**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande

**Band:** 67 (1941)

Heft: 2

**Artikel:** Voûtes cylindriques autoportantes

Autor: Paris, A.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-51315

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF: 20.11.2025** 

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# BULLETIN TECHNIQUE

DE LA SUISSE ROMANDE 32-

ABONNEMENTS: Paraissant tous les 15 jours

Suisse: 1 an, 13.50 francs Etranger: 16 francs

Pour sociétaires : Suisse : 1 an, 11 francs Etranger : 13.50 francs

Prix du numéro : 75 centimes.

Pour les abonnements s'adresser à la librairie F. Rouge & C<sup>1e</sup>, à Lausanne. Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale. —

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président: R. Neeser, ingénieur, à Genève; Vice-président: M. Imer, à Genève; secrétaire: J. Calame, ingénieur, à Genève. Membres: Fribourg: MM. L. Hertling, architecte; A. Rossier, ingénieur; Vaud: MM. F. Chenaux, ingénieur; E. Elskes, ingénieur; Epitaux, architecte; E. Jost, architecte; A. Paris, ingénieur; Ch. Thévenaz, architecte; Genève: MM. L. Archinard, ingénieur; E. Odier, architecte; Ch. Weibel, architecte; Neuchâtel: MM. J. Béguin, architecte; R. Guye, ingénieur; A. Méan, ingénieur; Valais: M. J. Dubuis, ingénieur; A. De Kalbermatten, architecte.

RÉDACTION: D. BONNARD, ingénieur, Case postale Chauderon 475, LAUSANNE.

Publicité : TARIF DES ANNONCES

Le millimètre (larg. 47 mm.) 20 cts. Tarif spécial pour fractions de pages.

> Rabais pour annonces répétées.



ANNONCES-SUISSES s. a.
8, Rue Centrale,
LAUSANNE
& Succursales.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE A. STUCKY, ingénieur, président; M. Bridel; G. Epitaux, architecte; M. Imer.

SOMMAIRE: Voûtes cylindriques autoportantes (suite et fin), par A. Paris, ingénieur, professeur à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne. — Urbanisme genevois: Concours d'idées pour l'aménagement du haut de la rue de la Fontaine, à Genève, en connexion avec la terrasse de l'Evêché. — Souscription en faveur des prisonniers de guerre. — Timbre Pestalozzi pour prisonniers de guerre. — Bibliographie. — Service de placement.

# Voûtes cylindriques autoportantes

par A. PARIS, ingénieur, professeur à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne.

(Suite et fin)1.

#### IV. Application au couvert autoportant des Moulins Rod S. A., à Orbe.

Restent ainsi à déterminer les conditions aux contours suivant génératrices.

Supposons le cas du couvert autoportant d'Orbe (fig. 6). Un des bords est libre et l'autre, pris dans une gondole massive tenue des deux côtés, a été supposé encastré sans empêchement à la flexion verticale.

Le bord libre extérieur est assujetti à porter une cimaise, qui forme chéneau pour l'écoulement des eaux de pluie ; cette moulure se suspend au voile, auquel elle inflige un moment méridien, un effort tranchant et une traction méridienne. Nous y trouvons en outre la condition d'annuler l'effort méridien et l'effort tangentiel du système statique de base. Nous disposons ainsi de quatre équations pour résoudre les quatre inconnues <sub>e</sub>A et <sub>e</sub>B (indice e signifie extérieur).

Le bord encastré, pris dans la gondole médiane (indice i= intérieur) supporte le demi-poids de la gondole et la condition de tangente médiane immobilisée, sauf déplacement vertical possible. Il y a en outre les annulations pareilles des efforts du système de base. Donc quatre nouvelles conditions, que nous supposerons d'abord indépendantes de celles du bord opposé.

<sup>1</sup> Voir Bulletin technique du 11 janvier 1941.

Il faut, pour établir ces deux groupes de quatre équations d'hyperstatiques, posséder les valeurs des facteurs  $\alpha$  et  $\beta$ , qui résultent comme racines de l'équation du huitième degré.

Voici la texture du calcul du grand panneau nord-est du couvert cylindrique, qui comporte quatre panneaux

Fig. 14. — Panneaux sud bétonnnés. Panneaux nord feraillés.



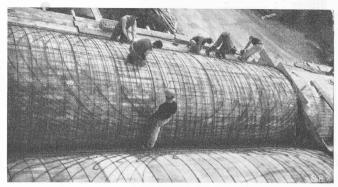


Fig. 15. — Pose des barres d'armature dans les panneaux nord.

