

Méthode graphique générale de calcul des propagations d'ondes planes

Autor(en): [s.n.]

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **64 (1938)**

Heft 13

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-49207>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Méthode graphique générale de calcul des propagations d'ondes planes¹.

Les lecteurs du « Bulletin technique » sont au courant des travaux de *Læwy*, *Schnyder* et *Bergeron* qui ont développé une élégante méthode graphique de calcul des ondes planes de coup de bélier dans les systèmes hydrauliques les plus divers. Il y eut même, à ce sujet, quelques discussions entre partisans des méthodes graphiques et analytiques. Nous sommes d'autant mieux placé pour apprécier la grande valeur de la méthode graphique, que nous avons nous-même exposé, en 1933, une méthode analytique générale². C'est dire l'intérêt que nous avons pris à lire deux travaux récents de *Bergeron*¹ relatifs à l'extension de la méthode graphique au calcul de tout un ensemble de phénomènes physiques très divers : ondes de déformations élastiques, vibration des cordes, ondes électri-

ques, etc., qui sont tous caractérisés par le fait, qu'en première approximation, ils peuvent être représentés par une propagation d'ondes planes le long d'un support quelconque : corps prismatique, corde, câble. On voit immédiatement, sans grand effort d'imagination, le lien qui doit joindre ces phénomènes très divers aux phénomènes de coups de bélier, qui furent à l'origine de la méthode : les ondes hydrauliques se propagent sans déformation sensible, le long de leur support qui est le complexe formé par la conduite forcée et par le liquide qu'elle contient. Rappelons enfin que *Favre*¹ avait déjà signalé, dans son travail sur les ondes dans des canaux découverts, qu'en première approximation, les équations de coup de bélier s'appliquent au calcul de la propagation des ondes dans des canaux découverts. *Bergeron* reprendra ce problème dans son article.

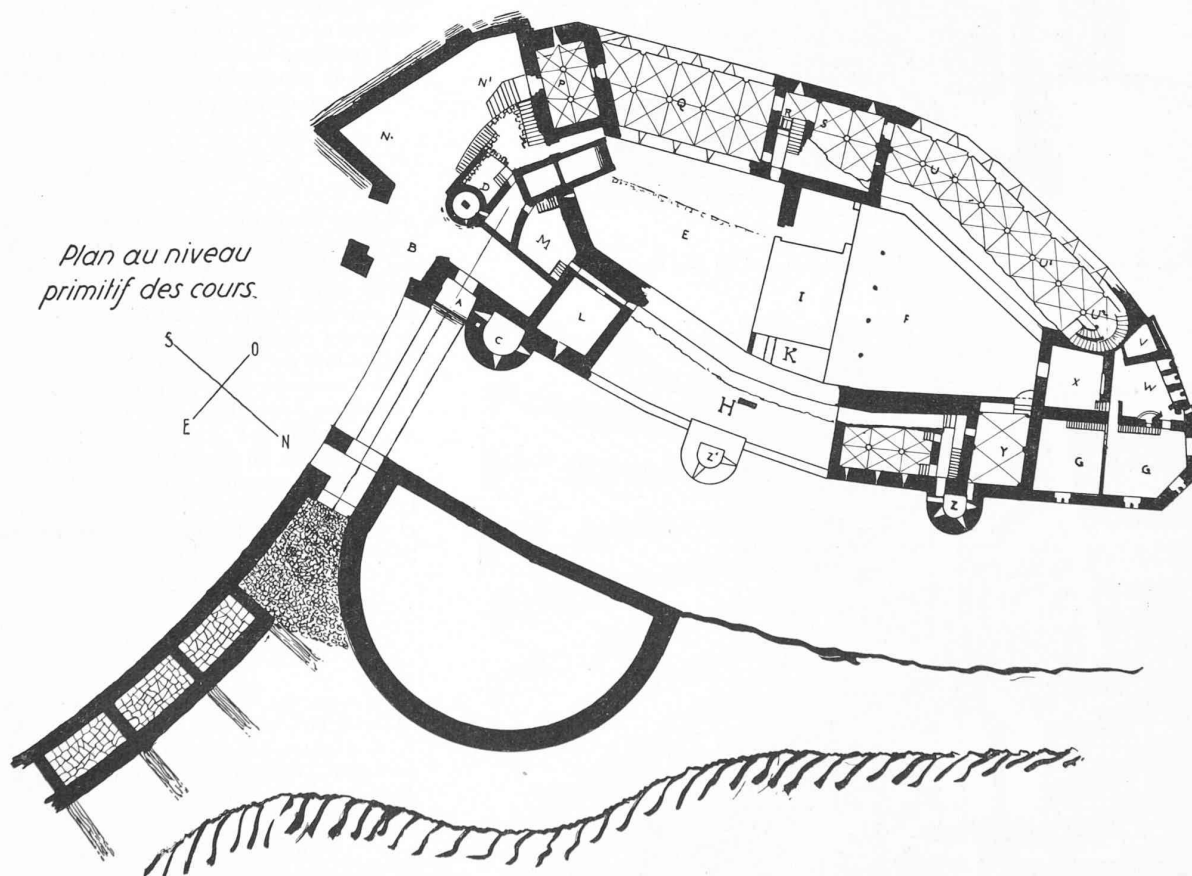
Rappelons, brièvement, le principe de la méthode graphique : Si l'on considère une tranche d'une conduite forcée, on établit, en écrivant l'équation de Newton, puis l'équation de continuité, les deux équations aux dérivées partielles qui régissent le phénomène de coup de bélier :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad \text{et} \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

