

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 73 (1947)
Heft: 8: Foire suisse de Bâle, 12-22 avril 1947

Artikel: Pistes d'aéroports modernes: calcul des efforts dynamiques
Autor: Paris, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-55130>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE

DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 20 francs
Etranger : 25 francs

Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 17 francs
Etranger : 22 francs

Prix du numéro :

1 Fr. 25

Pour les abonnements
s'adresser à la librairie
F. Rouge & C^{ie}, à Lausanne.

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : G. EPITAUX, architecte, à Lausanne ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg* : MM. L. HERTLING, architecte ; P. JOYE, professeur ; *Vaud* : MM. F. CHENAUX, ingénieur ; E. ELSKES, ingénieur ; E. D'OKOLSKI, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte ; *Genève* : MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; E. MARTIN, architecte ; E. ODIER, architecte ; *Neuchâtel* : MM. J. BÉGUIN, architecte ; G. FURTER, ingénieur ; R. GUYE, ingénieur ; *Valais* : M. J. DUBUIS, ingénieur ; A. DE KALBERMATTEN, architecte.

RÉDACTION : D. BONNARD, ingénieur, Case postale Chauderon 475, LAUSANNE.

Publicité : TARIF DES ANNONCES

Le millimètre
(larg. 47 mm.) 20 cts.
Réclames : 60 cts. le mm.
(largeur 95 mm.)

Rabais pour annonces
répétées.



ANNONCES-SUISSES S.A.
5, rue Centrale Tél. 2.33.26
LAUSANNE
& Succursales.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE

A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte ; R. NEESER, ingénieur.

SOMMAIRE : *Pistes d'aéroports modernes. Calcul des efforts dynamiques*, par A. PARIS, professeur à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne. — Société vaudoise des ingénieurs et des architectes (Section S. I. A.) : *Rapport du président sur l'activité de la Société et de son Comité pendant l'exercice du 29 mars 1946 au 25 mars 1947 ; Communiqué*. — Société suisse des ingénieurs et des architectes : *Groupe des Ponts et Charpentes*. — SERVICE DE PLACEMENT. — INFORMATIONS DIVERSES.

Pistes d'aéroports modernes

Calcul des efforts dynamiques¹

par A. PARIS, professeur à l'Ecole polytechnique
de l'Université de Lausanne,

CD 656.71

Un avion peut agir de deux manières normalement caractérisées sur une piste bétonnée. Ou bien il l'atteint en suivant une trajectoire rasante, qui l'amène près du sol sur lequel il doit se poser ; il lui transmet alors sa force vive, qu'il répartit le long d'un trajet assez important au bout duquel le poids reste seul à agir, statiquement alors. Ou bien, tous freins bloqués, il attend son envol, que le pilote prépare en réchauffant ses moteurs.

La différence essentielle de ces deux états réside en ceci que, lors de l'arrivée, la dalle tarde à se déformer élastiquement, les accélérations de masse laissant à l'avion le temps de s'éloigner ; si, au contraire, l'avion vibre sur place, il transmet son effort que la dalle traduit en déformations élastiques locales.

Les charges instantanées ne doivent pas susciter une compression des ressorts capable de provoquer un ressaut après détente. Si celle-ci était absolument libre, ce que même les frottements intérieurs empêchent, la compression dynamique additionnelle ne pourrait dépasser la compression statique mesurée entre le premier contact de la roue et la position de repos de l'essieu ;

dans ce cas, la plus grande surpression instantanée atteint exactement la charge statique de la roue. Mais la présence de freins à la détente des ressorts permet à la compression de dépasser cette limite.

Deux principes s'affrontent dans la construction des pistes bétonnées. L'insolation et le refroidissement, diurnes et saisonniers, de la dalle ont conduit les constructeurs à prévoir des joints de contraction, qui donnent du jeu aux phénomènes thermiques et au retrait ; mais l'adhérence au sol s'oppose au glissement, qui ne peut soulager normalement la région médiane des panneaux ; quelques inconvénients découlent d'autre part de la division de la dalle en rectangles quasi indépendants, fragiles par conséquent sur leurs bords où règnent les moments fléchissants les plus intenses ; M. Soutter, ingénieur à Zurich, propose de soutenir ces contours par des longrines¹ dont la pose n'est pas sans compliquer le travail de construction. On a, paraît-il, construit des pistes sans joints ; des fentes s'y sont produites, mais n'ont pas eu d'inconvénients graves.

