

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande

**Band:** 68 (1942)

**Heft:** 5

**Artikel:** La résonance des conduites à caractéristiques linéairement variables

**Autor:** Favre, Henry

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-51793>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 30.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE

## DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

## ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 13.50 francs

Etranger : 16 francs

Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 11 francs

Etranger : 13.50 francs

Prix du numéro :

75 centimes.

Pour les abonnements  
s'adresser à la librairie  
F. Rouge & C<sup>ie</sup>, à Lausanne.

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève; Vice-président : M. IMER, à Genève; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg* : MM. L. HERTLING, architecte; A. ROSSIER, ingénieur; *Vaud* : MM. F. CHENAUX, ingénieur; E. ELSKES, ingénieur; EPITAUX, architecte; E. JOST, architecte; A. PARIS, ingénieur; CH. THÉVENAZ, architecte; *Genève* : MM. L. ARCHINARD, ingénieur; E. ODIER, architecte; CH. WEIBEL, architecte; *Neuchâtel* : MM. J. BÉGUIN, architecte; R. GUYE, ingénieur; A. MÉAN, ingénieur; *Valais* : M. J. DUBUIS, ingénieur; A. DE KALBERMATTEN, architecte.

RÉDACTION : D. BONNARD, ingénieur, Case postale Chauderon 475, LAUSANNE.

Publicité :  
TARIF DES ANNONCES

Le millimètre  
(larg. 47 mm.) 20 cts.  
Tarif spécial pour fractions  
de pages.

Rabais pour annonces  
répétées.



ANNONCES-SUISSES S.A.  
5, Rue Centrale,  
LAUSANNE  
& Succursales.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE  
A. STUCKY, ingénieur, président; M. BRIDEL; G. EPITAUX, architecte; M. IMER.

SOMMAIRE : *La résonance des conduites à caractéristiques linéairement variables*, par HENRY FAVRE, professeur à l'Ecole polytechnique fédérale. — *Société suisse des ingénieurs et des architectes : Procès-verbal de l'assemblée des délégués du 18 octobre 1941* (suite et fin). — CORRESPONDANCE : *A propos de la traversée navigable de Genève*. — DIVERS : *Action en faveur des prisonniers de guerre*. — BIBLIOGRAPHIE. — COMMUNIQUÉS. — SERVICE DE PLACEMENT.

## La résonance des conduites à caractéristiques linéairement variables

par HENRY FAVRE,  
professeur à l'Ecole polytechnique fédérale.

Il y a quelques années, nous avons étudié les coups de bélier dans les conduites à caractéristiques linéairement variables le long de l'axe<sup>1</sup>. Dans cette étude, nous avons montré que l'intégration des équations régissant le mouvement de l'eau conduit à une formule de récurrence<sup>2</sup>. Cette formule, qui permet le calcul des variations de pression à l'extrémité aval de la conduite, est analogue à celle qu'a donnée Allievi dans le cas plus particulier où le diamètre et l'épaisseur sont constants. Des développements théoriques nous ont permis en outre de trouver les lois générales relatives à la propagation des coups de bélier produits par des manœuvres linéaires dans les conduites à caractéristiques linéairement variables.

Nous voulons maintenant indiquer quelques propriétés des phénomènes périodiques pouvant exister dans les mêmes conduites.

Cet exposé comprend quatre parties. Dans la première, nous rappelons quelques formules fondamentales. La seconde est consacrée à une équation très simple qui permet de calculer les différentes périodes propres d'une conduite. Les solutions de cette « équation des périodes » sont ensuite comparées à quelques résultats expérimentaux.

<sup>1</sup> Voir *Théorie des coups de bélier dans les conduites à caractéristiques linéairement variables le long de l'axe*. Publications du Laboratoire de recherches hydrauliques annexé à l'Ecole polytechnique fédérale. Nos 19 à 24 de la « Revue générale de l'hydraulique », Paris 1938.

<sup>2</sup> Formule (28), *loc. cit.*

taux. Enfin, dans un dernier paragraphe, nous montrons qu'il existe, pour une conduite donnée, deux catégories de manœuvres provoquant la résonance.

### 1. Rappel de quelques formules fondamentales.

Considérons une conduite, d'axe rectiligne et horizontal<sup>1</sup>, dont l'extrémité amont est en communication avec un bassin à niveau constant et qui possède, à l'aval, un obturateur réglable (fig. 1). Nous supposons que le diamètre intérieur  $D$  du profil circulaire est une fonction linéaire de l'abscisse  $x$  mesurée le long de l'axe. L'origine des  $x$  est le profil (virtuel) de diamètre nul. Nous admettons en outre que l'épaisseur  $e$  et le module d'élasticité  $E$  des parois varient le long de l'axe de façon que la grandeur  $a$  définie par l'équation

$$a = \sqrt{\frac{g/\gamma}{\frac{1}{\epsilon_0} + \frac{1}{E} \frac{D}{e}}} \quad (1)$$

<sup>1</sup> Ces deux conditions ne restreignent en rien la généralité des formules indiquées dans ce paragraphe, car les surpressions ne dépendent évidemment ni de la courbure ni de l'inclinaison de l'axe.

