

Zeitschrift:	Bulletin technique de la Suisse romande
Band:	64 (1938)
Heft:	26
Artikel:	Le mouvement de l'eau dans les massifs pulvérulents
Autor:	Favre, H.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-49257

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 08.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 12 francs

Etranger : 14 francs

Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 10 francs

Etranger : 12 francs

Prix du numéro :

75 centimes.

Pour les abonnements
s'adresser à la librairie
F. Rouge & Cie, à Lausanne.

Paraissant tous les 15 jours

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale. — Organe de publication de la Commission centrale pour la navigation du Rhin.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président: R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président: M. IMER, à Genève ; secrétaire: J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg*: MM. L. HERTLING, architecte ; A. ROSSIER, ingénieur ; *Vaud*: MM. C. BUTTICAZ, ingénieur ; E. ELSKES, ingénieur ; EPITAUX, architecte ; E. JOST, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte ; *Genève*: MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; E. ODIER, architecte ; CH. WEIBEL, architecte ; *Neuchâtel*: MM. J. BÉGUIN, architecte ; R. GUYE, ingénieur ; A. MÉAN, ingénieur cantonal ; *Valais*: MM. J. COUCHEPIN, ingénieur, à Martigny ; J. DUBUIS, ingénieur, à Sion.

RÉDACTION : H. DEMIERRE, ingénieur, 11, Avenue des Mousquetaires,
LA TOUR-DE-PEILZ.

ANNONCES

Le millimètre sur 1 colonne,
largeur 47 mm :
20 centimes.

Rabais pour annonces
répétées.

Tarif spécial
pour fractions de pages.

Régie des annonces :
Annonces Suisses S.A.
8, Rue Centrale (Pl. Pépinet)
Lausanne

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE
A. DOMMER, ingénieur, président ; G. EPITAUX, architecte ; M. IMER ; A. STUCKY, ingénieur.

SOMMAIRE : *Le mouvement de l'eau dans les massifs pulvérulents*, par M. H. FAVRE, professeur à l'Ecole polytechnique fédérale, à Zurich. — *Les trolleybus à Lausanne*, par M. FATIO, ingénieur, chef de service aux Tramways lausannois. — *Conférences de « statique » à l'Ecole polytechnique fédérale*. — *NÉCROLOGIE* : Alfred Tzaut. — *BIBLIOGRAPHIE* — *SERVICE DE PLACEMENT*. — *DOCUMENTATION*.

Le mouvement de l'eau dans les massifs pulvérulents,

par M. H. FAVRE,
professeur à l'Ecole polytechnique fédérale, à Zurich¹.

Un massif est dit « pulvérulent » lorsqu'il est constitué par des éléments solides (sables, cailloux) n'ayant aucune adhérence ou cohésion entre eux. Ces éléments ne sont retenus en contact les uns des autres que par leur pression mutuelle et par le frottement qui en résulte.

Un des principaux problèmes d'hydrodynamique qui se pose à l'ingénieur est celui du mouvement de l'eau dans les massifs pulvérulents.

Ce problème est important pour deux raisons.

Tout d'abord sa solution nous renseigne sur les débits et les surfaces libres des eaux souterraines. Ensuite la connaissance du mouvement de l'eau permet de déterminer les forces avec lesquelles ce liquide sollicite les éléments solides constituant les massifs et de contribuer ainsi à l'étude de leur stabilité.

L'objet du présent exposé est d'indiquer les lois régissant l'écoulement dans les massifs pulvérulents.

Nous examinerons en premier lieu quelles sont les forces qui sollicitent l'eau en mouvement à l'intérieur d'un massif.

Dans une seconde partie, nous développerons la

méthode de calcul qui permet de résoudre toute une classe de problèmes pratiques, celle relative aux phénomènes à deux dimensions.

Enfin, dans une dernière partie, nous montrerons qu'il est possible de reproduire à échelle réduite le mouvement des eaux souterraines, ce qui permet d'appliquer les méthodes si fructueuses de la similitude mécanique à la résolution de nombreux problèmes pratiques.

Les forces régissant le mouvement des eaux souterraines.