Le calcul statique de la dalle demande la connaissance de deux facteurs quelquefois difficiles à chiffrer. C'est d'abord le module de résistance du sol, que le laboratoire et l'expérience parviennent à circonscrire dans des limites satisfaisantes pour la bonne tenue de la dalle, de 2 à 4 kg/cm³ en général. Il y a ensuite la charge dynamique, qui traduit dans la dalle l'effet du mouvement rapide de la roue chargée, soit qu'il s'agisse de roulement soit que la vibration de l'appareil cause l'effort.

¹ Adaptation à la publication d'une conférence donnée en été 1946, à Lausanne, devant les membres du Groupe des ponts et charpentes de la Société suisse des ingénieurs et des architectes.

¹ P.-E. SOUTTER : *Pistenbelag*. « Schw. Bauzeitung », 7 juin 1945.

Remarquons, avant d'étudier ces arguments, que leur détermination ne signifie pas pour nous une évaluation complète et facile du problème de la résistance intérieure, que la construction d'une piste moderne propose à l'ingénieur. Le *calcul théorique de la dalle* se complique beaucoup dès qu'on quitte la simple symétrie de la dalle circulaire chargée en son centre. M. Schleicher en a basé l'étude sur les fonctions de Bessel, ce qui conduit à l'emploi de tables de nombres dont chaque bureau ne dispose pas toujours; on peut aussi considérer le disque central immédiatement chargé comme encastré dans une couronne élastique; ces deux méthodes donnent des résultats comparables, bien plus gros que ceux livrés par le calcul empirique de Westergaard. Ce dernier a, par contre, l'avantage d'indiquer des moments fléchissants aussi bien pour les charges sur le contour du panneau rectangulaire, que pour sa région médiane. Le treillis élastique de Marcus, apparemment seul à pouvoir trancher le différend, offre une ressource pénible à utiliser.

La *détermination des charges* effectivement actives dans la dalle constitue le nœud du problème. Son caractère essentiel, la courbure imposée, fera place ici à une simple comparaison des flèches élastiques dues soit aux charges statiques soit aux impulsions dynamiques. Ce critère peut suffire car, probablement, les diamètres des cuvettes de déformation¹ sont comparables entre charges instantanées ou durables. Le calcul de la déformation subie par la dalle en vertu d'un heurt conduit à la transposition d'un phénomène dynamique dans le domaine de la résistance des matériaux; c'est du reste le cas toujours délicat de la recherche des facteurs de majoration de ce genre. Mais il se présente ici de manière particulièrement claire, car l'essieu unique remplace le convoi.

On s'appuyera dans cette adaptation sur le fait qu'une *impulsion* donnée en un point de la dalle y crée une onde vibratoire, qui se transmet au loin en s'amortissant; un quart de période après le choc, le déplacement subi au point d'impact commence à diminuer, tandis que l'onde se propage au loin; il tend vers zéro pour prendre ensuite des grandeurs négatives; réciproquement, une charge distante enverra une onde positive, qui ne s'ajoutera à la première que si celle-ci n'a pas encore changé de signe. On peut donc concevoir une ligne d'influence de l'ordonnée du déplacement au point de mesure, qui sera une courbe dont les points nuls se trouvent à un quart de période du dit point, de manière que le temps $t = T_a/4$, qu'il faut pour que la déformation propre s'annule au point considéré, soit celui de son atteinte par l'onde nouvelle; toute déformation antérieure sera devenue négative entre temps. On peut alors affirmer que toute impulsion mobile cumulera ses effets en proportion des ordonnées de cette ligne d'influence, à condition d'agir durant un temps infiniment court en n'importe quel point de l'espace

d'influence positive. Plus la vitesse du mobile diminuera et plus grande sera la densité de l'action immédiate, puisque l'impulsion subsiste plus longtemps sur le segment d'influence utile. On ne considère ici comme utiles que les effets positifs, puisque le passage accidentel laisse la possibilité de pertes de contact capables d'éliminer les influences négatives, compensées du reste partiellement par les demi-ondes positives subséquentes, rapidement amorties par le sol d'appui.