Clichés « Schweizerische Bauzeitung ».

dont nous choisissons le principal, qui répond aux dimensions suivantes (fig. 7):

portée transversale  $2a=3,625 \ m$  portée longitudinale  $l=10,55 \ m$  rayon de courbure médian  $r_m=2,038 \ m$  épaisseur de la coque  $d=7 \ cm$ .

D'où résultent les constantes :

facteur de raideur 
$$k = \frac{7^2}{12 \cdot 203,8^2} = 0,98280 \cdot 10^{-4}$$

$$n = 1$$
  $\lambda = 1 \cdot \pi \cdot 2,038 \ m : 10,55 \ m = 0,60697.$ 

On calcule les puissances de  $\lambda$  et leurs inverses et trouve, en supposant nul le facteur de Poisson

$$\mu = 0$$

l'équation en m $m^8 + 1,28318 \, m^6 - 0,33791 \, m^4 - 0,60109 \, m^2 + 1385,5 = 0.$ 

La première approximation part de la simplification

$$m_o^8 + 1385, 5 = 0$$
et puisque  $\frac{1}{8}\log 1385, 5 = \log 2,47002$ 

résultent les deux solutions

$$m_o = \begin{cases} 2,47002 & (0,92388 + 0,38268 i) \\ 2,47002 & (0,38268 + 0,92388 i) \end{cases}$$

$$m_{\varrho} = +2,28200 + 0,94523 i$$
 et  $m_{\varrho} = +0,94523 + 2,28200 i$ .

La règle de Newton donne alors pour le premier groupe

$$\begin{array}{l} f(m_{o}) = +\ 1,28318\ m_{o}^{6} - 0,33791\ m_{o}^{4} - 0,60109\ m_{o}^{2} = \\ = -\ 208,75288 + 190,88223\ i \end{array}$$

$$f'(m_o) = 8 m_o^7 + 7,69908 m_o^5 - 1,35164 m_o^3 - 1,20218 m_o = -4427,22761 + 2351,27993 i.$$

Le quotient de ces deux fonctions complexes donne la correction

$$\begin{split} z_1 &= -\frac{f\left(m_o\right)}{f'\left(m_o\right)} = -\frac{\overset{\bullet \bullet}{-}208,75288 + 190,88223 \ i}{-4427,22761 + 2351,27993 \ i} = \\ &= \frac{\left(-208,75288 + 190,88223 \ i\right) \left(-4427,22761 - 2351,27993 \ i\right)}{\left(-4427,22761 + 2351,27993 \ i\right) \left(-4427,22761 - 2351,27993 \ i\right)} = \\ &= -\frac{+1373014 - 354242 \ i}{+25128861} = -0,05464 + 0,01410 \ i. \end{split}$$

Cette première correction est suffisamment modeste pour que nous puissions renoncer à une seconde dérivation. Nous trouvons ainsi le premier groupe

$$m_1 = +2,22736 + 0,95932 i.$$

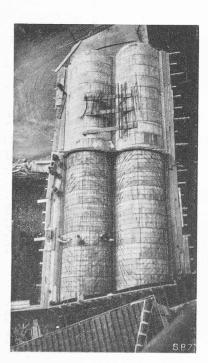
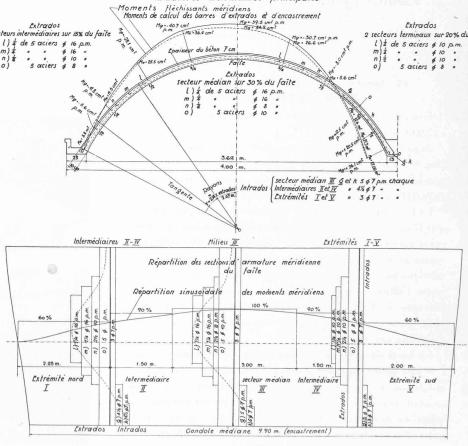


Fig. 6. Vue d'ensemble des quatre panneaux.



Armatures méridiennes principales

Figure 7. — En haut : moments méridiens et armature. — En bas : répartition sinusoïdale des efforts maxima.

Nous trouverions, par un calcul semblable, le second groupe

$$m_2 = + 0,90683 + 2,34612 i.$$

Les quatre caractéristiques sont par conséquent

$$\alpha_1 = 2,22736$$
  $\beta_1 = 0,95932$   $\alpha_2 = 0,90683$   $\beta_2 = 2,34612$ .