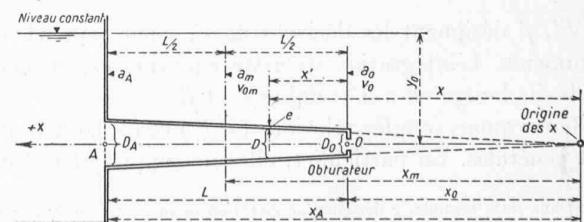


Fig. 1. — Schéma d'une conduite dont les caractéristiques varient linéairement le long de l'axe.

soit aussi une fonction linéaire de  $x^1$ . Une telle conduite est dite « à caractéristiques linéairement variables le long de l'axe ».

Soit encore  $L$  la longueur de la conduite,  $x_m$  l'abscisse de son milieu,  $a_m$  et  $a_o$  les valeurs de  $a$  au profil d'abscisse  $x_m$  et à l'extrémité aval,  $y = \frac{p}{\gamma}$  la pression au temps  $t$  et au profil  $x$ , évaluée par la hauteur de la colonne d'eau correspondante. Posons enfin

$$v = \frac{a_o - a_m}{a_m} \tag{2}$$

Dans ces conditions, l'équation aux dérivées partielles à laquelle doit satisfaire la pression  $y(x, t)$  est la suivante<sup>2</sup>:

$$x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{1}{a_m^2} \left( 1 + 4v \frac{x - x_m}{L} \right) x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \tag{3}$$

Elle n'est valable que pour de petites valeurs de  $v$  (ce qui est le cas de la pratique, où  $v$  est en général compris entre zéro et 0,25).

L'intégrale générale de cette équation est

$$y = y_o + \frac{x_m}{x} \left( 1 - v \frac{x - x_m}{L} \right) (F + f), \tag{4}$$

où  $y_o$  désigne la hauteur d'eau correspondant à la pression initiale dans la conduite, avant la production du mouvement non permanent ;

$$F = F \left[ t - \frac{x - x_m}{a_m \left( 1 - v \frac{x - x_m}{L} \right)} \right] \tag{5}$$

$$\text{et } f = f \left[ t + \frac{x - x_m}{a_m \left( 1 - v \frac{x - x_m}{L} \right)} \right]$$

sont des fonctions des arguments

$$t - \frac{x - x_m}{a_m \left( 1 - v \frac{x - x_m}{L} \right)} \quad \text{et} \quad t + \frac{x - x_m}{a_m \left( 1 - v \frac{x - x_m}{L} \right)},$$

qui se déterminent à l'aide des conditions aux limites du problème.

La vitesse de l'eau  $v(x, t)$  satisfait à l'équation

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{g x_m}{x^2} \left( 1 + v \frac{x_m}{L} \right) (F + f) - \frac{g x_m}{a_m x} \left( 1 + v \frac{x - x_m}{L} \right) (F' - f'), \tag{6}$$

où  $F', f'$  désignent les dérivées de  $F, f$  par rapport aux arguments. L'intégration de cette équation est en général facile lorsqu'on a déterminé  $F$  et  $f$ .

Remarquons que les relations (4) (5) et (6) sont tout à fait générales. En particulier, elles ne supposent pas que

<sup>1</sup> Dans cette formule,  $g$  désigne l'accélération de la pesanteur,  $\gamma$  le poids spécifique du liquide,  $\epsilon_o$  son coefficient de compressibilité.

<sup>2</sup> Cette équation, ainsi que toutes celles données dans ce paragraphe, ont été établies dans le mémoire cité.

le coup de bélier commence à un temps déterminé et se superpose à un régime initial permanent. C'est pourquoi elles pourront être appliquées aux mouvements périodiques étudiés au paragraphe suivant.

Supposons maintenant que pour  $t < 0$  le régime soit permanent et que la manœuvre de l'obturateur, qui engendre le coup de bélier, commence au temps  $t = 0$ . Dans ces conditions, l'intégration de (6) donne pour  $v$  :

$$v = v_{om} \frac{x_m^2}{x^2} - \frac{g x_m}{x^2} \left( 1 + v \frac{x_m}{L} \right) (\Phi + \varphi) - \frac{g x_m}{a_m x} \left( 1 + v \frac{x - x_m}{L} \right) (F - f), \tag{6'}$$

où  $v_{om}$  désigne la vitesse initiale au milieu de la conduite.  $\Phi$  et  $\varphi$  dépendent des mêmes arguments que  $F$  et  $f$  et s'obtiennent en intégrant ces dernières fonctions entre les limites zéro et  $t$  :

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \Phi \left[ t - \frac{x - x_m}{a_m \left( 1 - v \frac{x - x_m}{L} \right)} \right] = \int_0^t F dt, \\ \varphi &= \varphi \left[ t + \frac{x - x_m}{a_m \left( 1 - v \frac{x - x_m}{L} \right)} \right] = \int_0^t f dt. \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

Choisissons pour unité de temps la « durée de la phase »

$$T = \frac{2L}{a_m}, \tag{8}$$

et convenons d'affecter de l'indice  $t$  toutes les grandeurs relatives à l'extrémité aval et au temps quelconque  $t$ .