* * *

Trajectoire d'atterrissage. — L'avion, qui s'approche du sol en vol plané légèrement descendant, incurve sa trajectoire pour tendre au contact tangentiel avec la piste. Le pilote évalue sa distance verticale au sol en même temps qu'il modère sa vitesse horizontale dans la mesure jugée opportune; une erreur d'appréciation accentue le heurt en comprimant davantage les ressorts du chariot. La section de prise de contact joue un rôle essentiel grâce aux accélérations montantes qu'il introduit.

Nous cherchons l'effet dynamique lors de cette prise de contact, dont l'équilibre instantané s'exprime en fonction du temps t par la condition:

poids de roue — réaction sol — sous-pressure atmosphérique = accélération montante,

c'est-à-dire, si z représente les ordonnées du chemin de l'essieu du chariot et que

$G = m_a \cdot g$ = poids afférent à la roue considérée

c = constante des ressorts (charge pour compression unitaire)

δ = densité de l'air

F = surface d'appui aérien des ailes

v = vitesse oblique de l'avion,

l'équation¹

$$G - c \cdot z - c_a \frac{\delta}{2g} F v^2 = m_a \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (1)$$

MM. Mathias et Schaaf l'ont intégrée en la dissociant en deux équations solidaires; cette méthode, justifiée en plein vol, paraît inutilement compliquée ici, puisque le contact accidentel avec le sol sème le fait réel d'imprévu. Nous préférons décomposer le phénomène en deux effets complémentaires, dont le cumul nous renseignera plus simplement: l'atterrissage tangentiel et l'effet de l'incidence.

I. *Atterrissage tangentiel.* — A l'instant de l'arrivée, vol plané et moteurs arrêtés, l'avion se tient en équilibre sur son matelas d'air; la sous-pressure prend la charge, ce qu'expriment

$$G = A_L \quad A_L = c_a \frac{\delta}{2g} F v_L^2 \quad (2)$$

La projection du mouvement sur la verticale et sur

¹ Professeur R. MERCIER. Cours de physique E. P. L.

¹ CASSENS et SCHAEFER: *Sinkgeschwindigkeit*. « Luffahrtforschung », 1941.

la trajectoire permet d'écrire, puisque l'angle θ d'atterrissage est très faible,

$$\theta = \sin \theta \sim 0 \quad \cos \theta = 1.$$

Un changement de variables conduit ensuite à la relation simple¹

$$v^2 = v_L^2 \left(\frac{1}{g} \times \frac{d^2 z}{dt^2} + 1 \right) \quad (3)$$

qui donne l'équation

$$G - cz - A_L \left(1 + \frac{1}{g} \frac{d^2 z}{dt^2} \right) = m_a \frac{d^2 z}{dt^2}. \quad (4)$$

La condition de Capon réduit cette équation à la forme très simple

$$+ cz + 2m_a \frac{d^2 z}{dt^2} = 0$$

qui admet la solution

$$z = a \cdot \cos at \quad a = \sqrt{\frac{c}{2m_a}} = \sqrt{\frac{g}{2d_a}} \quad (5)$$

puisque

$$c = \frac{G}{d_a}$$

d_a = compression ressort sous charge G statique.

L'amplitude a de l'oscillation ne dépasse la constante d_a que si des freins permettent le retour sans ressaut.

La charge instantanée de la dalle

$$P_t = \left(1 + \frac{z}{z_0} \right) G$$

constitue l'un des éléments de la solution cherchée.