Elles nous permettent de calculer la forme littérale des constantes dérivées successives A et B, dont les premières sont

$$\begin{split} A_1^{(1)} &= +\ 2,22736\ A_1 - 0,95932\ B_1 \\ B_1^{(1)} &= +\ 0,95932\ A_1 + 2,22736\ B_1 \\ &\quad \text{etc.} \end{split}$$

toutes étant ainsi ramenées aux quatre inconnues  $A_1 \ B_1$  $A_2 B_2$ .

Nous pouvons maintenant chiffrer les conditions aux contours suivant les génératrices inférieures. Ce sont : D'abord, au bord libre.

La cimaise inflige à cette arête un moment d'encastrement

$$_{e}M_{o} = -0.01625 \text{ mt p. m.}$$

auquel s'ajoute une charge verticale

$$_{e}V_{o}=0.2325 \text{ t/m}$$

qui donne, dans le voile dont la naissance fait avec la verticale l'angle

$$\varphi_e = 64^{\circ} 47.4'$$
  $\sin \varphi_e = 0.90474$   $\cos \varphi_e = 0.42594$  un effort transhant radial

$$_{e}V_{o} \cdot \cos \varphi_{e} = + 0.09903 \text{ t/m}$$

et une traction méridienne

$$_{e}V_{o}\cdot\sin\,\varphi_{e} = +\ 0.21035\ t/m.$$

Le système isostatique donne, d'autre part, les efforts : poussée méridienne  $(N_{\varphi}) = -0.28176$  t/m tout le long effort tangentiel  $(N_{x\phi}) = (N_{\phi x}) = +3,45347$  t/m à x=0

dont l'annulation demande l'action d'efforts égaux en signes contraires.

Les termes constants des équations de condition au contour extérieur s'écrivent par conséquent

$$\begin{array}{lll} {}_\hbar M_{\rm ff} &= -0.01625~{\rm mt/m} \\ {}_\hbar Q_{\rm ff} &= +0.09903~{\rm t/m} \\ {}_\hbar N_{\rm ff}^{\rm ff} &= +0.49211~{\rm t/m} \\ {}_\hbar N_{x{\rm ff}} &= -3.45347~{\rm t/m}. \end{array}$$

On utilise les équations 1 à 4 du chapitre III, ce qui, tout étant ramené uniformément à l'unité tonne/mètre, et l'angle étant w = o, conduit aux quatre équations d'hyperstatiques

1) 
$$\left(\frac{l}{r} \, {}_{e} M \phi \right) \, {}_{e} A_{1} + {}_{e} A_{2} = -$$
 0,00797 t/m

3) 
$$({}_eN_{\Psi})$$
 — 4,04084  ${}_eA_1$  + 4,27350  ${}_eB_1$  + 4,68194  ${}_eA_2$  + + 4,25506  ${}_eB_2$  = + 0,49211 t/m

4) 
$$\begin{array}{l} (_{e}N_{x}\mathbf{p})-11,74379\,_{e}A_{1}+23,64930\,_{e}B_{1}+21,94807\,_{e}A_{2}-\\ -7,87462\,_{e}B_{2}=-3,45347\,\,\mathrm{t/m} \end{array}$$

qui admettent les solutions

$${}_{e}A_{1} = -0{,}38968 \qquad {}_{e}B_{1} = -0{,}68821 \qquad {}_{e}A_{2} = +0{,}38171 \\ {}_{e}B_{2} = +0{,}01678.$$

On peut désormais calculer l'état de contrainte du voile, selon les conditions d'établissement des formules ci-avant. On trouve en particulier :

au bord libre 
$$w = 0$$
  $e^{-\alpha w} = 1$  
$${}_eM_{\phi} = 2,03833 \text{ m} (-0,38968+0,38171) = -0,01625 \text{ mt/m}$$
 
$${}_eQ_{\phi} = -0,20775+0,30679 = +0,09904 \text{ t/m}$$
 
$${}_eN_{\phi} = -(+1,36644-1,85854) = +0,49210 \text{ t/m}$$
 
$${}_eN_{x\phi} = -1,64753(+7,10119-5,00491) = -3,45368 \text{ t/m}$$

ce qui correspond avec une exactitude à moins de 1 % près aux conditions posées. On trouve ensuite au bord opposé

$$\omega = 121^{\circ} 22.2' \quad e^{-\alpha_1 \omega} = 0.009 \quad e^{-\alpha_2 \omega} = 0.1463$$

chiffres qui marquent la grande différence d'amortissement des deux ondes superposées ; on obtient les efforts

$$_{i}M_{\Phi} = +$$
 0,01630 mt/m  $_{i}Q_{\Phi} = -$  0,13176 t/m  $_{i}N_{\Phi} = +$  0,32970 t/m  $_{i}N_{z\Phi} = +$  0,01918 t/m

l'amortissement est donc loin de suffire.

