

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 59 (1933)  
**Heft:** 19

**Artikel:** Simplification de la détermination des efforts dans le cône  
**Autor:** Sarrasin, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-45676>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE

## DE LA SUISSE ROMANDE

Rédaction : H. DEMIERRE et  
J. PEITREQUIN, ingénieurs.

Paraisant tous les 15 jours

ORGANE DE PUBLICATION DE LA COMMISSION CENTRALE POUR LA NAVIGATION DU RHIN

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

SOMMAIRE : *Simplification de la détermination des efforts dans le cône*, par M. A. SARRASIN, ingénieur, à Bruxelles. — *Concours d'architecture pour un temple, à Renens* (suite et fin). — CHRONIQUE : *Le gros problème des adjudications : un projet de la Fédération vaudoise des entrepreneurs. Un beau don à l'Ecole d'Ingénieurs de Lausanne*. — SOCIÉTÉS : *Société suisse des ingénieurs et des architectes. Rapport de gestion* (suite et fin). — *Ecole d'ingénieurs de Lausanne*. — BIBLIOGRAPHIE.

### Simplification de la détermination des efforts dans le cône,

par M. A. SARRASIN, ingénieur, à Bruxelles<sup>1</sup>.

Le long calcul d'un tronc de cône encastré élastiquement à ses deux extrémités (cas fréquent dans les réservoirs, toitures, etc.) peut être simplifié.

Nous partons de la théorie du cône développée par le Dr Fr. Dubois, dans son ouvrage « Ueber die Festigkeit der Kegelschale » (Orell Füssli, éditeur, Zurich).

L'effort normal dans le sens des génératrices  $T_1$ , l'effort annulaire  $T_2$ , le moment fléchissant dans les génératrices  $G_1$  et le moment fléchissant dans la section annulaire  $G_2$ , ainsi que l'inclinaison  $U$  de la tangente à la ligne élastique des génératrices et le déplacement radial  $d$  sont exprimés au moyen de fonctions  $J$  et de leurs dérivées auxquelles s'ajoute un dernier terme provenant des intégrales particulières des équations différentielles du cône. Ce dernier terme varie suivant chaque cas de charge ; nous lui donnons l'indice  $p$ .

La valeur des différents efforts, moments fléchissants et déformations est, d'après M. Dubois :

$$\begin{aligned}
 1) \quad T_1 &= \frac{h^2}{x} (C_1 J_1 + C_2 J_2 + C_3 J_3 + C_4 J_4) + T_{1p} \\
 T_2 &= h^2 (C_1 J'_1 + C_2 J'_2 + C_3 J'_3 + C_4 J'_4) + T_{2p} \\
 G_1 &= -\frac{h^3}{2\sqrt{3}} (C_2 J'_1 - C_1 J'_2 + C_4 J'_3 - C_3 J'_4) + G_{1p} \\
 G_2 &= \frac{-h^3}{x \cdot 2\sqrt{3}} (C_2 J_1 - C_1 J_2 + C_4 J_3 - C_3 J_4) + G_{2p} \\
 E.U &= 2\sqrt{3} (C_2 J_1 - C_1 J_2 + C_4 J_3 - C_3 J_4) + E.U_p \\
 E.d &= h \cdot x \cos a (C_1 J'_1 + C_2 J'_2 + C_3 J'_3 + C_4 J'_4) + E.d_p
 \end{aligned}$$

Les fonctions  $J$  sont données par les formules suivantes :

<sup>1</sup> 84, rue de la Loi.

$$\begin{aligned}
 2) \quad J_1 &\simeq +\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\pi \sqrt{2lx}}} \left[ \cos \left( \sqrt{2lx} - \frac{\pi}{8} \right) - \right. \\
 &\quad - 1.325 \frac{1}{\sqrt{2lx}} \cos \left( \sqrt{2lx} - \frac{3\pi}{8} \right) + \\
 &\quad \left. + 0.41 \frac{1}{2lx} \cos \left( \sqrt{2lx} - \frac{5\pi}{8} \right) \right] e^{+\sqrt{2lx}} \\
 J_2 &\simeq -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\pi \sqrt{2lx}}} \left[ \sin \left( \sqrt{2lx} - \frac{\pi}{8} \right) - \right. \\
 &\quad - 1.325 \frac{1}{\sqrt{2lx}} \sin \left( \sqrt{2lx} - \frac{3\pi}{8} \right) + \\
 &\quad \left. + 0.41 \frac{1}{2lx} \sin \left( \sqrt{2lx} - \frac{5\pi}{8} \right) \right] e^{+\sqrt{2lx}} \\
 J_3 &\simeq +\pi \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\pi \sqrt{2lx}}} \left[ \cos \left( \sqrt{2lx} - \frac{7\pi}{8} \right) + \right. \\
 &\quad + 1.325 \frac{1}{\sqrt{2lx}} \cos \left( \sqrt{2lx} - \frac{5\pi}{8} \right) + \\
 &\quad \left. + 0.41 \frac{1}{2lx} \cos \left( \sqrt{2lx} - \frac{3\pi}{8} \right) \right] e^{-\sqrt{2lx}} \\
 J_4 &\simeq +\pi \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\pi \sqrt{2lx}}} \left[ \sin \left( \sqrt{2lx} - \frac{7\pi}{8} \right) + \right. \\
 &\quad + 1.325 \frac{1}{\sqrt{2lx}} \sin \left( \sqrt{2lx} - \frac{5\pi}{8} \right) + \\
 &\quad \left. + 0.41 \frac{1}{2lx} \sin \left( \sqrt{2lx} - \frac{3\pi}{8} \right) \right] e^{-\sqrt{2lx}}
 \end{aligned}$$