Entre les fonctions  $F, f, \Phi, \varphi$ , existent les relations :

$$f_t = -F_{t-1}, \quad \varphi_t = -\Phi_{t-1} \tag{9}$$

qui expriment que les « ondes montantes »  $F, \Phi$  se réfléchissent avec changement de signe à l'extrémité amont de la conduite et deviennent les « ondes descendantes »  $f, \varphi$ .

Rappelons encore la formule de récurrence — déduite des formules précédentes — qui permet de calculer les variations de pression à l'aval de la conduite :

$$z_{t-1}^2 + z_t^2 - 2 = 2 \rho_o (\eta_{t-1} z_{t-1} - \eta_t z_t) - 2 \sigma S_t \tag{10}$$

Dans cette formule,  $z_t^2 = \frac{y_t}{y_o}$  et  $z_{t-1}^2 = \frac{y_{t-1}}{y_o}$  désignent

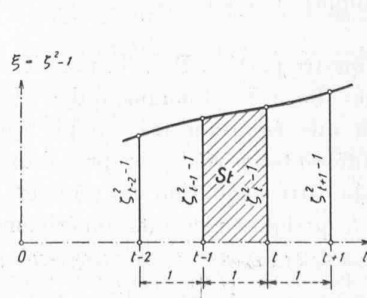


Fig. 2.

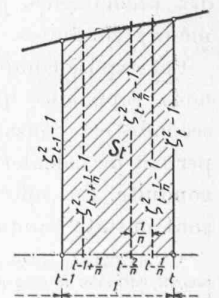


Fig. 3.

les « pressions relatives » à l'extrémité aval, aux temps  $t$  et  $t-1$ ;  $\eta_t$  et  $\eta_{t-1}$  sont les ouvertures relatives de l'obturateur aux mêmes époques,  $S_t$  est l'aire comprise entre la courbe des surpressions  $\xi = z^2 - 1$ , l'axe des  $t$  et les ordonnées  $z_t^2 - 1$  et  $z_{t-1}^2 - 1$  (fig. 2). Quant à  $\rho_o$  et  $\sigma$ , ce sont les deux « caractéristiques » de la conduite. Elles ont les valeurs :

$$\rho_o = \frac{a_o v_o}{2g y_o}, \quad (11)$$

$$\sigma = \left(1 + \frac{v}{2}\right) \left[\mu \left(1 + \frac{v}{2}\right) + v\right] = \frac{L a_o}{x_o a_m} \frac{1 + \frac{v x_m}{L}}{1 + v}, \quad (12)$$

où  $a_o, v_o, y_o$  désignent les valeurs de  $a, v$  et  $y$  au profil  $x_o$  pour le régime permanent correspondant à  $\eta = 1$  et

$$v = \frac{a_o - a_m}{a_m} \quad (2), \quad \mu = \frac{D_A - D_o}{D_o} \quad (13);$$

$D_o$  et  $D_A$  étant les diamètres aux extrémités aval et amont. Dans la pratique,  $\rho_o$  est toujours positif,  $\sigma$  est positif ou nul.

Pour les applications, il est commode de remplacer  $S_t$  par son expression en fonction des ordonnées  $z_{t-1}^2 - 1, z_{t-1+\frac{1}{n}}^2 - 1, \dots$  ( $n$  désigne un entier arbitraire, voir fig. 3) et de résoudre l'équation par rapport à  $z_t$ , ce qui donne :

$$z_t = -\alpha \eta_t + \sqrt{(\alpha \eta_t)^2 + 2(\alpha' + \alpha \eta_{t-1} z_{t-1}) - z_{t-1}^2 - \alpha' (z_{t-1+\frac{1}{n}}^2 + z_{t-1+\frac{2}{n}}^2 + \dots + z_{t-\frac{1}{n}}^2)}, \quad (14)$$

où

$$\alpha = \frac{\rho_o}{1 + \frac{\sigma}{n}}, \quad \alpha' = \frac{2\sigma}{n + \sigma}, \quad \alpha'' = \frac{1 + \sigma}{1 + \frac{\sigma}{n}}. \quad (15)$$

Dans le cas où la surpression  $\xi = z^2 - 1$  à l'obturateur est inférieure à 0,4 on peut utiliser la formule sans radical :

$$\xi_t = \frac{2\alpha(\eta_{t-1} - \eta_t) + (\alpha \eta_{t-1} - 1)\xi_{t-1} - \alpha'(\xi_{t-1+\frac{1}{n}} + \xi_{t-1+\frac{2}{n}} + \dots + \xi_{t-\frac{1}{n}})}{1 + \alpha \eta_t}. \quad (16)$$

