forme opérationnelle,

$\varphi_{vv} = \varphi_{vp} \cdot \varphi_{\rho\mu} \cdot \varphi_{\mu v}$ = fonction de transfert du réglage ouvert sous forme opérationnelle.

Nous résolvons cette équation rapport à $v(p)$

$$v(p) = \frac{\varphi_{\sigma v} \sigma(p)}{1 - \varphi_{vv}}$$

en passant du domaine opérateur au domaine temps, nous calculons la fonction $v(t)$.

D'une façon générale $v(p)$ se présente sous la forme d'un quotient $v(p) = \frac{Y(p)}{Z(p)}$ en appliquant la formule de Heaviside nous obtenons :

$$v(t) = \frac{Y(o)}{Z(o)} + \sum_{p_1 \dots p_n} \frac{Y(p) e^{pt}}{p \frac{dZ}{dp}}$$

$$Y(o) = Y(p)|_{p=0} \quad Z(o) = Z(p)|_{p=0}$$

$p_1 \dots p_n$ sont les racines de l'équation $Z(p) = 0$.

Les fonctions de transfert φ se calculent soit à partir des courbes de réponse, soit à partir des équations différentielles dans lesquelles le signe de différenciation $\frac{d}{dt}$ est à remplacer par l'opérateur p .

Application de la méthode de Kùpfmüller à notre exemple.

Nous considérons à nouveau le cas d'un générateur en marche individuelle commandé par un régulateur infiniment rapide et nous proposons à nouveau de calculer les variations de la vitesse résultant d'une variation brusque de la charge. Sous forme opérationnelle, le système d'équations différentielles apparaît sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} T_s p \mu + \mu &= \rho \\ T_a p v &= \mu + \sigma \\ v &= -\rho \delta \end{aligned}$$

d'où nous tirons les fonctions de transferts opérationnelles suivantes :

$$\begin{aligned} \varphi_{\sigma v} &= \frac{\sigma}{v} = \frac{1}{p T_a} \\ \varphi_{vv} &= \varphi_{vp} \cdot \varphi_{\rho\mu} \cdot \varphi_{\mu v} = -\frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{p T_s + 1} \cdot \frac{1}{p T_a} \end{aligned}$$

Nous déterminons la fonction de transfert du réglage fermé

$$\varphi_R = \frac{v}{\sigma} = \frac{\varphi_{\sigma v}}{1 - \varphi_{vv}} = \frac{\frac{1}{p T_a}}{1 + \frac{1}{\delta(p T_s + 1)p T_a}} = \frac{\delta(p T_s + 1)}{\delta p^2 T_s T_a + \delta p T_a + 1}$$

Il est aisé de vérifier qu'en appliquant la formule de Heaviside nous obtenons la même fonction $\varphi_R(t)$ déterminée par la méthode classique (voir fig. 12).

En posant $Z(p) = 0$ nous retrouvons l'équation caractéristique de l'équation différentielle

$$\Phi_R(t) = \delta + \sum_{p_1, p_2} \frac{p T_s + 1}{2 p^2 T_s T_a + p T_a} e^{pt}$$

$$p_1, p_2 = \text{Racines de } \delta p^2 T_s T_a + \delta p T_a + 1 = 0.$$

3. La méthode de Nyquist.

Considérons à nouveau le circuit réglable ouvert représenté par la figure 13.

Nous considérons les deux essais suivants :

a) Nous supposons que nous faisons varier n^* sinusoidalement autour d'une valeur moyenne en laissant la charge constante et que nous relevons l'amplitude et la phase des variations résultant de la vitesse n . Exprimée sous forme vectorielle, cette mesure donne la courbe d'allure du réglage ouvert, en faisant le rapport des valeurs relatives des deux oscillations :

$$J_{v^*v} = \frac{v}{v^*}$$

b) Nous supposons que la charge σ varie sinusoidalement et nous relevons amplitude et phase des variations de la résultante de la vitesse v . Nous obtenons la courbe d'allure de l'objet à régler par rapport à la perturbation

$$J_{\sigma v} = \frac{v}{\sigma}$$

Nous pouvons supposer que nous faisons varier v^* et σ simultanément avec la même pulsation. Les variations de vitesse qui résultent sont données par superposition des oscillations

$$v = v^* J_{v^*v} + \sigma J_{\sigma v}$$

Lorsque le réglage est fermé, la vitesse que mesure le régulateur est celle du groupe, c'est-à-dire $v^* = v$ et nous déterminons la courbe d'allure du réglage fermé J_R exprimant la variation de la vitesse résultant d'une variation périodique de la charge du groupe à régler

$$\begin{aligned} v &= v J_{vv} + \sigma J_{\sigma v} \\ J_R &= \frac{v}{\sigma} = \frac{J_{\sigma v}}{1 - J_{vv}} \end{aligned}$$

Les conditions de stabilité sont implicitement contenues dans le dénominateur ; elles ne dépendent que de J_{vv} et sont indépendantes de $J_{\sigma v}$; intuitivement, on pressent que pour que le réglage soit stable, il faut que les oscillations de v en phase avec celles de v^* aient une plus petite amplitude que celle de v^* sinon le réglage s'excite de lui-même.