$h$  représente l'épaisseur constante du cône,  $x$  la distance du sommet du cône au point considéré,  $E$  le module d'élasticité,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$  sont des constantes à déterminer d'après les conditions aux limites  $x_2$  et  $x_1$ ,  $a$  est l'angle formé par les génératrices du cône avec l'horizontale. Pour simplifier les formules, nous avons admis, avec une exactitude suffisante, que la réciproque de la constante de Poisson était nulle.

$$l = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\operatorname{tg} a}{h}$$

Nous posons aussi qu'un effort normal positif est une

traction, qu'un moment positif crée une traction à l'intérieur du cône, qu'un effort horizontal positif est dirigé de l'intérieur à l'extérieur, qu'une inclinaison de la tangente positive diminue l'angle d'ouverture du cône et qu'un déplacement radial positif correspond à un agrandissement du rayon. Une réaction  $R$  positive est celle dont la composante dans la direction de la génératrice donne pour  $T_1$  une traction.

Considérons maintenant un tronc de cône, dont l'axe est vertical, avec des charges extérieures quelconques symétriques par rapport à l'axe. Pour maintenir le cône en équilibre, il est nécessaire que nous ayons en  $x_2$  ou en  $x_1$  une réaction verticale  $R_2$  ou  $R_1$ . D'autre part, le cône étant encastré élastiquement à ses extrémités, nous aurons en plus de  $R_2$  ou  $R_1$  un moment  $X$  et un effort horizontal  $Y$  en  $x_2$ , un moment  $Z$  et un effort horizontal  $S$  en  $x_1$ . (Fig. 1.)

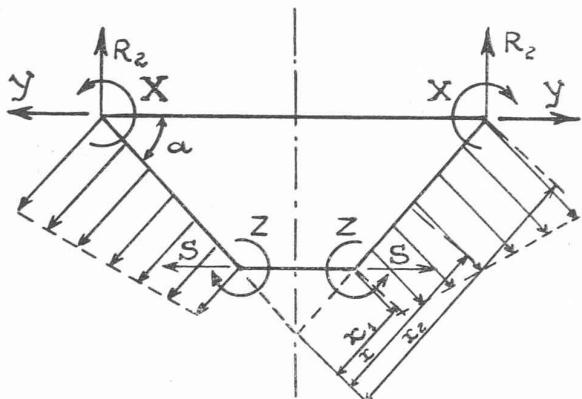


Fig. 1.

Les grandeurs de  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  et  $S$  doivent être telles que les rotations et les déplacements radiaux en  $x_2$  et  $x_1$  soient les mêmes pour le tronc de cône et pour les éléments auxquels il est lié. Nous devons donc, d'après la méthode usuelle, faire les opérations suivantes : a) calculer les déformations et les efforts dans le cône et les éléments auxquels il est lié, en supposant les liaisons hyperstatiques supprimées ; b) déterminer, pour le cône et les éléments auxquels il est joint, l'influence sur les déformations et les efforts d'un moment  $X$ , d'un effort horizontal  $Y$ , d'un moment  $Z$  et d'un effort horizontal  $S$  ; c) ajouter aux déformations du cas a) les déformations provenant de  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  et  $S$ , exprimer par 4 équations que les déformations du cône sont les mêmes que celles des éléments auxquels il est lié. La résolution des 4 équations donnera la valeur de  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  et  $S$ . d) ajouter

aux efforts obtenus dans le cas a), les efforts provenant de  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  et  $S$ .

La simplification que nous proposons consiste à ajouter, en  $x_2$  et en  $x_1$ , à la réaction verticale du cône dans le cas a), des efforts horizontaux et des moments fléchissants tels que les constantes des intégrales générales soient nulles pour le cas de charge considéré.

Il suffit pour cela de faire agir en  $x_2$  un effort horizontal  $H_2$  et un moment  $M_2$ , en  $x_1$  un effort horizontal  $H_1$  et un moment  $M_1$  de valeurs suivantes :

$$H_2 = \frac{T_{1p(x_2)} - R_2 \sin a}{\cos a} ; \quad H_1 = -\frac{T_{1p(x_1)} - R_1 \sin a}{\cos a} ;$$

$$M_2 = G_{1p(x_2)} ; \quad M_1 = G_{1p(x_1)}$$

On voit tout de suite que pour ces valeurs  $T_1 = T_{1p}$  et  $G_1 = G_{1p}$  soit en  $x_2$  soit en  $x_1$ . Nous transformons alors les 4 premières équations des formules 1) en 4 équations dont le premier membre contient seules les constantes  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$  avec des coefficients différents de  $o$  et dont le second membre est nul ; les constantes sont donc nulles.