Les formules (14) et (16) permettent de calculer successivement  $\xi_{\frac{1}{n}}, \xi_{\frac{2}{n}}, \dots, \xi_{t-\frac{1}{n}}, \xi_t, \xi_{t+\frac{1}{n}}, \dots$

**§ 2. Equation des périodes des conduites à caractéristiques linéairement variables le long de l'axe.**

Supposons que l'obturateur placé à l'aval de la conduite soit fermé et demandons-nous s'il existe des mouvements de l'eau tels qu'en un profil quelconque la pression  $y$  et la vitesse  $v$  soient des fonctions périodiques du temps  $t$ . Dans ce but, cherchons à satisfaire aux con-

ditions aux limites du problème en choisissant pour

$$F \left[ t - \frac{x - x_m}{a_m \left(1 - v \frac{x - x_m}{L}\right)} \right] \text{ la fonction suivante :}$$

$$F = A \sin \frac{2\pi}{T_a} \left[ t - \frac{x - x_m}{a_m \left(1 - v \frac{x - x_m}{L}\right)} \right], \quad (17)$$

où  $A, T_a$  désignent des constantes. Nous supposons  $T_a$  positif, ce qui ne restreint nullement la généralité de l'expression (17).

La première équation (9) — qui exprime la réflexion totale avec changement de signe à l'extrémité amont de la conduite — est applicable ici et peut s'écrire, en tenant compte de (8) :

$$f \left[ t + \frac{x_o - x_m}{a_m \left(1 - v \frac{x_o - x_m}{L}\right)} \right] = - \\ - F \left[ t - \frac{2L}{a_m} - \frac{x_o - x_m}{a_m \left(1 - v \frac{x_o - x_m}{L}\right)} \right].$$

Remplaçons, dans cette dernière relation,  $t$  par

$$t + \frac{x - x_m}{a_m \left(1 - v \frac{x - x_m}{L}\right)} - \frac{x_o - x_m}{a_m \left(1 - v \frac{x_o - x_m}{L}\right)} : \\ f = f \left[ t + \frac{x - x_m}{a_m \left(1 - v \frac{x - x_m}{L}\right)} \right] = - \quad (18)$$

$$- F \left[ t + \frac{x - x_m}{a_m \left(1 - v \frac{x - x_m}{L}\right)} - \frac{2L}{a_m} - \frac{2(x_o - x_m)}{a_m \left(1 - v \frac{x_o - x_m}{L}\right)} \right].$$

Dès lors, en posant

$$\frac{x - x_m}{a_m \left(1 - v \frac{x - x_m}{L}\right)} = q, \quad \frac{x_o - x_m}{a_m \left(1 - v \frac{x_o - x_m}{L}\right)} = \\ = - \frac{L}{2 a_m \left(1 + \frac{v}{2}\right)} = q_o, \quad (19)$$

nous obtenons à la place de (17) et (18) les équations suivantes :

$$F = A \sin \frac{2\pi}{T_a} (t - q), \quad f = -A \sin \frac{2\pi}{T_a} (t + q - T - 2q_o). \quad (20)$$

D'où en dérivant par rapport aux arguments :

$$F' = \frac{2\pi A}{T_a} \cos \frac{2\pi}{T_a} (t - q), \\ f' = - \frac{2\pi A}{T_a} \cos \frac{2\pi}{T_a} (t + q - T - 2q_o). \quad (21)$$

Au profil  $x = x_o$ , on a :

<sup>1</sup> Pour la première de ces deux expressions de  $\sigma$ , voir *loc. cit.* équation (27). La seconde se déduit directement de la relation qui suit (27).

$F = F_t$ ,  $f = f_t$ ,  $q = q_0$  et les relations (20) et (21) deviennent :

$$F_t = A \sin \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0), f_t = -A \sin \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0 - T), \quad (20')$$

$$F'_t = \frac{2\pi A}{T_a} \cos \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0), f'_t = -\frac{2\pi A}{T_a} \cos \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0 - T). \quad (21')$$

D'autre part, pour  $x = x_0$ , l'équation (6) s'écrit :

$$\frac{\partial v_t}{\partial t} = -\frac{g x_m}{x_0^2} \left(1 + v \frac{x_m}{L}\right) (F_t + f_t) - \frac{g x_m}{a_m x_0} \left(1 - \frac{v}{2}\right) (F'_t - f'_t).$$