On évaluera la masse m_a de dalle intéressée à ce choc en supposant parabolique l'enveloppe des ordonnées de l'onde vibratoire, qui absorbe la force vive en s'éloignant progressivement du point de mesure; ce qui conduit à

$$m_a = \frac{1}{4g} \pi r^2 d \cdot \gamma_b = \frac{P_d}{g}$$

où r introduit le rayon du contour de la dalle circulaire équivalente au panneau atteint, contour où l'on suppose s'éteindre la vibration.

Désignant par y les ordonnées de déformation de la dalle, on écrit l'équation d'équilibre dynamique

$$P_t - R = m_a \frac{d^2 y}{dt^2}$$

que la réaction du sol

$$R = c_d \cdot y$$

met sous forme

$$P_t - c_d \cdot y - m_a \frac{d^2 y}{dt^2} = 0$$

où

¹ R. CAPON: *Vitesse d'atterrissage*. Report Aeronautical Committee, Londres, 1934.

$$c_d = \frac{G}{y_0}$$

y_0 = compression statique de la dalle sous G .

La solution

$$y = y_A \cdot \cos \delta t + \frac{P_t}{c_d}$$

avec

$$\delta = \sqrt{\frac{c_d}{m_a}} = \sqrt{\frac{g}{y_0} \cdot \frac{G}{P_d}} \quad (6)$$

comporte une période vibratoire de la dalle de

$$T_d = \frac{2\pi}{\delta} = 2\pi \sqrt{\frac{m_a}{c_d}}$$

Le maximum de la déformation instantanée se calcule d'abord pour une impulsion infiniment brève, ceci par intégration du produit des ordonnées de charge z_x par celles d'influence y_x , entre les limites d'annulation P et Q . On obtient

$$(y_{\text{tot}}) = \int_P^Q P_t \cdot dt \times \frac{y}{G} =$$

$$= y_A \frac{2}{\delta} \left(1 + \cos \frac{\alpha \pi}{\delta} \right) + y_0 \left(\frac{3\pi}{2\delta} + \frac{5}{\alpha} \sin \frac{\alpha \pi}{\delta} \right)$$

où α et δ conservent les expressions (5) et (6) (unité 1/sec). Le fait que

$$\alpha \ll \delta$$

donne à la charge P_t une grandeur pratiquement constante durant le temps PQ .

L'ordonnée y_A introduit l'effet d'une impulsion de la charge $G = m_a \cdot g$ atteignant le point de mesure A à la vitesse w_a . On la calcule par l'équation de l'équilibre dynamique assuré par la dalle et le sol:

$$m_a \cdot w_a = \int_0^r dm_a \cdot w_m + \int s \cdot dF \cdot dt$$

où

$$s = B \cdot y = \text{réaction du sol}$$

ce qui donne en somme de différences finies

$$y_A = m_a \cdot w_a : \sum \Delta F \left[B \left(1 - \frac{x^2}{r^2} \right) \frac{T_a}{4} - \frac{4d}{g} \gamma_b \frac{\Delta F}{\pi r^2 T_a} \right]$$

$$T_a = 2\pi \sqrt{\frac{2d_a}{g}} = \text{période d'oscillation de l'avion.}$$

L'ordonnée instantanée (y_{tot}), fonction d'un temps infiniment court, ne tient pas compte de la vitesse de l'avion; elle la suppose illimitée. Passant à vitesse finie, l'avion parcourt un segment

$$\Delta a = \frac{1}{4} T_a \cdot v_a$$

durant le quart de période ascendant de son onde de vibration. Comparant ce chemin à la longueur

$$\Delta d \sim \frac{1}{2} T_d \times 4000 \text{ m/sec}$$

couverte par la vibration de la dalle en une demi-période positive, et tenant compte de l'empatement e du bandage de la roue, qui participe à l'entraînement, on obtient le facteur de majoration

$$\mu = \frac{\Delta d}{\Delta a + e} \quad (7)$$

qui conduit à l'ordonnée dynamique effective

$$y_{\text{eff}} = \mu (y_{\text{tot}})$$

et ainsi à la charge dynamique

$$P_{\text{eff}} = G \frac{y_{\text{eff}}}{y_o}$$

A la limite $v_a = 0$, la charge devenue immobile conduit, selon notre exemple numérique ci-après, à

$$\mu = \frac{35,4}{0,8} = 44$$

ce qui porte la compression dynamique à

$$y_{\text{eff}} = 44 \times 0,0043 \text{ cm} = 0,19 \text{ cm} = 1,9 y_o$$

ordonnée pratiquement double de la compression statique y_o subie sous la charge immobile; la compression supplémentaire y_o des ressorts en dessous de la position de repos se représente ainsi assez fidèlement.