Pour passer au cas réel (cas d), il faut ajouter l'influence sur le tronc de cône, non plus des moments et efforts réels  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  et  $S$ , mais celle de la différence entre les moments et efforts réels et les moments et efforts dont l'influence est déjà comptée. Cette influence de  $X - M_2$ ,  $Z - M_1$ ,  $Y - H_2$ ,  $S - H_1$  peut aussi se représenter par des formules, ce qui simplifie le calcul du cas b).

Si nous appelons  $C_{1x}$ ,  $C_{2x}$ ,  $C_{3x}$  et  $C_{4x}$  les constantes de l'intégrale générale obtenues pour le cas où seul un moment  $X = 1$  agit par unité de longueur en  $x_2$  sur le tronc de cône ;  $C_{1y}$ ,  $C_{2y}$ ,  $C_{3y}$  et  $C_{4y}$ , les mêmes constantes pour le cas  $Y = 1$  en  $x_2$  ;  $C_{1z}$ ,  $C_{2z}$ ,  $C_{3z}$  et  $C_{4z}$ , ces constantes pour le cas  $Z = 1$  en  $x_1$  ;  $C_{1s}$ ,  $C_{2s}$ ,  $C_{3s}$  et  $C_{4s}$ , ces constantes pour le cas  $S = 1$  en  $x_1$ , nous aurons, pour les constantes de l'intégrale générale pour le cas réel, les valeurs suivantes :

$$3) \begin{cases} C_1 = C_{1x}(X - M_2) + C_{1y}(Y - H_2) + C_{1z}(Z - M_1) + C_{1s}(S - H_1) \\ C_2 = C_{2x}(X - M_2) + C_{2y}(Y - H_2) + C_{2z}(Z - M_1) + C_{2s}(S - H_1) \\ C_3 = C_{3x}(X - M_2) + C_{3y}(Y - H_2) + C_{3z}(Z - M_1) + C_{3s}(S - H_1) \\ C_4 = C_{4x}(X - M_2) + C_{4y}(Y - H_2) + C_{4z}(Z - M_1) + C_{4s}(S - H_1) \end{cases}$$

Les valeurs  $C_{1x}$ ,  $C_{1y}$ ,  $C_{1z}$  et  $C_{1s}$  proviennent des équations fournies par les conditions aux limites dans les quatre cas de charge  $X = 1$ ,  $Y = 1$ ,  $Z = 1$  et  $S = 1$ . (Les équations différentielles n'ont pas de second membre. Il n'y a donc pas d'intégrales particulières).

$$4) \begin{cases} C_{1x} = \frac{2\sqrt{3}}{h^3} \frac{[K_1'K_1' + K_2K_2'] [K_1'(K_4L_3 - K_3L_4) + K_3'(K_3L_2 - K_2L_3) + K_4'(K_4L_2 - K_2L_4)]}{D} \\ C_{2x} = \frac{2\sqrt{3}}{h^3} \frac{[K_1K_1' + K_2K_2'] [K_2'(K_4L_3 - K_3L_4) + K_3'(K_1L_3 - K_3L_1) + K_4'(K_1L_4 - K_4L_1)]}{D} \\ C_{3x} = \frac{2\sqrt{3}}{h^3} \frac{[K_1K_1' + K_2K_2'] [K_1'(K_1L_4 - K_4L_1) + K_2'(K_2L_4 - K_4L_2) + K_3'(K_2L_1 - K_1L_2)]}{D} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned}
 C_{4x} &= \frac{2\sqrt{3}}{h^3} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [K'_1 (K_3 L_1 - K_1 L_3) + K'_2 (K_3 L_2 - K_2 L_3) + K'_4 (K_2 L_1 - K_1 L_2)]}{D} \\
 C_{1y} &= \frac{x_2 \cos a}{h^2} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [K_2 (K'_3 L'_4 - K'_4 L'_3) + K_3 (K'_3 L'_1 - K'_1 L'_3) + K_4 (K'_4 L'_1 - K'_1 L'_4)]}{D} \\
 C_{2y} &= -\frac{x_2 \cos a}{h^2} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [K_1 (K'_3 L'_4 - K'_4 L'_3) + K_3 (K'_2 L'_3 - K'_3 L'_2) + K_4 (K'_2 L'_4 - K'_4 L'_2)]}{D} \\
 C_{3y} &= \frac{x_2 \cos a}{h^2} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [K_1 (K'_1 L'_3 - K'_3 L'_1) + K_2 (K'_2 L'_3 - K'_3 L'_1) + K_4 (K'_1 L'_2 - K'_2 L'_1)]}{D} \\
 C_{4y} &= -\frac{x_2 \cos a}{h^2} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [K_1 (K'_4 L'_1 - K'_1 L'_4) + K_2 (K'_4 L'_2 - K'_2 L'_4) + K_3 (K'_1 L'_2 - K'_2 L'_1)]}{D} \\
 C_{1z} &= -\frac{2\sqrt{3}}{h^3} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [L'_1 (K_4 L_3 - K_3 L_4) + L'_3 (K_3 L_2 - K_2 L_3) + L'_4 (K_4 L_2 - K_2 L_4)]}{D} \\
 4) \quad C_{2z} &= -\frac{2\sqrt{3}}{h^3} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [L'_2 (K_4 L_3 - K_3 L_4) + L'_3 (K_1 L_3 - K_3 L_1) + L'_4 (K_1 L_4 - K_4 L_1)]}{D} \\
 C_{3z} &= -\frac{2\sqrt{3}}{h^3} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [L'_1 (K_1 L_4 - K_4 L_1) + L'_2 (K_2 L_4 - K_4 L_2) + L'_3 (K_2 L_1 - K_1 L_2)]}{D} \\
 C_{4z} &= -\frac{2\sqrt{3}}{h^3} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [L'_1 (K_3 L_1 - K_1 L_3) + L'_2 (K_3 L_2 - K_2 L_3) + L'_4 (K_2 L_1 - K_1 L_2)]}{D} \\
 C_{1s} &= +\frac{x_1 \cos a}{h^2} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [L_2 (K'_3 L'_4 - K'_4 L'_3) + L_3 (K'_3 L'_1 - K'_1 L'_3) + L_4 (K'_4 L'_1 - K'_1 L'_4)]}{D} \\
 C_{2s} &= -\frac{x_1 \cos a}{h^2} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [L_1 (K'_3 L'_4 - K'_4 L'_3) + L_3 (K'_2 L'_3 - K'_3 L'_2) + L_4 (K'_2 L'_4 - K'_4 L'_2)]}{D} \\
 C_{3s} &= +\frac{x_1 \cos a}{h^2} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [L_1 (K'_1 L'_3 - K'_3 L'_1) + L_2 (K'_2 L'_3 - K'_3 L'_2) + L_4 (K'_1 L'_2 - K'_2 L'_1)]}{D} \\
 C_{4s} &= -\frac{x_1 \cos a}{h^2} \frac{(K_1 K'_1 + K_2 K'_2) [L_1 (K'_4 L'_1 - K'_1 L'_4) + L_2 (K'_4 L'_2 - K'_2 L'_4) + L_3 (K'_1 L'_2 - K'_2 L'_1)]}{D}
 \end{aligned} \right.$$

