

Zeitschrift:	Bulletin technique de la Suisse romande
Band:	70 (1944)
Heft:	22
Artikel:	Etude théorique et expérimentale de la dispersion du jet dans la turbine Pelton
Autor:	Oguey, Pierre / Mamin, Marcel
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-53265

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE

DE LA SUISSE ROMANDE

ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 13.50 francs

Etranger : 16 francs

Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 11 francs

Etranger : 13.50 francs

Prix du numéro :

75 centimes.

Pour les abonnements
s'adresser à la librairie
F. Rouge & Cie, à Lausanne.

Paraissant tous les 15 jours

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : † M. IMER, à Genève ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg* : MM. L. HERTLING, architecte ; P. JOYE, professeur ; *Vaud* : MM. F. CHENAUX, ingénieur ; E. ELSKES, ingénieur ; EPITAUX, architecte ; E. JOST, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte ; *Genève* : MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; E. MARTIN, architecte ; E. ODIER, architecte ; *Neuchâtel* : MM. J. BÉGUIN, architecte ; R. GUYE, ingénieur ; A. MÉAN, ingénieur ; *Valais* : M. J. DUBUIS, ingénieur ; A. DE KALBERMATTEN, architecte.

RÉDACTION : D. BONNARD, ingénieur, Case postale Chauderon 475, LAUSANNE.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE

A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte.

SOMMAIRE : *Etude théorique et expérimentale de la dispersion du jet dans la turbine Pelton (suite et fin)*, par PIERRE OGUEY, professeur à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne, et MARCEL MAMIN, ingénieur E. I. L. — *L'essai des locomotives électriques en course (suite et fin)*, par FR. DUBOIS. — *Société suisse des ingénieurs et des architectes ; Extrait du procès-verbal de la 4^{me} séance du Comité central ; Communiqué du Comité central*. — *BIBLIOGRAPHIE*. — *SERVICE DE PLACEMENT*. — *DOCUMENTATION*.

Etude théorique et expérimentale de la dispersion du jet dans la turbine Pelton

par PIERRE OGUEY
professeur à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université
de Lausanne
et MARCEL MAMIN
ingénieur E. I. L., assistant au Laboratoire
de machines hydrauliques.

(Suite et fin.¹)

9. Conditions de similitude des jets.

Si les figures représentant deux jets de diamètres d_0 et d_0' sont géométriquement semblables,

$$\frac{y'_0}{y_0} = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} = \frac{(a'_{min})_{x'}}{(a_{min})_x}$$

d'où

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} = \frac{(a'_{min})_{x'}}{(a_{min})_x} = \frac{y'_0}{y_0} = \frac{y'}{x} = \frac{(a_{min})_x}{y_0} = 1$$

Nous avons vu par ailleurs que le poids spécifique relatif $\frac{\gamma}{\gamma_0}$ est, pour une section donnée, fonction de ce seul rapport $\frac{(a_{min})_x}{y_0}$, ce qui permet d'écrire

$$\frac{\left(\frac{\gamma'}{\gamma_0}\right)_{x'y'}}{\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{xy}} = 1$$

Si toutes les grandeurs sont exprimées en *valeurs relatives*, les figures correspondant aux deux jets doivent être *identiques*, y compris la courbe donnant la variation du poids spécifique.

Les graphiques figures 18 et 19 vont nous permettre de déterminer les conditions à remplir pour qu'il en soit ainsi.

Reportons en abscisse, pour les deux jets correspondants, les distances $\frac{L}{y_0}$ (qu'il ne faut pas confondre avec $\frac{x}{y_0}$ des calculs précédents) mesurées à partir d'une origine quelconque, et en ordonnée la moyenne arithmétique des valeurs $\frac{a_{min}}{y_0}$ tirées des graphiques figures 18 et 19 sur un même diamètre.

Les points obtenus s'alignent assez bien sur une droite (fig. 20), ce qui justifie, par l'expérience, le calcul fait au paragraphe 6, où nous avons établi l'équation (8) de la ligne limite minimum du jet homogène et apporte un nouvel élément à l'appui de nos hypothèses de base. Seuls font exception les points correspondant aux faibles valeurs de x , par lesquelles passerait la courbe en trait mixte qui signifierait que a_{min} n'est jamais égal à y_0 .

Il convient à ce propos de rappeler que, dans la section contractée, l'influence des parois de la tuyère peut être

¹ Voir *Bulletin technique* du 14 octobre 1944, p. 265.

Publicité :
TARIF DES ANNONCES
Le millimètre
(larg. 47 mm.) 20 cts.
Tarif spécial pour fractions
de pages.
En plus 20 % de majoration de guerre.
Rabais pour annonces
répétées.



ANNONCES-SUISSES S.A.
5, Rue Centrale,
LAUSANNE
& Succursales.

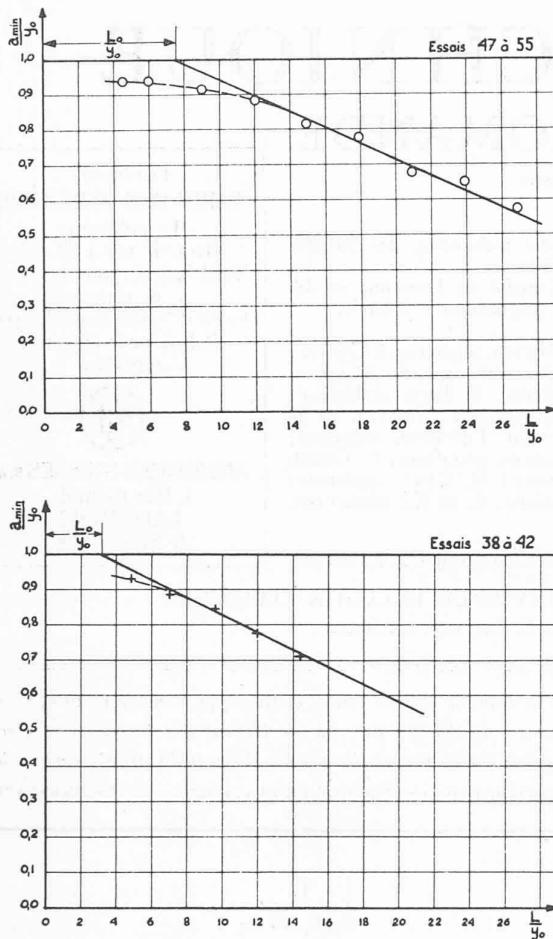


Fig. 20.

encore sensible, et, dans cette région, on peut donc constater, à la périphérie, une diminution de vitesse due au frottement. Ce problème de la contraction réelle sera étudié ailleurs pour lui-même.

La présente étude de la dispersion dans le tronçon où les facteurs physiques sont manifestement prépondérants devait, pour être menée à chef, faire totalement abstraction des facteurs constructifs et partir d'un jet parfaitement homogène dans une section S_0 où la vitesse et la pression seraient rigoureusement uniformes.

Dans ces conditions, seule la partie rectiligne de la courbe est à retenir, et la droite qui la prolonge coupe l'horizontale $\frac{a_{min}}{y_0} = 1$ au point où la dispersion devrait commencer, fixant ainsi l'origine des abscisses $\frac{x}{y_0}$ des sections de mesure.

En s'inspirant des considérations du paragraphe 6 et en posant pour simplifier

$$g_{max} \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{V_1 T} \right) = G$$

on peut légitimement écrire

$$a_{min} = y_0 - x \sqrt{G \cdot f(R_e)} \quad (26)$$

Les fonctions f et g caractérisant l'une l'intensité, l'autre la variation de la pression de turbulence doivent être les mêmes pour deux jets quelconques pour lesquels on aurait R_e et R'_e .

