

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin technique de la Suisse romande
<b>Band:</b>	63 (1937)
<b>Heft:</b>	17
<b>Artikel:</b>	Calcul de la contraction causée par une vanne plane dans le cas d'un écoulement dénoyé
<b>Autor:</b>	Fawer, Carlos
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-48462">https://doi.org/10.5169/seals-48462</a>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

souterraine étaient détournées en grande partie en surface par des fossés creusés dans l'argile et aboutissant aux puisards de la fouille générale.

De cette façon une petite pompe suffisait dans le fond de chaque fouille blindée.

Avant le bétonnage, les précautions habituelles étaient prises pour assécher le fond des fouilles : rigoles remplies de gravier aboutissant à un puisard bétonné après coup (béton coulé sous l'eau).

La fig. 12 représente la fouille du mur de rive droite amont ; nous ne possédons pas de vue photographique des fouilles faites pour la fondation de la pile IV.

(A suivre.)

## Calcul de la contraction causée par une vanne plane dans le cas d'un écoulement dénoyé<sup>1</sup>

par M. CARLOS FAWER, ingénieur<sup>2</sup>.

(Suite.)<sup>1</sup>

### 3. Solution générale. — Mouvement dans le plan z.

La fonction  $\omega(\zeta)$  s'obtient en introduisant les valeurs particulières de  $\delta$  dans la formule de Schwarz que nous répétons ici :

$$\omega(\zeta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \delta(\sigma) \frac{e^{i\sigma} + \zeta}{e^{i\sigma} - \zeta} d\sigma.$$

Il vient alors :

$$\omega(\zeta) = \delta + i\tau = \frac{i\alpha}{\pi} \lg \left( \frac{\zeta_1 - \zeta}{\zeta_1 + \zeta} \right) \left( \frac{1 + \zeta_1 \zeta}{1 - \zeta_1 \zeta} \right). \quad (9)$$

Nous avions établi la liaison entre  $z$  et  $f$  (éq. 6), de même entre  $f$  et  $\zeta$  (éq. 8). Le passage du plan  $\zeta$  au plan  $z$  est par conséquent déterminé.

$$z - z_0 = \int_{f_0}^f e^{i\omega(f)} df = \int_1^\zeta e^{i\omega(\zeta)} \frac{df}{d\zeta} d\zeta$$

d'où, après dérivation de  $f$  par rapport à  $\zeta$  dans (8),

$$z - z_0 = \frac{q}{\pi} \int_1^\zeta e^{i\omega(\zeta)} \frac{\zeta^2 - 1}{\zeta^2 + 1} \frac{d\zeta}{\zeta}. \quad (10)$$

A  $z_0$  correspond un point particulier, soit le point de détachement  $P_1$ . ( $z_0 = x_0 + iy_0 = 0 + ia$ ,  $f_0$ ,  $\zeta_0 = 1$ ).

Or nous venons de définir la fonction  $\omega(\zeta)$ ; si nous y supposons  $\zeta_1$  connu, nos deux expressions ci-dessus (9) et (10) résolvent parfaitement le problème.

Pour déterminer  $\zeta_1$  (ou  $\sigma_1$ ), nous exprimerons que la cote du point  $N_1(\zeta_1)$  est  $y = h_1$  ou que le tirant à l'infini aval est  $y = h_2$  (fig. 7). Dans ce but, nous choisirons évidemment dans l'équation (10) le chemin d'intégration le plus simple, c'est-à-dire celui qui longe, soit les parois, soit les frontières du jet, en partant du point de détachement  $P_1$ .

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique* du 17 juillet 1937, page 192.

Parois ( $p_1$ ).

Un point quelconque de la paroi est situé dans le plan  $\zeta$  sur la demi-circonférence

$$\zeta = e^{i\sigma} \quad |\zeta| = 1 \quad (\zeta_1 = e^{i\sigma_1}).$$

En vérifiant que

$$\left( \frac{\zeta_1 - \zeta}{\zeta_1 + \zeta} \right) \left( \frac{1 + \zeta_1 \zeta}{1 - \zeta_1 \zeta} \right) = - \frac{\operatorname{tg} \frac{\sigma_1 - \sigma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\sigma_1 + \sigma}{2}}$$

l'équation (9) peut s'écrire après des transformations simples :

$$\omega(\text{parois}) = \delta + i\tau = \frac{i\alpha}{\pi} \lg \left( - \frac{\operatorname{tg} \frac{\sigma_1 - \sigma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\sigma_1 + \sigma}{2}} \right) \quad \tau = \lg V.$$