où  $K_1, K_2, K_3, K_4$  et  $K'_1, K'_2, K'_3, K'_4$  sont les valeurs de  $J_1, J_2, J_3, J_4, J'_1, J'_2, J'_3, J'_4$  pour  $x = x_1$ .

$L_1, L_2, L_3, L_4$  et  $L'_1, L'_2, L'_3, L'_4$  sont les valeurs de  $J_1, J_2, J_3, J_4, J'_1, J'_2, J'_3, J'_4$  pour  $x = x_2$ .

$$\begin{aligned}
 D = & [K'_1 (K_1 L_3 - K_3 L_1) + K'_2 (K_2 L_3 - K_3 L_2) + K'_4 (K_1 L_2 - K_2 L_1)] \times \\
 & \times [K_1 (K'_1 L'_3 - K'_3 L'_1) + K_2 (K'_2 L'_3 - K'_3 L'_2) + K_4 (K'_1 L'_2 - K'_2 L'_1)] + \\
 & + [K'_1 (K_4 L_1 - K_1 L_4) + K'_2 (K_4 L_2 - K_2 L_4) + K'_3 (K_1 L_2 - K_2 L_1)] \times \\
 & \times [K_1 (K'_4 L'_1 - K'_1 L'_4) + K_2 (K'_4 L'_2 - K'_2 L'_4) + K_3 (K'_1 L'_2 - K'_2 L'_1)].
 \end{aligned}$$

Pour le cône entier, ces expressions se simplifient beaucoup : En effet,  $C_3$  et  $C_4$  sont toujours nuls et

$$\left. \begin{aligned}
 C_{1x} &= \frac{2\sqrt{3}}{h^3} \left( \frac{L_2}{L_1 L'_1 + L_2 L'_2} \right) \\
 C_{2x} &= -\frac{2\sqrt{3}}{h^3} \left( \frac{L_1}{L_1 L'_1 + L_2 L'_2} \right) \\
 4 \text{ bis}) \quad C_{1y} &= +\frac{x_2 \cos a}{h^2} \left( \frac{L'_1}{L_1 L'_1 + L_2 L'_2} \right) \\
 C_{2y} &= +\frac{x_2 \cos a}{h^2} \left( \frac{L'_2}{L_1 L'_1 + L_2 L'_2} \right)
 \end{aligned} \right.$$

Les formules 3) et 4), avec les valeurs des fonctions  $J$  et de leurs dérivées prises dans les tables figurant

dans l'ouvrage de M. Dubois<sup>1</sup> ou calculées au moyen des formules 2) nous permettent de calculer le premier terme du second membre des formules 1), dès que  $M_2, H_2, M_1$  et  $H_1$  sont connus et que l'égalité des déformations en  $x_2$  et  $x_1$  nous aura déterminé  $X, Y, Z$  et  $S$ .<sup>2</sup>

Nous allons donner, en même temps que les valeurs des intégrales particulières dans les formules 1), la valeur de  $M_2, H_2, M_1$  et  $H_1$  pour quelques cas de charge fréquents.

#### 1° Charge d'eau atteignant $p$ tonnes: m<sup>2</sup> au sommet du cône.

Cône tenu le long de la directrice en  $x_2$ , pointe dirigée vers le bas. (Fig. 2 et 3.)

$$\begin{aligned}
 R_2 &= +p \cos a \frac{(x_2^2 - x_1^2)}{2x_2} - \frac{\sin a \cos a (x_2^3 - x_1^3)}{3x_2} ; \quad H_2 = \sim \frac{R_2}{\tan a} \\
 M_2 &= \frac{ph^2}{24 \tan^2 a} \left( 3 - \frac{x_1^2}{x_2^2} \right) - \frac{\cos a \cdot h^2}{9 \tan a} \left( 4x_2 - \frac{x_1^3}{4x_2^2} \right) ; \quad H_1 = \sim 0
 \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Un extrait de ces tables sera annexé aux tirés à part de la présente notice qui seront mis en vente en librairie.  
Réd.