Les conditions au bord encastré n'intéressent pas le moment  $M_{\varphi}$ , mais une tangente au méridien, que nous supposerons immobilisée suivant sa direction par l'uniformité des charges sur les deux voiles solidaires. L'angle de naissance est 56° 38,3′ (sin=0,83466 et cos=0,65075), et les efforts immédiats, combinés à ceux à annuler dans le système isostatique, nous donnent les trois conditions (equations 2 à 4):

2) 
$${}_{i}A_{1}^{(1)} + {}_{i}A_{2}^{(1)} = +0.08812 \text{ t/m}$$

3) 
$$\begin{aligned} -\left[{}_{i}A_{1}^{(2)}+{}_{i}A_{2}^{(2)}\right] &=+0,13355+0,38875=+\\ &+0,52230\text{ t/m} \end{aligned}$$
 4) 
$$\frac{1}{\lambda}\left[{}_{i}A_{1}^{(1,3)}+{}_{i}A_{2}^{(1,3)}\right] &=-3,47341\text{ t/m}.$$

4) 
$$\frac{1}{\lambda} \left[ {}_{i}A_{1}^{(1,3)} + {}_{i}A_{2}^{(1,3)} \right] = -3,47341 \text{ t/m}.$$

La quatrième condition nous vient de la tangente immobilisée; c'est (équation 5, chapitre III)

5) 
$$(2-\lambda^2) \left( {}_{i}A_{1}^{(3)} + {}_{i}A_{2}^{(3)} \right) + \left( 2 - \frac{1}{\lambda^2} \right) \left( {}_{i}A_{1}^{(5)} + {}_{i}A_{2}^{(5)} \right) - \frac{1}{\lambda_2} \left( {}_{i}A_{1}^{(7)} + {}_{i}A_{2}^{(7)} \right) = 0.$$

Les quatre équations d'élasticité, qui résultent de ces schémas,

$$\begin{array}{l} +\ 2,22736\,{}_{i}A_{1}-0,95932\,{}_{i}B_{1}+0,90683\,{}_{i}A_{2}-\\ -2,34612\,{}_{i}B_{2}=+0,08812\\ -4,04084\,{}_{i}A_{1}+4,27350\,{}_{i}B_{1}+4,68194\,{}_{i}A_{2}+\\ +4,25506\,{}_{i}B_{2}=+052230\\ -11,74379\,{}_{i}A_{1}+23,64930\,{}_{i}B_{1}+21,94807\,{}_{i}A_{2}-\\ -7,87462\,{}_{i}B_{2}=-3,47341\\ +1316,216\,{}_{i}A_{1}+420,871\,{}_{i}B_{1}+825,537\,{}_{i}A_{2}+\\ +1457,262\,{}_{i}B_{2}=0 \end{array}$$

admettent les quatre solutions

$$_{i}A_{1}=-0.15976$$
  $_{i}B_{1}=-0.46001$   $_{i}A_{2}=+0.29201$   $_{i}B_{2}=+0.1173.$ 

On trouve ainsi les efforts:

au bord encastré

$$\begin{array}{lll} {}_{i}\!M_{\phi} = +\ 0.26957\ \mathrm{mt/m} & {}_{i}\!Q_{\phi} = +\ 0.08812\ \mathrm{t/m} \\ {}_{i}\!N_{\phi} = +\ 0.52231\ \mathrm{t/m} & {}_{i}\!N_{x\phi} = -\ 3.47345\ \mathrm{t/m} \end{array}$$
 et au bord opposé (bord libre)

$$_e M_{\Phi} = -$$
 0,01607 mt/m  $_e Q_{\Phi} = -$  0,12093 t/m  $_e N_{\Phi} = +$  0,19674 t/m  $_e N_{x\Phi} = -$  0,35392 t/m.

L'amortissement laisse donc, ici aussi, bien à désirer.

Il a fallu y parer. Une première méthode consiste à annuler les ondes au contour atteint en infligeant quatre conditions inverses, qui rectifient les constantes ; c'est la méthode la plus commode, puisqu'elle introduit simplement de nouveaux groupes de quatre équations simples à quatre inconnues chacune : on trouve ainsi, en réfléchissant au bord libre les ondes issues du bord encastré, les quatre constantes de rectification

$$\Delta_e A_1 = + 0.16715$$
  $\Delta_e B_1 = + 0.23355$   
 $\Delta_e A_2 = - 0.15926$   $\Delta_e B_2 = + 0.05317$ 

qui viennent corriger les quatre premières eA1 à eB2.