Nous supposerons qu'au-dessous de la surface libre l'eau en mouvement remplisse complètement les pores du massif pulvérulent et que la forme et la disposition dans l'espace de ces pores est isotrope. Considérons un élément de volume dV contenant un grand nombre d'éléments solides, mais cependant suffisamment petit pour qu'il soit possible d'admettre que les caractéristiques du mouvement varient peu à son intérieur (fig. 1).

Soit n le rapport du volume des vides situés à l'intérieur de dV , à ce volume lui-même.

L'eau contenue dans cet élément aura un volume égal à $n.dV$ et une masse égale à $\frac{\gamma}{g} \cdot n \cdot dV$, où γ désigne le poids spécifique de l'eau, g , l'accélération de la pesanteur. Les forces agissant sur cette masse liquide élémentaire sont les suivantes :

1. *La pesanteur*, qui est une force verticale dirigée de haut en bas et égale à

$$n.dV.\gamma$$

(fig. 2). Cette force passe par le centre de gravité A de la masse d'eau considérée.

¹ Communication faite aux « Journées de mécanique des terres », à l'Ecole polytechnique fédérale, du 28 au 31 mars dernier. — Le compte rendu de ces « Journées » vient de paraître sous la forme d'un beau volume richement illustré, dont nous parlons plus loin, sous la rubrique « Bibliographie ». — Réd.

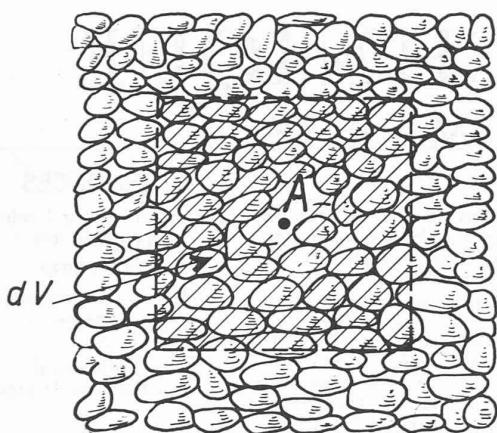


Fig. 1

2. Une force provenant des *pressions normales* qu'exercent les éléments solides contenus dans dV sur la masse liquide. Cette force passe sensiblement par A ; sa direction est normale à la surface d'égale pression p du liquide passant par ce point, son sens est celui des pressions décroissantes, sa grandeur est

$$n \cdot dV \frac{dp}{ds},$$

où ds désigne la distance AA' du point A à la surface d'égale pression $p + dp$ très voisine de la surface p .

3. Une force due aux *efforts tangentiels* qu'exercent les éléments solides contenus dans dV sur la masse liquide. Cette force est tangente en A à la ligne de courant passant par ce point, mais dirigée en sens inverse de la vitesse. Si nous admettons que le mouvement est *laminaire*, hypothèse qui correspond à la réalité toutes les fois que