<sup>2</sup> Les efforts et déformations sous  $X = 1, Y = 1, Z = 1$  et  $S = 1$  sont donnés directement par les mêmes équations 1, 3 et 4 puisqu'il n'y a pas d'intégrales particulières pour ces 4 cas de charge.

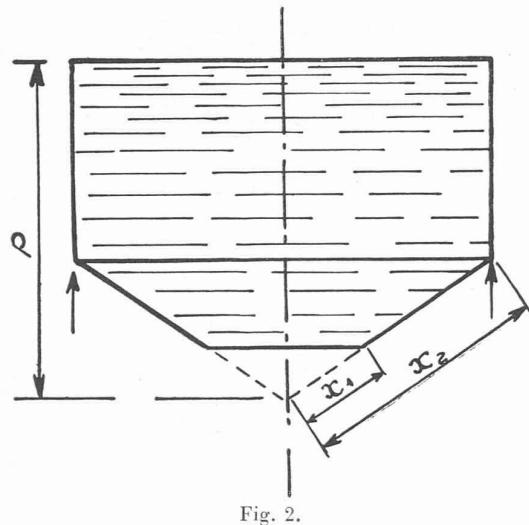


Fig. 2.

$$M_1 = \frac{ph^2}{12 \operatorname{tg}^2 a} - \frac{5 \cos a \cdot h^2 x_1}{12 \operatorname{tg} a}$$

$$T_{1p} = \frac{p}{2 \operatorname{tg} a} \left( x - \frac{x_1^2}{x} \right) - \frac{\cos a}{3} \left( x^2 - \frac{x_1^3}{x} \right)$$

$$T_{2p} = \frac{px}{\operatorname{tg} a} - \cos ax^2$$

$$G_{1p} = \frac{ph^2}{24 \operatorname{tg}^2 a} \left( 3 - \frac{x_1^2}{x^2} \right) + \frac{h^2 \cos a \cdot x_1^3}{36 \operatorname{tg} a \cdot x^2} - \frac{4h^2 \cos a \cdot x}{9 \operatorname{tg} a}$$

$$G_{2p} = \frac{ph^2}{24 \operatorname{tg}^2 a} \left( \frac{x_1^2}{x^2} + 3 \right) - \frac{h^2 \cos a \cdot x_1^3}{36 \operatorname{tg} a \cdot x^2} - \frac{2h^2 \cos a \cdot x}{9 \operatorname{tg} a}$$

Déformations en  $x_2$ :

$$E\dot{U}_p = \frac{-p}{2h \operatorname{tg}^2 a} \left( \frac{x_1^2}{x_2} + 3x_2 \right) + \frac{\cos a}{3h \operatorname{tg} a} \left( 8x_2^2 + \frac{x_1^3}{x_2} \right)$$

$$Ed_p = \frac{p \cos a x_2^2}{h \operatorname{tg} a} - \frac{\cos^2 a}{h} x_2^3$$

Déformations en  $x_1$ :

$$EU_p = \frac{-2p}{h \operatorname{tg}^2 a} x_1 + \frac{3 \cos a}{h \operatorname{tg} a} x_1^2$$

$$Ed_p = \frac{p \cos a}{h \operatorname{tg} a} x_1^2 - \frac{\cos^2 a}{h} x_1^3$$

2<sup>o</sup> Même cas, pointe du cône dirigée vers le haut. (Fig. 4.)

Il suffit d'introduire  $p$  avec un signe négatif dans les formules du cas précédent.

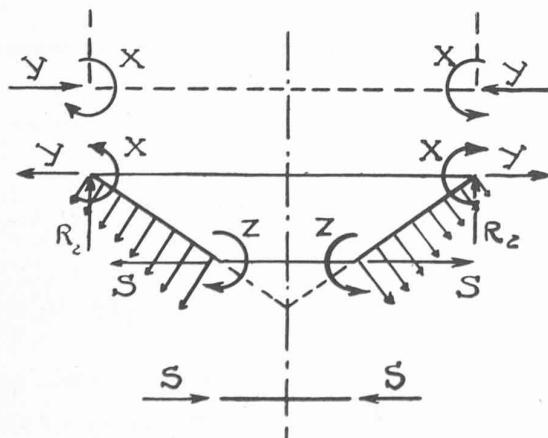


Fig. 3.

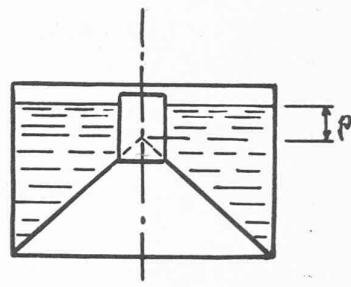


Fig. 4.

3<sup>o</sup> Même cas, cône tenu le long de la directrice en  $x_1$ , pointe dirigée vers le bas. (Fig. 5.)