II. *Effet de l'incidence.* — La composante verticale w_o de la vitesse impose une compression additionnelle aux ressorts du chariot. Pour l'évaluer, nous reprenons l'équation générale (1), que nous soulageons de son terme constant G , dont l'effet a été enregistré au calcul précédent; nous trouvons

$$+cz + c_a \frac{\delta}{2g} F v^2 + w_a \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \quad (8)$$

expression où la vitesse v figure au carré; on ne peut l'intégrer sous cette forme. Nous avons signalé sa résolution selon Mathias et Schaaf, mais ne nous y arrêterons pas, vu sa délicatesse; nous pouvons simplifier sans inconvénient sur un segment si court en remplaçant

$$v^2 = v (\nu_L - \Delta \nu) = \nu_L \cdot v - \nu_L \cdot \Delta \nu \sim \nu_L \cdot v$$

car $\Delta \nu$ est extrêmement petit. Remplaçant alors

$$v = \frac{dz}{dt} \cdot \frac{1}{\sin \theta} \quad \theta = \text{angle d'incidence,}$$

nous obtenons l'équation

$$m_a \frac{d^2 z}{dt^2} + k \frac{dz}{dt} + cz = 0$$

avec

$$m_a = \frac{G}{g} \quad k = \frac{G}{w_o} \quad c = \frac{G}{z_o}$$

w_o = vitesse verticale d'accostage

z_o = compression statique des ressorts sous charge G .

La solution

$$z = \frac{w_o}{2\gamma} e^{-\rho t} (e^{+\gamma t} - e^{-\gamma t})$$

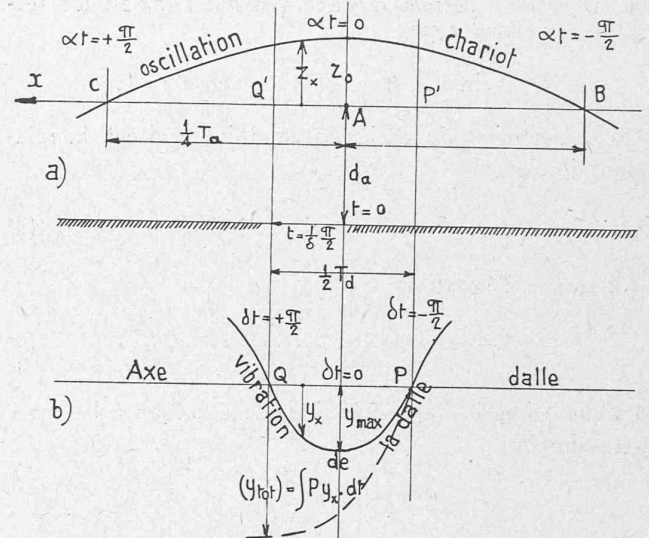


Fig. 1. — Efforts dynamiques des pistes.

où

$$\rho = \frac{k}{2m_a} = \frac{g}{2w_o} \quad \gamma = \frac{1}{2m_a} \sqrt{k^2 - 4m_a c}$$

se traduit en deux régimes séparés par l'annulation du radical

$$k^2 = 4m_a c$$

c'est-à-dire pour une vitesse de chute

$$\frac{1}{w_o} = \frac{4}{g z_o} \quad w_o = \frac{1}{2} \sqrt{g \cdot z_o}$$

La figure 1 accuse la constance pratique de la charge sur le segment PQ, où l'exemple numérique limite les ordonnées entre 0,9997 et 1,0. Nous écrivons par conséquent

$$P_t = G \frac{z_m}{z_o} = v \cdot G.$$

Le facteur dynamique

$$v = \frac{z_m}{z_o} \quad (9)$$

sera connu dès que nous aurons calculé l'ordonnée z_m de compression des ressorts. L'intégration donne ainsi

$$(y_{\text{tot}}) = 2 \frac{v}{\delta} y_A + v^2 \cdot z_o \frac{\pi}{\delta}.$$

Suivant que la racine est réelle ou imaginaire, on adopte l'une ou l'autre des voies suivantes.