¹ *Favre* : Les ondes de translation dans les canaux découverts. — Paris, Dunod, 1935.

¹ *Bergeron* : Méthode graphique générale de calcul des ondes planes. « Mémoires de la Société des ingénieurs civils de France », Bulletin, juillet-août 1937, 93 pages, 43 figures. *Bergeron* : Propagation d'ondes le long des lignes électriques. Méthode graphique. « Bulletin de la Société française des Electriciens », octobre 1937.

² *Jaeger* : Théorie générale du coup de bélier. Paris, Dunod, 1933. Voir également notre article d'ensemble dans la « *Wasserkraft und Wasserwirtschaft* », du 2 décembre 1937.



Dr A. Equey.

Fig. 1. — Reconstitution partielle du plan de Chillon, au XV^e siècle.

Légende. — Sur la berge du lac, au bord du fossé, le boulevard, qui commande la route et défend l'approche du château. — En tête du pont et contigu au boulevard, le ravelin, tour-porte à pont basculant. — Au bord du golfe, longeant le chenal d'accès sur le lac, le quai, mur en arc, de structure spéciale (retrouvé et visible dans le jardin des baillis bernois). — En prolongement du chenal en arc, la tour B, entrée du port. L'arcade sud donnait accès aux embarcations civiles et aux galères, qui accostaient, soit à l'escalier du quai intérieur, soit au perron de l'avenue monumentale. Cette avenue en P, Q, R, S, T, U, U', U''. (En R, reconstitution de l'escalier d'accès aux grandes salles sur cour E. En S, rétablissement de l'architecture ogivale. En U'', restitution de l'escalier d'accès aux étages de la demeure ducale.) — En V, darsine des allées et venues secrètes. — L'arcade sud-ouest de B livrait passage aux embarcations marchandes, qui accostaient au pied de la tour-grue. Du ravelin à la herse fermant l'entrée, un pont rampant, sur le fossé ; derrière la herse une basse-fosse qu'on franchissait sur un pont-levis formant porte ; du seuil de cette porte au seuil du passage couvert qui conduisait à la cour E, un pont-levis plus large, sur le fossé dont le fond est presque au niveau des eaux du port ; autre basse-fosse et pont basculant formant porte à l'extrémité nord du passage couvert. Dans la cour F, accès direct à la demeure ducale par le parterre de la tour X ; accès direct à la chapelle par son porche. — De la cour M, accès du public à la porte latérale de la chapelle, par le chemin de la cour H. Rétablissement de la communication entre chapelle et sacristie.