On obtient l'expression des valeurs cherchées en permutant, dans les formules du cas 1, les indices 1 et 2 de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  (on ne permute pas les indices de  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $G_1$ ,  $G_2$  car, pour ces quatre termes, les indices 1 et 2 n'indiquent pas que la valeur se rapporte aux points  $x_1$  ou  $x_2$  mais servent simplement à différencier des efforts et des moments fléchissants différents).

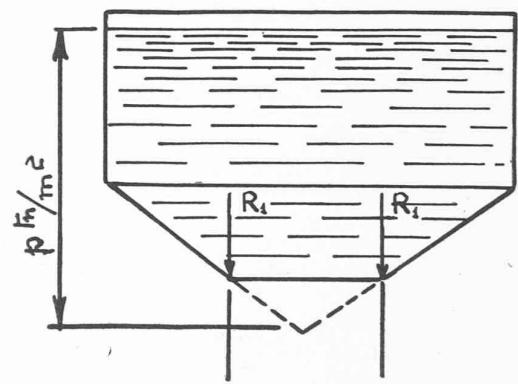


Fig. 5.

$$\text{Par exemple, } M_2 = \frac{ph^2}{12 \operatorname{tg}^2 a} - \frac{5 \cos a \cdot h^2}{12 \operatorname{tg} a} \cdot x^2$$

4<sup>o</sup> Poids propre  $g$  ou charge uniformément répartie; cône tenu en  $x_2$ , la pointe vers le bas. (Fig. 6.)

$$R_2 = \frac{g}{2} \left( \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2} \right)$$

$$M_2 = \frac{g \cos a \cdot h^2}{24 \sin^2 a} \left( 3 - 4 \sin^2 a - \frac{x_1^2}{x^2} \right); \quad H_2 = \frac{R_2}{\operatorname{tg} a}$$

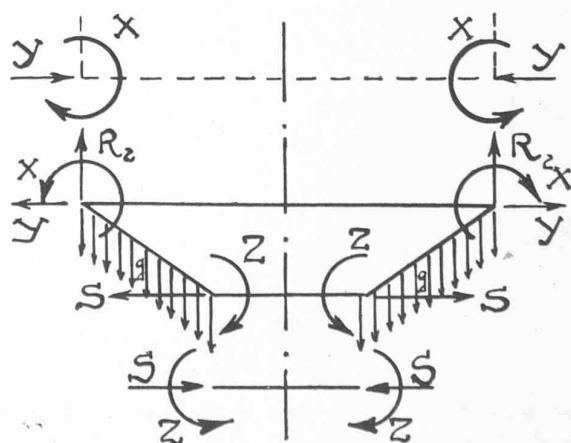


Fig. 6.

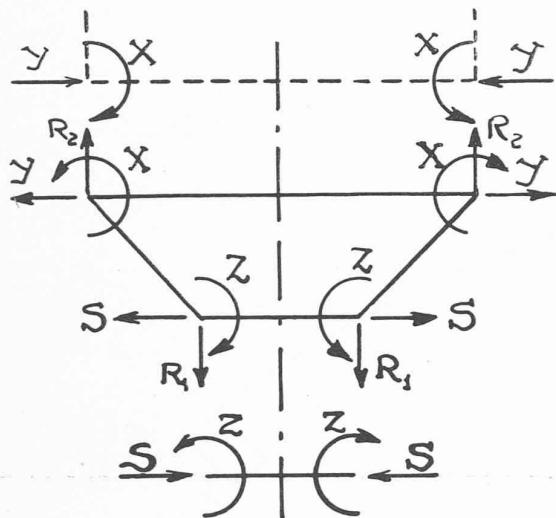


Fig. 7.

$$M_1 = \frac{g \cos a \cdot h^2}{12 \sin^2 a} (1 - 2 \sin^2 a); \quad H_1 = 0$$

$$T_{1p} = \frac{-gx_1^2}{2 \sin a} \cdot \frac{1}{x} + \frac{g}{2 \sin a} \cdot x ; \quad T_{2p} = \frac{gx}{\sin a}$$

$$G_{1p} = \frac{gh^2 \cos a}{12} \left[ \left( \frac{3 - \frac{x_1^2}{x_2}}{2 \sin^2 a} \right) - 2 \right];$$

$$G_{2p} = \frac{gh^2 \cos a}{12} \left[ \left( \frac{3 + \frac{x_1^2}{x^2}}{2 \sin^2 a} \right) - 2 \right]$$

Déformations en  $x_2$ :

$$EU_p = \frac{g \cos a}{h} \left[ 2 - \left( \frac{3 + \frac{x_1^2}{x_2^2}}{2 \sin^2 a} \right) \right] x_2; \quad Edp = \frac{gx_2^2}{h \operatorname{tg} a}$$

Déformations en  $x_1$ :

$$EU_p = -\frac{2gx_1 \cos a}{h \operatorname{tg}^2 a}; \quad Edp = \frac{gx_1^2}{h \operatorname{tg} a}$$

5° *Même cas, pointe du cône dirigée vers le haut.*

Il faut, dans les formules du cas précédent, donner une valeur négative à  $g$ .