En langage mathématique, cela signifie que les parties réelles des fréquences propres que l'on détermine en annulant le dénominateur doivent être négatives. Nous considérons à nouveau deux plans complexes, celui des racines p et celui de la fonction complexe J_{vv} tels qu'ils sont représentés par la figure 15.

Selon l'équation

$$J_{vv} = 1,$$

au point $(+1, j0)$ du plan J_{vv} , correspondent les racines p_1, p_2 du plan p . Pour vérifier qu'elles sont situées dans le demi-plan négatif, nous cherchons la représentation de l'axe imaginaire du plan p dans le plan J_{vv} ce qui n'est autre chose que la courbe d'allure du réglage ouvert. Il faut vérifier que, si l'on parcourt cette courbe

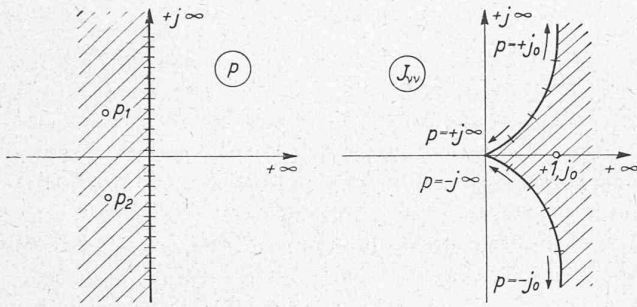


Fig. 15. — Le critère Nyquist.

de la pulsation $z = -\infty$ à $z = +\infty$, le point $(+1, j0)$ se trouve toujours à main gauche, autrement dit, « le réglage est stable si un vecteur partant du point $(+1, j0)$ et dont l'extrémité rejoindrait successivement chaque point de la courbe d'allure, balaye un angle plus petit que 2π quand il parcourt toute la courbe d'allure. »

La courbe d'allure ne doit pas « entourer » le point $(+1, j0)$. Cette condition est suffisante mais n'est pas nécessaire, en effet, ce critère est valable lorsque le réglage est stable quand il est ouvert ; il est connu qu'un réglage instable lorsqu'il est ouvert peut être rendu stable par le réglage. Selon la théorie généralisée du critère de Nyquist établie par M. Frey¹, il faut pour qu'un réglage soit stable, que la courbe entoure le point $(+1, j0)$ dans le sens des aiguilles d'une montre autant de fois que le système ouvert a des racines labiles, la courbe d'allure étant parcourue de $z = +\infty$ à $z = -\infty$.

L'avantage de la méthode de Nyquist est qu'elle permet de travailler avec des courbes expérimentales, sans l'artifice d'aucun calcul ; si la courbe d'allure a été déterminée analytiquement, soit à partir d'équations différentielles ou de courbe de réponse, il peut être préférable d'employer les relations

$$\frac{1}{J_{vv}} = 1 \text{ ou } \frac{1}{J_{vv}} - 1 = 0.$$

Cette dernière relation n'est pas autre chose que le critère de Leonhard et prouve l'identité mathématique qui existe entre ces deux méthodes.

Application de la méthode de Nyquist.

Nous avons déjà établi les courbes d'allures d'un générateur en marche individuelle et celles d'un servomoteur asservi commandé par un régulateur infiniment rapide.

La courbe d'allure du réglage ouvert J_{vv} est égale au produit des courbes d'allures des organes de réglage.

$$J_{vv} = J_{vp} \cdot J_{\rho\mu} \cdot J_{\mu v} = -\frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{jzT_s + 1} \cdot \frac{1}{T_a jz}$$

Il est connu que le produit de deux vecteurs est égal à un vecteur dont la phase est égale à la somme des phases, la grandeur absolue au produit des grandeurs

¹ Voir *Revue Brown-Boveri*, mars 1946.

absolues. La figure 16 représente la courbe d'allure du réglage ouvert J_{vv} (courbe 1) établie pour $\delta = 5\%$, $T_s = 1$ sec $T_a = 5$ sec. Le réglage ne peut être instable quelle que soit la valeur des paramètres δ , T_a , T_s puisque la courbe d'allure ne coupe pas l'axe réel.