La valeur $g_{max} = G$ étant indépendante de R_e , l'équation ci-dessus s'écrirait

$$\frac{a_{min}}{y_0} = 1 - \frac{x}{y_0} \sqrt{G \cdot f(R_e)} ; \quad \frac{a'_{min}}{y'_0} = 1 - \frac{x'}{y'_0} \sqrt{G \cdot f(R'_e)}$$

Si les deux jets sont représentés par des figures identiques

$$\frac{a_{min}}{y_0} = \frac{a'_{min}}{y'_0} \quad \text{et} \quad \frac{x}{y_0} = \frac{x'}{y'_0} \quad \text{d'où} \quad G \cdot f(R_e) = G \cdot f(R'_e).$$

Ainsi, quelle que soit la fonction f , la *condition de similitude* est celle de l'égalité des nombres de Reynolds

$$R'_e = R_e$$

Ce résultat est en plein accord avec les lois fondamentales de l'hydraulique.

Il est donc possible, en partant d'essais effectués sur un jet donné, d'obtenir le comportement, dans la zone dispersée, d'un jet de diamètre quelconque sous une chute quelconque.

10. Détermination expérimentale de la fonction $G \cdot f(R_e)$

Par dérivation de l'équation (26) et en tenant compte de la figure 20

$$\frac{da_{min}}{dx} = - \operatorname{tg} \alpha_{max} = - \sqrt{G \cdot f(R_e)}$$

ou encore

$$\frac{d \left(\frac{a_{min}}{\sqrt{f(R_e)}} \right)}{dx} = - \sqrt{G} \quad (27)$$

équation dans laquelle¹

$$f(R_e) = a_1 (R_e - R_c) + a_2 (R_e - R_c)^2 + \dots$$

Si le nombre de Reynolds critique est négligeable vis-à-vis de celui du jet, et c'est le cas dans les turbines Pelton, l'équation (27) donne un moyen de détermination très simple.

Supposons par exemple, comme au paragraphe 5, que seul intervienne le *terme d'exposant 1* de la série, et posons

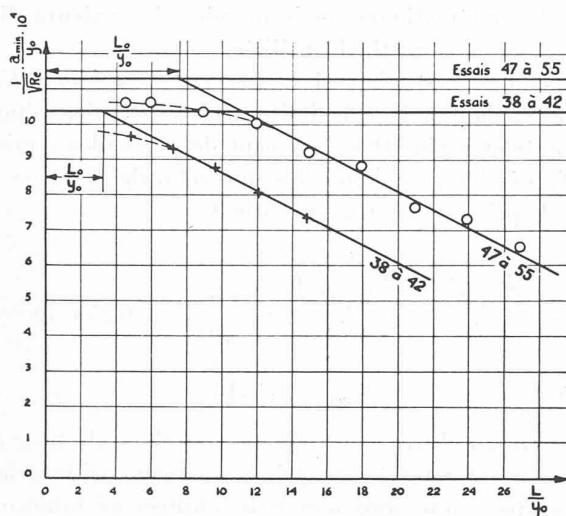
$$a_1 G = K_{max}^2$$

Alors

$$\frac{d \left(\frac{a_{min}}{\sqrt{R_e}} \right)}{dx} = - K_{max} \quad (28)$$

Si cette hypothèse est fondée, les points obtenus en gardant les abscisses des points des figures (20) et en divisant leurs ordonnées par $\sqrt{R_e}$ doivent s'aligner sur

¹ Il n'y a aucune confusion possible, pensons-nous, entre les coefficients a_1 , a_2 , etc., du développement en série avec a_{min} , rayon de la zone homogène dans une section S_x .



film, et cette densité minimum sera d'autant plus faible que le temps d'exposition sera plus grand. Par ailleurs, le diamètre apparent peut être augmenté par le balayage dû à l'oscillation du jet.

Enfin, le diamètre apparent d'un petit jet, photographié de près, sera relativement plus grand que celui d'un gros jet photographié de loin. Dans le premier cas, en effet, les dimensions des gouttes permettent d'en déceler la trace sur le film sous forme de lignes lumineuses faibles, mais perceptibles, tandis que dans le second le jet apparaîtra entouré d'un nuage plus ou moins dense.

Ces brèves remarques font toucher du doigt l'impossibilité de tirer des conclusions générales d'une seule série de mesures, et aussi le danger de comparer des résultats provenant d'auteurs ou expérimentateurs différents, faute de connaître les conditions exactes dans lesquelles les documents ont été obtenus.

Nous allons voir toutefois que ces diverses méthodes, que nous avons toutes utilisées en insistant sur les plus significatives, donnent des résultats permettant de voir si les lois générales établies plus haut sont suffisamment vérifiées pour mériter quelque crédit.

Admettons les hypothèses du paragraphe 10 sur la fonction de R_e et désignons par *limite extérieure apparente* la droite d'équation :

$$b_a = y_0 + xK_a \sqrt{R_e}$$

et de pente

$$\operatorname{tg} \alpha_a = \frac{db_a}{dx} = K_a \sqrt{R_e} \quad (30)$$

définissant une *constante pratique apparente*

$$K_a = \frac{\operatorname{tg} \alpha_a}{\sqrt{R_e}}$$

qui restera la même pour des mesures d'une même catégorie, prises rigoureusement dans les mêmes conditions, c'est-à-dire présentant les mêmes qualités ou

défauts systématiques, mais prendra des valeurs différentes selon la méthode utilisée.

Calculons tout d'abord la *constante maximum* K_{max} , correspondant à l'angle limite α_{max} à l'extérieur duquel on ne trouve plus théoriquement de particules liquides.

D'après les graphiques tels que celui de la figure 21, soit d'après nos essais, on obtient

$$-\frac{d\left(\frac{a_{min}}{\sqrt{R_e}}\right)}{dx} = \frac{d\left(\frac{b_{max}}{\sqrt{R_e}}\right)}{dx} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{max}}{\sqrt{R_e}} = 0,255 \cdot 10^{-4}$$

d'où

$$K_{max} \cong 25 \cdot 10^{-6}$$

La *mesure directe*, en différentes sections, de deux diamètres dont nous avons pris la moyenne arithmétique, donne pour une série d'essai les chiffres de tableau I :

TABLEAU I.

Essai N°	d_0 cm	V_1 cm/sec.	$R_e \cdot 10^{-4}$	$\operatorname{tg} \alpha_a \cdot 10^3$	$K_a \cdot 10^6$
33a	2,64	3310	87,5	6,8	7,3
33b	2,795	3280	91,5	9,3	9,7
33c	2,935	3250	95,5	6,43	6,6
37a	2,57	3275	84,0	5,82	6,4
37b	2,88	3185	91,5	9,6	10,0
43	2,35	3320	77,75	6,43	7,3
44a	2,90	3185	92,2	9,14	9,5
44b	2,995	3155	94,2	9,0	9,3
46	2,28	3320	75,5	8,14	9,4
56	2,305	3320	76,25	8,15	9,3
59a	1,66	4780	79,4	8,8	9,9
59b	1,61	3360	54,1	6,0	8,2
60a	1,65	4780	78,6	7,5	8,5
60b	1,62	3340	54,0	4,5	6,1
61a	2,34	4620	107,8	10,57	10,2
61b	2,61	4500	117,4	10,5	9,7
62	2,91	4240	123,25	11,29	10,2
63a	4,03	2640	106,0	6,13	5,95
63b	3,53	2920	102,7	6,52	6,4
64a	3,55	2920	103,25	9,6	9,5
64b	4,025	2675	107,25	10,6	10,2
65a	3,55	3680	130,6	10,92	9,6
65b	4,06	2950	119,4	10,75	9,8

Il en résultera une valeur moyenne

$$K_a = 8,65 \cdot 10^{-6}$$

La température de l'eau variait de 18° à 24° et, pour ce calcul technique, nous avons admis uniformément un coefficient cinématique de viscosité $z = 0,01 \text{ cm}^2/\text{sec}$.