6<sup>o</sup> *Poids propre, cône tenu en  $x_1$ , pointe dirigée vers le bas.*

On obtient l'expression des valeurs cherchées en permutant, dans les formules du cas 4), les indices 1 et 2 de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ . Par exemple,

$$T_{1p} = -\frac{gx_2^2}{2 \sin a} \frac{1}{x} + \frac{g}{2 \sin a} x$$

7<sup>o</sup> Charge verticale  $R_2$  tonne :  $m^1$  le long de la directrice en  $x_2$ , cône tenu en  $x_1$ . (Fig. 7.

$$R_1 = \frac{R_2 x_2}{x_1}$$

$$M_1 = + \frac{R_1 h^2}{12 \operatorname{tg} a \sin a \cdot x_1}; \quad H_1 = - \frac{R_1}{\operatorname{tg} a}$$

$$M_2 = + \frac{R_2 h^2}{12 \operatorname{tg} a \sin a \cdot x}; \quad H_2 = + \frac{R_2}{\operatorname{tg} a}$$

$$T_{1p} = \frac{R_2 x_2}{\sin a} \cdot \frac{1}{x} \quad T_{2p} = 0$$

$$G_{1p} = \frac{h^2 R_2 x_2}{12 \tan a \sin a} \cdot \frac{1}{x^2} ; \quad G_{2p} = - \frac{h^2 R_2 x_2}{12 \tan a \sin a} \cdot \frac{1}{x^2}$$

### Déformations en $x_3$ :

$$EUp = \frac{R_2}{h \tan a \sin a}; \quad Edp = 0$$

### Déformations en $x_1$ :

$$EUp = \frac{R_1}{L + R_1} ; \quad Edp = 0$$

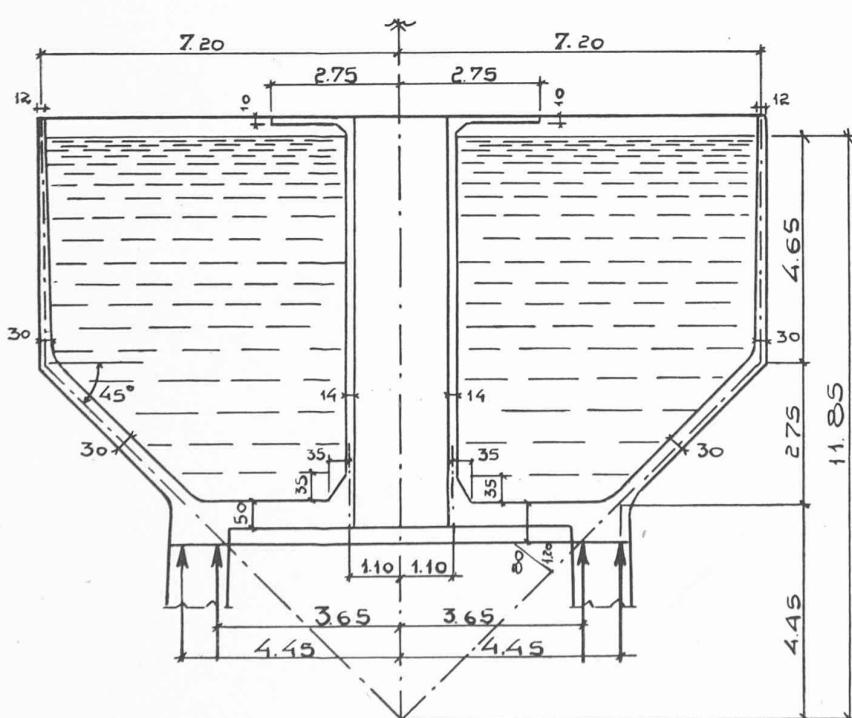
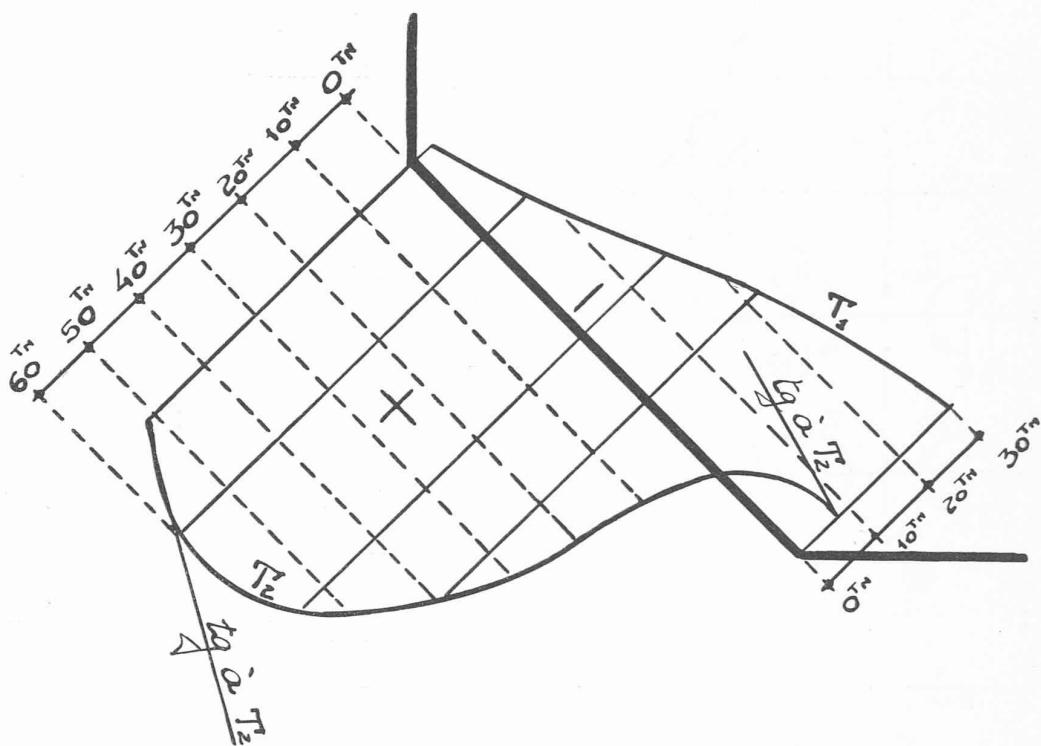