CHILLON : LE MASQUE, LE VISAGE, LA FIN D'UNE LÉGENDE

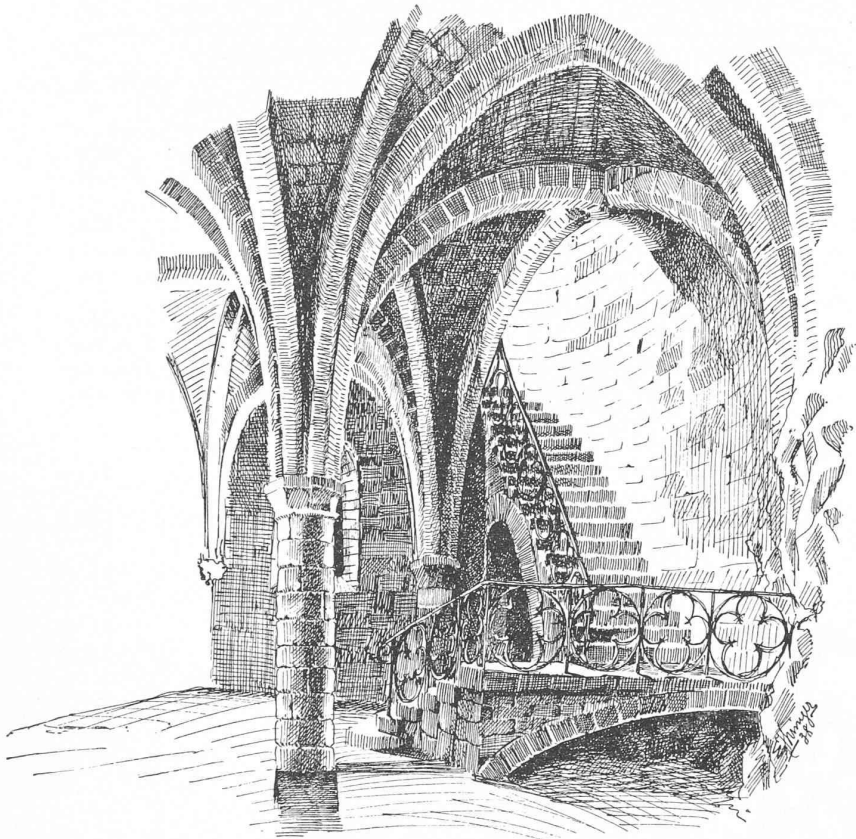


Fig. 3. — Escalier d'honneur du grand sous-sol au rez-de-chaussée.