Si $k^2 > 4m_a c$, γ réel conduit à

$$z = \frac{w_o}{\gamma} e^{-\rho t} \cdot \text{Sh } \gamma t$$

avec maximum de charge au temps t_m , tel que

$$\text{Th } \gamma t_m = + \frac{\gamma}{\rho}$$

$$2 \gamma t_m = \ln (+ \rho + \gamma) - \ln (+ \rho - \gamma).$$

Si $k^2 < 4 m_a c$, γ imaginaire demande qu'on fasse

$$\gamma' = i \times \gamma \quad z = \frac{w_o}{\gamma'} e^{-\rho t} \cdot \sin \gamma' t$$

$$tg \gamma' t_m = + \frac{\gamma'}{\rho}$$

Le calcul numérique suivant illustrera la marche de l'opération. Supposons le cas :

avion :

charge d'une roue	$G = 40\,000 \text{ kg}$
empattement	$e = 80 \text{ cm}$
compression statique	$d_a = 15 \text{ cm} \sim z_o$
vitesse d'arrivée	$v_a = 25 \text{ m/sec}$
composante verticale	$w_o = 50 \text{ cm/sec}$ (2% de v_a)

dalle :

rayon d'équivalence	$r = 280 \text{ cm}$
compression statique	$y_o = 0,1 \text{ cm}$
densité apparente du béton	$\gamma_b = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$
indice résistance sol	$B = 3 \text{ kg/cm}^3$

On calcule ainsi

pour la roue : $c = \frac{G}{z_o} = 2667 \text{ kg/cm}$

$$m_a = \frac{G}{g} = \frac{40\,000 \text{ kg}}{981 \text{ cm/sec}^2} = 40,8 \text{ sec}^2/\text{cm}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{g}{2 d_a}} = 5,72 \text{ sec}^{-1}$$

$$T_a = \frac{2\pi}{\alpha} = 1,09 \text{ sec} \quad \Delta a = \frac{1}{4} T_a \cdot v_a = 6,80 \text{ m}$$

pour la dalle : $c_d = \frac{G}{y_o} = 400\,000 \text{ kg/cm}$

$$m_d = \frac{1}{g} \frac{\pi}{4} \cdot 280^2 \text{ cm}^2 \times 20 \text{ cm} \times 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^3 = \frac{3080}{g} \text{ kg}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{c_d}{m_d}} = 357 \text{ sec}^{-1}$$

$$T_d = \frac{2\pi}{\delta} = 0,0177 \text{ sec} \quad \Delta d = \frac{1}{2} T_d \cdot 4000 \text{ m/sec} = 35,4 \text{ m.}$$

La majoration due à la vitesse (éq. 6) en résulte par

$$\mu = \frac{35,4}{6,8 + 0,8} = 4,65.$$

Atterrissage tangentiel. — La vitesse représentative de chute entre appui statique et fond de course

$$w_a = \sqrt{2g \cdot d_a} = 172 \text{ cm/sec}$$

conduit au numérateur de y_A

$$m_a \cdot w_a = 40,8 \times 172 = 7020 \text{ kg.sec.}$$

Le dénominateur résulte de la sommation étendue à cinq anneaux concentriques de la dalle, larges de

$$\Delta x = \frac{280 \text{ cm}}{5} = 56 \text{ cm.}$$

On trouve

$$B \sum \Delta F \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right) \frac{T_a}{4} = 3 \text{ kg/cm}^3 \times 125\,500 \text{ cm}^3 \times \frac{1,09 \text{ sec}}{4} = 103\,000 \text{ kg} \cdot \text{sec/cm}$$

puis

$$\frac{4d}{g} \gamma_b \frac{1}{\pi r^2 T_a} \sum \Delta F^2 = \frac{4 \times 2,5 \cdot 10^{-3} \times 20}{\pi 280^2 \cdot 981 \cdot 1,09} \times 10^8 \cdot 160,2 = 120 \text{ kg} \cdot \text{sec/cm}$$

chiffre qui laisse le dénominateur pratiquement indifférent.