Séparant les quantités réelles des imaginaires, il vient

$$e^\tau = V_{\text{parois}} = \left( \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{\sigma_1 - \sigma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\sigma_1 + \sigma}{2}} \right| \right)^{\frac{\alpha}{\pi}}.$$

D'autre part  $\delta$  prend bien les valeurs  $-\alpha$  pour  $0 \leq \sigma \leq \sigma_1$ , et 0 pour  $\sigma_1 \leq \sigma \leq \frac{\pi}{2}$ . Comme il était à prévoir, la vitesse en  $N_1(\sigma = \sigma_1)$  est nulle. A l'infini amont,  $\sigma = \frac{\pi}{2}$ , la vitesse est

$$V_\infty = \left( \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\sigma_1}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\sigma_1}{2} \right)} \right)^{\frac{\alpha}{\pi}}.$$

Reprendons l'équation (10) en suivant la paroi. On vérifie facilement que

$$\frac{\zeta^2 - 1}{\zeta^2 + 1} = i \operatorname{tg} \sigma \quad \frac{d\zeta}{\zeta} = id\sigma.$$

D'autre part  $e^{i\omega} = e^{i(\delta+i\tau)} = e^{-\tau} (\cos \delta + i \sin \delta)$ .

En introduisant ces identités dans (10) et en séparant les termes réels des imaginaires, nous obtenons :

$$\begin{cases} x - x_0 = -\frac{q}{\pi} \int_0^\sigma e^{-\tau} \operatorname{tg} \sigma \cos \delta d\sigma \\ y - y_0 = -\frac{q}{\pi} \int_0^\sigma e^{-\tau} \operatorname{tg} \sigma \sin \delta d\sigma \\ x = -\frac{q}{\pi} \int_0^\sigma \frac{\operatorname{tg} \sigma}{V_{\text{parois}}} \cos \delta d\sigma \\ y - a = -\frac{q}{\pi} \int_0^\sigma \frac{\operatorname{tg} \sigma}{V_{\text{parois}}} \sin \delta d\sigma \end{cases}$$

Plaçons-nous en  $N_1(\sigma = \sigma_1)$ , ( $y = h_1$ ). Sur le chemin d'intégration  $P_1 N_1$ ,  $\delta = -\alpha$ . En outre

$$q = 2 h_1 V_\infty.$$

En introduisant les valeurs de  $V_{\text{parois}}$ ,  $V_\infty$  et de  $q$ , l'expression de  $y - a$  peut s'écrire :

$$\frac{h_1 - a}{h_1} = 2 \left( \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sigma_1}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\sigma_1}{2}\right)} \right)^{\frac{\alpha}{\pi}} \int_0^{\sigma_1} \sin \alpha \frac{\operatorname{tg} \sigma}{\left( \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\sigma_1 - \sigma}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\sigma_1 + \sigma}{2}\right)} \right)^{\frac{\alpha}{\pi}}} d\sigma. \quad (11)$$

Si nous admettons que les données sont l'ouverture  $a$  de la vanne, son inclinaison  $\alpha$  et le tirant amont  $h_1$ , l'angle  $\sigma_1$  se trouve déterminé par l'équation ci-dessus. Par suite notre problème est entièrement résolu.

L'intégration se fera de préférence graphiquement en admettant que  $\sigma_1$  est connu et en cherchant  $h_1$ . Le facteur de contraction  $\mu$  est alors tout simplement :

$$\mu = \frac{h_2}{a} = \frac{V_\infty h_1}{a}.$$

Lorsque  $h_1$  est très grand ( $\infty$ ),  $V_\infty = 0$ . La contraction se déduira en intégrant le long des frontières du jet.