Les diamètres limites résultant des courbes relevées au tube de Pitot donnent des valeurs beaucoup plus divergentes. A titre d'exemple, on obtient les chiffres du tableau II.

Sans vouloir en tirer une moyenne, qui n'aurait aucune signification, on peut en déduire que la constante K_a est légèrement inférieure à celle donnée par la première méthode.

Enfin, disons que les *photographies* donnent une constante plus grande, qui se rap-

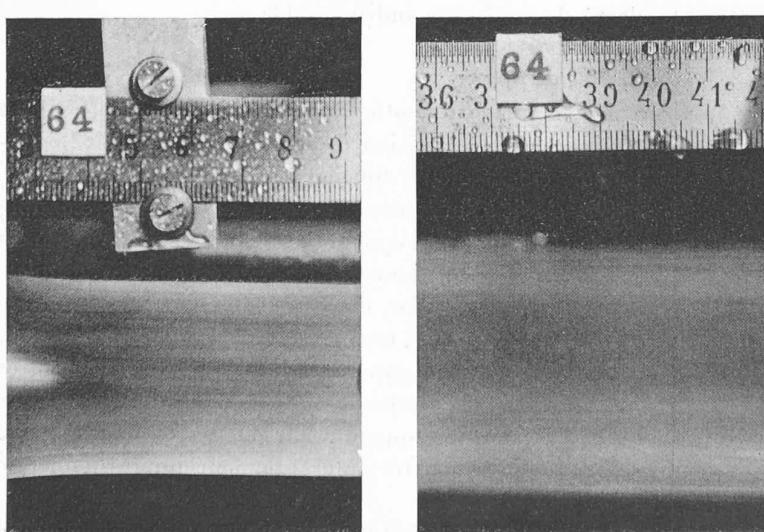


Fig. 22.

TABLEAU II.

Essais N°	d_0 cm	V_1 cm/sec.	$R_e \cdot 10^{-4}$	$\operatorname{tg} \alpha_a \cdot 10^3$	$K_a \cdot 10^6$
34, 35, 36	2,58	~ 3280	84,6	1,9	2,1
38, 39, 40 (41, 42, 45)	2,92	~ 3190	93,3	7,7	8,0
47, 48, 49 (50, 51, 52 (53, 54, 55)	2,34	~ 3330	77,0	4,55	5,2
57a, b, c	1,57	~ 3330	52,3	4,76	6,6

proche beaucoup de la constante K_{max} . A titre d'exemple, les photographies fig. 22 et 23, à $1/40$ de seconde, à jet violemment éclairé, détermineraient les chiffres suivants :

Essai	d_0 cm	V_1 cm/sec.	$R_e \cdot 10^{-4}$	$\operatorname{tg} \alpha_a \cdot 10^3$	$K_a \cdot 10^6$
64 ph	3,70	2910	107,7	21,2	20,4
65 ph	2,92	3250	95,0	24,6	25,0

Nous allons maintenant voir la valeur comparée de ces diverses constantes pratiques et le poids qu'il faut leur attribuer dans un calcul technique.

12. Distribution de la puissance hydraulique dans le jet.

Considérons une section quelconque S_x . Le poids spécifique moyen étant γ à distance y de l'axe, la puissance hydraulique dans une section annulaire de largeur dy est

$$2\pi y dy \gamma V_1 \frac{V_1^2}{2g} = \pi y dy \frac{\gamma}{g} V_1^3.$$

La puissance totale dans la section est égale à

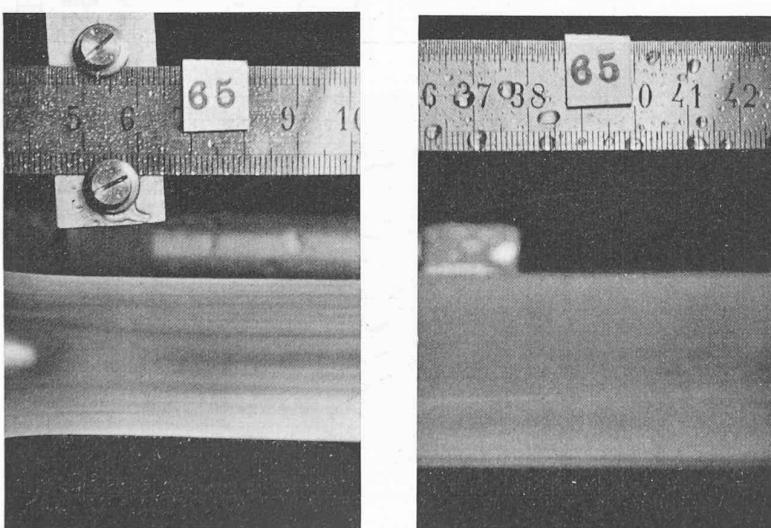


Fig. 23.

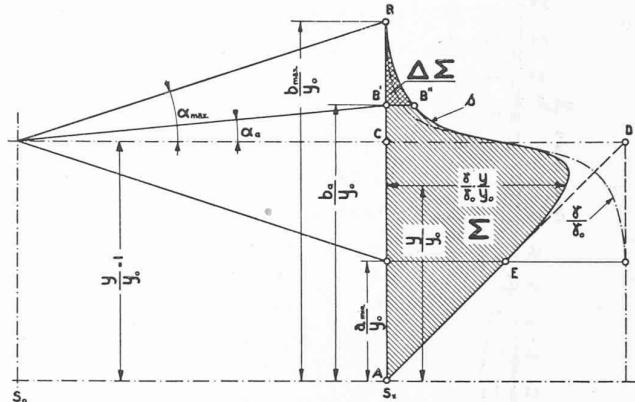


Fig. 24.

$$P_x = \frac{\pi}{g} V_1^3 \int_0^{b_{max}} \gamma y dy = \frac{\pi}{g} \gamma_0 y_0^2 V_1^3 \int_0^{b_{max}} \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{y}{y_0} d\left(\frac{y}{y_0}\right). \quad (31)$$

Raisonnons sur la figure 24, où tout est en valeurs relatives. Reportons en abscisse le produit $\frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{y}{y_0}$ en fonction de $\frac{y}{y_0}$ en partant de la courbe qui convient à cette section d'après l'abaque figure 17. On obtient la courbe s , et la surface hachurée Σ donne la valeur de l'intégrale ci-dessus soit, à une certaine échelle, la puissance totale du jet traversant le cercle de rayon $\frac{b_{max}}{y_0}$ auquel correspond l'angle α_{max} .

Soit une méthode quelconque de mesure du rayon extérieur $\frac{b_a}{y_0}$ dans la section S_x , déterminant un angle apparent α_a ; elle ignore ou laisse de côté toute l'eau qui passe à l'extérieur de ce rayon, et dont la puissance est mesurée par la surface $\Delta\Sigma$ du triangle curviligne $BB'B''$.

L'erreur relative commise de ce fait sur la puissance dans cette section est

$$\sigma_a = \frac{\Delta\Sigma}{\Sigma} \quad (32)$$

et ce rapport fournit un critère commode de l'approximation de la dite méthode.

Calculons maintenant la courbe s pour des valeurs de $\frac{a_{min}}{y_0}$ égales à 0,8, 0,5, 0, -0,5 et -1. On obtient la figure 25, dont chacune des courbes aboutit sur la droite AD de la précédente en un point E correspondant au rayon de la zone homogène, qui montre comment la distribution de puissance change avec la distance. La surface Σ tend à s'aplatir en s'allongeant, et son centre de gravité s'éloigne de l'axe du jet.

