

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 66 (1940)
Heft: 23

Artikel: La propagation du coup de bélier dans une conduite de section variable
Autor: Haller, P. de
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-50676>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

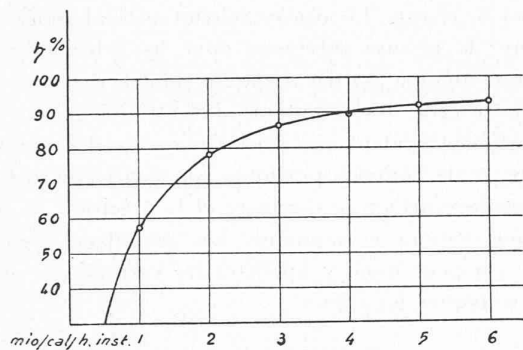


Fig. 15. — Rendement moyen annuel pour 1 km de conduite en fonction de la puissance installée.

ANNÉE	NOMBRE de		PUISS. INST. en CAL/H.	CONSOM. EN TONNES de CHARBON
	BÂTIMENTS	APPARTEMENTS		
1937	22	296	2 500 000	920
38	8	66	645 000	215
39	2	20	190 000	70
TOTAL A FIN 1939	32	382	3 335 000	1 205

Fig. 16. — Immeubles particuliers raccordés.

qui montre combien le rendement d'une conduite augmente avec les calories transportées. Il y a lieu de relever que si le nombre de bâtiments raccordés reste encore dans des limites modestes par rapport au nombre total des bâtiments lausannois, le nombre des calories fournies représente un total appréciable de tonnes de combustible. Il y a lieu de noter qu'aux chiffres du tableau (fig. 16) il faudrait ajouter la consommation des hôpitaux et d'un autre gros abonné, ce qui représente au total l'équivalent de 5500 tonnes de combustible.

Conclusions.

Le développement qu'a pris le chauffage à distance à Lausanne, première installation d'entreprise publique suisse, ainsi que les quelques années d'exploitation qu'il a maintenant derrière lui, nous permettent de porter un jugement sur cette solution nouvelle pour notre pays d'un problème qui dure depuis l'origine de l'humanité : le chauffage.

La situation actuelle, en rendant difficile nos possibilités de ravitaillement en combustible et en entraînant une hausse considérable des prix, n'a fait que poser de façon plus aiguë ce problème : l'utilisation rationnelle de l'énergie calorifique, que celle-ci provienne des excédents d'électricité, dont nous disposons à certaines périodes, ou de charbon que nous devons importer.

Le chauffage à distance est une solution qui permet une utilisation la plus complète possible de l'énergie électrique de déchet, et qui utilise dans les conditions les meilleures (avec les plus hauts rendements) les combustibles, même médiocres, que nous pouvons importer.

Des applications de ce système existent en Suisse,

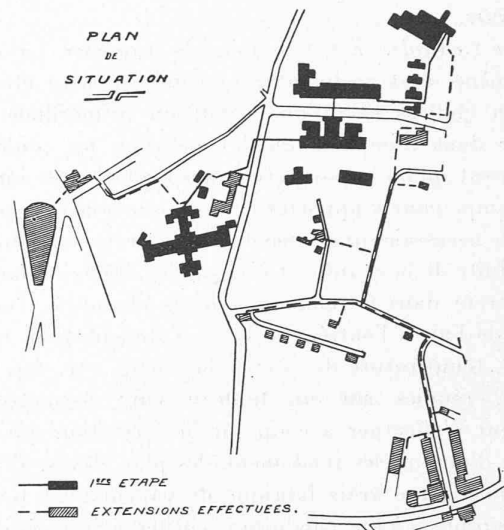


Fig. 8. — Réseau de chauffage urbain de Lausanne.

Autorisé officiellement le 6. 11. 1940, conformément à l'A. C. F. du 3. 10. 39.

notamment à Zurich (Centrale de l'Ecole polytechnique) et des études récemment faites à Berne et à Bâle montrent qu'on se rend compte actuellement un peu partout de l'intérêt de la voie où Lausanne s'est engagée.