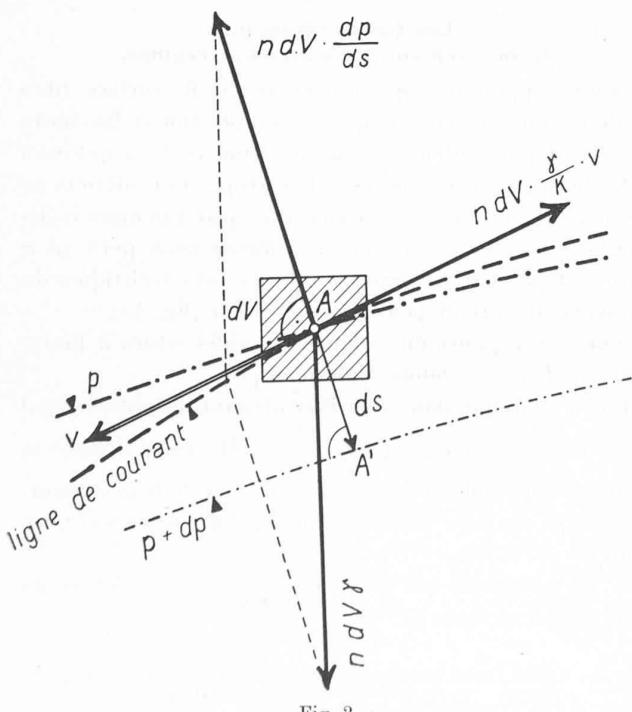


Fig. 2

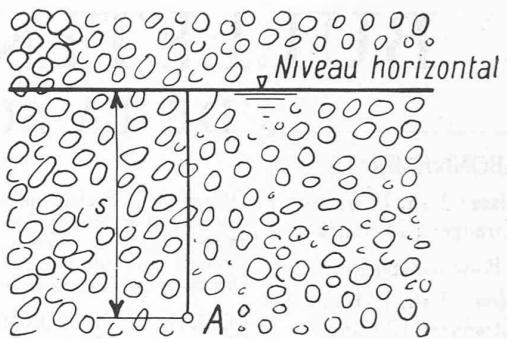


Fig. 3

les éléments solides ne sont pas trop gros, cette force est proportionnelle à la vitesse de filtration v (Filtergeschwindigkeit), au volume liquide ndV et à un coefficient que nous désignerons, pour nous conformer aux notations en usage, par $\frac{\gamma}{K}$, où K dépend des éléments constituant le massif. L'expression de cette force est donc :

$$n \cdot dV \cdot \frac{\gamma}{K} \cdot v.$$

Les trois forces ainsi définies se font équilibre, car dans le mouvement considéré les vitesses sont si faibles que l'accélération est négligeable. Par suite, la force due au frottement $n \cdot dV \cdot \frac{\gamma}{K} \cdot v$ est égale, mais de sens contraire, à la résultante des deux autres forces¹.

Cas particuliers.

1. Supposons la vitesse nulle (état d'équilibre statique). Les deux premières forces agissent seules. Comme elles

¹ A la figure 2, le vecteur représentant la force de frottement a été par erreur dessiné trop grand.

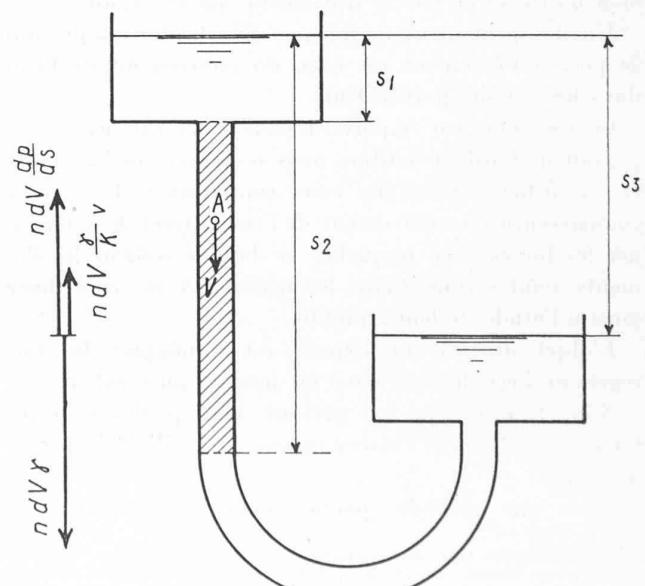


Fig. 4

sont en équilibre et que la première (pesanteur) est verticale, on voit que *les surfaces d'égale pression sont horizontales* et que la loi régissant les pressions est donnée par l'équation

$$n dV \cdot \gamma = n dV \frac{dp}{ds}, \text{ c'est-à-dire } \frac{dp}{ds} = \gamma;$$

d'où, en intégrant

$$p = \gamma s + p_0$$

où s désigne la profondeur mesurée au-dessous de la surface libre et p_0 , la pression atmosphérique (fig. 3).

2. Supposons le massif limité par une conduite verticale en communication avec deux bassins de niveaux différents (fig. 4). En un point quelconque A du massif, la vitesse est verticale, dirigée vers le bas. La force $n dV \frac{\gamma}{K} v$ est donc aussi verticale, mais dirigée vers le haut. D'autre part, $n dV \gamma$ est également verticale. Par suite, la force $n dV \frac{dp}{ds}$ est elle-même verticale. La condition d'équilibre donne :

$$\begin{aligned} n dV \frac{dp}{ds} + n dV \frac{\gamma}{K} v &= n dV \gamma, \text{ c'est-à-dire} \\ \frac{dp}{ds} &= \gamma - \frac{\gamma}{K} v; \end{aligned}$$

d'où, en intégrant

$$p = \gamma s - \frac{\gamma}{K} v s + C.$$

Nous avons les deux conditions

$$1) \quad s = s_1, \quad p = \gamma s_1 = \gamma s_1 - \frac{\gamma}{K} v s_1 + C,$$

$$2) \quad s = s_2, \quad p = \gamma(s_2 - s_3) = \gamma s_2 - \frac{\gamma}{K} v s_2 + C.$$