Calculons le rapport σ_a en fonction de $\frac{b_a}{y_0}$, pour différentes valeurs de $\frac{a_{min}}{y_0}$. On obtient les courbes (1) de la figure 26

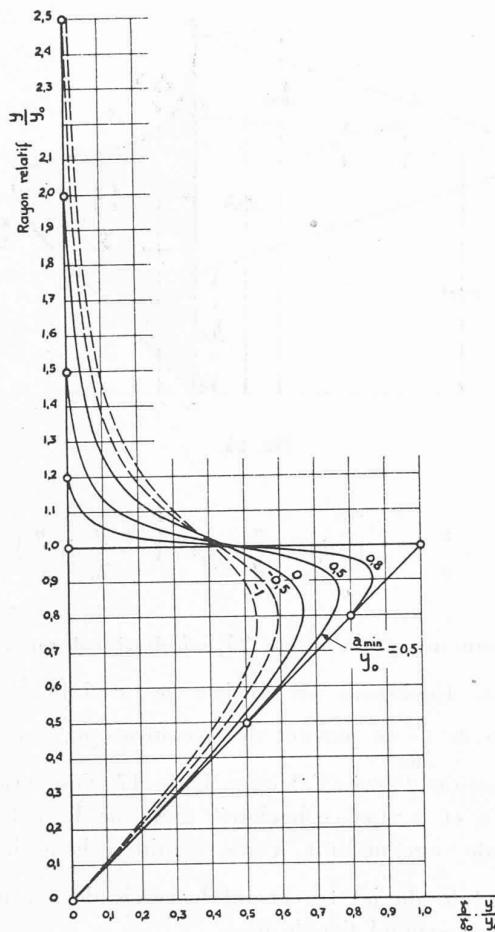


Fig. 25. — Distribution de la puissance hydraulique dans une section quelconque du jet, pour différentes valeurs du rayon relatif $a_{min} : y_0$ de la zone homogène.

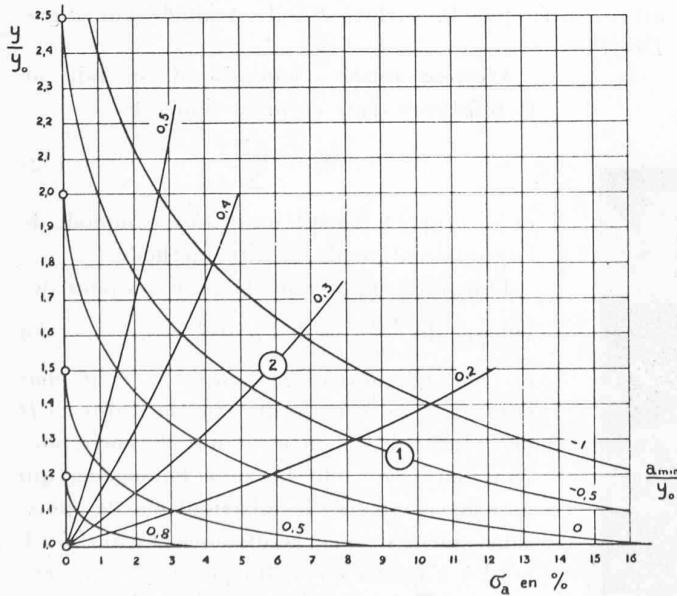


Fig. 26. — 1. Courbes donnant le rapport σ_a de la puissance extérieure à un rayon $y : y_0$ à la puissance totale dans la section considérée, pour différentes valeurs de $a_{min} : y_0$.

2. Courbes donnant le rapport σ_a en fonction de $a_{min} : y_0$ pour différentes valeurs du rapport $K_a : K_{max}$.

Mais

$$\left(\frac{b_a}{y_0} - 1 \right) : \left(\frac{b_{max}}{y_0} - 1 \right) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_a}{\operatorname{tg} \alpha_{max}} = \frac{K_a}{K_{max}}$$

et en joignant les points correspondant à des valeurs constantes de ce rapport, on obtient les courbes (2) de la même figure.

Ce graphique permet donc de voir immédiatement l'erreur relative commise sur la puissance en adoptant une valeur déterminée de la constante pratique K_a .

Si par exemple la tangente apparente est égale à la moitié de la tangente maximum, $\frac{K_a}{K_{max}} = 0,5$, on aura, dans des sections où

$$\begin{aligned} \frac{a_{min}}{y_0} &= 0,8 \quad 0,5 \quad 0 \quad -0,5 \quad -1,0 \\ \sigma_a &= 0,3 \quad 0,75 \quad 1,5 \quad 2,2 \quad 2,7 \% \end{aligned}$$

13. De la résistance de l'air, considérée comme la cause de la dispersion et de la perte de puissance du jet.

Avant d'arriver aux conclusions pratiques d'une étude qui pourrait éveiller quelques doutes chez les constructeurs par la nouveauté de sa méthode ou de certaines de ses vues, nous devons faire justice d'une notion assez communément admise, mais fausse. Nous voulons parler de l'effet de la résistance de l'air.

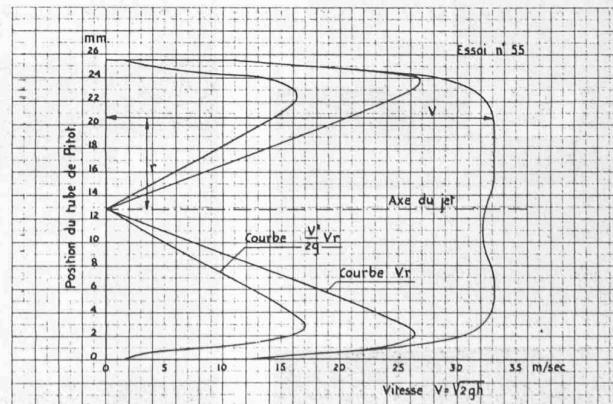
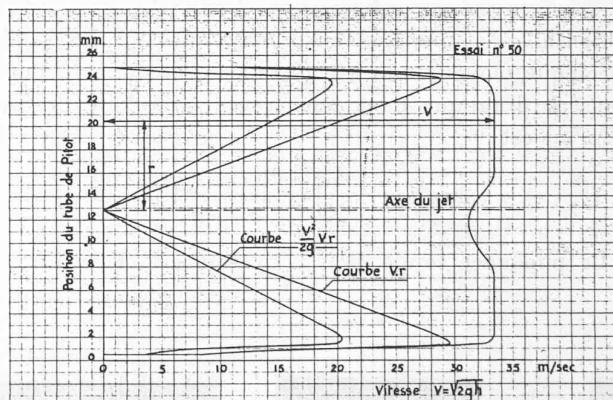


Fig. 27 et 27 bis. — Calcul du débit et de la puissance dans une section en admettant que le manomètre du tube de Pitot donne une mesure de la vitesse de l'eau.

Il est dit, dans la plupart des ouvrages, que le frottement de l'eau contre l'air ambiant provoque un évacement du jet par ralentissement des filets liquides, lesquels perdent une partie de leur énergie cinétique. Partant de cette idée, on admet que le tube de Pitot mesure en tout point l'énergie cinétique restante d'un liquide de poids spécifique égal ou presque à celui de l'eau, et une intégration suffit à donner la puissance totale du jet. La perte calculée dans ces conditions (on trouve des calculs de ce genre dans plusieurs publications, et pas des plus anciennes) est considérable, même pour des petits jets à chute moyenne qui présentent une faible divergence apparente. On comprend donc les exploitants de réclamer et les constructeurs de rechercher les moyens d'en diminuer l'importance.

Voyons ce qui en est, par exemple d'après les courbes brutes de nos essais 50 et 55, en abandonnant un instant les valeurs relatives pour faire un calcul numérique direct. Les rayons sont donc en millimètres et les indications h du manomètre du tube de Pitot en mètres d'eau.