Je tiens à remercier particulièrement ici MM. Dutoit, ingénieur et Barraud, dessinateur, qui ont collaboré à l'établissement des graphiques.

La propagation du coup de bélier dans une conduite de section variable

par P. de HALLER, ingénieur, Dr ès sciences techniques.

(Suite et fin.)¹

Reprenons maintenant la conduite de la figure 1, constituée par deux tronçons de diamètre constant reliés par un cône de raccordement de longueur L (fig. 6) et considérons une onde à front raide $F(z - \theta) = H$

¹ Voir Bulletin technique du 2 novembre 1940, p. 233.

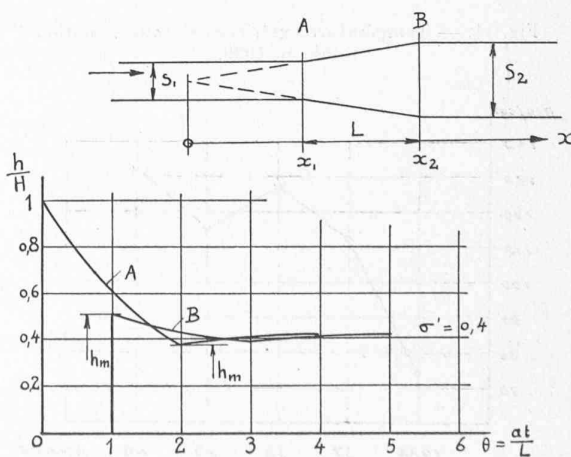


Fig. 6. — Suppressions dans un cône de raccordement divergent.

venant de la gauche. A gauche de A, les équations de la conduite cylindrique :

$$(29) \quad \begin{cases} h = H + f(z + \theta) \\ v = \frac{g}{a} [H - f(z + \theta)] \end{cases}$$

sont valables. De même, à droite de B, on a :

$$(30) \quad \begin{cases} h = P(z - \theta) \\ v = \frac{g}{a} P(z - \theta). \end{cases}$$

Entre A et B, dans le cône même :

$$(31) \quad \begin{cases} h = \frac{L}{z} [\Phi'(z - \theta) + \varphi'(z + \theta)] \\ v = \frac{gL}{az} [\Phi'(z - \theta) - \varphi'(z + \theta)] - \frac{gL}{az^2} [\Phi(z - \theta) - \varphi(z + \theta)]. \end{cases}$$

En A, la pression et la vitesse devront satisfaire à la fois aux équations (29) et (31), et en B, à (31) et (30) simultanément. Donc :

$$(32) \quad \begin{cases} H + f(z_1 + \theta) = \frac{L}{z_1} [\Phi'(z_1 - \theta) + \varphi'(z_1 + \theta)] \\ H - f(z_1 + \theta) = \frac{L}{z_1} [\Phi'(z_1 - \theta) - \varphi'(z_1 + \theta)] - \frac{L}{z_1^2} [\Phi(z_1 - \theta) - \varphi(z_1 + \theta)] \end{cases}$$

et :

$$\begin{aligned} P(z_2 - \theta) &= \frac{L}{z_2} [\Phi'(z_2 - \theta) + \varphi'(z_2 + \theta)] \\ P(z_2 - \theta) &= \frac{L}{z_2} [\Phi'(z_2 - \theta) - \varphi'(z_2 + \theta)] - \frac{L}{z_2^2} [\Phi(z_2 - \theta) - \varphi(z_2 + \theta)] \end{aligned}$$

et en éliminant f et P :

$$(33) \quad \alpha = 2z_1^2 \frac{H}{L} = 2z_1 \Phi'(z_1 - \theta) - \Phi(z_1 - \theta) + \varphi(z_1 + \theta)$$

$$(34) \quad 0 = 2z_2 \varphi'(z_1 + \theta) - \varphi(z_2 + \theta) + \Phi(z_2 - \theta).$$