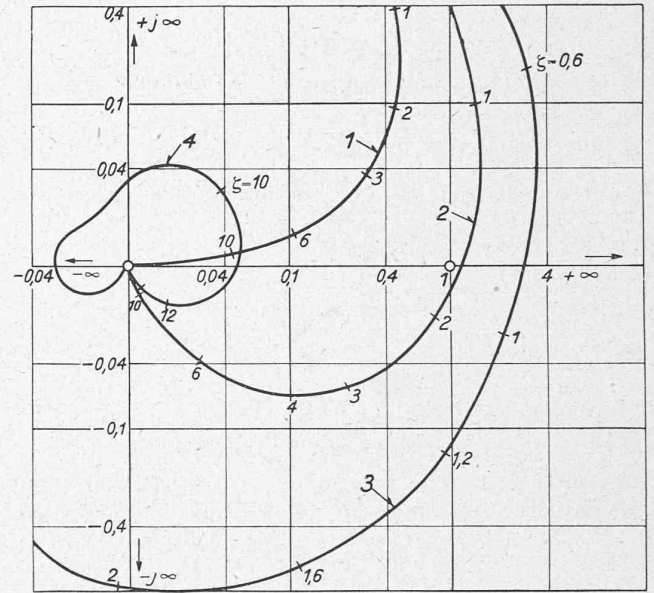


Fig. 16. — Représentation vectorielle de la courbe d'allure du réglage.

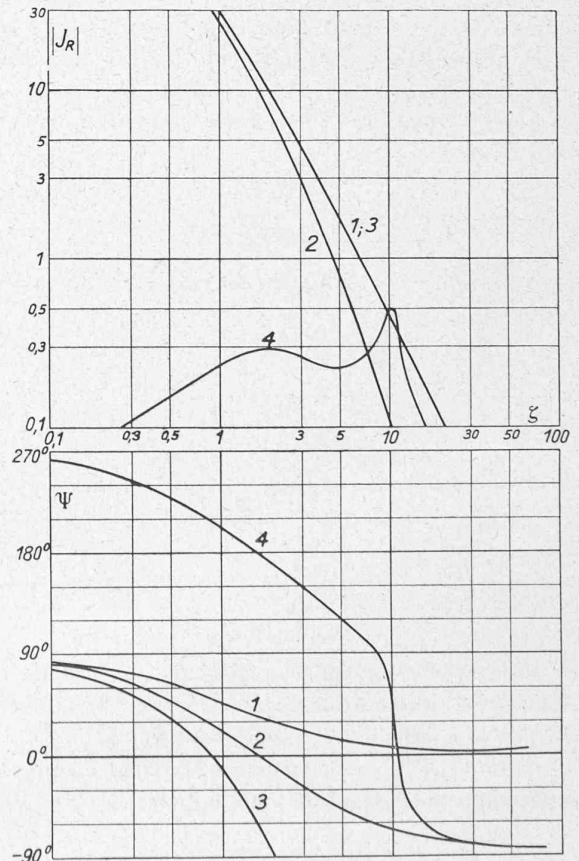


Fig. 17. — Représentation cartésienne de la courbe d'allure du réglage.

En abaissant une perpendiculaire du point $(+1, j_0)$ sur la courbe d'allure, on peut déterminer en première approximation l'abscisse et l'ordonnée de la fréquence propre dans le plan p , à savoir sa pulsation et son amortissement. Cependant cette détermination n'est pas possible si, comme dans la figure 16, on se sert d'une échelle logarithmique pour reporter la grandeur absolue des vecteurs.

Pour des raisons pratiques, il est plus commode de travailler avec une représentation cartésienne de la courbe d'allure. Si l'on porte $|J|$ et Ψ en fonction de z et si l'on a soin de se servir d'une échelle logarithmique pour l'ordonnée de $|J|$, le produit se ramène à deux sommes, il faut contrôler que lorsque l'angle $\Psi = 0$ l'amplitude $|J|$ soit < 0 . La courbe 1 de la figure 17 prouve que cette condition est toujours remplie.

(A suivre.)

ORGANISATION ET FORMATION PROFESSIONNELLES

Formation des ingénieurs universitaires en vue de l'industrie

Le numéro 1, 1946, des Mémoires de la Société royale belge des ingénieurs et des industriels donne la publication intégrale du rapport d'une « commission de l'enseignement technique », créée par la société prénommée et la Fédération des entreprises de l'industrie des fabrications métalliques.

Ce volumineux rapport, du plus haut intérêt, traite de l'enseignement technique dans son ensemble : apprentissage, formation des ouvriers qualifiés, formation des techniciens et des ingénieurs des écoles moyennes et supérieures.