La première condition donne

$$C = \frac{\gamma}{K} v s_1,$$

d'où, en introduisant la valeur de C dans la seconde :

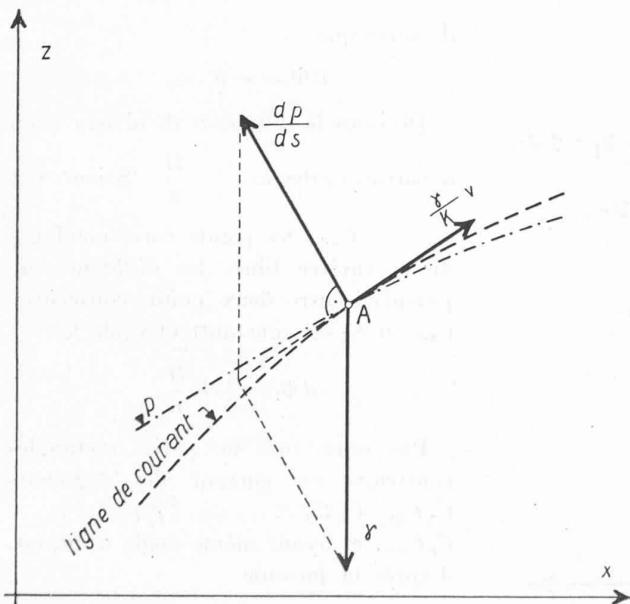


Fig. 5

$$\gamma(s_2 - s_3) = \gamma s_2 - \frac{\gamma}{K} v s_2 + \frac{\gamma}{K} v s_1,$$

$$v = K \frac{s_3}{s_2 - s_1}.$$

Et, en posant $\frac{s_3}{s_2 - s_1} = J$, il vient finalement $v = KJ$.

C'est la relation donnée par Darcy.

Revenons au cas général. Les trois forces indiquées à la figure 2 sont proportionnelles au volume liquide $n dV$. Pour étudier les conditions d'équilibre de ces forces, on peut choisir $n dV = 1$, ce qui simplifie les expressions (fig. 5).

Il est également commode d'introduire la notation vectorielle. Choisissons, dans le plan défini par les trois forces, un système cartésien x, z dont l'axe z est vertical (fig. 5 et 6).

1. La force de pesanteur γ peut être représentée par le vecteur $-\gamma \text{ grad } z$. $\text{Grad } z$ est en effet un vecteur parallèle à l'axe z , de même sens que celui des z positifs et dont la grandeur est égale à l'unité.
2. La force provenant des *pressions normales* est représentée par le vecteur $-\text{grad } p$, car par définition $\text{grad } p$ est un vecteur perpendiculaire à la surface $p = \text{const.}$, dirigé dans le sens des pressions croissantes et dont la grandeur est égale à $\frac{dp}{ds}$, ds étant la distance du point A à la surface $p + dp$ (voir fig. 2).
3. Enfin, la force provenant des *efforts tangentiels* sera représentée par le vecteur $-\frac{\gamma}{K} v \text{ grad } z$,

où v désigne le vecteur-vitesse au point A .