Ces deux relations analogues aux équations (19) et (21) déterminent les fonctions φ et Φ . Il faut comme tout à l'heure introduire une suite enchaînée de fonctions : Φ_{2n-1} et φ_{2n} , valables chacune dans un intervalle de temps compris entre égal à $\frac{2L}{a}$. Nous nous bornerons à calculer Φ_1 et φ_1 . On a :

$$(35) \quad \begin{cases} \Phi_1 = \alpha e^{-\frac{1}{2} \frac{1}{e^{2z_1}} (z - \theta)} - \alpha \\ \varphi_1 = \alpha e^{\frac{1}{2z_2} (z + \theta)} + b e^{-\frac{1}{2z_1} (z + \theta)} - \alpha \\ a = \alpha \frac{z_2}{z_1 + z_2} e^{-\frac{1+z_2}{2z_2}} \quad b = \alpha \frac{z_1}{z_1 + z_2} e^{\frac{1+z_2}{2z_1}} \end{cases}$$

ce qui donne la pression en A, $z = z_1$:

$$(36) \quad h_A = H e^{-\frac{\theta}{z_1}} \quad 0 < \theta < 2$$

et en B, $z = z_2$:

$$(37) \quad h_B = H \frac{z_1}{z_2} \left[\frac{z_2}{z_1 + z_2} e^{\frac{1-\theta}{2z_1}} + \frac{z_2}{z_1 + z_2} e^{\frac{\theta-1}{2z_2}} \right] \quad 1 < \theta < 3.$$

La figure 6 montre h_A et h_B en fonction de θ lorsque $z_1 = 1$ et $z_2 = 2$; la pression atteint ici encore ses valeurs extrêmes aux instants $\theta = 1$ et $\theta = 2$, et tend ensuite rapidement vers la limite $\frac{2z_1^2}{z_1^2 + z_2^2}$. L'expression générale des extréma est :

$$(38) \quad h_{A_{max}} = H e^{-\frac{1}{z_1}} \quad h_{B_{max}} = H \frac{z_1}{z_2}.$$

Ces fonctions sont représentées graphiquement sur la figure 7 et comparées au facteur de réflexion limite $\sigma' = \frac{2S_1}{S_1 + S_2}$.

Un calcul tout semblable permet de traiter le cas d'une onde $p(z + \theta) = H$ arrivant de la droite. Les équations (32) et (33) deviennent :

$$(39) \quad 0 = 2z_1 \Phi'(z_1 - \theta) - \Phi(z_1 - \theta) + \varphi(z_1 + \theta)$$

$$(40) \quad \beta = 2z_2^2 \frac{H}{L} = 2z_2 \varphi'(z_2 + \theta) - \varphi(z_2 + \theta) + \Phi(z_2 - \theta).$$

Les deux premières fonctions φ_1 et Φ sont :

$$(41) \quad \begin{cases} \Phi_1 = \beta e^{-\frac{1}{2} \frac{1}{e^{2z_2}} (z - \theta)} - \beta \\ \Phi_1 = a e^{-\frac{1}{2z_2} (z - \theta)} + b e^{\frac{1}{2z_1} (z - \theta)} - \beta \\ a = \beta \frac{z_2}{z_2 + S_1} e^{\frac{z_1-1}{2S_2}} \quad b = \beta \frac{z_1}{z_2 + z_1} e^{\frac{1-z_1}{2z_1}} \end{cases}$$

On en déduit pour la pression en B, $z = z_2$:

$$(42) \quad h_B = H e^{\frac{\theta}{2z_2}} \quad 0 < \theta < 2$$

et en A, $z = z_1$:

$$(43) \quad h_A = H \frac{z_2}{z_1} \left[\frac{z_1}{z_2 + z_1} e^{\frac{\theta-1}{2z_2}} + \frac{z_2}{z_2 + z_1} e^{\frac{1-\theta}{2z_1}} \right].$$

Les charges extrêmes pour $\theta = 1$ et $\theta = 2$ ont pour expression :

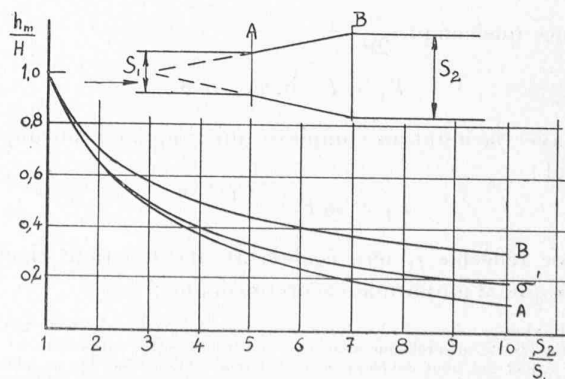


Fig. 7. — Valeurs maxima de la surpression dans un cône divergent.