En tenant compte de (20') et (21') et du fait que  $v_t$  est nul quel que soit  $t$ , nous obtenons la condition :

$$\left. \begin{aligned} & -\frac{g x_m}{x_0^2} \left(1 + v \frac{x_m}{L}\right) \left[ A \sin \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0) - \right. \\ & \quad \left. - A \sin \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0 - T) \right] \\ & -\frac{g x_m}{a_m x_0} \left(1 - \frac{v}{2}\right) \left[ \frac{2\pi A}{T_a} \cos \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0) + \right. \\ & \quad \left. + \frac{2\pi A}{T_a} \cos \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0 - T) \right] = 0, \end{aligned} \right\}$$

que nous transformons successivement comme suit, en remarquant que  $v$  est petit par rapport à 1 :

$$\left. \begin{aligned} & \left(1 + v \frac{x_m}{L}\right) \left[ \sin \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0) - \sin \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0 - T) \right] \\ & + \frac{2\pi x_0}{a_m T_a} \left(1 - \frac{v}{2}\right) \left[ \cos \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0) + \cos \frac{2\pi}{T_a} (t - q_0 - T) \right] = 0, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & \left(1 + v \frac{x_m}{L}\right) 2 \sin \frac{\pi T}{T_a} \cos \frac{2\pi}{T_a} \left(t - q_0 - \frac{T}{2}\right) \\ & + \frac{2\pi x_0}{a_m T_a} \left(1 - \frac{v}{2}\right) 2 \cos \frac{\pi T}{T_a} \cos \frac{2\pi}{T_a} \left(t - q_0 - \frac{T}{2}\right) = 0, \end{aligned} \right\}$$

$$\left(1 + v \frac{x_m}{L}\right) \sin \frac{\pi T}{T_a} + \frac{2\pi x_0}{a_m T_a} \left(1 - \frac{v}{2}\right) \cos \frac{\pi T}{T_a} = 0,$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi T}{T_a} = -\frac{2\pi x_0}{a_m T_a} \frac{1 - \frac{v}{2}}{1 + v \frac{x_m}{L}} = -$$

$$-\frac{2\pi x_0}{a_m (1+v) T_a} \frac{(1+v) \left(1 - \frac{v}{2}\right)}{1 + v \frac{x_m}{L}} = -\frac{2\pi L x_0 a_m}{a_m T_a L a_0} \frac{1 + \frac{v}{2}}{1 + v \frac{x_m}{L}},$$

et en tenant compte de (8) et (12) :

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\pi T}{T_a} \right) = -\frac{\pi T}{T_a} \cdot \frac{1}{\sigma}. \quad (22)$$

Telle est l'équation transcendante à laquelle doit satisfaire  $T_a$ . Nous allons lui donner une forme légèrement différente.

Dans leur remarquable *Etude théorique et expérimentale des coups de bélier*, MM. Camichel, Eydoux et Gariel<sup>1</sup> ont désigné sous le nom de « période théorique » la grandeur  $2T = \frac{4L}{a_m}$  et sous celui de « période apparente » ce que nous appelons ici  $T_a$ , c'est-à-dire la période propre de la conduite.

Si nous désignons par  $\bar{\theta}$  le rapport de ces deux périodes :

$$\bar{\theta} = \frac{T_a}{2T},^2 \quad (23)$$

la relation (22) s'écrit

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2\bar{\theta}} \right) = -\frac{\pi}{2\bar{\theta}\sigma}. \quad (22')$$

C'est « l'équation des périodes » des conduites à caractéristiques linéairement variables le long de l'axe. Pour discuter ses solutions, posons

$$\frac{\pi}{2\bar{\theta}} = z, \quad (23^*)$$

elle devient :

$$\operatorname{tg} z = -\frac{z}{\sigma}, \quad (22^*)$$

et donnons tout d'abord à  $\sigma$  une valeur positive constante.

En désignant par  $z$  l'axe des abscisses d'un système cartésien, considérons d'une part la courbe d'ordonnée  $\operatorname{tg} z$ , qui comprend une infinité de branches, d'autre part la droite d'ordonnée  $-\frac{z}{\sigma}$  (fig. 4). Comme  $T_a$  est positif,  $\bar{\theta}$  et  $z$  le sont également, il suffit de regarder la partie du plan située à droite de l'axe des ordonnées. Les différentes solutions de (22\*) sont données par les abscis-

<sup>1</sup> Editée par Privat, Toulouse, et Dunod, Paris 1919.

<sup>2</sup>  $\bar{\theta}$  peut être aussi considéré comme la demi-période propre ou apparente de la conduite, évaluée en prenant la durée de la phase comme unité de temps.

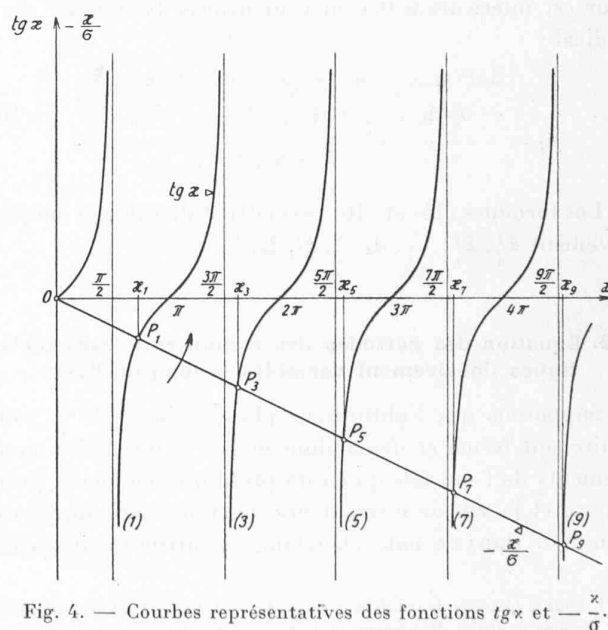


Fig. 4. — Courbes représentatives des fonctions  $\operatorname{tg} z$  et  $-\frac{z}{\sigma}$ .