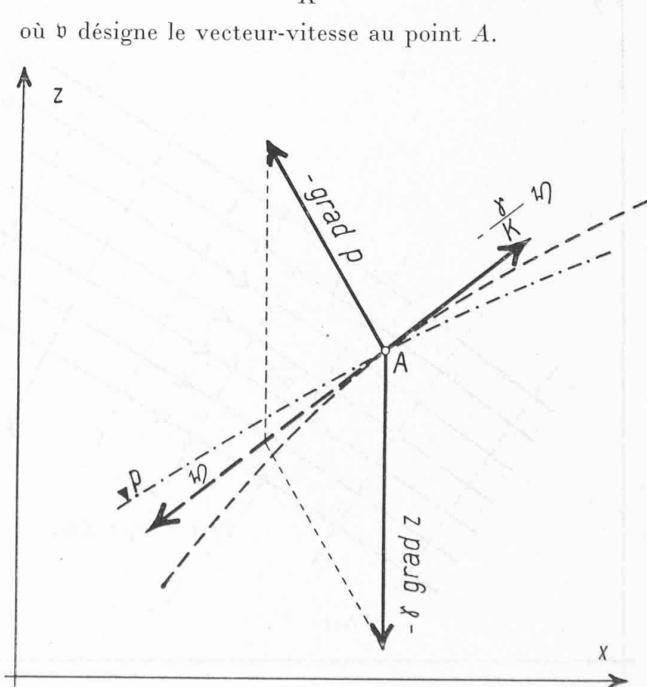


Fig. 6

Dès lors, les conditions d'équilibre sont résumées par l'équation vectorielle

$$-\gamma \operatorname{grad} z - \operatorname{grad} p - \frac{\gamma}{K} v = 0,$$

que l'on peut écrire également

$$(1) \quad v = \operatorname{grad} \left[-K(z + \frac{p}{\gamma}) \right]$$

Méthode des lignes équipotentielles pour le tracé des lignes de courant dans le cas où le mouvement est à deux dimensions.

Posons, dans l'équation précédente,

$$(2) \quad -K(z + \frac{p}{\gamma}) = \Phi,$$

$$(3) \quad \text{d'où} \quad v = \operatorname{grad} \Phi.$$

On dit, dans ces conditions, que la vitesse v dérive du potentiel Φ .

Comme par définition $\operatorname{grad} \Phi$ est un vecteur perpendiculaire à la surface $\Phi = \text{const.}$ passant par le point considéré, la vitesse v jouit de cette même propriété. Par suite, « les lignes de courant » ou « trajectoires des vitesses » sont perpendiculaires aux surfaces $\Phi = \text{const.}$ On désigne également ces dernières sous le nom de *surfaces équipotentielles*.

Supposons le phénomène permanent et à deux dimen-

sions. Examinons le courant compris entre deux plans parallèles dont la distance est égale à l'unité. Les surfaces $\Phi = \text{const.}$ seront déterminées par leurs traces $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n+1}$ sur un de ces plans (fig. 7).

Caractérisons une ligne de courant quelconque par le débit ψ du liquide situé au-dessous de la surface cylindrique perpendiculaire à x, z et ayant cette ligne pour directrice.

Dans ces conditions, le débit relatif à un « tube » défini par deux lignes de courant quelconques sera égal à la différence de leurs caractéristiques.

Considérons deux lignes de courant voisines ψ_i et $\psi_i + d\psi_i$ et deux équipotentielles Φ_i et $\Phi_i + d\Phi_i$ encadrant un point A (fig. 8). Soient ds_1 et ds_2 les côtés du rectangle infinitésimal ainsi défini.

La grandeur de la vitesse de filtration au voisinage du point A est

$$\nu = |v| = |\operatorname{grad} \Phi| = \frac{d\Phi}{ds_2}.$$

D'autre part le débit $d\psi_i$ du liquide compris entre ψ_i et

$\psi_i + d\psi_i$ est $d\psi_i = \nu \cdot ds_1 = \frac{d\Phi_i}{ds_2} \cdot ds_1$, d'où, en posant

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ds_1}{ds_2}:$$

$$(4) \quad d\psi_i = \operatorname{tg} \alpha \cdot d\Phi_i$$

Considérons maintenant, à titre d'exemple, une digue constituée par un massif pulvérulent homogène reposant sur une couche horizontale imperméable (fig. 9).

Supposons que l'on connaisse la position de la surface libre. Le potentiel Φ a pour expression, le long de cette surface, où $p = p_o$:

$$\Phi = -K(z + \frac{p_o}{\rho}),$$

de sorte que

$$d\Phi = -K \cdot dz.$$

Divisons la différence de niveau H en n parties égales $dz = -\frac{H}{n}$. Soient C_1, C_2, \dots, C_{n+1} les points correspondants de la surface libre. La différence de potentiel entre deux points consécutifs C_{i+1} et C_i est constante et égale à

$$d\Phi_i = +K \frac{H}{n}.$$

Par suite, tous les petits rectangles construits en partant des segments $C_1 C_2, C_2 C_3, \dots, C_i C_{i+1}, \dots, C_n C_{n+1}$ et ayant même angle α auront, d'après la formule