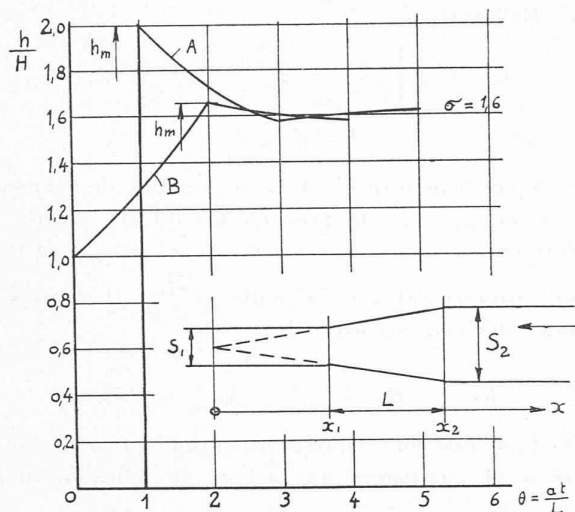


Fig. 8. — Surpressions dans un cône convergent.

$$(44) \quad h_{Amax} = H \frac{z_2}{z_1} \quad \text{et} \quad h_{Bmax} = H e^{\frac{1}{z_2}}.$$

Les figures 8 et 9 illustrent ces résultats.

On voit que la valeur limite $\sigma = \frac{2S_2}{S_1 + S_2}$ est très rapidement atteinte et que le maximum en B pour $\theta = 2$ en diffère déjà très peu. Ici encore, la pression au point le plus étroit A croît indéfiniment avec le rapport $\frac{S_2}{S_1}$; mais ce résultat ne doit pas être pris à la lettre à cause des restrictions à la base du calcul, qui cesse d'être valable lorsque $\frac{S_2}{S_1}$ est grand.

Nous avons au début de cette étude fixé deux valeurs limites entre lesquelles doit être compris le facteur de transmission $\sigma = \frac{F_2}{F_1}$.

$$\sigma = \frac{2S_1}{S_2 + S_1} \quad \text{ou} : \quad \sigma = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$$

suivant que l'onde incidente F_1 varie lentement ou au contraire brusquement. Nous allons chercher à préciser l'influence de la variation plus ou moins rapide du coup de bélier en supposant que l'onde incidente F_1 est une fonction sinusoïdale du temps, d'amplitude F et de fréquence quelconque $\frac{n}{2\pi}$:¹

$$F_1 = F \sin n(\zeta - \theta)$$

ou, avec la notation complexe qui simplifie beaucoup le calcul :

$$F_1 = in F \cdot e^{-in(\zeta - \theta)}$$

l'onde réfléchie f_1 sera également une fonction trigonométrique, d'amplitude encore inconnue :

¹ RAYLEIGH : *Loc. cit.* Vol. 2, p. 114. Voir également vol. 1, p. 235, où Rayleigh traite un problème analogue, relatif aux cordes vibrantes.

Le calcul que nous développons ici est semblable à celui des caractéristiques de haut-parleurs. Les conditions aux limites sont toutefois différentes. (Voir MAC LACHLAN : *Bessel Functions for Engineers*, p. 73 ff. Clarendon Press, Oxford 1934.)