Le quotient donne

$$y_A = \frac{7020 \text{ kg} \cdot \text{sec}}{102\,880 \text{ kg} \cdot \text{sec/cm}} = 0,068 \text{ cm.}$$

L'ordonnée caractéristique en résulte, vu

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\alpha}{\delta} = 1,44^0$$

par

$$(y_{\text{tot}}) = y_A \frac{2}{357} (1 + 0,9997) + y_o \left(1,5 \pi \frac{1}{357} + \frac{5}{5,72} \cdot 0,02513\right) = 0,0043 \text{ cm.}$$

On multiplie ce chiffre par μ , ce qui donne

$$y_{\text{eff}} = 4,65 \times 0,0043 \text{ cm} = 0,020 \text{ cm.}$$

L'atterrissage tangentiel à la vitesse de 25 m/sec provoque ainsi dans la dalle une déformation correspondant à 20 % de celle due à la charge statique de la roue.

Incidence. — La vitesse de chute à l'arrivée

$$w = 50 \text{ cm/sec}$$

conduit à une grandeur réelle de γ ; on trouve

$$\rho = \frac{g}{2 w_o} = 9,81 \text{ sec}^{-1} \quad k = \frac{G}{w_o} = 800 \text{ kg} \cdot \text{sec/cm}$$

$$\gamma = \frac{1}{2 m_a} \sqrt{k^2 - 4 m_a c} =$$

$$= \frac{100 \sqrt{8^2 - 4 \cdot 4,08 \cdot 2,667}}{2 \cdot 40,8} = 5,55 \text{ sec}^{-1}$$

$$\ln(\rho + \gamma) - \ln(\rho - \gamma) = 2,734 - 1,449 = 1,285$$

$$t_m = \frac{1,285}{2 \times 5,55 \text{ sec}^{-1}} = 0,116 \text{ sec}$$

$$Sh \gamma t = 0,685 \quad e^{-\rho t} = 0,3198$$

$$z_m = \frac{50 \text{ cm/sec}}{5,55 \text{ sec}^{-1}} = 0,3198 \times 0,685 = 1,98 \text{ cm.}$$

Le facteur dynamique (éq. 9) atteint

$$v = \frac{1,98}{15,0} = 0,132.$$

L'ordonnée caractéristique en résulte par

$$(y_{\text{tot}}) = 2 \frac{0,132}{357} \cdot 0,068 + 0,132^2 \cdot 15 \frac{3,1416}{357} = 0,0024 \text{ cm}$$

chiffre qui, multiplié par μ , donne

$$y_{\text{eff}} = 4,65 \times 0,0024 = 0,011 \text{ cm.}$$

L'énergie cinétique inflige ainsi une charge utile de 11 % du poids G de la roue.

La charge maximum d'atterrissage à grande vitesse résulte, au pis aller, du cumul des deux chiffres ainsi trouvés, dont la simultanéité n'est pas nécessaire; on trouve

$$\sum (y_{\text{eff}}) = 0,020 + 0,011 = 0,031 \text{ cm}$$

chiffre qui fait prévoir une charge effective

$$P = 0,31 G$$

le tiers environ de la charge statique.

Nous remarquons que ce résultat favorable correspond à la vitesse, forte avant un atterrissage, de 25 m/sec; si nous réduisons cette allure au quart, à quelque vingt-cinq kilomètres à l'heure, nous obtiendrions

$$\mu = \frac{35,4}{1,7 + 0,8} = 14,2$$

et par conséquent une compression de la dalle de

$$14,2 (0,0043 + 0,0014) = 0,095 \text{ cm}$$

chiffre équivalent à celui de la compression statique y_0 ; une modeste diminution supplémentaire de la vitesse nous ferait dépasser la déformation statique, et donnerait

$$P > G.$$

On agira donc prudemment en admettant

$$P \sim 110 \text{ à } 120 \% \text{ de } G.$$

* * *

III. Charge avant l'envol. — L'amplitude $\pm a$ de la vibration de l'essieu durant le réchauffement des moteurs peut atteindre quelques millimètres, d'autant plus que les pièces mobiles seront moins exactement balancées.