La puissance hydraulique à travers un élément annulaire est, puisqu'on suppose $\gamma = \gamma_0$ et $V = \sqrt{2gh}$

$$2\pi y dy V \gamma_0 \frac{V^2}{2g} = 2\pi y dy \cdot V \gamma_0 h$$

et la puissance totale, jusqu'au rayon extérieur du jet b_a

$$P_v = 2\pi \gamma_0 \int_0^{b_a} h V y dy = 2\pi \gamma_0 \int_0^{b_a} \frac{V^2}{2g} V r dr.$$

Par planimétrage des surfaces représentant l'intégrale ci-dessus, dans les figures 27 où sont portées les vitesses V , on obtient :

Surfaces : Essai 50 : $31,9 \pm 0,2$ cm² ;
Essai 55 : $29,5 \pm 0,2$ cm².

Ce qui, compte tenu des échelles, donne

$$P_{50} = 802 \pm 5 \text{ kgm/sec.} ;$$

$$P_{55} = 742 \pm 5 \text{ kgm/sec.}$$

La puissance P_{55} doit être majorée dans le rapport inverse, à la puissance $3/2$, des pressions en amont, légèrement différentes dans les deux essais, pour être placée dans les mêmes conditions, et on obtient

$$P'_{55} = 742 \left(\frac{56,7}{56,2} \right)^{3/2} = 752 \pm 5 \text{ kgm/sec}$$

Sur la très courte distance entre les deux sections, soit 17 centimètres, le jet aurait donc perdu (aux approximations près du planimétrage) :

$$802 - 752 = 50 \text{ kgm/sec.} = 0,667 \text{ CV,}$$

soit 6,25 % de sa puissance.

Mais utilisons les mêmes courbes expérimentales pour calculer le débit, évidemment donné par

$$Q_a = \int_0^{b_a} 2\pi y dy V = 2\pi \int_0^{b_a} V y dy.$$

On trouve par planimétrage de la courbe $Vy = Vr$, en multipliant le débit dans la seconde section par le rapport inverse des chutes à la puissance $1/2$

Surfaces : Essai 50 : $47,5 \pm 0,2$ cm² ;
Essai 55 : $48,4 \pm 0,2$ cm².

$$Q_{50} = 14,92 \pm 0,06 \text{ lit/sec.} ;$$

$$Q'_{55} = 15,20 \left(\frac{56,7}{56,2} \right)^{1/2} = 15,25 \pm 0,06 \text{ lit/sec.}$$

alors que le débit mesuré au déversoir était de $14,3 \pm 2\%$ lit/sec.

Ainsi, non seulement la puissance baisse d'une quantité énorme sur une longueur très courte, ce qui est assez peu vraisemblable, mais le débit du jet augmente avec la distance, ce qui est tout à fait extraordinaire ! Chaque expérimentateur pourra vérifier ce résultat sur ses courbes d'essai ainsi interprétées.

C'est la constatation de ces deux faits qui nous a incités à étudier le comportement du jet sur de tout autres bases, notamment l'hypothèse que la vitesse de l'eau est constante et égale à V_1 , le tube de Pitot donnant une mesure du poids spécifique du mélange d'eau et d'air.

14. Effet réel de la résistance de l'air et perte de puissance.

Dès qu'on se trouve hors de la zone homogène, on rencontre un mélange d'eau et de gaz, et si ce gaz est de l'air, il faut bien admettre qu'il a été entraîné par l'eau. Mais, dans un élément de section où le poids spécifique moyen serait $\gamma = 0,5 \gamma_0$, ce qui suppose que l'eau occupe en moyenne la moitié de la section, sa masse est mille fois plus petite que celle de l'eau, et l'énergie nécessaire pour l'entraîner est négligeable. Cependant, lorsqu'on dépasse un certain rayon, l'eau devient très rare ; au lieu de circuler sous forme de trains de gouttes dont chacune bénéficie du sillage de la précédente, les gouttes se comportent comme des corps isolés plus ou moins sphériques avançant dans un milieu gazeux et peuvent de ce fait être freinées de manière appréciable.

Les mesures et observations faites, comme aussi les calculs du paragraphe 12 permettent de considérer l'influence de la résistance de l'air comme négligeable dans tout le jet, sauf dans une zone limite comprise entre les angles α_a et α_{max} . Zone de largeur croissant avec la distance, à la façon de la couche limite dans les tuyaux, et de dimension non négligeable, mais de faible importance relative en raison du peu d'eau qui y passe.

Il est donc plausible de calculer, au point de vue technique, la perte de puissance en supposant que l'eau de cette zone limite est totalement perdue pour la roue, soit qu'elle arrive en gouttes sur des points de l'aube où elle ne pourra agir avec un bon rendement, c'est le cas des jets de laboratoire, soit qu'elle forme un nuage autour du jet, tel qu'on pouvait si bien l'observer lors des essais de Vernayaz cités plus loin.

La puissance hydraulique dans la section origine S_0 a pour valeur

$$P_0 = \frac{\pi}{g} V_1^3 \int_0^{y_0} \gamma_0 y dy = \frac{\pi}{g} \gamma_0 y_0^2 V_1^3 \int_0^{y_0} \frac{y}{y_0} d\left(\frac{y}{y_0}\right) \quad (33)$$

Elle est représentée par la surface Σ_0 du triangle ACD de la figure 24 et égale à la surface Σ obtenue dans l'hypothèse de la résistance de l'air négligeable, qui déterminait une puissance

$$P_x = \frac{\pi}{g} \gamma_0 y_0^2 V_1^3 \int_0^{b_{max}} \frac{y}{y_0} d\left(\frac{y}{y_0}\right) = P_0.$$

La puissance de l'eau extérieure à b_a étant *supposée entièrement perdue*, la perte relative du jet serait simplement égale au rapport précédemment défini

$$\sigma_a = \frac{\Delta\Sigma}{\Sigma} = \frac{\Delta\Sigma}{\Sigma_0}$$

et le rendement du jet, entre les sections S_0 et S_x

$$\eta_{o,x} = \frac{\Sigma - \Delta\Sigma}{\Sigma} = 1 - \sigma_a$$

et il est facile, au moyen de l'équation (26) et des abaques figures 17 et 26, de le calculer pour une section quelconque.

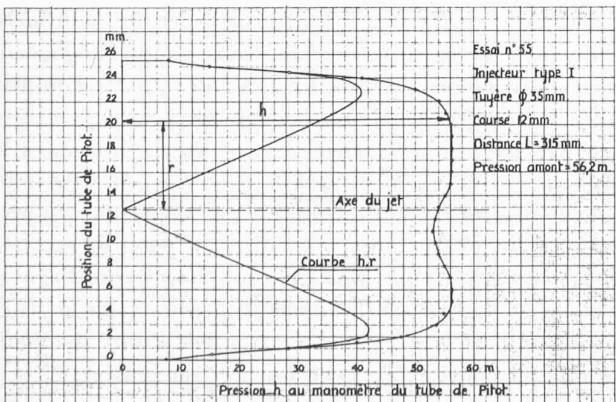
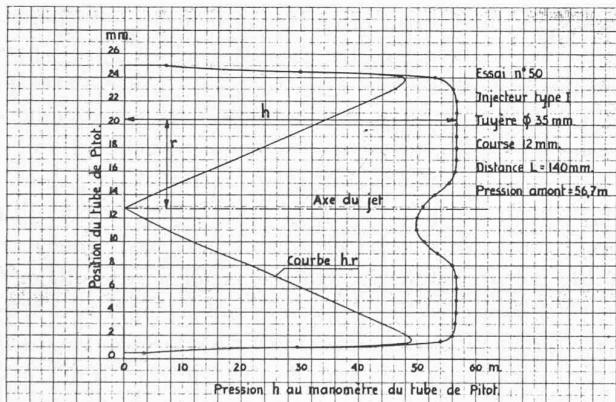


Fig. 28 et 28 bis. — Calcul du débit et de la puissance en admettant que le manomètre du tube de Pitot donne la valeur du poids spécifique du mélange d'eau et d'air.