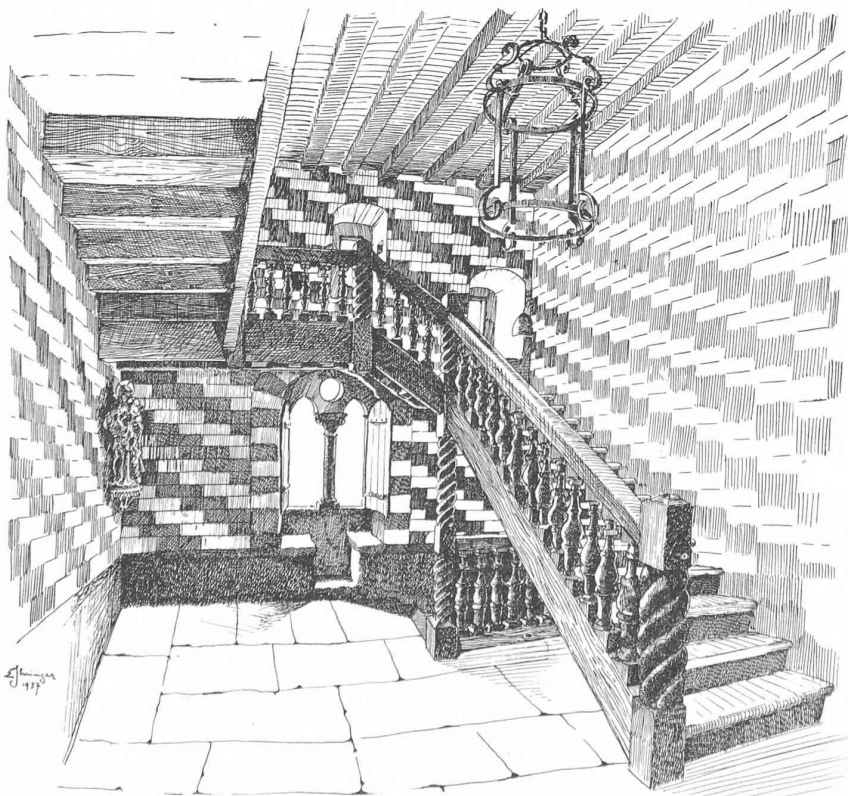


Fig. 4. — Au-dessus du précédent, escalier du rez-de-chaussée au premier étage.

où h est la pression, en mètres d'eau, v la vitesse de l'écoulement, x les abscisses de la conduite, t le temps, et, enfin, a la vitesse de propagation de l'onde.

La solution des équations (1) est :

$$\begin{cases} h = h_0 + F(x-at) + f(x+at) \\ v = v_0 + \frac{g}{a}[-F(x-at) + f(x+at)] \end{cases} \quad (2)$$

On montre aisément que F et f représentent deux ondes de surpression et l'on constate que : l'accroissement $h-h_0$ de la pression, en un lieu quelconque, d'abscisse x est, au temps t , égal à la somme de deux ondes quelconques qui se croisent en ce lieu et en ce temps. La différence $v-v_0$ des vitesses est alors égale, à une constante $g : a$ près, à la différence des deux ondes.

Le problème est entièrement déterminé, dès qu'on connaît les conditions aux limites.

Or, il est nombre de problèmes physiques qui peuvent être mis soit sous la forme (1), soit sous la forme (2), et qui peuvent être représentés par une superposition d'ondes.

A tous ces phénomènes, on applique soit un calcul analytique soit un calcul graphique, par analogie avec ce qui a été fait pour le calcul des coups de bélier.

Reprenons le cas bien connu d'une ligne électrique de capacité linéaire c et de self linéaire l ; on arrive aux équations

$$\frac{\partial u}{\partial x} = l \frac{\partial i}{\partial t} \text{ et } \frac{\partial i}{\partial x} = c \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3)$$

où u est la tension et i l'intensité. L'analogie entre ces équations et celles du coup de bélier est immédiate et leur solution comporte également deux fonctions d'intégration F et f , qui jouent, par rapport au phénomène électrique, le même rôle que les ondes de surpression le long d'une conduite forcée.

On connaît, par ailleurs, le principe du calcul graphique développé par Lœwy, Schnyder et Bergeron :

Supposons un observateur qui parte d'un point M du support, au temps t , en suivant l'onde F_{tM} . Pour lui, l'onde conserve sa valeur et les équations (2) nous donneront, en désignant par K une constante

$$\begin{cases} (u - u_0) = F_{tM} + f \\ \frac{1}{K}(i - i_0) = f - F_{tM} \end{cases} \quad (4)$$

On écrit des équations analogues pour tout observateur qui suit l'onde f . En éliminant F et f entre ces équations on trouve, après un calcul élémentaire, dans un plan de coordonnées (i, u) :

$$(u_{tM} - u) = \frac{l}{K}(i_{tM} - i), \quad (5)$$

droite [représentative de coefficient angulaire $1 : K_1$, relative à l'observateur suivant F et :

$$(u_{tM} - u) = -\frac{1}{K}(i_{tM} - i), \quad (6)$$

droite relative à l'observateur suivant l'onde f .