Le vrai moyen reste néanmoins de considérer les deux bords comme solidaires, puisque les dimensions du voile les font tels, et de calculer simplement les huit constantes simultanées  ${}_eA_1$  à  ${}_iB_2$ . Les équations sont sensiblement a lourdies par le fait que seulement

au bord principal 
$$e_{-\alpha\omega} = 1$$
 et  $\sin \beta \omega = 0$ 

tandis qu'au bord opposé les développements sont complets.

On trouve ainsi les huit équations qui donnent, après une résolution un peu laborieuse, les racines

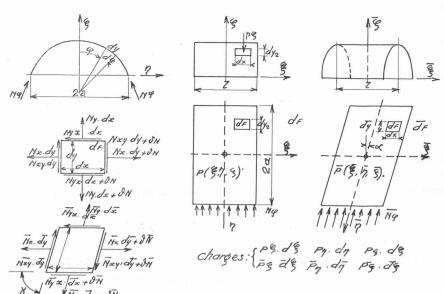


Fig. 8. — Conditions d'affinité dans les membranes.

$$\begin{array}{ll} {}_{e}A_{1}=-0{,}27135 & {}_{e}B_{1}=-0{,}52661 & {}_{e}A_{2}=+0{,}27230 \\ {}_{e}B_{2}=+0{,}05699 & \\ {}_{i}A_{1}=-0{,}15093 & {}_{i}B_{1}=-0{,}37742 & {}_{i}A_{2}=+0{,}19511 \\ {}_{i}B_{2}=+0{,}09347. & \end{array}$$

Ces chiffres sont sensiblement différents de ceux des deux calculs indépendants, qui avaient donné, en proportion,

$$_{e}A_{1} = 142 \%$$
  $_{e}B_{1} = 130 \%$   $_{e}A_{2} = 140 \%$   $_{e}B_{2} = 30 \%$   $_{i}A_{1} = 106 \%$   $_{i}B_{1} = 121 \%$   $_{i}A_{2} = 149 \%$   $_{i}B_{2} = 119 \%$ 

donc, sauf pour  $_eB_2$  qui est en soi-même très petite, des valeurs de 6 à 50 % trop élevées.

D'autre part, la rectification des constantes du bord libre a laissé une erreur moindre mais de signe inverse, ce qui est plus grave au point de vue de la sécurité, en donnant en définitive

$$_{e}A_{1} = -0.22253 (82 \%)$$
  $_{e}B_{1} = -0.45466 (86 \%)$   $_{e}A_{2} = +0.22245 (82 \%)$   $_{e}B_{2} = +0.06995 (121 \%)$ 

donc des résultats meilleurs en soi, mais inférieurs de 15 à 20 % à ceux du calcul par la solidarité.

Un point reste à éclaircir : l'effet de l'obliquité des têtes porteuses par rapport aux axes des voiles. Nous ne possédons pas de moyens mathématiques d'étudier cette influence sur le voile fléchi hyperstatique; l'image des efforts intérieurs y est trop compliquée par l'influence des déformations élastiques.

Le Dr Flugge propose d'étudier l'effet sur le même voile considéré comme membrane, ce qui ne doit pas altérer profondément la fidélité des résultats issus du régime effectif. Le procédé s'appuie sur les lois de l'affinité, suivant le modèle fourni par le prof. Dischinger dans le calcul des coupoles elliptiques (compensation des masses).

Supposons (fig. 8) une voûte cylindrique droite  $b \times 2a$ 

rapportée au système de coordonnées 0 (ξ, η, ζ); un élément

$$dF = dx \cdot dy$$

de cette coquille porte une charge extérieure définie par ses composantes suivant lesdits axes

$$p_{\mathbf{\xi}} = -dF = -p_{\mathbf{\eta}} \cdot dF = -p_{\mathbf{\zeta}} \cdot dF$$

L'élément dF subit, sur son contour rectangulaire, les efforts intérieurs

$$N_x \cdot dy \quad N_{xy} \cdot dy \quad N_y \cdot dx \quad N_{yx} \cdot dx$$

Ces efforts équilibrent les charges et se placent dans le feuillet médian du voile considéré comme membrane, et ceci au point de vue de translation et de rotation.