#### Frontières du jet.

$$\text{Reprendons l'équation (10) : } z - z_0 = \frac{q}{\pi} \int_1^\zeta e^{i\omega(\zeta)} \frac{\zeta^2 - 1}{\zeta^2 + 1} \frac{d\zeta}{\zeta}$$

$\omega$  et  $\zeta$  sont réels sur les frontières du jet,

$$0 \leq \zeta \leq 1 \quad \omega = \delta \quad (V = 1).$$

Séparons les quantités réelles des imaginaires

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{q}{\pi} \int_1^\zeta \frac{\zeta^2 - 1}{\zeta^2 + 1} \frac{d\zeta}{\zeta} \cos \omega(\zeta) \\ y - a = \frac{q}{\pi} \int_1^\zeta \frac{\zeta^2 - 1}{\zeta^2 + 1} \frac{d\zeta}{\zeta} \sin \omega(\zeta) \end{array} \right. \quad q = 2h_2$$

$\omega(\zeta) = \delta(\zeta)$  est une fonction de  $\zeta$  et de  $\zeta_1$ , donnée par l'équation (9). En particulier à l'infini aval ( $\zeta = 0$ )

$$\frac{h_2 - a}{h_2} = \frac{2}{\pi} \int_1^0 \frac{\zeta^2 - 1}{\zeta^2 + 1} \frac{d\zeta}{\zeta} \sin \omega(\zeta). \quad (12)$$

De même que l'équation (11), celle-ci permet de déterminer  $\zeta_1$  (donc  $\sigma_1$ ). L'intégration graphique se fera de préférence en partant de  $\zeta_1$  donné et en calculant  $h_2$ , d'où  $\mu = \frac{h_2}{a}$ .

Lorsque  $h_1 = \infty$ , l'expression  $\omega(\zeta)$  devient très simple,  $\zeta_1 = i$  et l'équation (9) prend la forme :

$$\omega(\zeta) = \frac{i\alpha}{\pi} \lg \left( \frac{1 + i\zeta}{1 - i\zeta} \right)^2 = -\frac{4\alpha}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \zeta$$

qui est bien une quantité réelle.

Sur les frontières du jet, le potentiel  $\varphi$  se confond avec l'abscisse curviligne  $\lambda$ . En effet, puisque  $V = 1$ ,  $\frac{d\varphi}{d\lambda} = 1$