Ces deux droites se coupent au point M , au temps t , ce point étant caractérisé par les coordonnées (i_{tM}, u_{tM}) . Cette méthode permet un calcul point par point du phénomène. On voit

immédiatement, en suivant dans ses grandes lignes le raisonnement en raccourci que nous faisons, que la méthode ne précise en fait rien quant à la nature du phénomène physique dont il s'agit ; il suffit qu'il puisse être représenté soit par un système de deux équations aux dérivées partielles du premier degré, du type (1), soit encore par deux intégrales de la forme (2) avec deux fonctions d'intégration F et f , qui représenteront des ondes.

Dans deux articles récents, Bergeron réunit un ensemble d'exemples tirés des chapitres les plus divers de la physique et de la technique, qui n'ont qu'un seul point commun, c'est de pouvoir être mis en équations sous l'une des deux formes mentionnées.

Citons quelques-uns des exemples donnés par Bergeron.

I. Ondes longitudinales dans un prisme métallique :

Dans une barre XY de section constante s , animée d'une vitesse uniforme c_0 , soumise à une tension interne P_0 , supposons qu'une cause quelconque fasse apparaître une force P' , et simultanément une vitesse c_1 en X . Ce changement d'état va se propager de X vers Y , avec une célérité a constante ; et s'il a mis t' secondes à s'établir en X , il s'étalera à chaque instant sur une longueur égale à at' . Appliquons au système le théorème des quantités de mouvement projetées : on écrira sans autres

$$\left(\frac{\omega}{g} a \cdot s\right) (c_0 - c_1) = P'$$

Survienne une autre cause de perturbation, par exemple en Y , alors qu'il y règne la vitesse c_1 . Nous aurons, en désignant par P'' la force ayant provoqué cette modification

$$\left(\frac{\omega}{g} a \cdot s\right) (c_1 - c) = -P''$$

D'où :

$$\left(\frac{\omega}{g} a \cdot s\right) (c_0 - c) = P' - P'' \tag{7}$$

et, en écrivant que la force finale $P = P_0 + P' + P''$

$$P - P_0 = P' + P'' \tag{8}$$

La vitesse de propagation du phénomène est connue : $a = \sqrt{\frac{g}{\omega} E}$

Ces deux dernières équations sont bien de la même forme que (2).

C'est dire que la méthode graphique nous permettra de résoudre tout problème relatif à des prismes se déformant par choc.

Bergeron traite les cas suivants : Rencontre de deux barres de même matière, de même section s , de même période, lancées à des vitesses différentes c_0 et c'_0 . Rencontre de deux corps de même densité, même célérité d'ondes a , de sections s et s' inversement proportionnelles à leurs vitesses c_0 et c'_0 et de même période, etc.

Signalons encore le chapitre consacré au cas du choc d'un prisme contre une plaque infinie.

Relevons, en passant, que la mise en équation du problème des prismes, ainsi que le traite Bergeron, se passe du truchement des équations aux dérivées partielles. L'auteur écrit à ce sujet très finement : « Lorsqu'on trouve une onde dans la solution c'est, en effet, qu'on l'avait mise, mais peut-être sans s'en douter, dans les équations ».

II. Au chapitre III de son exposé, Bergeron aborde le problème des « ondes transversales le long d'une corde tendue » qui, d'ailleurs, a donné jadis son nom aux équations des cordes vibrantes. Ce chapitre fort intéressant, où l'auteur aborde tour à tour le problème de la corde pincée (harpe), de la corde percutée (piano), se termine par l'étude d'une corde de section variable agitée à l'une de ses extrémités, c'est-à-dire du fouet du postillon !

III. Les ingénieurs accorderont, sans doute, une importance très grande au chapitre IV, où l'auteur traite des « ondes de torsion le long d'un cylindre rectiligne en rotation ».

