**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande

**Band:** 73 (1947)

Heft: 21

Inhaltsverzeichnis

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# BULLETIN TECHNIQUE

DE LA SUISSE ROMANDE

#### ABONNEMENTS:

Suisse: 1 an, 20 francs Etranger: 25 francs

Pour sociétaires: Suisse: 1 an, 17 francs

Etranger: 22 francs

Prix du numéro: 1 Fr. 25

Pour les abonnements s'adresser à la librairie F. Rouge & Cie, à Lausanne. Paraissant tous les 15 jours

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. - Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président: G. EPITAUX, architecte, à Lausanne; secrétaire: J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres: Fribourg: MM. L. HERTLING, architecte; P. JOYE, professeur; Vaud: MM. F. CHENAUX, ingénieur; † E. ELSKES, ingénieur; E. D'OKOLSKI, architecte; A. Paris, ingénieur; Ch. Thévenaz, architecte; Genève: MM. L. Archinard, ingénieur; E. Martin, architecte; E. Odier, architecte; Weuchâtel: MM. J. Béguin, architecte; G. Furter, ingénieur; R. Guye, ingénieur; Valais: M. J. Dubuis, ingénieur; D. Burgener, architecte.

RÉDACTION: D. BONNARD, ingénieur, Case postale Chauderon 475, L'AUSANNE.

Publicité: TARIF DES ANNONCES Le millimètre (larg. 47 mm.) 20 cts. Réclames: 60 cts. le mm. (largeur 95 mm.) Rabais pour annonces répétées.



ANNONCES-SUISSES s. A. 5, rue Centrale Tél. 2.33.26 LAUSANNE & Succursales.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE A. STUCKY, ingénieur, président; M. BRIDEL; G. EPITAUX, architecte; R. NEESER, ingénieur.

SOMMAIRE: Contribution au problème linéaire de flexion d'une plaque élastique, par L. Bolle, professeur à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne. — Divers : Energie atomique et économie électrique. — Considérations à propos de la situation actuelle de l'économie électrique suisse. — NÉCROLOGIE : Edouard Elskes, ingénieur. — LES CONGRÈS : Conférence technique mondiale (C. M. T.) 1er Congrès de l'Union internationale des architectes. — Bibliographie. — Société vaudoise des ingénieurs et des architectes. SERVICE DE PLACEMENT.

# Contribution au problème linéaire de flexion d'une plaque élastique,

par L. Bolle, professeur à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne.

624 073 1

### § 1. Introduction.

Le problème de flexion d'une plaque élastique a retenu l'attention des physiciens plus longtemps que toute autre question d'élasticité et nous ne saurions retracer ici toutes les étapes de sa résolution. Cependant, comme notre étude se rapporte à une question qui fut autrefois abondamment discutée, nous croyons utile de l'introduire par un bref exposé historique susceptible de trouver ici peut-être plus d'intérêt que nos développements mathématiques.

Le déplacement élastique du feuillet moyen d'une plaque est régi par une équation aux dérivées partielles du quatrième ordre trouvée en 1813 sans démonstration dans les papiers de Lagrange. Ce dernier y était arrivé en examinant en 1811 la tentative faite par Sophie Germain d'étendre aux plaques la méthode analytique qui avait permis d'exprimer l'équilibre de simples fils et lames élastiques.

1 Une partie des développements mathématiques du présent article a fait l'objet en septembre 1946 d'une communication au Sixième congrès international de Mécanique appliquée, à Paris. Depuis cette date, nous avons connaissance de diverses publications récentes dont deux au Congrès, publications dans lesquelles le prof. E. Reissner traite la même question au moyen du calcul des variations. Le fait que nos deux résultats, obtenus par des voies totalement différentes, coïncident d'une façon aussi remarquable est propre à faire croire à leur exactitude même à défaut d'une vérification expérimentale (E. Reissner 1. On the theory of Bending of elastic plates. J. of Math. a. Phys.); 2. The Effect of Transverse-Shear Deformation on the bending of elas'ic plates. J. of App. Mechanics, Juin 1945.

Partant des équations de l'élasticité et admettant que les fonctions entrant en jeu étaient toutes développables suivant les puissances de la distance au feuillet moyen, Poisson donnait dans son mémoire de 1828 1 une démonstration de l'équation de Lagrange et associait à cette équation trois conditions limites qui devaient permettre de choisir arbitrairement les efforts de torsion, de flexion et de cisaillement agissant sur le contour de la plaque.

Mais en 1850, Kirchhoff 2 montrait qu'on ne pouvait en général satisfaire simultanément à ces trois conditions limites et que l'une d'elles était par conséquent surabondante. Sa méthode reposait sur deux hypothèses: 1. Toute droite primitivement normale au feuillet moyen reste après déformation droite et normale à la surface élastique. 2. Les éléments du feuillet moyen ne subissent aucune dilatation. Grâce à ces deux hypothèses Kirchhoff parvenait à exprimer l'énergie potentielle de la plaque en fonction des courbures de la surface élastique puis à déduire du principe des travaux virtuels l'équation de Lagrange avec deux conditions limites seulement.

Le nombre de ces conditions aux limites opposa ainsi les théories de Poisson et de Kirchhoff jusqu'au jour où Kelvin et Tait réussirent à les « réconcilier ». Ces auteurs 3 montrèrent qu'on pouvait passer des conditions apparemment surabondantes de Poisson à celles

<sup>«</sup> Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps élastiques », E. VIII du Mem. de l'Ac. des

Über Gleichgewicht und Bewegung einer elastischen Scheibe. Journal de

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Nat. Phil., 1867.