Soit maintenant une voûte, égale en tant que cylindre mais oblique à ses têtes, selon figure. Le parallélogramme  $b \times 2a$  de sa base est affine au rec-

tangle du voile droit, dont il est la projection oblique; les conditions de cette affinité sont

$$\overline{\xi} = \xi$$
  $\overline{\eta} = \eta : \cos \alpha$   $\overline{\zeta} = \zeta$ 

Si l'on désigne par

$$\overline{dx}$$
,  $\overline{dy}$  et  $\overline{dF}$ 

les dimensions du parallélogramme affine dessiné sur le cylindre oblique, en position projective avec  $dF=dx\cdot dy$  du cylindre droit, on a

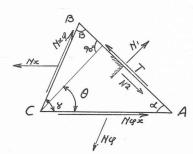


Fig. 9. — Directions des efforts principaux.

$$\overline{dx} = dx$$
  $\overline{dy} = dy : \sin \gamma$   $\overline{dF} = dH$ 

d'où résulte

$$\sin \gamma = dy : \overline{dy} = 1 : \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha \, \cos^2 \varphi}$$

puisque

$$\overline{dy} = dy \sqrt{1 + tg^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi}.$$

L'angle  $\alpha$ , entre projection des méridiens et axe du cylindre, étant donné par le plan de l'ouvrage, on calcule en tableau le produit  $tg^2\alpha \cdot \cos^2 \varphi$  au divers points du voile, là où l'on doit tracer les croix des efforts principaux (fig. 11); le rapport

$$\sin \gamma = \mathit{d} y : \overline{\mathit{d} y}$$

en résulte directement par calcul à la machine.

On détermine les efforts  $\overline{N}_x$  et  $\overline{N}_y$  rapportés à l'unité de la longueur qui leur est normale, par les formules

$$\overline{N}_x = N_x \frac{\overline{dx}/dx}{\overline{dy}/dy} = N_x \frac{dy}{\overline{dy}} \qquad \overline{N}_y = N_y \frac{\overline{dy}/dy}{\overline{dx}/dx} = N_y \frac{\overline{dy}}{\overline{dy}} \ .$$

L'effort tangentiel reste le même

$$\overline{N}_{xy} = N_{xy}$$
.

La transformation affine ne touche donc pas les efforts tangentiels, ce qu'on savait du reste du professeur D<sup>r</sup> W. Ritter.

Il a fallu encore tenir compte, dans le calcul des efforts, de la différence d'obliquité des têtes, ce qui produit une différence de portée des parallèles successifs relativement au faîte, avec correction corrélative.

Une fois déterminés tous ces efforts longitudinaux, méridiens et tangentiels, on a fixé les directions principales aux divers points, par la condition de Mohr (fig. 9)

$${\rm tg} \; 2\theta = \frac{ + N_{\phi} \cdot \sin 2\gamma + 2 N_{\phi x} \sin \gamma}{ + N_{x} + N_{\phi} \cos 2\gamma + 2 N_{\phi x} \cos \gamma}$$

puis les efforts principaux par

$$\begin{split} N_1 = + \frac{1}{\sin\gamma} & \bigg[ \frac{1}{2} \, \overline{N}_{\mathbf{x}} (1 - \cos 2\,\mathbf{\alpha}) \, + \, \frac{1}{2} \, \overline{N}_{\mathbf{\phi}} (1 - \cos 2\,\mathbf{\beta}) \, + \\ & + \, 2 \, \overline{N}_{\mathbf{\phi}\mathbf{x}} \sin \mathbf{\alpha} \, \sin \mathbf{\beta} \end{split} \bigg]. \end{split}$$

La valeur tg  $2\,\theta$  donne deux angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  qui diffèrent de 90°, et auxquels correspondent deux paires de valeurs  $\alpha$  et  $\beta$ 

$$\alpha = 90 - \theta$$
  $\beta = 90 + \theta - \gamma$ .

Les valeurs intéressantes concernent les efforts de traction dont la figure 10 montre l'intensité et la couverture.

L'effort de pression au milieu du faîte atteint  $N_x=-22.8~{\rm t/m}$ . Les efforts tangentiels, qui atteignent leur maximum à mi-hauteur des rives sud et nord, y passent par la valeur de  $N_{x\phi}=6.43~{\rm t/m}$ . C'est, dans notre cas (fig. 11 et 12), le chiffre le plus important pour l'armature, dont l'attache est naturellement délicate à réaliser ; on y a pourvu par une armature oblique largement distribuée et solidaire de l'armature tendue des bords inférieurs. L'amarrage des barres dans les poitrails terminaux a demandé des soins spéciaux.