Voici comment Bergeron raisonne : Soit un cylindre XY , de vitesse angulaire initiale Ω_0 transmettant un couple μ_0 . Si le couple prend en X une nouvelle valeur $\mu_0 + \mu'$ la vitesse deviendra Ω_1 et ce changement de régime se propagera vers Y à la célérité a ; il se produit en AB et une seconde après il se produira en $A'B'$, à une distance $AA' = a$ mètres. A chaque seconde, un cylindre de longueur a passe donc de la vitesse Ω_0 à la vitesse Ω , le moment de la quantité de mouvement du cylindre XY s'accroît donc, par seconde, de

$$\left(\frac{\omega}{g} a I_0\right) (\Omega_1 - \Omega_0), \text{ où } I_0 \text{ est le moment}$$

d'inertie polaire de la section du cylindre et ω son poids spécifique. Cet accroissement est égal à la somme des moments des forces extérieures soit $(\mu_0 + \mu') - \mu_0 = \mu'$ d'où l'égalité :

CHILLON : LE MASQUE, LE VISAGE, LA FIN D'UNE LÉGENDE



Fig. 5.

Reconstitution de la cour ducale, par la suppression du terre-plein bernois (2,50 m).

$$\left(\frac{\omega}{g} a I_0\right) (\Omega_1 - \Omega_0) = \mu'$$

Dans le cas le plus général, on peut avoir, en outre, un accroissement μ'' du moment en Y , faisant passer la vitesse de Ω_1 à Ω . On trouve alors :

$$\left(\frac{\omega}{g} a I_0\right) (\Omega - \Omega_0) = \mu' - \mu'' \quad (9)$$

et $\mu - \mu_0 = \mu' + \mu''$ avec la célérité $a = \sqrt{\frac{g}{\omega} G}$ (10)

Ces équations ne sont autres que les deux intégrales d'équations aux dérivées partielles que Bergeron s'est, à nouveau, dispensé d'écrire. L'application de la méthode graphique permettra de résoudre des problèmes tels que : arbre en torsion brusquement détendu ; cas de l'arbre avec masse concentrée à chaque bout de l'arbre, etc.

IV. Nous passerons sur l'application de la méthode aux phénomènes hydrauliques : nombre d'exemples en ont été donnés tant par Schnyder et Bergeron que par Angus et l'un ou l'autre ingénieur américain, lors du récent congrès américain du coup de bélier¹.

Nous avons vu, plus haut, que les équations générales d'un circuit électrique sont, en tout point, analogues aux équations du coup de bélier. Le chapitre des « ondes sur les lignes électriques » est donc l'un des plus importants du travail si touffu de Bergeron qui a repris, en outre, cette question dans le « Bulletin de la Société française des Electriciens ».

Soient u la tension et i l'intensité momentanée d'un courant électrique, on trouve, en intégrant les équations différentielles (3) :

$$\frac{1}{a \cdot c} (i_0 - i) = F - f$$

$$(u - u_0) = F + f$$

Bergeron établit d'ailleurs ces équations par un raisonnement direct élémentaire. La célérité a est donnée par $a = 1 : \sqrt{lc}$

Voici l'un ou l'autre des problèmes examinés par Bergeron : Fermeture d'un accumulateur sur une ligne dont l'extrémité est mise à terre par une résistance ohmique $R > \sqrt{l : c}$. Même problème avec un alternateur à la place de l'accumulateur. On traite également les cas où une self ou une capacité remplacent la résistance ; bobine de self en dérivation ou en série sur la ligne, ainsi que toutes les combinaisons de selfs et de condensateurs. La propagation d'une onde de coup de foudre le long d'une ligne fait l'objet d'un paragraphe spécial du second article de Bergeron.

Ce bref commentaire des travaux fondamentaux de Bergeron aura sans doute convaincu chacun, qu'il soit electricien, physicien ou constructeur mécanicien, de l'intérêt de la méthode Bergeron. Celle-ci devrait être enseignée dans les cours de mécanique générale, ou de physique : elle trouve de trop nombreuses applications dans le domaine de la technique pour pouvoir être ignorée.