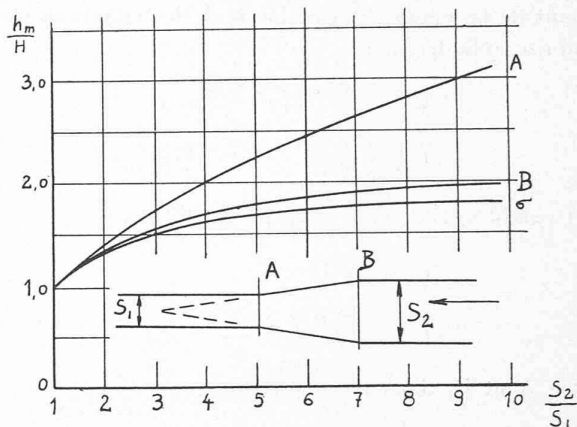


Fig. 9. — Valeurs maxima de la surpression dans un cône convergent.

$$f_1 = inf \cdot e^{in(\zeta + \theta)}$$

et au delà du raccordement F_2 aura la forme :

$$F_2 = in P \cdot e^{in(\zeta - \theta)}.$$

On vérifie aisément que dans le cône les solutions :

$$\Phi = -Ae^{-in(\zeta - \theta)} \quad \text{et} \quad \varphi = Be^{in(\zeta + \theta)}$$

satisfont à l'équation (7). Il reste à déterminer les constantes A, B, f, P . La condition de continuité de la pression et de la vitesse aux extrémités du cône fournit des relations, analogues au système (32) qui, par élimination de P et f , et par simplification, se réduisent à :

$$(46) \quad \begin{cases} 2 in \frac{F}{L} \frac{z_1^2}{L} = (2 in z_1 + 1) A + Be^{2in z_1} \\ 0 = (2 in z_2 - 1) e^{2in z_2} \cdot B - A. \end{cases}$$

Résolues, ces équations donnent :

$$(47) \quad \begin{cases} A = \frac{F}{L} \frac{2 in z_1^2 (2 in z_2 - 1)}{e^{-2in} - 4 n^2 z_1 z_2 + 2 in - 1} \\ B = \frac{F}{L} \frac{2 in z_1^2 e^{-2in z_2}}{e^{2in} - 4 n^2 z_1 z_2 + 2 in - 1} \end{cases}$$

L'amplitude de l'onde de pression au delà du raccordement est alors :

$$P = \frac{L}{z_2} [A + Be^{2in z_2}] = F \frac{-4 n^2 z_1^2}{e^{-2in} - 4 n^2 z_1 z_2 + 2 in - 1}$$

et par conséquent le facteur de transmission pour un raccordement divergent est :

$$(48) \quad \sigma = \frac{P}{F} = \frac{4 n^2 z_1^2}{1 + 4 n^2 z_1 z_2 - e^{-2in} - 2 in}.$$

Dans cette formule, la partie réelle donne le rapport des intensités de l'onde transmise et de l'onde incidente, tandis que la partie imaginaire caractérise le déphasage entre celles-ci. Seule la partie réelle nous intéresse ; elle s'exprime par :

$$(49) \quad \sigma = \frac{4n^2 Z_1^2 [1 + 4n^2 Z_1 Z_2 - \cos 2n]}{(1 + 4n^2 Z_1 Z_2 - \cos 2n)^2 + (2n - \sin 2n)^2}.$$

On vérifie aisément que si $n \rightarrow \infty$, $\sigma \rightarrow \frac{Z_1}{Z_2} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$ et

$$\text{si } n = 0 \quad \sigma = \frac{2Z_1^2}{1 + 2Z_1 Z_2} = \frac{2S_1}{S_1 + S_2}.$$

Ce sont là les valeurs limites trouvées d'autre part. En remplaçant dans (49) Z_1 par Z_2 , et réciproquement, on obtient le facteur de transmission pour un raccordement convergent :

$$(50) \quad \sigma' = \frac{4n^2 Z_2^2 [1 + 4n^2 Z_1 Z_2 - \cos 2n]}{(1 + 4n^2 Z_1 Z_2 - \cos 2n)^2 + (2n - \sin 2n)^2} = \sigma \cdot \frac{Z_2^2}{Z_1^2}$$