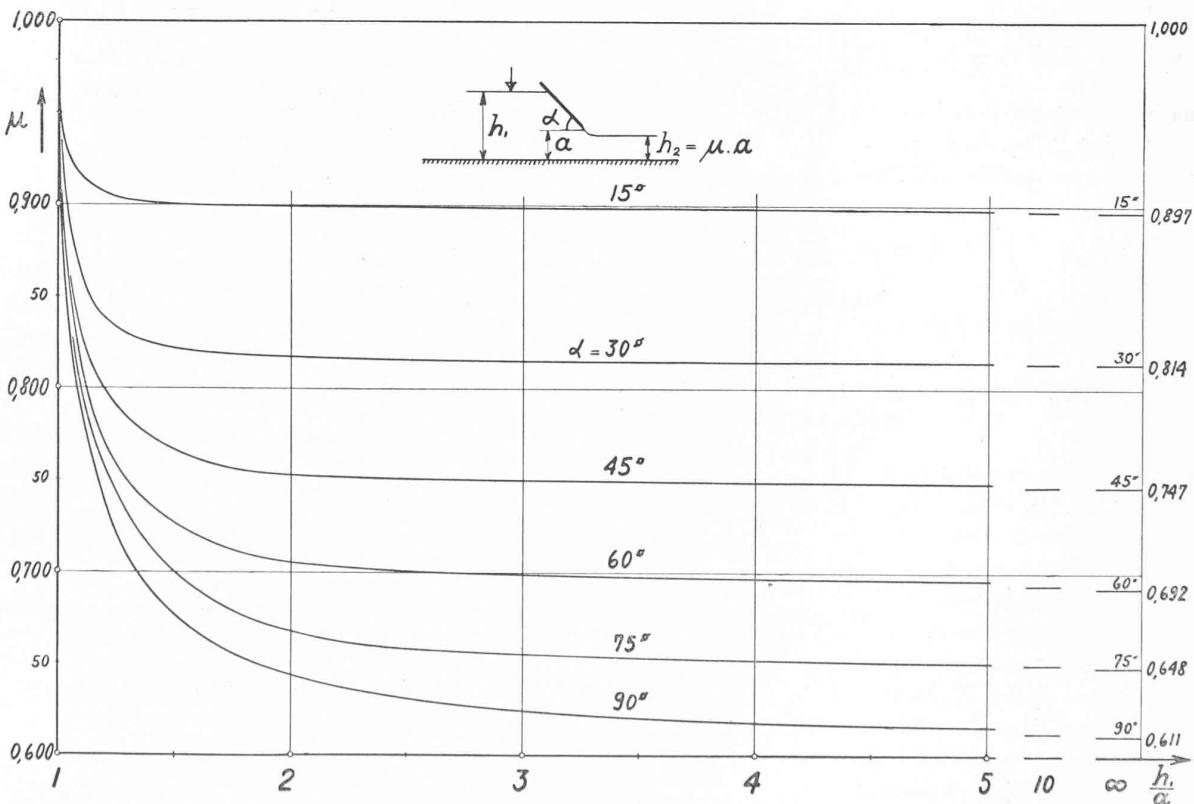


Fig. 9. — Coefficients de contraction calculés par la méthode hydrodynamique en fonction du niveau amont et de l'inclinaison de la vanne.

et il en résulte bien  $\lambda = \varphi$ . L'équation (8) donne sur le jet :

$$\lambda = \varphi = \frac{q}{\pi} \lg \left[ \frac{1}{2} \left( \xi + \frac{1}{\xi} \right) \right].$$

Nous venons de voir que les équations (11) ou (12) permettent un calcul explicite de  $\mu$  et donnent la solution générale du problème.

Cisotti<sup>1</sup> trouve  $\mu$  sous une forme plus élégante en se servant du théorème de Green appliqué à tout l'écoulement. Nos résultats sont d'ailleurs identiques aux siens. Reproduisons ses expressions :

(13)

$$\mu = \frac{h_2}{a} = \frac{1}{2 - \frac{h_2}{h_1} - \frac{1}{\pi} (f_1 + f_2 - 2f_3) \sin \alpha}$$

où

$$f_1 = \int_0^1 \frac{E^{-\frac{\pi}{\alpha}} t^{x-1} dt}{E^{-\frac{\pi}{\alpha}} t + 1} = \sum_0^\infty \frac{s!}{x(x+1)\dots(x+s)} \frac{1}{(1+E^{-\frac{\pi}{\alpha}})^{s+1}}$$

$$E = \frac{h_2}{h_1}$$

$$f_2 = \int_0^1 \frac{E^{\frac{\pi}{\alpha}} t^{x-1} dt}{E^{\frac{\pi}{\alpha}} t + 1} = \sum_0^\infty \frac{s!}{x(x+1)\dots(x+s)} \frac{1}{(1+E^{-\frac{\pi}{\alpha}})^{s+1}}$$

$$x-1 = \frac{\alpha}{\pi}$$

$$f_3 = \int_0^1 \frac{t^{x-1} dt}{t+1} = \sum_0^\infty \frac{s!}{x(x+1)\dots(x+s)} \frac{1}{2^{s+1}}.$$

La figure 9 représente le facteur de contraction  $\mu = \frac{h_2}{a}$  en fonction de  $\frac{h_1}{a}$ , pour les angles  $\alpha$  compris entre 0 et 90°, de 15 en 15°.

Pour  $\mu < 0,70$  environ,  $f_1$  est très peu convergent et doit être calculé graphiquement.

Lorsque la retenue est infiniment élevée (pratiquement  $\frac{h_1}{a} > 8$ ), les expressions ci-dessus se simplifient,  $f_1 = \frac{\pi}{\alpha}$ ,  $f_2 = 0$  et

$$\frac{1}{\mu} = 2 - \frac{\sin \alpha}{\pi} \left( \frac{\pi}{\alpha} - 2f_3 \right).$$

Nous verrons plus loin dans quelle mesure les valeurs théoriques de  $\mu$  sont vérifiées par l'expérience.

(A suivre.)

**Les mesures de rationalisation et d'économie prises par les Chemins de fer fédéraux suisses, depuis 1920, et leurs effets financiers.** — Publication de la Direction générale des Chemins de fer fédéraux. — Une brochure de 38 pages (20/30 cm).