Fig. 8.

Pour illustrer le calcul du tronc de cône, nous allons donner le résultat que nous avons trouvé pour le château d'eau, d'une capacité de 1000 m<sup>3</sup>, exécuté, d'après nos plans, pour la société des Forges de Clabecq par l'entreprise J. et A. Devleminck à Hal (voir ci-contre, fig. 11).

La figure 8 montre, en coupe, les principales dimensions de la cuve. Le tronc de cône est encastré élastiquement, d'une part dans un cylindre, d'autre part dans une dalle circulaire percée, reliée elle-même élastiquement, le long du trou, à un cylindre intérieur qui permet l'accès sur le réservoir.

Aux figures 9 et 10, on trouvera le diagramme des efforts et des moments fléchissants dans le tronc de cône, en admettant que ce tronc de cône repose sur un cercle de 4,45 m de rayon, tandis que la dalle circulaire, percée, reposerait sur un cercle de 3,65 m de rayon et

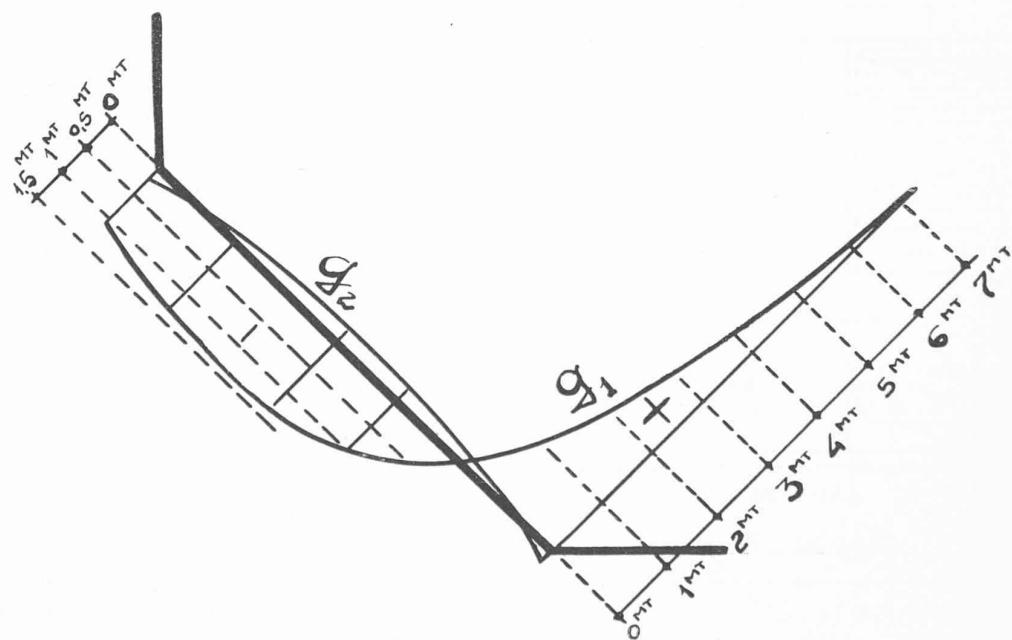
Fig. 9. — Diagrammes de T<sub>1</sub> et T<sub>2</sub>. — Echelle : 1 cm = 10 T.

serait reliée par un porte à faux au tronc de cône.

D'autre part, comme le degré réel d'encastrement sur la poutre circulaire tenue par les colonnes est incertain, nous avons aussi calculé le tronc de cône dans le cas d'un encastrement parfait sur la poutre circulaire qui relie les colonnes, et nous avons disposé les armatures de manière que, dans l'une et l'autre hypothèse, les tensions du fer ne dépassent en aucun point 1200 kg/cm<sup>2</sup>.

Du point de vue exécution, l nous semble intéressant

de signaler que les joints de travail entre la dalle circulaire et le tronc de cône ou le cylindre intérieur, ainsi que le joint entre le tronc de cône et le cylindre extérieur, n'étaient pas horizontaux. Ils étaient orientés normalement aux efforts dans les sections des joints et des barres suffisantes, à 45° par rapport à la direction du joint, étaient prévues pour assurer une résistance parfaite du joint. D'autre part, on a eu soin d'avoir, pour le béton, une bonne composition granulométrique. Ces précau-

Fig. 10. — Diagrammes de g<sub>1</sub> et g<sub>2</sub>. — Echelle : 1 cm = 1 m. t.