$$d\psi_i = \operatorname{tg} \alpha \cdot d\Phi_i$$

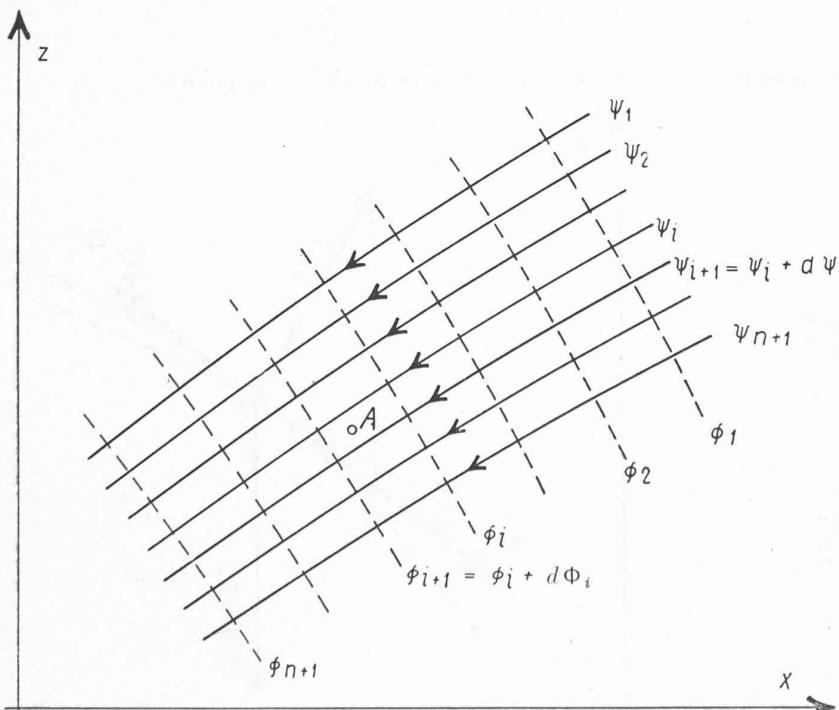


Fig. 7

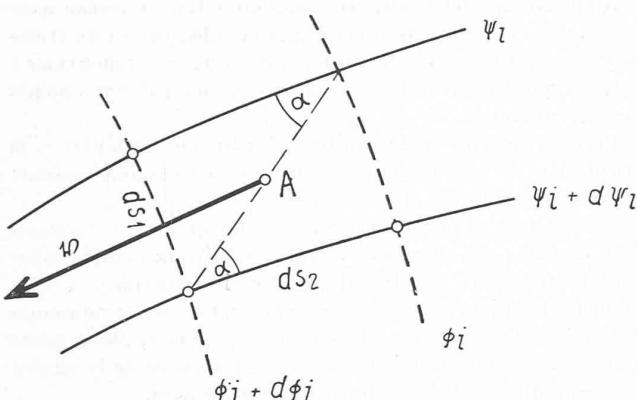


Fig. 8

le même débit élémentaire $d\psi_i = + \operatorname{tg} \alpha K \frac{H}{n}$. Les côtés de ces rectangles opposés à la ligne C_1, \dots, C_{n+1} seront donc eux aussi sur une ligne de courant dont on connaîtra, aux points $C'_1, C'_2, \dots, C'_{n+1}$, la valeur du potentiel. Celui-ci est en effet le même en C'_1 qu'en C_1 , en C'_2 qu'en C_2 , etc., car $C_1 C'_1, C_2 C'_2, \dots, C_n C'_n$ se trouvent sur des équipotentielles, puisque ces éléments sont perpendiculaires à la trace de la surface libre qui est une ligne de courant.

En résumé, il est donc possible, connaissant la surface libre, de construire graphiquement la ligne de courant voisine et d'obtenir sur cette ligne la répartition du potentiel. Partant de ce résultat, on pourra ensuite trouver, par la même méthode, la ligne de courant suivante et ainsi de suite.

La dernière ligne de courant ainsi obtenue doit coïncider avec la surface de la couche imperméable.

Le débit total est donné par la somme des débits des tubes de courant, soit $\Sigma d\psi = \operatorname{tg} \alpha \cdot K \cdot H$.