Appliquons cette méthode à nos essais 50 et 55, cités au paragraphe 13, en convenant de considérer comme pratiquement perdue pour la roue l'eau passant à l'extérieur du rayon b_a où le tube de Pitot donnait sa dernière mesure lisible. La puissance à l'intérieur du cercle de rayon b_a est donnée par l'expression

$$P_a = \int_0^{b_a} 2\pi y dy V_1 \frac{V_1^2}{2g} = \int_0^{b_a} 2\pi y dy V_1 \gamma_0 h = 2\pi V_1 \gamma_0 \int_0^{b_a} hy dy$$

et le débit

$$Q_a = \int_0^{b_a} 2\pi V_1 y dy \frac{\gamma}{\gamma_0} = \int_0^{b_a} 2\pi y dy \frac{2g}{V_1} h = 2\pi \frac{2g}{V_1} \int_0^{b_a} hy dy$$

On trouve par planimétrage des courbes hr (fig. 28) :

Surfaces : Essai 50 : $38,6 \pm 0,2 \text{ cm}^2$;
Essai 55 : $38,3 \pm 0,2 \text{ cm}^2$.

$$P_{50} = 811 \pm 5 \text{ kgm/sec.} ;$$

$$P'_{55} = (801 \pm 5) \left(\frac{56,7}{56,2} \right)^{1/2} = 811 \pm 5 \text{ kgm/sec.}$$

$$Q_{50} = 14,25 \pm 0,1 \text{ lit/sec.} ;$$

$$Q'_{55} = (14,20 \pm 0,1) \left(\frac{56,7}{56,2} \right)^{1/2} = 14,25 \pm 0,1 \text{ lit/sec.}$$

A l'approximation près du calcul par planimétrage, qui se révèle d'environ 0,5 %, on constate que le débit est conservé et la puissance du jet constante, ce qui est parfaitement plausible étant donnés le diamètre, la chute et la faible distance séparant les deux sections de mesure.

Cette conservation quasi totale du débit calculé dans ces conditions apporte une nouvelle confirmation de la justesse de notre hypothèse fondamentale que la dispersion du jet est due essentiellement au phénomène de turbulence et non à la résistance de l'air.

15. Essais effectués sur les turbines de l'usine des CFF, à Vernayaz.

Il est intéressant de confronter les résultats de l'étude qui précède avec ceux qu'on obtient avec un jet de gros diamètre sous une haute chute.

A l'occasion du remplacement des tuyères et pointeaux usés par des éléments neufs, des photographies ont été prises sur les turbines de la centrale de Vernayaz.

Grâce à l'amabilité de la *Direction des Chemins de fer fédéraux* et avec l'assentiment des constructeurs des machines, nous avons pu assister aux prises de vues sur la turbine I, fournie par les *Ateliers des Charmilles*, et disposer des documents correspondants ainsi que de ceux recueillis par la Société *Escher Wyss* sur la turbine V.

Les essais ont été effectués à différentes courses, sous la chute nette normale de l'installation ; d'autres, pour la turbine V, ont eu lieu sous chute variable obtenue en vidant progressivement la conduite forcée. Les jets,

par leurs diamètres, leurs vitesses comme par leurs nombres de Reynolds présentent donc la diversité souhaitable.

La détermination de l'angle apparent du jet, par contre, se heurte à des difficultés assez grandes, comme on s'en rend compte par les photographies fig. 29 (turbine I à $\frac{3}{4}$ de charge, sous 640 m) et fig. 30 (turbine V à $\frac{3}{4}$ de charge, sous 630 m). Le contour apparent, bien net près de la tuyère, s'entoure plus loin d'un nuage dont la limite est malaisée à fixer.

Un examen minutieux de ces documents nous a fait admettre les chiffres du tableau III, affectés chacun des marges, en plus et en moins, entre lesquelles un observateur impartial pourrait raisonnablement hésiter en mesurant le diamètre du jet technique utile. Nous y faisons également figurer les chiffres indiqués par les C. F. F., que nous ne pouvions utiliser tels quels; en effet, les diamètres à mesurer doivent être pris non pas à distances invariables de la tuyère, mais à des distances telles qu'on soit nettement dans la zone de dispersion, laquelle, nous l'avons vu, s'éloigne de l'injecteur lorsque le diamètre diminue. Mais nous avons conservé les jets à faible course alors même que la théorie, qui fait abstraction des éléments constructifs de l'injecteur, n'est plus appliquable sans correction.

Le tableau III ci-dessous indique en outre la vitesse du jet, supposée égale à $0,98 \sqrt{2gH}$, et le nombre de Reynolds calculé en admettant un coefficient cinématique de viscosité $z = 0,01 \text{ cm}^2/\text{sec.}$, et enfin le rapport

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_a}{\sqrt{R_e}} = K_a.$$

On remarquera l'incohérence des valeurs de $\operatorname{tg} \alpha_a$ ainsi collectionnées. Les valeurs de K_a sont moins divergentes, et il n'est pas exclu qu'avec des mesures moins sujettes à caution elles ne seraient pas notablement plus voisines les unes des autres.

Si l'on admet que K_a doit être sensiblement constante, sa valeur la plus probable s'obtient par le graphique figure 31, où nous représentons par des traits horizontaux superposés dans un ordre quelconque les valeurs entre lesquelles K_a pourrait être comprise pour chaque essai. On constate un tassement très net des essais, qui ne correspond ni à une valeur privilégiée du diamètre (donc de la course du pointeau) ni à une chute particulière. Reportons maintenant en ordonnée le nombre

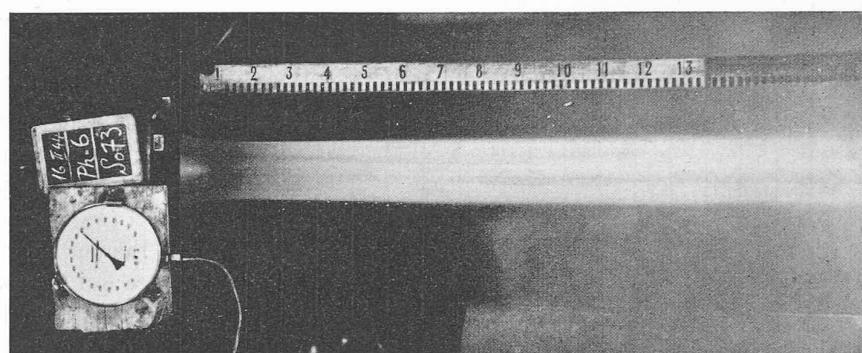


Fig. 29. — Photographie du jet de la turbine I de Vernayaz (document C. F. F.).

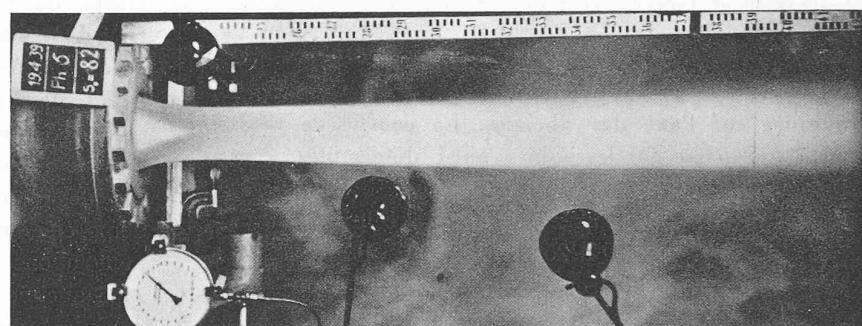


Fig. 30. — Photographie du jet de la turbine V de Vernayaz (document C. F. F.).

TABLEAU III.

Essais de Vernayaz. Avril 1939 et février 1944.