L'armature méridienne se place presque entièrement à l'extrados de la voûte (fig. 7), qui se tient pratiquement en équilibre sur les trajectoires d'efforts principaux de la coque autoportante; cette position est celle d'un porte à faux, sauf aux environs de la gondole médiane, où règnent des moments positifs; le voile cylindrique tend donc à se refermer en diminuant son rayon de courbure, dans sa partie la plus étendue du moins.

Les armatures principales (fig. 13), qui répondent à la nature de poutre qui caractérise l'ensemble formé par la voûte autoporteuse, ont été préparées et posées comme l'indique le plan du panneau reproduit ci-contre. Mais à l'inverse de ce que l'on fait pour une poutre massive ordinaire, peu délicate en sa constitution et où on concentre toute la résistance à la traction dans la zone inférieure, on doit ici reprendre les efforts de traction aux

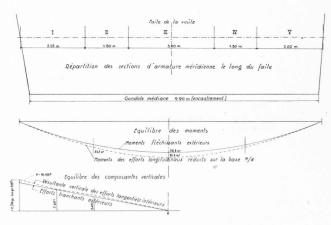
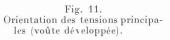


Fig. 16. — Grand panneau nord-est.

En haut : demi-plan et secteurs d'armature méridienne. Au milieu : moments fléchissants généraux extérieurs et intérieurs. En bas : efforts tranchants et résultantes verticales des cisaillements le long des méridiens.



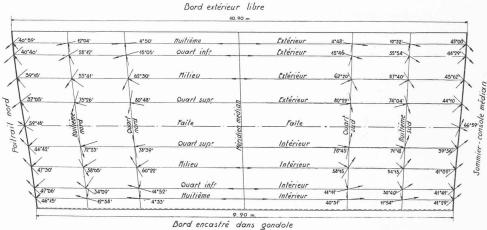


Fig. 12.
Trajectoires des tractions principales sur la voûte développée.

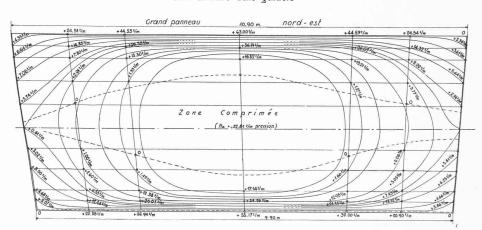


Fig. 10.
Couverture des tractions principales droites et obliques par les armatures.

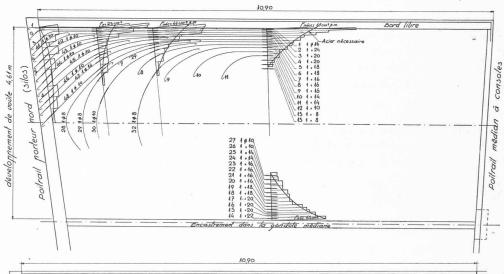
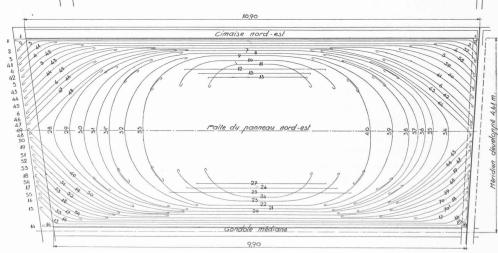


Fig. 13.
Développement des barres d'armatures principales.



lieux mêmes où ils se produisent. La «couverture» de ces tractions, tant droites qu'obliques, en fait foi (fig. 10, 14, 15).

L'équilibre général du système satisfait de manière correcte à celui des charges extérieures (fig. 16); on remarquera toutefois que le calcul se base sur le premier terme de la série, terme qui contient le facteur  $4/\pi$ ; le terme suivant serait négatif mais n'a pas pu être pris en considération faute de temps. Si donc on tient compte de cette majoration automatique, on constate une bonne concordance des résultats. Voici :

Equilibre intérieur de la voûte

Efforts longitudinaux  $N_x$ .