L'analogie des équations élémentaires qui régissent tous les phénomènes d'ondes avec les équations de coup de bélier inciteront certainement les chercheurs à trouver d'autres parallèles, non seulement avec la méthode graphique de Löwy, Schnyder et Bergeron pour les coups de bélier, mais aussi dans les méthodes analytiques développées par Allievi, de Sparre, Camichel et leurs successeurs. Nous avons montré ailleurs la souplesse de cette méthode et pensons que l'application simultanée des méthodes graphique et analytique (que nous savons être fondamentalement identiques) permettra de résoudre par analogie avec les coups de bélier, maint problème de physique ou d'électricité.

D^r CHARLES JÄGER, Villars s. Ollon.

¹ New-York.

La mensuration cadastrale suisse

(25^e anniversaire).

(Suite et fin).¹

M. le directeur Baltensperger consacre un chapitre spécial à l'étude des mesures appliquées pour améliorer les conditions de la propriété foncière. Il s'agit, notamment, des remaniements parcellaires (dits « remembrements ») en liaison étroite avec le programme des mensurations cadastrales.

Des dispositions très judicieuses ont été arrêtées par l'autorité fédérale, à la suite d'une motion de MM. les conseillers nationaux Bertoni et consorts tendant à étudier quelles mesures pourraient être prises pour aider les cantons dans l'œuvre des remaniements parcellaires et remédier au morcellement excessif des terres que l'on rencontre dans plusieurs cantons, notamment dans les Grisons, en Valais et surtout au Tessin. Dans ce dernier canton, il est noté le cas d'un morcellement comprenant en moyenne 34 parcelles par hectare.

L'arrêté fédéral du 23 mars 1918, révisé le 5 avril 1932, concernant l'encouragement des remaniements parcellaires, règle cette question. Nous ne mentionnerons que le premier article de cet acte, dont l'importance est capitale : « La mensuration cadastrale des territoires nécessitant un remaniement parcellaire ne sera commencée qu'après l'exécution ou la mise en œuvre de ce dernier ».

Par cette disposition, la liaison entre la mensuration et le remaniement parcellaire est établie.

Les opérations techniques du remaniement seront utilisées lors de la mensuration et il en résultera une diminution du coût de cette dernière. En outre, par les redressements et régularisations de limites, le regroupement des parcelles en vue d'une exploitation agricole rationnelle, l'économie réalisée de ce fait profitera à la collectivité.

Le remaniement parcellaire, dont les bienfaits ne sont plus à démontrer, forme, dirons-nous, la partie économique de la mensuration cadastrale. La mensuration doit suivre immédiatement le remaniement, de façon à réduire au strict minimum le délai s'écoulant depuis la prise de possession des terres jusqu'à la mise en vigueur du nouveau registre foncier. Il en résulte dans le cas contraire de graves inconvénients qui peuvent porter préjudice à toute l'économie nationale.

Jusqu'en 1918, les remaniements parcellaires effectués en Suisse n'ont porté que sur environ 16 500 ha. Depuis cette date, 508 remaniements parcellaires ont été exécutés en liaison avec la mensuration cadastrale. Ces entreprises sont réparties sur les territoires de 18 cantons, situées dans le plateau suisse, le Jura et les régions alpestres ; elles forment une superficie totale d'environ 85 000 ha.

Les terrains dans lesquels le remaniement s'impose encore et où il n'existe pas de mensuration cadastrale approuvée représentent une superficie de 380 000 ha, soit les 15 % de la superficie à cadastrer.

Les opérations techniques de la mensuration cadastrale constituent une partie essentielle de l'ouvrage que nous résumons. Depuis l'instruction fédérale du 15 janvier 1910, des transformations et des innovations importantes ont marqué une grande évolution dans la mensuration, tant en ce qui concerne les méthodes que les instruments utilisés. En vue d'une saine économie, on s'ingénia à trouver les voies et moyens tendant à restreindre les frais des mensurations. C'est ainsi qu'on abandonna tout d'abord les dispositions relatives aux levés cadastraux dans le domaine de l'instruction I (terrains de très grande valeur), laissant la latitude aux cantons

¹ Voir *Bulletin technique* du 21 mai 1938, page 151.