	H_m	d_0 cm	V_1 m/sec	$R_e \cdot 10^{-6}$	$\operatorname{tg} \alpha_a \cdot 10^3$ Rapports CFF.	$\operatorname{tg} \alpha_a \cdot 10^3$ admis	$K_a \cdot 10^6$
Série 1.	630	19,25	10 980	21,2	27,62	$29,7 \pm 10$	$6,5 \pm 2$
Turbine I	635	16,15	10 980	17,8	17,85	$19,9 \pm 10$	$4,7 \pm 2$
$H = \text{Cte}$	640	13,85	10 980	15,2	17,85	$20,9 \pm 7$	$5,3 \pm 2$
Ch. 4/4	645	10,0	10 980	11,0	25,0	$24,5 \pm 5$	$7,4 \pm 1,5$
à 1/8	645	7,4	10 980	8,14	17,85	$22,7 \pm 5$	$8,0 \pm 2$
Série 2.	640	16,95	10 980	18,6	22,8	$31,7 \pm 10$	$7,4 \pm 2$
Turb. V	640	15,0	10 980	16,5	20,7	$30,7 \pm 8$	$7,6 \pm 2$
$H = \text{Cte}$	620	12,4	10 980	13,6	20,7	$35,3 \pm 8$	$9,6 \pm 2$
Ch. 4/4	640	8,7	10 980	9,55	30,4	$30,7 \pm 8$	$10,0 \pm 3$
à 1/4							
Série 3.	465	14,6	9 360	13,85	16,3	$26,4 \pm 11$	$7,1 \pm 3$
Turb. V	400	14,3	8 680	12,7	18,5	$37,5 \pm 11$	$10,5 \pm 3$
Course	280	14,3	7 260	10,4	12,0	$22,3 \pm 8$	$6,9 \pm 2$
82 mm	190	14,6	5 980	8,73	13,0	$22,5 \pm 6$	$7,6 \pm 2$
	100	14,4	4 340	6,25	16,9	$24,3 \pm 4$	$9,7 \pm 1,5$
Série 4.	500	12,2	9 700	11,83	15,2	$31,0 \pm 8$	$9,0 \pm 2$
Turb. V	400	12,0	8 680	10,43	20,1	$30,4 \pm 6$	$9,4 \pm 2$
Course	300	12,2	7 520	9,48	17,4	$28,7 \pm 6$	$9,5 \pm 2$
51 mm	200	12,0	6 140	7,37	14,1	$23,2 \pm 4$	$8,6 \pm 1,5$
	100	12,0	4 340	5,21	10,4	$10,2 \pm 3$	$4,5 \pm 1$
Série 5.	620	8,91	10 800	9,62	34,2	$38,8 \pm 8$	$12,5 \pm 3$
Turb. V	500	8,91	9 700	8,64	23,9	$40,8 \pm 6$	$13,8 \pm 2$
Course	400	8,91	8 680	7,73	16,9	$26,0 \pm 6$	$9,3 \pm 2$
24 mm	300	8,91	7 520	6,7	12,0	$29,5 \pm 8$	$10,7 \pm 3$
	200	8,91	6 140	5,46	7,6	$14,7 \pm 5$	$6,3 \pm 2$
	100	8,91	4 340	3,86	5,4	$6,9 \pm 3$	$3,5 \pm 1,5$

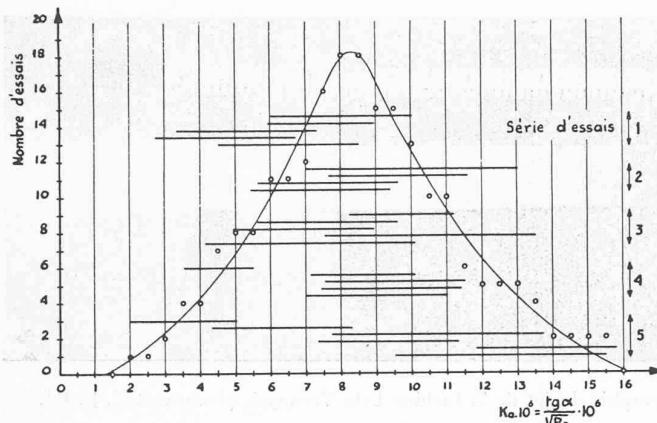


Fig. 31. — Valeurs de la constante apparente K_a calculée d'après les essais de Vernayaz et courbe statistique correspondante.

des essais qui pourraient donner chaque valeur de K_a indiquée sur l'axe des abscisses. La courbe de probabilité qui passe par les points ainsi déterminés a son sommet pour $K_a = \text{environ } 8,3 \cdot 10^{-6}$.

Ce chiffre est à rapprocher non de celui obtenu en laboratoire ($K_a = 20 \text{ à } 25 \cdot 10^{-6}$) d'après des photographies où pour ainsi dire chaque goutte était apparente, mais bien de la valeur $K_a = 8,65 \cdot 10^{-6}$ des mesures directes. Une goutte de 1 mm de diamètre figurant en vraie grandeur sur nos photographies de laboratoire laisserait une trace de plus faible épaisseur, fonction de l'éclairage ; sur les photographies de Vernayaz dont nous disposons, elle aurait un diamètre de $5/100$ de mm et sa trace n'est plus visible.

Toutefois, l'eau de Vernayaz était certainement plus froide que celle de notre laboratoire ; en lui supposant une température de 10°C par exemple, contre 20°C en moyenne chez nous, le coefficient cinématique de viscosité serait de $0,013 \text{ cm}^2/\text{sec}$. au lieu de $0,010$, le nombre de Reynolds serait diminué d'environ 23 % d'où une augmentation de 14 % de la constante apparente, qui deviendrait égale à environ $9,5 \cdot 10^{-6}$.

Ainsi, la constante serait voisine de celle que nous avons déterminée en laboratoire, mais un peu supérieure parce que déterminée par photographie.

Sans qu'on puisse tirer des conclusions définitives de cette comparaison, en se souvenant de nos remarques précédentes, on peut dire que les résultats des observations faites à Vernayaz, sur un jet de 24 000 CV, avec un nombre de Reynolds de $200 \cdot 10^5$ n'offrent aucune contradiction avec ceux obtenus en laboratoire, sur des jets de 10 CV, avec un nombre de Reynolds de $8 \cdot 10^5$.

Il n'est donc pas téméraire, en attendant d'autres expériences plus précises, et d'après nos méthodes, que nous serions heureux de pouvoir faire avec l'appui des exploitants et constructeurs s'intéressant à la question, de croire que cette étude contient quelque part de vérité et d'en appliquer les résultats aux turbines industrielles.

16. Conclusions générales et programme des recherches ultérieures.

L'hydraulique a été longtemps, et elle est encore trop souvent dépendante de coefficients sans doute utiles, mais qui sont suspects dès qu'on s'écarte des limites des essais qui les ont déterminés. Au cours de cette étude, nous avons cherché à en réduire le nombre et l'importance pour demander à l'expérience seulement ce qui lui appartient en propre, quelques données essentielles et la justification par les résultats des hypothèses de base du calcul.

En définitive, les seuls éléments d'origine expérimentale que nous ayons introduits sont la fonction F de l'équation (18) caractérisant l'effet de la variation dans le temps de la pression de turbulence sur la distribution du poids spécifique dans une section quelconque, et la fonction $G \cdot f(R_e)$ de l'équation (26) caractérisant l'effet de l'intensité maximum de cette pression de turbulence sur la limite de la zone homogène.

Si, à la suite de nos essais ultérieurs et des contrôles sur de grandes turbines, d'autres expressions de ces deux éléments se révélaient préférables à celles que nous avons admises, elles pourraient être introduites sans aucune modification de notre méthode de calcul.

Nous sommes en conséquence autorisés à croire que les lois ainsi établies traduisent bien le phénomène de la dispersion des jets, abstraction faite de tous éléments d'ordre constructif.

Bien entendu, ces lois ne devraient pas être appliquées sans discernement à des domaines où certaines hypothèses faites ce sont plus admissibles.