ses  $z_1, z_3, \dots$  des points d'intersection  $P_1, P_3, \dots$  des deux courbes. A ces abscisses correspondent les solutions

$$\bar{\theta}_1 = \frac{\pi}{2z_1}, \quad \bar{\theta}_3 = \frac{\pi}{2z_3}, \quad \dots \quad \text{de (22')}$$

et  $(T_a)_1 = \frac{\pi T}{z_1}, \quad (T_a)_3 = \frac{\pi T}{z_3}, \quad \dots \quad \text{de (22),}$

ce qui montre qu'une conduite à caractéristiques linéairement variables peut être le siège d'une infinité de mouvements définis par (17).

Faisons maintenant varier  $\sigma$ . Si cette caractéristique est nulle, les points  $P_1, P_3, \dots$  sont à l'infini sur les asymptotes  $z = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$  dans le sens des ordonnées négatives.

Les racines de (22\*) sont

$$z_1 = \frac{\pi}{2}, \quad z_3 = \frac{3\pi}{2}, \quad z_5 = \frac{5\pi}{2}, \quad \dots$$

d'où

$$\bar{\theta}_1 = 1, \quad \bar{\theta}_3 = \frac{1}{3}, \quad \bar{\theta}_5 = \frac{1}{5}, \quad \dots$$

$$(T_a)_1 = 2T, \quad (T_a)_3 = \frac{2T}{3}, \quad (T_a)_5 = \frac{2T}{5}, \quad \dots$$

Si  $\sigma$  croît à partir de zéro, la droite  $-\frac{z}{\sigma}$  tourne autour de l'origine dans le sens direct. L'angle qu'elle forme avec l'axe des  $z$  varie de  $-\frac{\pi}{2}$  ( $\sigma = 0$ ) à zéro ( $\sigma = \infty$ ). Les points  $P_1, P_3, \dots$  se déplacent sur les branches de la courbe  $\text{tg } z$  dans le sens des ordonnées croissantes jusqu'à ce qu'ils soient sur l'axe des abscisses. Les racines  $z_1, z_3, \dots$  croissent de la façon suivante :

$$\begin{aligned} z_1 &: \text{de } \frac{\pi}{2} \text{ à } \pi, \\ z_3 &: \text{de } \frac{3\pi}{2} \text{ à } 2\pi, \\ z_4 &: \text{de } \frac{5\pi}{2} \text{ à } 3\pi, \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

Les racines  $\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_3, \dots$  décroissent :

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_1 &: \text{de } 1 \text{ à } \frac{1}{2}, \\ \bar{\theta}_3 &: \text{de } \frac{1}{3} \text{ à } \frac{1}{4}, \\ \bar{\theta}_5 &: \text{de } \frac{1}{5} \text{ à } \frac{1}{6}, \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

Ces considérations montrent que la courbe  $\bar{\theta} =$  fonction ( $\sigma$ ) est constituée par une infinité de branches décroissantes tendant respectivement vers les asymptotes d'ordonnées  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \dots$

Les quatre premières de ces courbes ont été construites (fig. 5) à l'aide d'un grand nombre de points pour les valeurs de  $\sigma$  comprises entre zéro et 4,5. Ce diagramme permet de déterminer aisément les différentes demi-périodes apparentes  $\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_3, \bar{\theta}_5, \dots$  en fonction de la caractéristique  $\sigma$ .

En résumé, nous voyons qu'une conduite à caractéristiques linéairement variables peut être le siège d'une infinité de mouvements périodiques définis par (17). Les demi-périodes sont données par le diagramme de la figure 5.

En introduisant dans les équations (4) et (6) les valeurs (20) et (21) de  $F, f, F', f'$  il serait facile de voir qu'à chaque solution de (22) ou (22') correspond un système d'ondes stationnaires inégales entre elles, analogues à celles qui se produisent dans les tuyaux sonores coniques.

Le mouvement correspondant à la racine  $\bar{\theta}_1$  est le « son fondamental » ou « fondamental », ceux relatifs à  $\bar{\theta}_3, \bar{\theta}_5, \dots$  sont les « troisième harmonique », « cinquième harmonique », etc.<sup>1</sup>. Par exemple, le fondamental est une onde stationnaire où l'amplitude des variations de la pression est maximum à l'obturateur et nulle à l'extrémité amont. Au contraire, l'amplitude des variations du débit est maximum à l'amont et nulle à l'aval<sup>2</sup>. En un profil quelconque, la pression et la vitesse sont des fonctions sinusoïdales du temps, de période  $(T_a)_1$ . Les diagrammes de répartition des pressions et des vitesses le long de la conduite à un temps donné sont des courbes qui ne sont pas des sinusoïdes, mais s'en approchent d'autant plus que  $\sigma$  est plus près de zéro.