La charge instantanée sur la dalle

$$P_t = \frac{z}{d_a} G$$

dépend de l'ordonnée oscillatoire

$$z = a \cdot \sin \lambda_a t$$

qui conduit à

$$P_t = \frac{a}{d_a} G \cdot \sin \lambda_a t.$$

La charge oscillante P_t attaque la dalle, qu'elle soumet à l'équilibre dynamique

$$\begin{aligned} \text{force de masse} + \text{amortissement} + \text{réaction sol} = \\ = \text{force d'impulsion} \end{aligned}$$

c'est-à-dire

$$m_d \frac{d^2 y}{dt^2} + k \frac{dy}{dt} + c_d \cdot y = K \cdot \sin \lambda_a t \quad K = \frac{a}{d_a} G.$$

Cette équation admet la solution¹

$$y = y_{\text{max}} \sin (\lambda_a t - \varphi)$$

où

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{\pi}\right)^2 \frac{\lambda_a^2}{\lambda_d^2}}} \sim 1$$

puisque

$$\lambda_a = \sqrt{\frac{g}{d_a}} \ll \lambda_d = \sqrt{\frac{G}{P_d} \cdot \frac{g}{y_0}}$$

On trouve ainsi simplement

$$y = y_m \cdot \sin \lambda_a t$$

grâce à l'ordonnée maximum de l'oscillation

$$y_m = \frac{a}{d_a} \frac{G}{P_d} \frac{g}{\lambda_d^2}$$

qui donne la mesure de la majoration dynamique.

Reprenant les données numériques ci-avant, auxquelles nous ajoutons empiriquement l'amplitude

$$a = 0,25 \text{ cm}$$

nous trouvons les « fréquences circulaires » très inégales, comme nous l'avons dit,

$$\lambda_a = \sqrt{\frac{981}{15}} = 8,1 \text{ sec}^{-1}$$

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{40\,000 \cdot 981}{3080 \cdot 0,1}} = 112,6 \text{ sec}^{-1}$$

et par conséquent l'ordonnée maximum

$$y_m = \frac{0,25}{15} \times \frac{40\,000}{3080} \times 981 : 112,6^2 = 0,017 \text{ cm}$$

chiffre additif, qui représente 17 % de la déformation statique y_0 , admise à 0,1 cm. C'est la mesure de la majoration dynamique, qui rentre dans les limites admises précédemment².

SOCIÉTÉ VAUDOISE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

(Section S. I. A.)

Rapport du président sur l'activité de la Société et de son comité pendant l'exercice du 29 mars 1946 au 25 mars 1947.³

Au cours de l'exercice qui prend fin aujourd'hui, l'activité de notre société et de son comité ne s'est pas beaucoup manifestée sur le plan extérieur. En effet, les conférences publiques et privées ont été organisées par le comité de l'A.³E.²P.L., ainsi que le veut un usage dont nous avons tout lieu d'être satisfaits. Cette pratique décharge votre comité tous les deux ans, précisément au début de l'exercice où il vient d'être renouvelé dans ses organes essentiels. Nous exprimons nos vifs remerciements au comité de l'A.³ et en

¹ F. RAUSCH: *Maschinenfundamente*. Edition VDI. Berlin 1936.

² M. Fr. Haus, ingénieur à Bruxelles, nous signale des résultats expérimentaux publiés aux U. S. A. (*Engineering News Record*, 25 VII 46), qui constatent des pourcentages de majoration pour vibration du moteur de 2,9 % sous roues principales et 5,7 % sous roue avant.

³ Présenté à l'assemblée générale du 25 mars 1947, à Lausanne.