La pesanteur, totalement négligée, et la résistance de l'air, dont la faible importance permet ici d'exprimer l'effet sous une forme simple, seraient à introduire et à formuler exactement dans le cas par exemple des jets à longue portée¹.

Nous traitons ici de la turbine Pelton et de jets dont il suffit de connaître le comportement sur une distance égale au maximum à vingt fois le diamètre, et c'est dans cette limite qu'il convient de rester.

En conclusion, le problème nous paraît suffisamment éclairci pour pouvoir formuler quelques propositions de portée générale :

1. La dispersion du jet de la turbine Pelton dépend essentiellement de la turbulence, et non de la résistance de l'air.
2. La variation de pression dynamique révélée par un tube de Pitot dans une section quelconque en fonction de la distance à l'axe s'explique complètement par une variation de poids spécifique moyen du mélange qui lui arrive. Sur la plus grande partie de la section, et compte tenu du poids spécifique mille fois plus faible pour l'air que pour l'eau, on peut admettre que la vitesse axiale est constante.

¹ Songeant à la lutte contre l'incendie, nous sommes persuadés qu'une étude de ce genre permettrait d'augmenter l'efficacité des jets en réduisant la consommation d'eau et le coût des installations. En tous cas, elle mettrait quelque logique dans un domaine où l'empirisme coûte encore souvent fort cher.

3. L'effet de l'air ambiant peut être négligé, sauf dans une zone limite extérieure où les gouttes deviennent suffisamment distinctes pour être freinées par la résistance de l'air.
4. Fonction du nombre de Reynolds, la dispersion augmente avec la vitesse et le diamètre et, deux injecteurs étant géométriquement semblables en toutes leurs parties, un gros jet sous haute chute sera plus troublé et plus divergent qu'un petit jet sous basse chute. Le constructeur n'y est pour rien.
5. Si dans les canaux de turbines entièrement remplis les pertes tendent à diminuer lorsque les dimensions augmentent, par suite de la variation du rayon hydraulique, le jet est le siège d'un phénomène de sens contraire, et il y a lieu d'en tenir compte dans l'évaluation du rendement en partant des essais sur turbines-modèles.
6. Le constructeur d'une turbine Pelton pourra calculer l'aubage de sa roue en admettant une vitesse de l'eau uniforme, égale à celle mesurée dans la section contractée, sauf dans la zone limite extérieure dont la puissance peut être considérée comme perdue, mais il devra tenir compte, pour chaque position d'impact, de la distribution des masses dans les diverses sections du jet.

Quelques autres résultats sur la perte d'énergie réelle ont été obtenus, mais ils ne nous paraissent pas encore suffisamment étayés pour être publiés. Nos essais, interrompus en novembre 1943 lors du déménagement des anciens locaux de l'Ecole d'ingénieurs, reprendront incessamment dans notre nouveau laboratoire.

Nous nous proposons de déterminer l'influence des éléments constructifs, notamment celle de la forme de la tuyère et du pointeau sur la distance qui sépare la section où la dispersion commence de l'orifice terminal, et celle des organes précédant l'injecteur, coude d'entrée, tige de commande, ailettes de guidage, sur l'état de turbulence, facteur essentiel de la dispersion.

Ainsi complétées, les lois établies pour le jet libre permettront de donner aux constructeurs les valeurs numériques à introduire dans les calculs et les renseignements nécessaires pour interpréter avec sécurité, dans la turbine Pelton, ces essais sur modèles réduits qui leur ont donné de si beaux résultats dans les turbines à réaction.

Lausanne, le 26 juillet 1944.

L'essai des locomotives électriques en course,

par FR. DUBOIS.

(Suite et fin).¹

Wagon dynamomètre des Chemins de fer autrichiens.

Les figures 25, 26, 27 sont la reproduction de trois diagrammes de démarrage. La figure 25 représente un démarrage en gare de Saalfelden avec fortes rampes de 12 et 15,4 % succédant au palier de station. En figure 26 on voit le diagramme à rampes beaucoup plus faibles de 5,4 % et 10 %

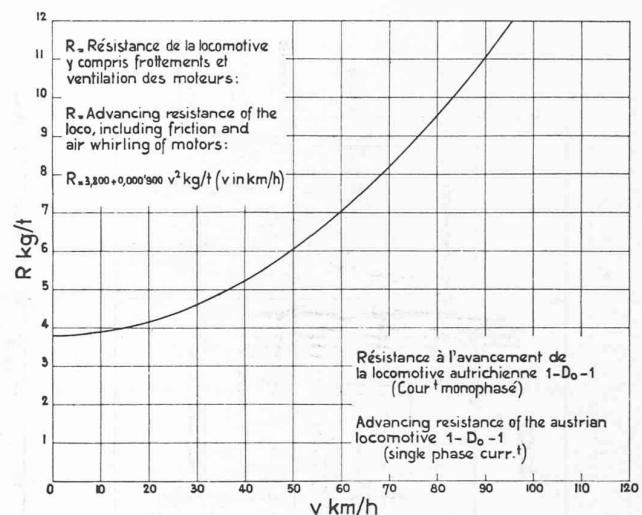


Fig. 24. — Résistance à l'avancement de la locomotive 1-D₀-1 des Chemins de fer autrichiens.

seulement après le palier de station, mais, en revanche, à plus grande accélération, dont la conséquence est des forces, puissances et ampérages temporairement plus élevés. Enfin le départ de la gare de Kitzbühel en pleine rampe de 19,3 % s'adoucissant ensuite à 9 % est caractéristique d'un démarrage à très forte charge des locomotives et accuse des ampérages encore plus considérables.

La nature du calcul pour l'établissement de ces diagrammes de démarrage est en tous points conforme à celle exposée en pages 240-242 pour le courant continu. Elle ne donne lieu qu'aux remarques suivantes :

— De nouveau *aucune* majoration n'a été faite pour les masses rotatives, bien qu'importantes, de la locomotives, eu égard au caractère montagneux de la ligne et à la prépondérance en rampe de la composante gravitationnelle de la masse purement translatoire.

— Pas de résistance en courbe, les démarriages étant de nouveau tous en ligne droite (celui de Kitzbühel a lieu en majeure partie sur les tronçons presque droits précédant et faisant suite immédiatement à la boucle très prononcée du km 158,300 à 159,100, que nous avons négligée pour plus de simplicité).

— La résistance totale à l'avancement des locomotives est donnée par la courbe de la figure 24, répondant à la formule

$$R = 3,800 + 0,00090 v^2 \text{ kg/t} \quad v = \text{vitesse en km/h pour une locomotive}$$

A défaut de la courbe expérimentale qui n'a pu nous être communiquée¹, nous avons dû nous contenter d'établir cette courbe par calcul, tant pour la fraction résistance proprement dite que pour la fraction ventilation des moteurs et frottement du mécanisme; en partant des résultats publiés par M. Thormann dans la *Schweizerische Bauzeitung* du 8 juillet 1916 pour les locomotives électriques Lötschberg C + C et 1-E-1, et par M. Leboucher, dans la *Revue générale des Chemins de fer* de novembre 1933, pour la locomotive électrique Midi 2-D-2, ce qui nous a conduit à la formule ci-dessus.

— En plus des grandeurs caractéristiques communes au courant continu, entre encore en jeu, pour le courant alternatif, le facteur de puissance donné par :

$$\cos \varphi = \frac{\text{kW mesurés à la ligne de contact}}{\text{kVA déduits du produit des indications du volt- et ampèremètre}}$$

— La puissance électrique totale introduite dans les locomotives étant ici (ce qui est un avantage vis-à-vis du

¹ Voir *Bulletin technique* des 16 et 30 septembre 1944, pages 233 et 254.

¹ Voir remarque 2. (*Bulletin technique* du 30 septembre 1944, p. 260).