Nous nous dispensons de faire ici une discussion complète de ces différents mouvements, car le principal but de la présente étude est de rechercher pour quelles

<sup>1</sup> Ces désignations sont loin d'être parfaites dans le cas qui nous intéresse, car les différentes périodes propres ne forment pas une série harmonique. Le nom de « partiel » employé par M. BOUASSE (voir son ouvrage *Tuyaux et résonateurs*) à la place d'« harmonique » me paraît meilleur. Nous conservons cependant le mot « harmonique » pour être conformes à l'ouvrage de MM. GAMIHEL, EYDOUX et GABRIEL.

<sup>2</sup> C'est l'amplitude des variations du débit qui est maximum à l'extrémité amont et non celle des variations de la vitesse. L'équation (2) de notre mémoire (*loc. cit.*) permet facilement de reconnaître ce fait.

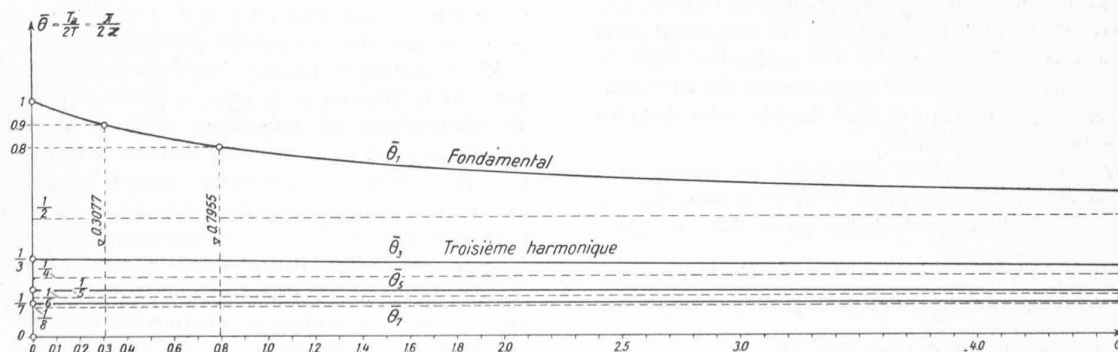


Fig. 5. — Courbes représentatives des demi-périodes apparentes  $\bar{\theta}$  en fonction de la caractéristique  $\sigma$ .

manœuvres de l'obturateur le phénomène de résonance peut se produire. Et pour atteindre ce but, il suffit de connaître les périodes.

*Remarque.* — Pour de petites valeurs de  $\sigma$ , un développement simple montre que l'on a, aux infiniment petits d'ordre supérieur près :

$$\left. \begin{array}{l} \text{fondamental : } \bar{\theta}_1 = 1 - \frac{4\sigma}{\pi^2}, \\ 3^{\text{e}} \text{ harmonique : } \bar{\theta}_3 = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{4\sigma}{9\pi^2} \right), \\ 5^{\text{e}} \text{ harmonique : } \bar{\theta}_5 = \frac{1}{5} \left( 1 - \frac{4\sigma}{25\pi^2} \right), \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\} (22'')$$

Ces formules montrent que les demi-périodes apparentes des harmoniques diffèrent très peu des demi-périodes théoriques  $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \dots$  car les facteurs  $1 - \frac{4\sigma}{9\pi^2}, 1 - \frac{4\sigma}{25\pi^2}, \dots$  sont voisins de 1. La figure 5 confirme ce fait.

(A suivre.)

## SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

### Procès-verbal de l'assemblée des délégués du 18 octobre 1941 au Bâtiment des congrès à Zurich.

(Suite et fin.)<sup>2</sup>

#### 8. Protection du titre.

M. Neeser, président.

Lors de l'assemblée du 14 décembre 1940, à Berne, M. Paul Vischer, architecte, a orienté très exactement les délégués sur les résultats de l'action entreprise par la S.I.A. sur la base de la loi sur la formation professionnelle. Après une discussion nourrie, l'assemblée avait chargé le Comité central de reprendre l'étude de cette importante question sur de nouvelles bases. Le Comité central décida alors de tirer au clair en tout premier lieu et de façon indiscutable les questions de droit relatives à la protection du titre. Il acquit en outre la conviction que la S. I. A. devait s'assurer l'appui d'une personnalité en vue des Chambres fédérales.

Le Comité central a pris contact avec M. le conseiller national Vallotton, pensant qu'il était indiqué de faire appel à une personne représentant, à Berne, un canton ayant déjà jeté les bases d'une protection légale du titre. Il entra en rapport, par la suite, avec M. le juge fédéral Guex. Il faut avant tout rappeler que, par décision prise le 1<sup>er</sup> septembre 1936, le Conseil fédéral avait reconnu que la protection du titre d'ingénieur et d'architecte pouvait se faire dans le cadre de la loi sur la formation professionnelle.