Désidément, les C. F. F. s'humanisent, si l'on peut dire, et il faut leur en sauver gré. Les voici qui exposent clairement au public la politique qu'ils ont mise en œuvre, avec un succès visible à tous les gens non prévenus, pour rationaliser leur gestion et, par suite, la rendre plus économique. Et cet exposé est rédigé en un français correct, qui ne sent pas la traduction littérale. Des graphiques très explicites en facilitent l'intelligence et

<sup>1</sup> U. CISOTTI. « Idromecanica piana II », p. 260.

d'ingénieux dessins symbolisent, sous une forme schématique souvent frappante, certaines étapes de cette politique.

Nous extrayons de cet ouvrage le passage suivant qui y figure en manière de conclusion :

« Voyons, maintenant, quelle influence ont exercée sur le coût du service du chemin de fer, les mesures de rationalisation, la révision des traitements, des salaires et des prestations de caractère social de l'administration, ainsi que le prix des fournitures... Les frais de personnel et les *frais de fournitures et de prestations diverses* ont diminué, depuis 1920 et 1930, tandis que les amortissements industriels et les frais de capitaux de l'exploitation ont augmenté. Les frais de personnel, qui avaient été de 183,4 millions en 1920, sont tombés à 174,8 en 1930, et à 142,9 millions en 1936 ; de même, les frais de fournitures et de prestations diverses ont passé de 174,2 millions de francs à 112,4 et à 91,4 millions. Les amortissements industriels, opérés sur immobilisation du service du chemin de fer proprement dit (à l'exception des services accessoires), amortissements nécessaires à une exploitation économique, sont montés de 24 à 42,3 puis à 47,6 millions de francs ; les frais de capitaux, eux aussi, se sont accrus de 64,5 à 97,6 puis à 97,9 millions de francs. Ce recul, d'une part, et cette augmentation, d'autre part, donnent, pour les années 1920 à 1936 et 1930 à 1936, le résultat final suivant :

	de 1920 à 1936	de 1930 à 1936
	(en millions de francs)	
1. Frais de personnel . . . . .	— 40,6	— 31,9
2. Frais de fournitures et de prestations diverses . . . . .	— 82,8	— 21,0
3. Amortissem. industriels . . . . .	+ 23,6	+ 5,3
4. Frais de capitaux . . . . .	+ 33,4	+ 0,3
Diminution des frais	— 66,4	— 47,3

On voit que, de 1930 à 1936, l'ensemble des frais a reculé de 47,3 millions de francs ; mais il y a lieu de tenir compte que, pendant cette période, les versements de l'administration à la Caisse de pensions et de secours se sont accrus de 6 millions de francs, auxquels il y a lieu d'opposer les 14,9 millions économisés sur les traitements, salaires et allocations supplémentaires en vertu du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>me</sup> « programme financier ». Il faut retenir aussi qu'une part notable du surcroît d'amortissements et de frais de capitaux concerne des ouvrages et des installations qui ne sont pas l'effet de mesures de rationalisation.

Le coût moyen des parcours kilométriques a évolué, de 1920 à 1936, de la façon suivante<sup>1</sup>:

	1920	1936
kilomètre-train . . . . .	19,49 fr.	8,81 fr.
kilomètre-essieu . . . . .	56,8 cts	29,7 cts
tonne kilométrique brute . . .	7,1 cts	3,5 cts

Les C. F. F. continueront à s'efforcer de réduire davantage encore leurs dépenses, dans la mesure où le leur permettront l'évolution des prix et les obligations et servitudes publiques qui les grèvent.

Une aussi grande entreprise que les C. F. F. ne sera, naturellement, jamais au bout de ses possibilités de réforme et de rationalisation. Toutes les branches de l'exploitation et de l'administration doivent être constamment soumises à une étroite surveillance. Pour la Direction, il s'agira de poursuivre sans relâche l'œuvre de réorganisation en faisant appel à tous les moyens que la technique moderne met à sa disposition, afin que l'entreprise soit toujours à même de s'adapter aux conditions nouvelles du trafic et de l'exploitation, au fur et à mesure de leur développement. Nous avons jugé bon de publier le présent aperçu pour montrer que les dispositions prises jusqu'à ce jour ont été couronnées de succès et qu'il est indiqué de continuer cet effort de rationalisation et d'économie. »

<sup>1</sup> Dans la publication des C. F. F., les quatre derniers nombres ont été multipliés par 100, par erreur. — Réd.