qui a pour limites : $\sqrt{\frac{S_2}{S_1}}$ et $\frac{2S_2}{S_1 + S_2}$

σ est donc une fonction de la fréquence n de l'onde incidente. Cette dernière a pour expression en un point quelconque de la conduite :

$$F_1 = F \sin(n\theta + \delta)$$

(δ est un angle de phase quelconque) ; nous avons posé $\theta = \frac{at}{L}$, la longueur d'onde λ sera donc par définition :

$$\lambda = L \frac{2\pi}{n} \quad \text{d'où :} \quad n = 2\pi \frac{L}{\lambda}$$

ainsi, σ dépend uniquement du rapport des sections d'entrée et de sortie du raccordement et de celui de la longueur d'onde du coup de bélier incident à la longueur du cône.

La figure 10 montre que lorsque la longueur d'onde λ dépasse 10 à 12L, les simples formules (3) sont suffisamment exactes ; ce n'est plus le cas lorsque λ est de l'ordre de grandeur de L .

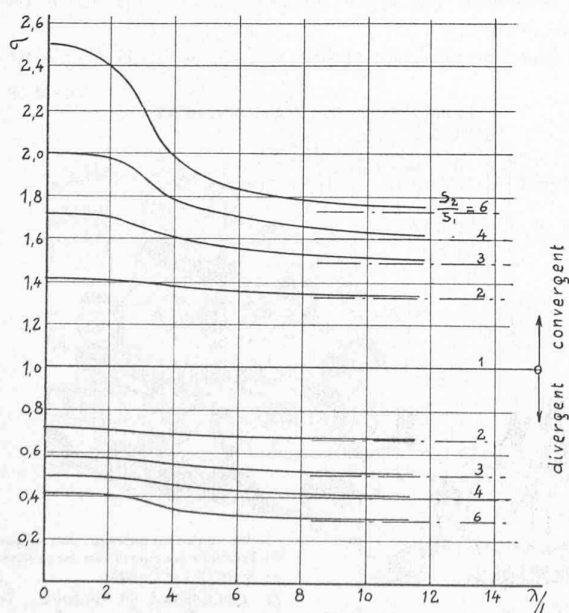


Fig. 10. — Facteur de transmission pour une onde incidente sinusoïdale de longueur d'onde λ .

On pourrait, par un calcul tout semblable, trouver l'expression du facteur de réflexion $\tau = \frac{f_1}{F_1}$; il est beaucoup plus aisé de le déduire de σ par le principe de la conservation de l'énergie. En effet, l'énergie moyenne transportée par unité de temps par une onde sinusoïdale est proportionnelle au carré de son amplitude et à la section de la conduite au point considéré, et comme l'énergie de l'onde incidente doit se retrouver dans l'onde transmise et l'onde réfléchie, on pourra écrire :

$$F_1^2 S_1 = F_2^2 S_2 + f_1^2 S_1 \quad \text{d'où :}$$

$$(51) \quad \tau^2 = 1 - \sigma^2 \frac{S_2}{S_1}.$$

On aura pareillement : $\tau'^2 = 1 - \sigma'^2 \frac{S_1}{S_2}$.

Ce facteur de réflexion est nul (fig. 11) lorsque la longueur d'onde est très petite : l'énergie de l'onde incidente se retrouve intégralement après le raccordement. Si la longueur d'onde est grande, par rapport à L , on retombe au signe près sur les formules (3). Le signe exact serait fourni par le calcul du déphasage que nous avons laissé de côté.

Conclusion.

Nous avons vu que, strictement parlé, il n'est pas possible d'assimiler un tronçon de conduite conique à une brusque variation de section ; au contraire, les ondes de pressions s'y propagent en suivant de tout autres lois, tant au point de vue des charges maxima qu'à celui de l'allure générale du phénomène. Le calcul montre que lorsque les variations de pression sont lentes, tout se passe à peu près comme si la section variait brusquement. Une onde de pression à front raide par contre donne lieu dans un raccordement convergent (c'est-à-dire dont la section diminue dans le sens de propagation de l'onde incidente) à des surcharges dépassant notablement celles auxquelles conduit l'hypothèse d'un passage brusque d'un diamètre à l'autre. Le cas le plus dangereux est celui où le cône est fermé à son extrémité la plus étroite. Le cône divergent, s'il se comporte en principe de même façon, ne produit pas de surcharge dangereuse.