C'est ce qui résulte aussi très clairement des termes dans lesquels cet arrêté du 1<sup>er</sup> septembre 1936 est résumé dans le Rapport de gestion du Conseil fédéral pour 1936 (p. 225) :

<sup>1</sup> MM. CAMICHEL, EYDOUX et GABRIEL appellent « périodes théoriques des harmoniques » les valeurs  $\frac{2T}{3}, \frac{2T}{5}, \dots$ . Les demi-périodes théoriques sont donc  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \dots$  si l'on prend l'unité de temps égale à T.

<sup>2</sup> Voir *Bulletin technique* des 24 janvier, 7 et 21 février 1942.

« Au vu du projet présenté par l'union des Associations suisses d'ingénieurs et d'architectes, concernant la protection des titres « ingénieur » et « architecte » nous avons décidé, le 1<sup>er</sup> septembre 1936, que la loi sur la formation professionnelle était applicable aux professions dont il est question ».

M. le juge fédéral Guex est d'avis que la S. I. A. avait ainsi tout lieu de croire qu'en définitive cette question de l'application aux professions d'architecte et d'ingénieur de la nouvelle loi serait tranchée dans le sens désiré par notre Société. A la suite d'une intervention de M. le Dr Dietschi, M. le conseiller fédéral Obrecht déclara, le 9 juin 1937, qu'il voulait encore examiner le côté juridique de toute l'affaire. Entre temps, le Département fédéral de l'Economie publique demanda l'avis du Département de justice et police et c'est sur la base de cet avis qu'il rejeta la demande de la S. I. A.

M. le juge fédéral Guex constate qu'en fait le Département de justice et police, l'Office fédéral de l'industrie des arts et métiers et du commerce ainsi que le Département de l'Economie publique ont changé d'avis.

M. le juge fédéral Guex fut consulté pour connaître, d'une part, sur quelles bases la protection du titre d'ingénieur et d'architecte pourrait être obtenue sur le plan fédéral, et, d'autre part, pour savoir quelles seraient les possibilités d'introduire en cette matière une réglementation cantonale. On sait que de telles réglementations existent déjà dans les cantons de Vaud et du Tessin.

Les conclusions du rapport de M. le juge fédéral Guex contiennent entre autres les idées suivantes :

1. Le droit constitutionnel en vigueur permet de poursuivre notre action sur le terrain cantonal. Comme l'ont fait les cantons du Tessin et de Vaud, les autres cantons pourraient promulguer des lois protégeant sur leur territoire le titre d'ingénieur et d'architecte. Il résulte du jugement porté par le Tribunal fédéral dans l'affaire Maderni et Scolari, au canton du Tessin, que le principe de la liberté du commerce et de l'industrie ne serait pas violé par cette réglementation cantonale car le titre d'ingénieur et d'architecte serait réservé à ceux qui ont fait la preuve de qualifications spéciales.

2. A supposer que l'on obtienne dans tous les cantons cette protection du titre, il est à craindre qu'il en résulte une bigarrure législative qui rendrait très difficile la conclusion de conventions internationales en vertu desquelles les titres d'ingénieur et d'architecte obtenus en Suisse seraient reconnus à l'étranger. A cela viendraient s'ajouter les difficultés résultant du fait que les conditions posées dans chaque canton pour l'obtention du titre d'ingénieur et d'architecte pourraient être différentes.

3. Une protection fédérale serait à tous égards préférable.

M. le juge fédéral Guex nous rend attentif, dans son rapport, aux difficultés qu'il y aurait à donner une base légale à la protection du titre sur le plan fédéral et il pense que si l'affaire était portée devant les Chambres fédérales, il faudrait persuader ces dernières que cette réglementation est vraiment nécessaire. De plus, il y aurait lieu de mettre d'accord à ce sujet tous les milieux intéressés. M. le juge fédéral Guex a en outre examiné s'il ne serait pas possible de faire usage des nouveaux articles économiques de la Constitution, mais il est arrivé à la conclusion que la S. I. A. ne peut pas compter pour l'instant sur une pareille possibilité.

M. le professeur Landolt, ingénieur, déclare qu'en ce qui concerne la protection du titre, le point de vue de la section de Winterthour est totalement différent de celui qui fut adopté jusqu'à ce jour dans les milieux de la S. I. A. Il constate que la ville de Winterthour possède en son sein de très grosses industries et qu'elle est le siège du technicum du canton de Zurich. Nous ne considérons pas, dit-il, les termes d'ingénieur et d'architecte comme titres universitaires mais comme désignations professionnelles. Parmi ceux qui parviennent à cette profession, abstraction faite des autodidactes, les uns passent par des écoles secondaires et les hautes Ecoles techniques, les autres par des apprentissages et les