Remarquons que le profil du parement amont est une équipotentielle, car le long de cette ligne $\Phi = -K(z + \frac{P}{\rho})$ est constant. Par suite, les lignes de courant sont normales au parement. Pour la même raison, les lignes de courant sont normales à la surface du perré du canal de drainage où elles aboutissent.

Supposons maintenant que l'on ne connaisse pas le profil de la surface libre. On peut alors choisir ce profil arbitrairement et faire la construction des lignes de courant indiquée. Si une des lignes ainsi obtenues coïncide

avec la surface de la couche imperméable, le problème est résolu. Si ce n'est pas le cas, il faut modifier le profil choisi pour cette surface jusqu'à ce que la coïncidence ait lieu.

Tel est le principe de la méthode. Son application peut varier beaucoup d'un cas à l'autre, selon les conditions aux limites.

(*A suivre.*)

Les trolleybus à Lausanne¹

par M. FATIO, ingénieur,
chef de service aux Tramways lausannois.

Le réseau de tramways exploité dès 1896 par la Société des Tramways Lausannois atteint actuellement, y compris les lignes vicinales de Montheron et de Moudon, une longueur totale d'environ 65 km.

En 1929, un certain nombre de lignes d'autobus sont venues s'ajouter au réseau tramways pour desservir des régions à faible densité de trafic, telles que Saint-Sulpice, Ecublens, Crissier, Bussigny, Belmont, les Mousquines, la Cité-Bellevaux. Ce réseau est assez étendu puisqu'il compte environ 48 km. La figure 1 représente le centre de ces réseaux tramways et autobus.

En 1932, la Société a mis en exploitation une ligne de trolleybus destinée, en premier lieu, à relier Ouchy à la Gare CFF, par l'avenue de La Harpe (fig. 2), à la suite d'une modification de tracé de la ligne de tramways Ouchy—Saint-François et, en second lieu, à servir de champ d'expérience, ce nouveau mode de transport paraissant apte à rendre de grands services à Lausanne où l'on devait envisager, dans un délai assez rapproché, le renouvellement d'un certain nombre de kilomètres de voies usées et de voitures déjà très anciennes.

Pour être exact, signalons que l'idée d'équiper un véhicule automobile d'un moteur électrique alimenté par une ligne aérienne date déjà d'une trentaine d'années. Citons, pour mémoire, l'électrobus de Fribourg à Favargny, dont la prise de courant consistait en un chariot roulant sur les deux fils positif et négatif. Ces premières expériences n'ont pas eu tout le succès attendu, car, à l'époque, la technique automobile n'avait pas atteint le degré de perfection actuel. D'autre part, les chaussées étaient, pour la plupart, dans un état déplorable. Les pneus revenaient très chers et s'usaient très rapidement.

Après quelques années de tâtonnements, le trolleybus s'est développé et a pris actuellement une grande extension. Plusieurs pays étrangers l'ont adopté et l'on compte maintenant

¹ D'après une conférence faite à la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes par M. R. Bourgeois, directeur de la Société des Tramways lausannois.

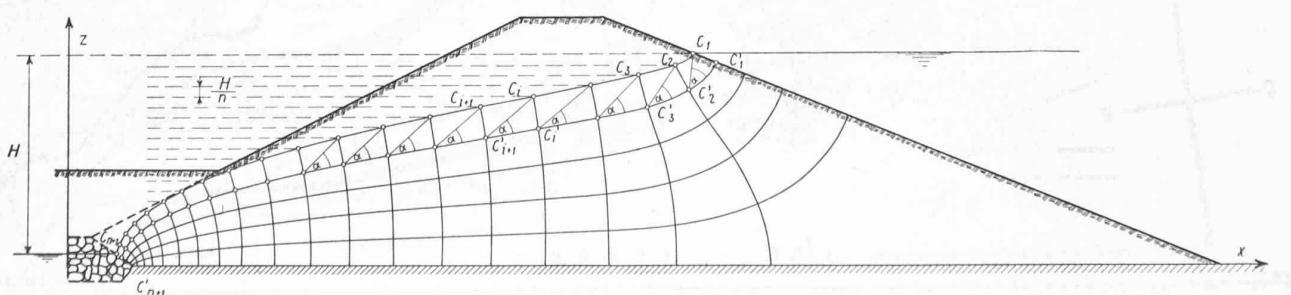


Fig. 9