Comme critère permettant de juger si une variation de pression donnée est lente ou rapide, on peut adopter la longueur d'onde λ , comparée à la longueur L du raccordement. Si le rapport $\frac{\lambda}{L}$ est plus grand que 8-10, l'onde

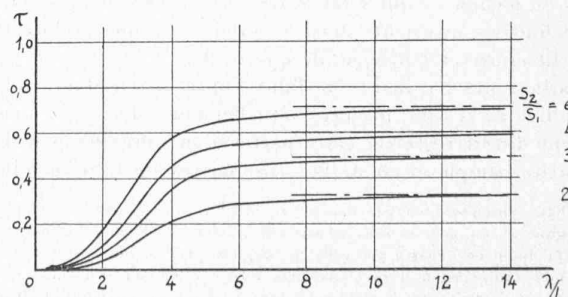


Fig. 11. — Facteur de réflexion pour une onde sinusoïdale.

est lente, s'il est plus petit, et spécialement s'il ne dépasse pas 2-3, sa variation est rapide et les formules que nous avons établies s'appliquent. Il nous reste à voir jusqu'à quel point ces résultats peuvent influencer les méthodes de calculs des ingénieurs, compte tenu du degré de précision habituel au technicien.

Pour fixer les idées, supposons qu'un collecteur d'usine ait environ 40 m de longueur. Si la vitesse de propagation des ondes est de 400-500 m/sec. (usine à basse pression) le temps $\frac{L}{a}$ sera de l'ordre de grandeur de $\frac{1}{10}$ de seconde.

Or les temps d'ouverture et de fermeture de turbines ou de pompes, lors de manœuvres normales, comportent toujours plusieurs secondes, souvent plusieurs dizaines de secondes, de sorte que la longueur d'onde (ou du moins celle du terme principal du développement de l'onde incidente en série trigonométrique) sera toujours beaucoup supérieure à L. Nous avons montré que dans ce cas les formules usuelles donnaient une bonne approximation.

Il n'en est plus de même si par suite d'une avarie ou d'une fausse manœuvre, ouverture ou fermeture brusque¹, il se produit une onde de pression à front raide qui donne naissance à des surcharges très nettes dans les cônes de raccordements. Il ne s'agit pas ici de sollicitations durables, mais seulement de pointes de pression dont la durée est de l'ordre de grandeur de $\frac{L}{a}$, soit environ $\frac{1}{10}$ de seconde dans l'exemple choisi. Elles en sont d'ailleurs d'autant plus dangereuses, à cause de l'effet dynamique de choc qu'elles produisent.

Cet exemple montre qu'il sera presque toujours légitime d'appliquer les formules (3) à un tronçon de conduite conique. Dans les installations destinées à fonctionner sous des conditions très dures, lorsque des coups de béliers brusques sont à craindre, il sera cependant prudent de vérifier les contraintes des parois en tenant compte de l'effet de concentration des cônes de raccordement. C'est au constructeur qu'incombe le soin de juger dans quels cas cette précaution est nécessaire.

URBANISME LAUSANNOIS

A la Cité.

On s'y agite et on s'y inquiète, on critique. — Ah ! qu'il y aurait donc de choses qui, elles, mériteraient d'être critiquées à Lausanne et environs, dans le domaine plastique². Mais on néglige ce qui serait essentiel ; on argumente à faux ; en définitive on oriente ainsi le public vers une architecture plus littéraire et sentimentale que réelle.

Parlant des bâtiments de l'îlot Fabre, sur le flanc sud de la colline de la Cité, masures actuellement démolies, d'aucuns croient devoir regretter cette partie d'un « premier plan harmonieux, simple et modeste ». Ils parlent de l'art de l'ingé-

¹ Nous entendons ici par manœuvre brusque une variation instantanée du régime et non pas, au sens qu'attribue Allievi à ce terme, une manœuvre dont la durée ne dépasse pas celle de la phase $\theta = 2L/a$.