Traction 
$$Z = \Sigma \Delta F_a \cdot \sigma_{tr} = +56,760 \text{ t}$$
 Moyenne 54,96 t  
Pression  $D = \Sigma \Delta F_b \cdot \sigma_{rr} = -53,163 \text{ t}$   $\pm 3.3 \%$ 

Moment fléchissant extérieur

$$M_{\rm fl} = 1{,}920~{\rm t/m} \times \frac{10{,}55^2}{8} = 26{,}8~{\rm mt}$$

Moment de résistance (couple total des efforts  $N_x$ : + 39,750 mt)

$$M_r=\pi/4\times 39{,}750~\mathrm{mt.}=31{,}2~\mathrm{mt}=115~\%$$
du  $M_{\mathit{fl}^*}$ 

Equilibre le long des poitrails terminaux Charge totale du demi-voile

$$T = \frac{10,55 \text{ m}}{2} (0,250 \text{ t/m}^2 \cdot 4,320 \text{ m} + 0,175 \text{ t/m}^2 \cdot 3,625 \text{ m}) = 10,125 \text{ t}.$$

Résultante verticale des efforts tangentiels le long du poitrail

$$V = \sum_{\varphi_e}^{\varphi_t} N_{x\varphi} \cdot \sin \varphi \cdot \Delta s = + 14,200 \text{ t}$$
$$\frac{\pi}{4} \times V = 11,2 \text{t} = 110 \% \text{ de } T.$$

Fig. 47. — Comparaison du diagramme rectiligne de Navier aux efforts longitudinaux effectifs dans la voûte autoportante.

Contraintes probables

Epaisseur du béton 7 cm.

Armature du côté libre :

$$\begin{array}{l} 1\ 0\ 20\ +\ 1\ 0\ 24\ +\ 2\ 0\ 20\ +\ 2\ 0\ 18\ +\ 3\ 0\ 16\ +\ 2\ 0\ 14\ = \\ =\ 28,13\ \ \mathrm{cm^2} \end{array}$$

Moment d'inertie selon Navier (Phase II<sub>b</sub>):

$$J=2H\times {\rm Aire~planim\acute{e}tr\acute{e}e}=2\times 800~{\rm cm^2}\times 2280~{\rm cm^2}=$$
  
= 3 650 000 cm<sup>4</sup>.

Effort théorique dans le béton

$$\sigma_b = \frac{2680000 \text{ cm.kg} \times 38,0 \text{ cm}}{3650000 \text{ cm}^4} = 27,7 \text{ kg/cm}^2$$

dit dans l'armature tendue

$$\sigma_a = 10 \times 27.7 \text{ kg/cm}^2 \times 81.0/38.0 = 590 \text{ kg/cm}^2.$$

Tensions selon efforts principaux  $N_x$  dans l'armature tendue, à l'arête,

$$N_x \times \Delta S : F_a = 0.13 \text{ m} .63.0^t = 8.2^t$$

(trois premières barres) 
$$F_a = 2 \ 0.20 + 1 \ 0.24 = 10.8 \ \text{cm}^2$$
  
 $\sigma_a = 8.2 \ \text{t} : 10.8 \ \text{cm}^2 = 0.75 \ \text{t/cm}^2$   
 $\pi/4 \times 0.75 \ \text{t/cm}^2 = 0.59 \ \text{t/cm}^2$ 

dans le béton comprimé, au faîte,

$$N_x = -22.8 \text{ t/m}$$
  $F_b = 100 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} = 700 \text{ cm}^2$   
 $\sigma_b = 22.800 \text{ kg} : 700 \text{ cm}^2 = 32.8 \text{ kg}^2 \text{ cm}^2$   
 $\pi/4 \times 32.8 \text{ kg/cm}^2 = 27.9 \text{ kg/cm}^2$ .

Ainsi donc, et comme on devait s'y attendre dans un système extérieurement isostatique, la concordance entre les efforts calculés pour la poutre compacte et ceux constatés en fonction des efforts intérieurs, réserve faite du facteur de réduction  $\pi/4$ , se montre parfaitement suffisante pour les besoins d'une construction soignée.

L'effort tranchant le long des poitrails (effort tangentiel le long du méridien) atteint un maximum

$$\tau = 6430 \ {\rm kg \ p. \ m} : 700 \ {\rm cm^2 \ p. \ m} = 9.2 \ {\rm kg/cm^2}$$

chiffre important déjà, et qui justifie les précautions prises pour le tenir en équilibre.

La dépense d'acier atteint 210 kg par m³ de béton des voiles, ce qui par 19,5 k d'acier par m² de surface couverte.

Ces résultats nous font atteindre le but de cette étude du voile sans sommiers raidisseurs, tel que construit à Orbe. La présence de raidissements longitudinaux aurait créé de nouveaux contours solidaires, dont l'étude, fort complexe naturellement, ne se justifiait pas ici.