Quoique les conditions du travail en Belgique ne soient pas en tous points comparables à celles de Suisse, nous pensons que nos lecteurs prendront connaissance avec grand intérêt des quelques lignes suivantes, extraites du chapitre de ce rapport intitulé : Formation des ingénieurs universitaires en vue de l'industrie. Un très grand nombre de conclusions auxquelles ont été conduits nos collègues belges dans l'examen de cette importante question peuvent, nous semble-t-il, être acceptées par nous aussi. Quiconque s'intéresse à ces problèmes trouvera à ce document matière à d'utiles réflexions.

D. BRD.

Considérations générales.

Dans les conditions modernes de l'industrie et des affaires, la formation des ingénieurs universitaires, appelés en Belgique les ingénieurs civils, est un problème très complexe.

La complexité naît en grande partie de ce qu'il faut préparer le jeune ingénieur civil en vue de tâches et de situations extrêmement diverses, qu'il peut d'ailleurs éventuellement remplir et occuper à des époques différentes de sa carrière.

Il faut assurément former l'ingénieur civil qui se destine à la construction mécanique, comme à d'autres branches industrielles, sur le plan scientifique et le plan technique, mais aussi sur le plan des affaires et le plan social.

Dans ces quatre directions, c'est toujours au degré supérieur qu'il faut former l'ingénieur civil, afin qu'il puisse suivre et contribuer à l'évolution et aux progrès tant tech-

niques que sociaux, qui s'imposeront après cette guerre plus que jamais.

Cela suppose que le jeune ingénieur universitaire ait acquis les éléments qui lui permettent de rester réceptif aux développements considérables que l'on pressent et de contribuer éventuellement à ces développements avec tout le discernement désirable.

Il faut aussi qu'il ait acquis l'esprit d'organisation et qu'il ait constamment en vue la notion fondamentale du rendement et des résultats économiques à atteindre.

De plus, appartenant à l'élite intellectuelle de la Nation, il faut qu'il ait une vue bien nette de la position de la Belgique dans le monde, aux différents points de vue moral, social, intellectuel, scientifique, économique, industriel et financier.

Il faut que le jeune ingénieur belge ait la conviction profonde qu'il est associé et participe à la vie d'une collectivité nationale pleine d'activité, dont le labeur sain se développe dans une large paix sociale et contribue à celle-ci.

Cette conviction, il faut qu'il ait la volonté de la répandre et de la faire partager, et d'assumer toutes les responsabilités qu'elle comporte. Il faut donc qu'il soit formé avec la perception très nette qu'à côté de son rôle technique et d'affaires, il aura à jouer un rôle social.

Au début de la carrière de l'ingénieur civil, ce rôle social est souvent limité et peut ne pas apparaître nettement ; mais ultérieurement ce rôle est susceptible de s'amplifier très largement ; dans certains cas, il prend le caractère des fonctions sociales tout à fait supérieures.

Conclusions de caractère général.

Il est indispensable, pour réaliser une amélioration très sensible de la formation des jeunes ingénieurs civils, qu'en parallèle avec l'effort que font et qu'accentueront les Facultés universitaires des sciences appliquées, l'industrie apporte de son côté un large esprit de compréhension et assume l'organisation méthodique d'un complément d'éducation industrielle des jeunes ingénieurs civils.

La Commission connaît les critiques que les industriels formulent souvent au sujet de l'impréparation des jeunes ingénieurs civils à la « vie des usines ».

Elle se garde bien d'épouser à priori toutes ces critiques, elle connaît d'ailleurs la riposte à ces critiques. La Commission pose très nettement l'affirmation que jamais l'enseignement des ingénieurs civils ne prépara directement le jeune ingénieur à la « vie des usines », c'est-à-dire que jamais les écoles universitaires ne seront organisées de telle façon que les jeunes ingénieurs soient aptes immédiatement à rendre d'importants services pratiques dès leur sortie de l'université. Un tel résultat ne pourrait être espéré qu'au détriment de la culture générale, cependant essentielle, et qu'au prix d'une spécialisation excessive en cours d'études, dangereuse surtout dans un pays comme la Belgique.

De plus en plus, avant de pouvoir attendre des jeunes ingénieurs civils un concours plein d'efficacité, l'industrie devra s'attacher d'une part à les accueillir avec faveur et à leur prévoir une carrière en rapport avec leur préparation, ce qu'elle n'a pas toujours fait, d'autre part à parachever leur formation technique, industrielle et sociale.

Ce que l'industrie est en droit d'espérer, et même d'exiger, c'est que par l'enseignement qu'il a reçu et qui a dû accuser son esprit de finesse, le jeune ingénieur civil soit à même de s'initier aisément à l'entière des complexes industriels, en cherchant à agir avec intelligence et avec un large esprit d'initiative.