² Voir l'impression d'un journaliste Suisse allemand (un Suisse quand même) sur l'urbanisme à Lausanne dans le *Luzerner Tagblatt* du 30 octobre 1940.

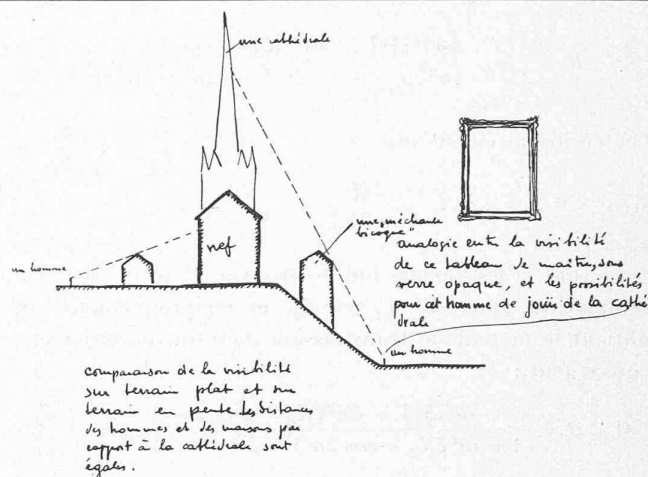


Fig. 1.

nieur moderne, qui ne connaît aucune difficulté technique et qui, pensent-ils, aurait pu aisément reconstruire des bâtisses sur le plan incliné.

Or, si tout le premier plan, formé par les « méchantes bicoques » dont parle Jean Peitrequin est certainement simple et modeste, il forme, à l'exception de l'Evêché, qui est digne d'un véritable intérêt, un tout peu harmonieux, tant s'en faut ; et, si l'ingénieur moderne — hélas ! peut-être — ne connaît aucune difficulté technique, l'artiste connaît et entend résoudre les difficultés d'ordre plastique.

On a regretté, avec raison, d'avoir dénudé de trop nombreuses cathédrales, non pas à la vérité parce que *a priori*, il serait nécessaire d'égrener des maisonnettes autour des cathédrales, mais parce que, dans beaucoup de cas, ces maisonnettes, tout en garantissant l'échelle, donnent sa base à l'image de la cathédrale.

Mais on aurait tort de faire d'un sage principe une recette de cuisine applicable à toutes les cathédrales. Voyons l'esprit et non la lettre.

On peut avancer d'une façon générale qu'une cathédrale sur terrain plat a besoin de petits éléments qu'elle puisse dominer. Ces petits éléments, du reste, ne cachent pas l'édifice (voir fig. 1, partie gauche). Il n'en est pas de même quand une cathédrale est située sur une colline (voir fig. 1, partie droite et fig. 2).

Il faut une base, sans doute, mais la meilleure base n'est-elle

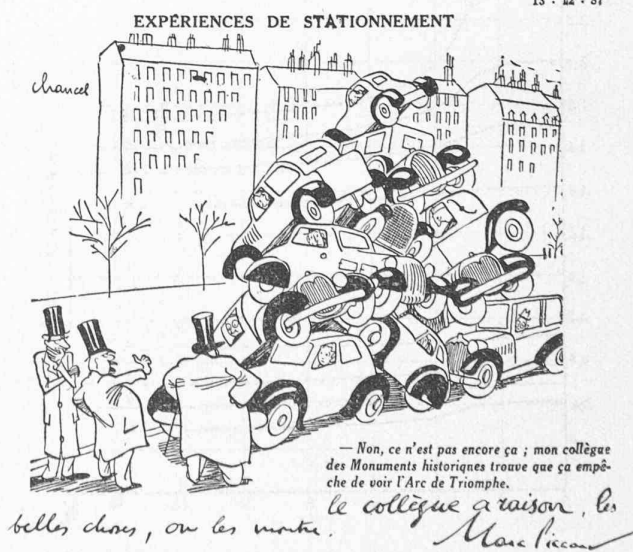


Fig. 2. — Coupure de journal.